Đáp án

1-A	6-B	11-B	16-A	21-A	26-D	31-A	36-D	41-C	46-C
2-C	7-A	12-B	17-A	22-B	27-C	32-C	37-A	42-A	47-B
3-C	8-B	13-D	18-C	23-A	28-A	33-C	38-C	43-B	48-C
4-B	9-9	14-A	19-A	24-C	29-C	34-D	39-B	44-B	49-A
5-A	10-A	15-C	20-A	25-B	30-B	35-A	40-D	45-C	50-C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

Với bài toán này, ta xét tất cả giá trị $f(x)$ tại các điểm cực trị và điểm biên.

Đầu tiên ta tìm điểm cực trị:

$$y' = 3x^2 - 6x - 9$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Xét

$$f(-1) = 45$$

$$f(3) = 13$$

$$f(5) = 45$$

$$f(-5) = -115$$

Vậy ta có thể thấy GTLN và GTNN là 45 và -115

Đáp án A

Câu 2: Đáp án C

<u>Phân tích:</u>

Hàm số $f(x) = \dfrac{\sin x}{x}$ xét trên $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ có: $f'(x) = \dfrac{x\cos x - \sin x}{x^2} = \dfrac{h(x).\cos x}{x^2}$

$$h(x) = x - \tan x$$

$$h'(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 x} < 0$$

$$\Rightarrow h(x) < h(0) = 0 \Rightarrow f'(x) < 0$$

Do đó, $f(x)$ là hàm nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

Vậy đáp số là C

Câu 3: Đáp án C

Với bài này, ta không nhất thiết phải xét cả 4 đáp án, Chỉ cần nhớ một chút tính chất của hàm bậc 4 là ta có thể có được đáp án nhanh chóng.

Tính chất đó là:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty;\ \lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$$

Trong khi đó, ta dễ dàng nhìn ra được đáp án C có chi tiết không đúng là $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ (tính chất chỉ xuất hiện với hàm số hàm lẻ)

Vậy đáp án là C

Câu 4: Đáp án B

Bài toán này ta có thể giải với 2 cách:

Cách 1: Cách kinh điển, cơ bản của hàm số $y=x+\sqrt{5-x^2}$

Ta xét trên miền xác định của hàm số $\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$

Ta có $y'=1-\dfrac{x}{\sqrt{5-x^2}}$

$$y'=0\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{5-x^2}}=1$$

$$\Leftrightarrow x=\sqrt{5-x^2}\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x^2=\dfrac{5}{2} \end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{5}{2}}$$

Xét $y(-\sqrt{5})\approx -2,2,\ y(\sqrt{\frac{5}{2}})=\sqrt{10\approx 3,2},\ y(\sqrt{5})\approx 2,2$

Vậy GTLN của hàm số là $\sqrt{10}$

Cách 2*:* Cách này tương đối nhanh nhưng nó không có một cách làm chung cho tất cả bài toán.

Áp dụng BĐT Bunhiacopski cho 2 số ta có:

$$(x+\sqrt{5-x^2})^2\le(1^1+1^1)(x^2+5-x^2)\Leftrightarrow(x+\sqrt{5-x^2})^2\le 10\Leftrightarrow(x+\sqrt{5-x^2})\le\sqrt{10}$$

Dấu "=" xảy ra khi $x=\sqrt{\frac{5}{2}}$

Câu 5: Đáp án A

<u>Phân tích bài toán:</u> Ta thấy số nghiệm của phương trình cũng chính là số giao điểm của 2 đồ thị $y=x^3-3x$ và $y=m^2+m$

Xét đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ có: $y'=3x^2-3$

Dễ thấy $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt. Vì thế đồ thị cũng có 2 điểm cực trị là $(-1;2)$ và $(1;-2)$

Vậy muốn có 3 nghiệm phân biệt thì đồ thị $y=m^2+m$ phải cắt đồ thị $y=x^3-3x$ tại 3 điểm phân biệt.

Như vậy có nghĩa là m^2+m phải nằm trong khoảng từ -2 đến 2

$$\Leftrightarrow -2<m^2+m<2 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m-2<0 \\ m^2+m+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow -2<m<1 \Leftrightarrow m\in(-2;1)$$

Vậy đáp án là A

Câu 6: Đáp án B

Ta nhắc lại một chút về kiến thức về tiếp tuyến của (C) tại một điểm $A(x_o;y_o)$

Phương trình tiếp tuyến tại A là: $y=f'(x)(x-x_o)+y_o$

Áp dụng với bài toán này, ta có $y'=3x^2-2.y'(-1)=1, y(-1)=1$

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y=(x+1)+1=x+2$

Đáp án là B

Câu 7: Đáp án A

Để hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ thì: $y'\geq 0 \forall x>0$

Ta có $y'=3x^2-12x+m$

Ta thấy rằng đồ thị của y' là một parabol có đáy là một cực tiểu. Để $y'\geq 0\forall x>0$ điểm cực tiểu này phải có tung độ lớn hơn 0.

Ta có $y''=6x-12$

$y''=0$ khi $x=2$. Khi đó $y'(2)=-12+m$

Để $y'\geq 0\forall x>0$ thì $m\geq 12$

Đáp án là A

Câu 8: Đáp án B

Ta không nên đi xét tất cả 4 đáp án đối với bài toán này.

Ta thấy ngay: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^3-3x^2-6\right)=-\infty$ nên hàm số không có GTNN

Tương tự, ta có: $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{2x+1}{x-1}=-\infty$ nên hàm số cũng không có giá trị nhỏ nhất

$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+3x+5}{x-1}=-\infty$ nên hàm số cũng không có GTNN

Lời khuyên là các bạn áp dụng cách xét lim này trước khi xét đến $f'(x)$ để tránh mất thời gian và đôi khi còn dễ gây sai lầm.

Đáp án B

Câu 9: Đáp án D

Các khẳng định **A, B, C** đều đúng. Tại sao khẳng định **D** sai? Lý do, ta hoàn toàn có thể cho đoạn $[1;3]$ của hàm số là hằng số nên hiển nhiên nó cũng không đồng biến và nghịch biến trên đoạn đó!

Đáp án là D

Câu 10: Đáp án A

Nhắc lại một chút về lý thuyết

Điểm uốn của đồ thị là điểm mà đạo hàm cấp hai đổi dấu, tức là ta phải xét đạo hàm của $f'(x)$

Xét: $y'=3x^2-3$

Ta có: $(y')'=y''=6x$

$y''=0$ khi $x=0$. Và $y(0)=5$

Ta có điểm thỏa mãn của đồ thị là $(0;5)$

Đáp án là A

Câu 11: Đáp án B

Ta có công thức sau: $\log_a b=c$ thì $b=a^c$

Áp dụng vào bài này ta sẽ được $3^{\frac{-1}{3}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$

Đáp án là B

Câu 12:

Cần lưu ý về 2 công thức sau:

- Đạo hàm phép nhân: $(uv)' = u'v + uv'$

- Đạo hàm của e^x là e^x

Áp dụng, ta có: $\left[\left(x^2 - 2x + 2\right)e^x\right]' = (2x-2)e^x + \left(x^2 - 2x + 2\right)e^x = x^2e^x$

Đáp án là B

Câu 13:

Ta thấy rằng: $\begin{cases} x + \sqrt{1+x^2} > 0 \\ 1 + x^2 > 0 \end{cases} \forall x \Rightarrow D = R$ nên C đúng.

Ta xét đến y': $y' = \dfrac{1 + \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{x + \sqrt{1+x^2}} + \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \dfrac{1+x}{\sqrt{1+x^2}}$ nên A đúng

$y' \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$ nên hàm số đồng biến trên $\left(-1; +\infty\right)$ nên B đúng

Vậy đáp án là D vì hàm số tăng trên $\left(-1; +\infty\right)$ chứ không phải là giảm

Câu 14:

Để hàm số đồng biến trên khoảng xét thì $y' \geq 0$ trên khoảng xét đó

Ta có: $y' = \left(x^2e^x\right)' = x^2e^x + 2xe^x = x(x+2)e^x$

$y' \geq 0 \Leftrightarrow x(x+2) \geq o \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq o \\ x \leq -2 \end{array}\right.$

Trong 4 đáp án thì khoảng $\left(-\infty; -2\right)$ là đáp án đúng.

Đáp án A

Câu 15:

Nhận thấy: $9^x = \left(3^x\right)^2$

Đặt $3^x = t (t > 0)$. Ta có phương trình: $9^x - 3.3^x + 2 = 0$ trở thành phương trình bậc hai sau:

$t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 2 \end{array}\right.$

Trở lại phép đặt ta được: $\left[\begin{array}{l} x_1 = \log_3 1 = 0 \\ x_2 = \log_3 2 \end{array}\right. (do x_1 < x_2)$

Vậy $A = 3\log_3 2$. **Đáp án là C**

Câu 16:

Điều kiện để tồn tại hàm số $y=\ln(x^2-4)$ là:

$$x^2-4>0 \Leftrightarrow x^2>4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$$

Câu 17:

Ta có: $\log_2(3x-2)=3$

$$D=\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$$

$$\Leftrightarrow 3x-2=2^3 \Leftrightarrow 3x=10 \Leftrightarrow x=\frac{10}{3}$$

Vậy đáp án là A

<u>Lưu ý:</u> Với những bài toán như thế này, chúng ta không nhất thiết phải giải như thế này. Thay vào đó, các bạn có thể sử dụng công cụ máy tính thay trực tiếp 4 đáp án vào biểu thức.

Câu 18: Ta có

$$2^{2+x}-2^{2-x}=15 \Leftrightarrow 4.2^x-\frac{4}{2^x}=15 \Leftrightarrow 4.\left(2^x\right)^2-15.2^x-4=0$$

$$2^x=t(t>0) \Rightarrow 4t^2-15t-4=0$$

Đến đây ta thấy có 2 điều: $\begin{cases} \Delta=15^2+4.4.4>0 \\ \dfrac{-4}{4}<0 \end{cases}$

Nên phương trình với t có 2 nghiệm phân biệt và trái dấu. Mà $t>0$ nên chỉ có 1 nghiệm thỏa mãn. Vậy phương trình với x cũng có 1 nghiệm thỏa mãn.

Đáp án là C

Câu 19: $7^{x^2-5x+9}=343$

Nhận thấy: $343=7^3$ nên ta có phương trình tương đương: $x^2-5x+9=3 \Leftrightarrow x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$

Vậy $x_1+x_2=5$. **Vậy đáp án A.**

Ngoài ra khi ra được phương trình bậc hai như trên ta có thể áp dụng ngay định lý Viet để giải với công thức $x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}$

Câu 20: Ta có $\log_3 \frac{1}{3\sqrt{3}} = \log_3 3^{\frac{-3}{2}} = \frac{-3}{2}$

Vậy đáp án là A

Câu 21: $\int \frac{dx}{(2x-1)^2}$

Đổi biến $2x-1=t$. Ta có $dt = 2dx$

Ta được $\int \frac{dt}{2t^2} = \frac{-1}{2t} + C$

Trở lại phép đổi biến ta được: $\frac{1}{2-4x} + C$

Cần chú ý giữa phương án A và C bởi vì 2 phương án tương đối giống nhau, chỉ khác nhau về dấu. **Đáp án ở đây là A.**

Câu 22: Ta có thể dễ dàng nhận ra $(x^2+1)' = 2x$ nên ta đặt: $x^2+1=t, dt = 2xdx$

Đổi cận với $x=0$ thì $t=1; x=1$ thì $t=2$

$$I = \int_1^2 \frac{\sqrt{t}}{2} dt = \left. \frac{t^{\frac{3}{2}}}{3} \right|_1^2 = \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$$

Đáp án là B

Câu 23: Đặt: $x = 2\sin t \Rightarrow dx = 2\cos t dt$

Đổi cận: với $x=0$ thì $t=0$, với $x=1$ thì $t=\frac{\pi}{6}$

$\sqrt{4-x^2} = \sqrt{4-4\sin^2 t} = 2\cos t$

(do $\cos t \geq 0$ trong khoảng từ 0 đến $\frac{\pi}{6}$)

Vậy $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$. **Đáp án là A**

Câu 24:

Ta có: $I = -\int_2^1 x(x-1)^5 dx = \int_2^1 x(1-x)^5 dx$ nên A đúng.

Thay: $n = x-1$ ta có: $dn = dx$ và $x = n+1$

Ta có: $\int_0^1 (n+1)n^5 dn$ nên D đúng.

$I=\int_0^1 (n+1)n^5 dn=\left(\frac{n^7}{7}+\frac{n^6}{6}\right)\Big|_0^1$ nên C sai.

Vậy đáp án là C

Câu 25:

Phân tích: Đây là bài toán khá là khó, đòi hỏi áp dụng nhiều kĩ thuật phân tách cũng như tính tích phân. Với dạng tích phân với số $\frac{ax+b}{cx^2+dx+e}$ thì phương pháp làm như sau:

Ta tách biểu thức thành 2 thành phần đó là: $\frac{k(2cx+d)}{cx^2+dx+e}=\frac{kd(cx^2+dx+e)}{cx^2+dx+e}$ và $\frac{k}{cx^2+dx+e}$

Áp dụng ta tách biểu thức thành: $\frac{5(2x+3)}{2(x^2+3x+2)};\frac{-1}{2(x^2+3x+2)}$ ta được:

$$I=\int_0^2 \frac{5(2x+3)}{2(x^2+3x+2)}dx-\int_0^2 \frac{1}{2(x^2+3x+2)}dx$$

$$=\int_0^2 \frac{5}{2(x^2+3x+2)}d(x^2+3x+2)-\int_0^2 \frac{(x+2)-(x+1)}{2(x+2)(x+1)}dx$$

$$=\frac{5}{2}\ln(x^2+3x+2)\Big|_0^2-\frac{1}{2}\left[\ln(x+1)-\ln(x+2)\right]\Big|_0^2$$

$$=\frac{5}{2}\ln 12-\frac{5}{2}\ln 2-\frac{1}{2}\ln 3+\frac{1}{2}\ln 4-\frac{1}{2}\ln 2=\frac{5}{2}\ln 3+\frac{5}{2}\ln 4-3\ln 2+\frac{1}{2}\ln 4-\frac{1}{2}\ln 3$$

$$=2\ln 3+3\ln 4-3\ln 2=2\ln 3+3\ln 2$$

Vậy đáp án là B

Câu 26: Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm phương trình:

$x^2-mx-1=0,\Delta\ge 0\Leftrightarrow m^2+4\ge 0\forall m$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn:

Theo định lý Viet kết hợp yêu cầu: $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=-1\\x_1<x_2\end{cases}$

Ta có:

$$S=\int_{x_1}^{x_2}(mx+2-x^2-1)dx=\int_{x_1}^{x_2}(mx+1-x^2)dx$$

$$=\left(\frac{mx^2}{2}-\frac{x^3}{3}+x\right)\Big|_{x_1}^{x_2}=\frac{mx_2^{\ 2}}{2}-\frac{x_2^{\ 3}}{3}+x_2-\frac{mx_1^{\ 2}}{2}+\frac{x_1^{\ 3}}{3}-x_1$$

$$=(x_2-x_1)\left[\frac{m^2}{2}+1-\frac{1}{3}(m^2+1)\right]=\sqrt{m^2+4}\left(\frac{m^2}{6}+\frac{2}{3}\right)$$

S có GTNN khi $m=0$. **Đáp án là D.**

Câu 27: Ta có:

$$f(x)=\int(3-5\sin x)dx=3x+5\cos x+C$$

$f(0)=10$ nên ta có $5+C=10\Leftrightarrow C=5$

Vậy $f(x)=3x+5\cos x+5$. Vì thế A và D là sai.

Lại có: $f\left(\pi\right)=3\pi-5+5=3\pi$ nên C đúng.

Câu 28: Gọi $z=a+bi;\left(a;b\in R\right)$ thay vào biểu thức ta có:

$$a+bi=|z|^2+a-bi\Leftrightarrow bi=|z|^2-bi\Leftrightarrow 2bi=|z|^2$$

Ta thấy không thể nào tồn tại số thực z thỏa mãn điều kiện trên vì một bên là phần thực, một bên là phần ảo. **Đáp án là A.**

Câu 29:

Trước hết, ta rút gọn số phức: $5+2i-(1+i)^2=5+2i-2i=5$

Vậy modun của số phức là 5. **Đáp án C**

Câu 30: Ta có: $z_1+z_1z_2=3+i+(3+i)(2-i)=3+i+6+2i-3i-i^2=10$

Vậy $|z_1+z_1z_2|=10$. **Đáp án B**

Câu 31: Ta cần rút gọn biểu thức trước:

$$2z(1+i)-1-i+\overline{z}(1-i)+1-i=2-2i\Leftrightarrow 2z(1+i)+\overline{z}(1-i)=2$$

Đặt $z=a+bi\Rightarrow\overline{z}=a-bi$ ta có:

$$2(a+bi)(1+i)+(a-bi)(1-i)=2\Leftrightarrow 2a-2b+2(a+b)i+1-b-(a+b)i=2$$

$$\Leftrightarrow 3(a-b)+(a+b)i=2 \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ 3(a-b)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{3} \\ b=\dfrac{-1}{3} \end{cases}$$

Vậy modun của số phức cần tìm là: $\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{-1}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{2}{9}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$. **Đáp án A.**

Câu 32: Ta có:

$$z^2+4z+4=-3 \Leftrightarrow (z+2)^2=3i^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-2+i\sqrt{3} \\ z=-2-i\sqrt{3} \end{array}\right. \Rightarrow |z_1|^2+|z_2|^2=2.(\sqrt{4+3})^2=14$$

Với bài toán này, ta có thể sử dụng chức năng giải phương trình bậc 2 trên máy tính CASIO, ta có thể nhận được kết quả z_1 và z_2 một cách nhanh chóng hơn.

Đáp án là C

Câu 33: Gọi $z=a+bi \Rightarrow \overline{z}=a-bi$

$$a-bi=(a+bi)^2+1 \Leftrightarrow \left(a^2-b^2-a+1\right)+(2ab+b)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-a+1=b^2 \\ (2a+1)b=0 \end{cases}$$

Từ phương trình 2, ta có 2 trường hợp:

Nếu $b=0, a^2-a+1=0$ (vô nghiệm)

$$a=\frac{-1}{2} \Rightarrow b=\sqrt{\frac{7}{4}} \Rightarrow z^2+z+1=1-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{7}}{2}i+\frac{1}{4}-\frac{7}{4}-\frac{\sqrt{7}}{2}i=-1$$

Vậy modun của số phức là 1. **Đáp án là C**

Câu 34:

<u>Phân tích bài toán:</u> Nếu z^2 là số thuần ảo thì z phải có dạng là $a(1+i); a(1-i)$ với a là số thực.

Lại có: $|z|=\sqrt{2}=\sqrt{1^2+1^2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z=1+i \\ z=1-i \\ z=-1+i \\ z=-1-i \end{array}\right.$

Vậy có 4 số phức thỏa mãn. **Đáp án D**

Câu 35:

Ta nên rút gọn vế phải trước:

$$(\sqrt{2}+i)^2(1-\sqrt{2}i)=(1+2\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)=(1+\sqrt{2}i+4)=5+\sqrt{2}i$$

Ta có: $\overline{z} = 5 + \sqrt{2}i$

Tới đây có rất nhiều bạn sẽ nhanh chóng chọn đáp án là $\sqrt{2}$ nhưng đây không phải là z. Ta phải thêm bước tìm z nữa. Đáp án đúng là - $\sqrt{2}$.

Đáp án A.

Câu 36: Đáp án D

$\overrightarrow{AB} = (-4;1;-10), \overrightarrow{BC} = (8;-2;5)$

Ta có tích vô hướng: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = 8(-4) + 1.(-2) + (-10).5 = -84$

Câu 37:

<u>Phân tích:</u> Hình bình hành có tâm là trung điểm 2 đường chéo nên tâm của nó là trung điểm của AB.

$\overrightarrow{OA} = (-1;1;0) \Rightarrow A(-1;1;0)$

$\overrightarrow{OB} = (1;1;0) \Rightarrow A(1;1;0)$

Vậy trung điểm của AB có tọa độ là $\left(\frac{-1+1}{2};\frac{1+1}{2};\frac{0+0}{2}\right) = (0;1;0)$

Đáp án là A

Câu 38: Trước hết ta cần tìm vecto pháp tuyến của mp(ABC)

$\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]$

Ta có $\vec{n} = (2;3;-4)$

Do A nằm trong mp(ABC) nên ta có phương trình:

$2(x-0) + 3(y-2) - 4(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 4z - 2 = 0$

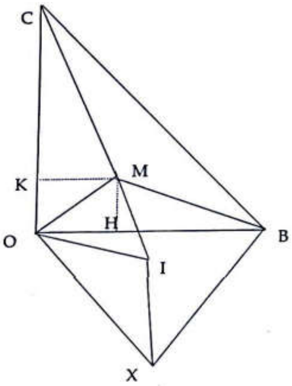
Đáp án là B

Câu 40: Ta có $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}, \left|\vec{c}\right| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$ nên A, B đúng.

Lại có: $\vec{a}.\vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$ nên C đúng

$\vec{c}.\vec{b}=2\Rightarrow\vec{c}\perp\vec{b}$ là sai nên đáp án là D.

Câu 41: Ta có:



Trên mặt phẳng Oxy ta lấy hai điểm $B(3;0);C(0;4)$ thì ba người mà ta đang xét nằm ở ba vị trí là $O;B;C$ và ta cần tìm điểm M thỏa mãn: $MO+MB+MC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Ta có hai cách làm:

+ Một là gọi $H;K$ là hình chiếu của M lên $OB;OC$ sau đó đặt $MH=x;MK=y$ rồi tiếp tục giải.

+ Hai là ta dựng các tam giác đều $OBX;OMI$ như hình vẽ. Khi đó, ta có: $\triangle OMB=\triangle OIX\Rightarrow MO+MB+MC=CM+MI+IX\geq CX$ xảy ra khi: C,M,I,X thẳng hàng.

Điểm M là giao điểm của CX và đường tròn ngoại tiếp $\triangle OBX$. Ta có: $X(x,y)$. Khi đó:

$$XO=XB=OB=3\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2=9\\(x-3)^2+y^2=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{3}{2}\\y=\pm\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\end{cases}$$

Do X nằm dưới trục hoành nên: $X\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

Khi đó ta có: $CX:\dfrac{x-0}{\dfrac{3}{2}-0}=\dfrac{y-4}{-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}-4}\Leftrightarrow x=\dfrac{-24+9\sqrt{3}}{37}(y-4)$

$$(OBX):\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=3$$

Do đó, điểm M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}x=\dfrac{-24+9\sqrt{3}}{37}(y-4)\\\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=3\end{cases}\Rightarrow\left(\frac{-24+9\sqrt{3}}{37}(y-4)-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=3$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{-24+9\sqrt{3}}{37}\right)^2\left(y+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(y+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)\left(y-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-\dfrac{3\sqrt{3}}{2} \\ y=\dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\left(\dfrac{-24+9\sqrt{3}}{37}\right)^2}{\left(\dfrac{-24+9\sqrt{3}}{37}\right)^2+1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\Rightarrow x=\dfrac{3}{2}\Rightarrow M\equiv X(loai) \\ y=\dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\left(\dfrac{37^2-3(-24+9\sqrt{3})^2}{37^2}\right)}{\dfrac{\left(-24+9\sqrt{3}\right)^2+37^2}{37^2}} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow y=\frac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(-1088+1296\sqrt{3}\right)}{2188-432\sqrt{3}}\Rightarrow y=\frac{486-136\sqrt{3}}{547-108\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x=\frac{-24+9\sqrt{3}}{37}.\frac{-1702+296\sqrt{3}}{547-108\sqrt{3}}=\frac{(-24+9\sqrt{3})(-46+8\sqrt{3})}{547-108\sqrt{3}}\Rightarrow x=\frac{1320-606\sqrt{3}}{547-108\sqrt{3}}$$

Do đó ta có điểm: $M\left(\dfrac{1320-606\sqrt{3}}{547-108\sqrt{3}};\dfrac{486-136\sqrt{3}}{547-108\sqrt{3}}\right)$

$M(0,7512;0,6958)$

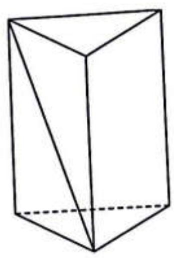
Nên: $OM=BM+CM\approx 6,77km$.**Vậy đáp án đúng là C**

Câu 42:

<u>Nhận xét:</u> (S) tiếp xúc với mặt phẳng thì bán kính mặt cầu chính là khoảng cách từ I tới mặt phẳng.

Ta có $R=d\left(I,(\alpha)\right)=\dfrac{|2.2-2.1+1+3|}{\sqrt{2^2+2^2+1}}=2$. **Vậy đáp án là A**

Câu 43:

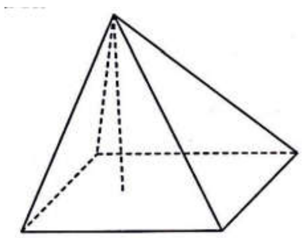


Ta có: $S_{ABA'}=9=\dfrac{AB.AA'}{2}=6\dfrac{AA'}{2}\Rightarrow AA'=3$

$V=\dfrac{1}{3}S_{ABC}.AA'=\dfrac{6^2.\sqrt{3}}{4}=9\sqrt{3}$

Đáp án là B.

Câu 44:

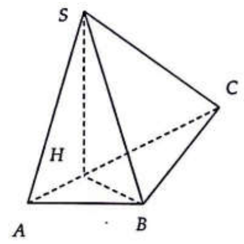


Áp dụng công thức tính thể tích hình chóp khi đã biết diện tích và đường cao:

$V=\dfrac{1}{3}S.h=\dfrac{1}{3}(2a)^2\text{Aa}=\dfrac{16a^3}{3}$

Đáp án là B

Câu 45:



Kẻ HB vuông góc với AC.

Ta có:

$$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp HB \Rightarrow HB \perp (SAC) \Rightarrow HB \perp SH \Rightarrow HSB = 30^o$$

$$\Rightarrow \frac{HB}{SB} = \tan 30^o \Rightarrow SH = \frac{HB}{\tan 30^o} = a\sqrt{6}$$

Xét tam giác SAH vuông tại A nên: $SA = \sqrt{SH^2 - AH^2} = 2a \Rightarrow V = \frac{1}{3}\frac{(2a)^2}{2}.2a = \frac{4a^3}{3}$

Đáp án là C

Câu 46:

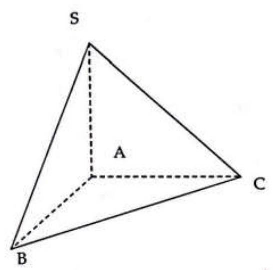
Ta có: $SA \perp SB \Rightarrow S_{SAB} = \frac{1}{2}SA.SB = \frac{9a^2}{2}$

$$\begin{cases} SC \perp SA \\ SC \perp SB \end{cases} \Rightarrow SC \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3}SC.S_{SAB} = \frac{27a^3}{6} = \frac{9a^3}{2}$$

Đáp án là C

Câu 47:



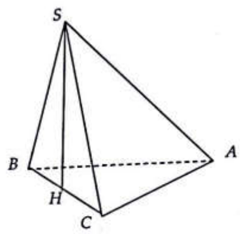
Ta có: $SCA = 30^o \Rightarrow \frac{AC}{SC} = \cos 30^o \Rightarrow AC = \frac{\sqrt{3}}{2}a\sqrt{3} = \frac{3a}{2}$

$$\frac{SA}{SC} = \sin 30^o \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V = \frac{1}{3}SA.AC^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^3}{32}$$

Vậy đáp án là B

Câu 48:

Ta kẻ $SH \perp BC$



Do (SBC) vuông góc với mặt phẳng đáy nên mọi đường vuông góc với giao tuyến và nằm trên mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

Do $SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Hay SH chính là đường cao của hình chóp.

Xét tam giác SBC đều và có cạnh $BC = a$ nên ta có: $SH = SC.\sin 60^o = a\frac{\sqrt{3}}{2}$

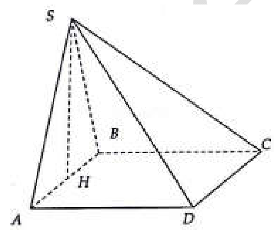
Xét tam giác ABC vuông cân tại A có: $AC = AB = \frac{a}{\sqrt{2}}$

Ta có: $S_{ABC} = \frac{a^2}{2.(\sqrt{2})^2} = \frac{a^2}{4}$

$$V = \frac{1}{3}S_{ABC}.SH = \frac{1}{3}.\frac{a^2}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$

Vậy đáp án là C

Câu 49:



Xét tam giác SAB có:

$$SA^2 + SB^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2 = AB^2$$

Theo định lý Phythago đảo, tam giác SAB vuông tại S.

Kẻ $SH \perp AB$

Do $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Hay nói cách khác SH là đường cao của hình chóp. Xét tam giác SAB vuông tại S, đường cao SH, áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ta có :

$$\frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} = \frac{1}{SH^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

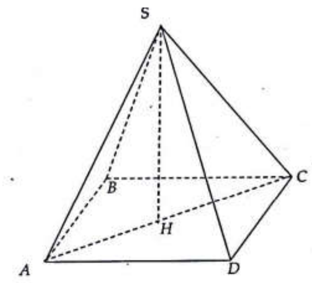
Tính diện tích ABCD, ABCD là hình vuông có cạnh là 2a nên ta có : $S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$

Tính thể tích hình chóp :

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}.4a^2.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$$

Vậy đáp án là A.

Câu 50:



Kẻ $SH \perp AC$.

Do $(SAC) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Hay SH là đường cao của hình chóp

Lại có ABCD là hình vuông nên $AC = BD = 2a$

Xét tam giác SAC vuông tại S, tho định lý Pythago ta có:

$$SA = \sqrt{AC^2 - SC^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$$

Xét tam giác SAC vuông tại S, đường cao SH. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ta có

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2}$$

$$\Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Tính diện tích ABCD

Xét tam giác ABC vuông tại B ta có : $AC = 2a$

$$AB = AC\sin 45^0 = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$$

$$S_{ABCD} = AB^2 = (a\sqrt{2})^2 = 2a^2$$

Tính thể tích: $V = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.2a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **Vậy đáp án là C**