ĐÁP ÁN:

1A	**2C**	**3B**	**4D**	**5A**	**6C**	**7B**	**8A**	**9A**	**10B**
11C	**12B**	**13B**	**14D**	**15C**	**16C**	**17C**	**18B**	**19C**	**20C**
21D	**22A**	**23B**	**24C**	**25A**	**26C**	**27C**	**28D**	**29D**	**30A**
31B	**32A**	**33C**	**34B**	**35A**	**36B**	**37D**	**38A**	**39A**	**40C**
41C	**42C**	**43C**	**44D**	**45B**	**46A**	**47D**	**48C**	**49B**	**50C**

LỜI GIẢI CHI TIẾT

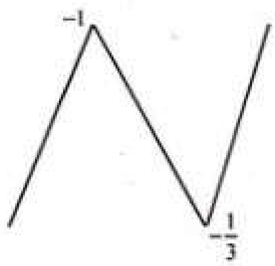
Câu 1. Đáp án A.

Phân tích: Với bài toán dạng này, ta xét phương trình $y'=0$ và tìm khoảng đơn điệu của hàm số.

Ta có $y'=3x^2+4x+1;\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$.

Cùng nhớ lại dạng đồ thị mà tôi đã nhắc đến nhiều lần trong các đề trước, đó là bảng dạng đồ thị hàm bậc ba trong sách giáo khoa như sau:

Do đây là hàm số bậc ba có hệ số $a=1>0$ nên đồ thị hàm số sẽ có dạng chữ N (chỉ mang tính chất mẹo minh họa) như sau:



Khi đó theo chiều của các đường thẳng ta nhận ra khoảng đơn điệu của hàm số như sau:

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $\left(-\dfrac{1}{3};+\infty\right)$, hàm số nghịch biến trên $\left(-1;-\dfrac{1}{3}\right)$. Vậy A đúng.

Câu 2. Đáp án C

Phân tích: Nhìn tổng quan thì rõ ràng các phương án đều nói về các tiệm cận của đồ thị hàm số, do đó ta sẽ đi tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $x^2-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right.$

$\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+}\dfrac{3-x}{x^2-2}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^-}\dfrac{3-x}{x^2-2}=-\infty$

$\Rightarrow x=\sqrt{2}$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+}\dfrac{3-x}{x^2-2}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+}\dfrac{3-x}{x^2-2}=+\infty$

$\Rightarrow x=-\sqrt{2}$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3-x}{x^2-2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\dfrac{3}{x^2}-\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{2}{x^2}}=\frac{0}{1}=0$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{3-x}{x^2-2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-\frac{1}{x}}{1-\frac{2}{x^2}}=\frac{0}{1}=0\ \Rightarrow y=0$$

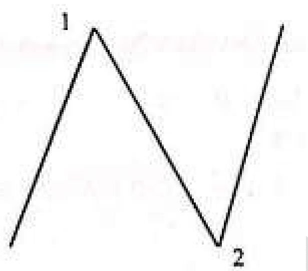
là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 3. Đáp án B

<u>Phân tích:</u> Tương tự như bài 1, ta sẽ đi tìm khoảng đơn điệu của hàm số bằng cách giải phương trình $y'=0$

$$\Leftrightarrow 6x^2-18x+12=0\ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$$. Ta có

hàm số là hàm bậc ba có hệ số $a=2>0$ nên đồ thị hàm số sẽ có dạng



Nên nhìn vào hình vẽ ta sẽ thấy ngay hàm số nghịch biến trên (1;2). Thực ra nếu quý độc giả nhớ dạng đồ thị thì việc nháp rồi vẽ như thế này là không cần thiết, tuy nhiên nếu vẽ nhanh ra nháp cũng không hề tốn thời gian của bạn, chỉ cần một nét chữ N là xong, bài toán nhanh chóng được giải quyết.

Câu 4. Đáp án D

<u>Phân tích:</u> Nhận xét để làm nhanh bài toán này, ta không nên đi xét từng hàm số một xem có đồng biến trên $\mathbb{R}$ hay không vì sẽ rất mất thời gian. Nhìn tổng quan các phương án ta thấy rõ ràng hàm bậc bốn sẽ luôn có khoảng đồng biến nghịch biến nên ta loại luôn C. Để xét tiếp ta sẽ xét hàm bậc ba do đó là hàm dễ nhầm nhất. Nhận thấy $y'=3x^2+5>0$ nên hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. Ta chọn luôn D mà không cần xét các đáp án còn lại.

Câu 5. Đáp án A.

<u>Phân tích:</u> Ta xét phương trình $y'=0$ để tìm giá trị cực tiểu của hàm số.

$\Leftrightarrow 8x^3+8x=0 \Leftrightarrow x=0$. Ta lại cùng nhớ lại dạng đồ thị của hàm bậc bốn, khi phương trình $y'=0$ chỉ có một nghiệm duy nhất thì đồ thị hàm số có dạng parabol có đỉnh là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Do đó $y_{CT}=-3$ tại $x=0$.

Câu 6. Đáp án C

<u>Phân tích:</u> Ta xét phương trình $y'=0$

$$\Leftrightarrow 4.2x\left(x^2-4\right)^3=0\ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	256	$\searrow$	0	$\nearrow$	

Vậy hàm số đạt $y_{CD}=256$ tại $x_{CD}=0$,

hàm số đạt $y_{CT}=0$ tại $x_{CT}=-2; x_{CT}=2$

Vậy đáp án sai là C

Câu 7. Đáp án B

Phân tích: Tương tự bài trên ta xét phương trình $y=0 \Leftrightarrow \dfrac{x}{\sqrt{x^2}}=0$. Ta nhận thấy hàm số không có đạo hàm tại $x=0$, nhưng hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$. Do đó A và C đúng. Rõ ràng hàm số không có đạo hàm tại $x=0$, nên B là đáp án cần tìm

Câu 8. Đáp án A.

Ta có

$$y'=\frac{x^2-2x-3}{x-1}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \notin [2;4] \\ x=3 \in [2;4] \end{array}\right. .$$

Do hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[2;4]$ và có $y(2)=7; y(3)=6; y(4)=\dfrac{19}{3}$. Suy ra $\min\limits_{[2;4]} y=6$.

Câu 9. Đáp án A

Phân tích: Xét phương trình $y'=0$

$\Leftrightarrow \dfrac{-13}{(x-2)^2}<0$ với mọi $x \neq 2$. Khi đó ta có hàm số nghịch biến trên $[3;5]$. Vậy

$$\min_{[3;5]} y=y(5)=\frac{28}{3}$$

Câu 10. Đáp án B

Phân tích: Đây là một bài toán thực tế dựa trên kiến thức đã học, đó là tìm giá trị lớn nhất của hàm số. Đề bài cho ta khá nhiều dữ kiện. Thực chất dữ kiện diện tích mặt ao và mật độ ban đầu là cho ta dữ kiện rằng năm đó bác đã thả bao nhiêu con giống, ta bắt dầu tiền hành vào bài toán như sau:

Số cá bác đã thả trong vụ vừa qua là $20.50=100$ con.

Tiếp đến ta phải tìm xem nếu giảm đi x con thì mỗi con sẽ tăng thêm bao nhiêu. Trong hóa học các quý độc giả đã học cách làm này rồi, và bây giờ tôi sẽ giới thiệu lại cho quý độc giả:

Khi giảm 8 con thì năng suất tăng 0,5kg/con.

Khi giảm x con thì năng suất tăng a kg/con.

Đến đây ta tính theo cách nhân chéo:

$a=\dfrac{0,5.x}{8}=0,0625$ kg/con.

Vậy sản lượng thu được trong năm tới của bác Tôm sẽ là :

$f(x)=(1000-x)(1,5+0,0625x)$ kg

$f(x)=-0,0625x^2-1,5x+1500+62,5x$

$=-0,0625x^2+62x+1500$

Vì đây là hàm số bậc 2 nên đến đây ta có thể tìm nhanh GTNN của hàm số bằng cách bấm máy tính như sau:

1. Ấn MODE $\rightarrow$ 5:EQN $\rightarrow$ ấn 3 để giải phương trình bậc 2.
2. Lần lượt nhập các hệ số vào và ấn bằng cho đến khi máy hiện:

Lúc đó ta nhận được hàm số đạt GTNN tại $x = 488$. Vậy số cá giảm đi là 488 con. Đến đây nhiều độc giả có thể sẽ chọn ngay đáp án A. Tuy nhiên đề bài hỏi "vụ tới bác phải mua bao nhiêu con cá giống" thì đáp án chúng ta cần tìm phải là $1000 - 488 = 512$. Đáp án B

Câu 11. Đáp án C

<u>Phân tích:</u> Ta thấy nếu đặt $t = \cos x$ với $x \in \left(0;\frac{\pi}{3}\right)$ thì $t \in \left(\frac{1}{2};1\right)$. Tức là tìm điều kiện để hàm số $y = f(t) = \frac{2t+3}{2t-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Xét $y' = \frac{2.(-m)-3.2}{(2t-m)^2} = \frac{-2m-6}{(2t-m)^2}$. Để thỏa mãn yêu cầu của đề bài thì $y' > 0$ với mọi $t \in \left(\frac{1}{2};1\right)$. Tức là $\frac{-2m-6}{(2t-m)^2} > 0$ với mọi $t \in \left(\frac{1}{2};1\right) \Leftrightarrow -2m-6 > 0 \Leftrightarrow m < -3$

Câu 12. Đáp án B

<u>Phân tích:</u> điều kiện $x^3 + 3x + 4 > 0$

Phương trình $\Leftrightarrow x^3 + 3x + 4 = 8$

$\Leftrightarrow x^3 + 3x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -4 \end{array}\right.$. Thử lại thì chỉ thấy $x = 1$ thỏa mãn.

<u>Lưu ý:</u> Nhiều quý độc giả quên điều kiện dẫn đến chọn C là sai. Hãy chú ý có điều kiện để giải nghiệm phương trình thật chính xác.

Câu 13. Đáp án B

<u>Phân tích:</u> Ta nhớ lại công thức đạo hàm hàm hợp của hàm logarit Ne-pe như sau: $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$. Khi đó áp dụng công thức trên vào ta được

$y' = (\ln(\cos x))' = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x$

<u>Phân tích sai lầm:</u> Nhiều độc giả đã quên u' ở trên tử số, kho đó sẽ chọn C là sai. Nhiều bạn lại nhớ nhầm công thức và chọn D cũng sai.

Câu 14. Đáp án D

<u>Phân tích:</u> Ta cùng nhớ lại kiến thức chúng ta đã học trong chương trình lớp 12 THPT như sau:

Với $a > 0; a \neq 1$. Khi đó

$\log_a x > b \Leftrightarrow \log_a x > \log_a a^b$

Điều kiện $x > 0$

Nếu $a > 1$ thì bất phương trình $\Leftrightarrow x > a^b$. Khi đó tập nghiệm của bất phương trình là $\left(a^b;+\infty\right)$.

Nếu $0 < a < 1$ thì bất phương trình $\Leftrightarrow x < a^b$. Khi đó tập nghiệm của bất phương trình là $\left(0;a^b\right)$

Khi bất phương trình đảo chiều thì ta có thể tự tuy ra được kết quả

Khi đó rõ ràng ta thấy: A đúng, B đúng, C đúng, chỉ có D sai do: $\log_a x < \log_a a^b$, mà $0 < A < 1$ do đó $x > a^b$, tức là tập nghiệm của bất phương trình là $\left(a^b;+\infty\right)$

Câu 15. Đáp án C.

<u>Phân tích:</u> Ta sẽ so sánh hai số có cùng cơ số là M và N trước. Ta thấy $\sqrt{5} > 1$ do đó ta đi so sánh hai số mũ với nhau, rõ ràng $\frac{4}{5} > \frac{2}{3}$ do đó $\left(\sqrt{5}\right)^{\frac{4}{5}} > \left(\sqrt{5}\right)^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow M > N$.

Do đó ta có thể loại D.

Tiếp tục ta so sánh P với một trong hai số M hoặc N. Ở đây rõ ràng ta thấy cơ số $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ và số mũ cũng lớn hơn hẳn hai số mũ còn lại do đó ta có thể suy luận được $P > M > N$.

Câu 16. Đáp án C.

<u>Phân tích:</u> Với bài này, tôi nghĩ dùng máy tính thử cũng khá nhanh, nhưng trước tiên tôi sẽ giới thiệu cách làm theo toán thông thường rồi sau đó sẽ giới thiệu cách bấm máy.

Cách 1:

$$\log_{49} 32 = \frac{\log_2 32}{\log_2 49} = \frac{5}{\log_2 7^2} = \frac{5}{2\log_2 7}$$

$$= \frac{5}{2\log_2 \frac{14}{2}} = \frac{5}{2\left(\log_2 14 - \log_2 2\right)} = \frac{5}{2m-2}$$

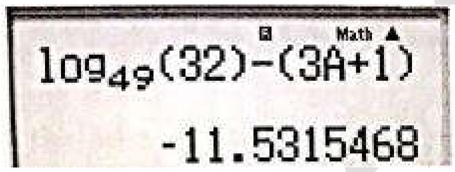
Thực chất bài toán này tư duy nhẩm khá là nhanh.

Cách 2: bấm máy tính. Bước đầu tiên là gán $\log_2 14$ vào A. Khi đó ta sẽ nhập:

$\log_2 14 \to$ $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{STO}}$ A.

Khi đó $\log_2 14$ đã được gán cho A. Bước tiếp theo là ta thử từng đáp án một bằng cách xét hiệu của $\log_{49} 32$ với các giá trị tương ứng ở các phương án như sau:

Với phương án A: ta sẽ nhập như sau:



Hiệu khác 0 do đó đây là phương án sai.

Chú ý, để nhập được A như trên hình thì ta ấn $\boxed{\text{ALPHA}}$ A.

Tiếp tục thử thì ta sẽ chọn được C.

Câu 17. Đáp án C.

<u>Phân tích:</u> Ở đây có hai dạng điều kiện, thứ nhất là điều kiện để logarit tồn tại, thứ hai là điều kiện để căn thức tồn tại như sau:

Điều kiện $\begin{cases} 4-x>0 \\ \log_2\left(4-x\right)\ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<4 \\ 4-x\ge 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x<4 \\ x\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow x\le 2$

<u>Phân tích sai lầm:</u> Nhiều độc giả giải bất phương trình sai dấu dẫn đến chọn D. Hoặc quên điều kiện để căn thức tồn tại nên chọn A là sai.

Câu 18. Đáp án B

<u>Phân tích:</u> Ta tính đạo hàm của hàm số bằng cách sử dụng công thức

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

Khi đó $\left(\frac{e^x+2}{\sin x}\right)'$

$=\frac{\left(e^x+2\right).\sin x-(\sin x)'.\left(e^x+2\right)}{\sin^2 x}$

$=\frac{e^x(\sin x-\cos x)-2\cos x}{\sin^2 x}$

Nhiều độc giả lẫn lộn giữa công thức đạo hàm một tích với một thương nên nhầm dấu ở trên tử số, tức là chọn phương án D.

Câu 19. Đáp án C.

Phân tích: Ta lần lượt soát từng bước làm của bạn học sinh này như sau:

Với I: ta có $\pi^2 \approx 9,8696$ do đó $0<\frac{\pi^2}{10}<1$ nên I đúng.

Với II: ta thấy $\left(\frac{\pi^2}{10}\right)^{\sqrt{2}}=\left(\frac{\pi}{5}.\frac{\pi}{2}\right)^{\sqrt{2}}$

$=\left(\frac{\pi}{5}\right)^{\sqrt{2}}.\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\sqrt{2}}<1$, từ đó suy ra II đúng.

Đến đây ta có thể loại A và B.

Với III: đến đây ta tiếp tục soát. Để so sánh được hai số mũ trên trước tiên ta cần xét xem cơ số của hai số mũ đó nằm trong khoảng nào. Nhận xét :

$\pi \approx 3,14$ khi đó $0<\frac{\pi}{5}<1$. Vậy nếu

$-\sqrt{2}<-\sqrt{3}$ thì $\left(\frac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{2}}<\left(\frac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{3}}$. Vậy III sai. Ta chọn luôn C.

Câu 20. Đáp án C

Phân tích: $2^{2x^2-7x+1}=1 \Leftrightarrow 2^{2x^2-7x+1}=2^0$

$\Leftrightarrow 2x^2-7x+1=0$. Đến đây bấm máy tính ta thấy phương trình có hai nghiệm phân biệt do đó ta chọn luôn C.

Câu 21. Đáp án D.

Phân tích: Ta nhận thấy đây là bài toán dựa trên ứng dụng giải phương trình mũ như sau:

Lần lượt thay các số liệu vào ta được phương trình:

$78685800.e^{N.0,017}=120000000$

$\Leftrightarrow e^{N.0,017}=\frac{120000000}{78685800}$

$\Leftrightarrow N.0,017=\ln\frac{120000000}{78685800}$

$\Leftrightarrow N \approx 24,825$, tức là xấp xỉ 25 năm. Do đề bài tính từ tháng 1 năm 2001 do đó ta tính cả năm 2001 vào đó nữa, tức là kết quả của chúng ta sẽ là $2001-1+25=1025$

Nhiều bạn quên không tính năm 2001 vào do đó sẽ chọn luôn A là sai.

Câu 22. Đáp án A.

Phân tích: ta có tính chất về nguyên hàm như sau:

Nếu hàm số *f* có một nguyên hàm F thì với mọi $C \in \mathbb{R}$, hàm số $y=F(x)+C$ cũng là một nguyên hàm của hàm số *f*.

ở đây ta sẽ đi tìm $\int \frac{x(2+x)}{(x+1)^2}dx$ và tìm các hằng số C để xem xét phương án nào sai như sau:

$$\int \frac{(x+1)^2-1}{(x+1)^2}dx = \int\left(1 = \frac{1}{(x+1)^2}\right)dx$$

$$= x + \int \frac{-1}{(x+1)^2}d(x+1) = x + \frac{1}{x+1} + C$$

$$= \frac{x^2+x+1}{x+1} + C$$

Với $C=-2; C=0$ và $C=-1$ thì B,C,D đúng. Khi đó ta sẽ chọn luôn A.

Câu 23. Đáp án B

Phân tích: ta có thể nhận ra ngay A sai.

Với B ta có: Đặt $t = \frac{x}{2} \Rightarrow dt = \frac{1}{2}dx$. Đổi cận:

x	0	π
t	0	$\frac{\pi}{2}$

$\int_0^{\pi} \sin\frac{x}{2}dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t dt$. Vậy B đúng. Trên đây là cách diễn giải về mặt toán học, còn quý độc giả có thể bấm máy tính để thử tiết kiệm thời gian trong quá trình làm bài.

Câu 24. Đáp án C.

Phân tích:

Đây chỉ là các tính chất của tích phân mà chúng ta đã được học, tính chất thứ nhất quy tắc tính tổng hai tích phân có cùng cận, đây là tính chất đúng.

Quy tắc thứ hai là quy tắc khi nhân một hằng số với một tích phân, quy tắc này cũng đúng.

Với quy tắc thứ ba, ta thấy

$$\int_a^a f(x)dx = F(x)\Big|_a^a = F(a) - F(a) = 0 \ .$$

Vậy C sai.

Câu 25. Đáp án A.

Phân tích: Thực chất đây là một bài toán tính tích phân.

$N'(t) = t(t^2-2t+1) = t^3 - 2t^2 + t$

Vì lượng dầu tính theo phút, nên công thức tính lượng dầu sẽ được tính như sau:

$$\int_0^{60} N'(t)dt = \int_0^{60}(t^3-2t^2+t)dt$$

$$= \frac{1}{4}t^4 - \frac{2}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2\Big|_0^{60} = 3097800(ml)$$

Câu 26. Đáp án C

Phân tích: Ta đã học công thức tính thể tích khối tròn xoay được giới hạn bởi bốn đường $y=f(x); y=g(x); x=a; x=b$ là

$$V = \pi\int_a^b \left|f^2(x) - g^2(x)\right|dx$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm ta có

$x^2 = \sqrt{x} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$. Ta thấy trên $(0;1)$ thì $\sqrt{x} \ge x$.

Nên $V = \pi\int_0^1 (x-x^4)dx = \pi\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5}\right)\Big|_0^1$

$$= \pi\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) = \frac{3}{10}\pi$$

Câu 27. Đáp án C.

Phân tích: Ta có công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi

$y=f\left(x\right);y=0;x=a;x=b$ là

$S=\int_a^b\left|f\left(x\right)\right|dx$. Khi đó ta áp dụng vào bài

toán : $S=\int_0^1\left|x^4-5x^2+4\right|dx$. Nhận xét

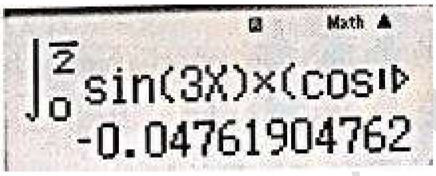
$f\left(x\right)=x^4-5x^2+4\ge 0$ với mọi $x\in\left[0;1\right]$.

Khi đó $S=\int_0^1\left(x^4-5x^2+4\right)dx$

$=\left(\frac{x^5}{5}-\frac{5}{3}x^3+4x\right)\Big|_0^1=\frac{38}{15}$

Câu 28. Đáp án D

<u>Phân tích:</u> Thực chất bài toán này có thể giải quyết một cách dễ dàng bằng việc bấm máy tính như sau:



Từ đó bấm kết quả các phương án để chọn phương án đúng, rõ ràng ở đây có dấu “-” nên ta chỉ cần xét phương án B hoặc D. Lúc này quý độc giả có thể giữ nguyên màn hình như thế và ấn $-\left(-\frac{5}{42}\right)$ ra kết quả khác 0 thì ta chọn D luôn.

Cách giải thích rõ ràng về mặt toán học:

$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 3x\cos^2 2xdx$

$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(3\sin x-4\sin^3 x\right)\cos^2 2xdx$

$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(3-4\left(1-\cos^2 x\right)\right)\cos^2 2x.\sin xdx$

$=-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(4\cos^2 x-1\right)\left(2\cos^2 x-1\right)^2 d\left(\cos x\right)$

$=-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(16\cos^6 x-20\cos^4 x+8\cos^2 x-1\right)$

$d\left(\cos x\right)$

$=-\left(\frac{16}{7}\cos^7 x-4\cos^5 x+\frac{8}{3}\cos^3 x-\cos x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

$=-\frac{1}{21}$

Câu 29. Đáp án D

<u>Phân tích:</u> Ta thấy $i^{2009}=i^{2008}.i$

$=\left(i^2\right)^{1004}.i=1.i=i$

Ta sử dụng $i^2=-1$

Câu 30. Đáp án A

<u>Lời giải:</u> ta có

$\left(4-7i\right)+\left(-5i+7\right)=11-12i$

Câu 31. Đáp án B

<u>Phân tích:</u> Với bài toán này ta đặt

$z=x+yi\left(x\in\mathbb{R}\right)$, khi đó phương trình

$\Leftrightarrow\left(x+yi\right)^2-\left(2-5i\right)\left(x+yi\right)-6-4i=0$

$\Leftrightarrow x^2+2xyi+i^2y^2-\left(2x+2yi-5xi-5yi^2\right)$

$-6-4i=0$

$\Leftrightarrow x^2-y^2+2xyi-\left(2x+5y-\left(2y+5x\right)i\right)$

$-6-4i=0$

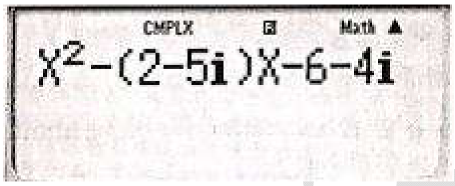
$\Leftrightarrow x^2 - y^2 - 2x - 5y - 6$

$+(2xy - 2y + 5x - 4)i = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 - 2x - 5y - 6 = 0 \\ 2xy - 2y + 5x - 4 = 0 \end{cases}$$

Rõ ràng đến đây việc giải hệ phương trình này mất khá nhiều thời gian như sau:
Cho nên ta nên thử từng đáp án rồi bằng cách bấm máy như sau:
Đầu tiên ta chuyển máy tính về chế độ tính toán với số phức bằng cách bấm $\boxed{\text{MODE}}$ $\rightarrow$ $\boxed{2}$ $\boxed{\text{CMPLX}}$. Khi đó ta nhập vào màn hình biểu thức phương trình như sau:

$X^2 - (2-5i)X - 6 - 4i$



Khi đó ấn $\boxed{\text{CALC}}$ và lần lượt thử từng nghiệm, từ đó ta nhận được kết quả I và III là nghiệm của phương trình. Với bài toán dạng này, tôi khuyên quý độc giả nên thử máy tính để tiết kiệm thời gian làm bài.

Câu 32. Đáp án A.

<u>Phân tích:</u> Ta có số phức $z = x + yi\,(x.y \in \mathbb{R})$ khi đó điểm $M(x;y)$ trong hệ tọa độ phẳng vuông góc là điểm biểu diễn số phức z. Vậy khi đó ta thấy khi chiếu xuống trục Ox thì $-3 \le x \le -2$ tức là phần thực của z nằm trong đoạn $[-3;-2]$, và ta thấy $1 \le y3$, khi đó phần ảo của z nằm trong đoạn $[1;3]$

<u>Phân tích sai lầm:</u> Nhiều quý độc giả nhầm giữa phần thực và phần ảo nên chọn sai đáp án.

Câu 33. Đáp án C

Ta có : $(4-i)+(2+3i)-(5+i) \;=1+i$

<u>Chú ý:</u> Phần ảo không chứa i

Câu 34. Đáp án B

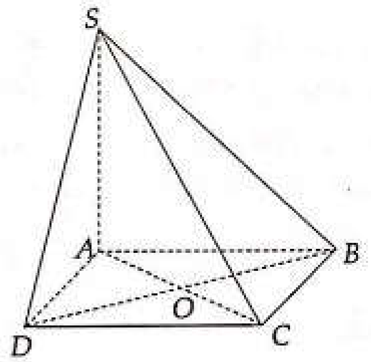
<u>Lời giải:</u> Bấm máy tính ta được đáp án B.

$$\frac{1}{(1+i)^3} = \frac{1}{i^3 + 3i^2 + 3i + 1}$$

$$= \frac{1}{-i-3+3i+1} = \frac{1}{-2+2i} \;= \frac{+2i}{-8} = -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$$

Câu 35. Đáp án A

<u>Phân tích:</u> Ta có hình vẽ sau:



Với bài toán này ta thấy A và C đối xứng nhau qua tâm O. Ta nhớ đến hệ quả sau:

Cho mặt phẳng (P) và đoạn thẳng MN.

Với $MN \cap (P) = I$ *thì*

$$\frac{d(M;(P))}{d(N;(P))} = \frac{IM}{IN}$$

Khi đó áp dụng vào bài toán ta thấy

$AC \cap (SBD) = O$ do vậy áp dụng hệ quả trên ta được : $\frac{d(A;(SBD))}{d(C;(SBD))} = \frac{OA}{OC} = 1$

$\Rightarrow d(C;(SBD)) = \frac{6a}{7}$

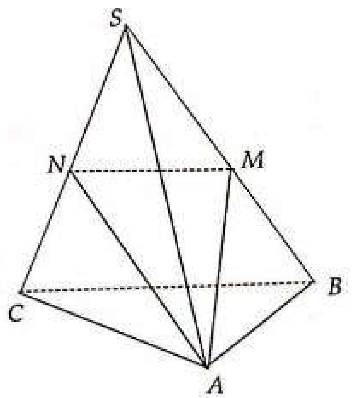
Câu 36. Đáp án B

<u>Phân tích:</u> Đây là bài toán đơn giản nên ta không cần phải vẽ hình mà tìm luôn thể tích của hình hộp chữ nhật :

$V = abc = a.2.a.a\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}$

Câu 37. Đáp án D.

<u>Phân tích:</u> Ta có hình vẽ sau:



Nhận thấy hai tứ diện SAMN và SABC có chung chiều cao từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC), do đó ta chỉ đi so sánh diện tích của hai đáy SMN và SBC. Ta có MN là đường trung bình của tam giác SBC, do đó $MN = \frac{1}{2BC}$. Khi đó áp dụng định lý Thales ta có $\frac{d(S;MN)}{d(S;BC)} = \frac{1}{2}$. Khi đó

$\frac{S_{SMN}}{S_{SBC}} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Khi đó $\frac{V_{SAMN}}{V_{SBAC}} = \frac{1}{4}$

Câu 38. Đáp án A.

<u>Phân tích:</u> Ta nhớ lại các kiến thức về hình đa diện như sau:

Hình đa diện *là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:*

a. Hai đa giác bất kì hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.

b. Mỗi cạnh của đa giác là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Ta thấy hình A vi phạm tính chất thứ hai trong điều kiện để có một hình đa diện. Ta thấy cạnh ở giữa không phải là cạnh chung của đúng hai đa giác mà là cạnh chung của bốn đa giác.

Câu 39. Đáp án A.

<u>Phân tích:</u> Ta có thể tích hộp được làm tính bằng công thức:

$V = x.x.h = x^2.h = 500$

Khi đó lượng bìa các tông cần để làm hộp được tính bằng diện tích toàn phần của hộp: $S_{tp} = S_{day} + S_{xq} = x.x + 4.hx = x^2 + 4hx$

Công việc của chúng ta bây giờ là đi tìm giá trị nhỏ nhất của S_{tp} . Từ dữ kiện đã có ta có thể thay thế hx bằng $\frac{500}{x}$. Khi đó

$x^2 + 4\frac{500}{x} = x^2 + \frac{2000}{x}$

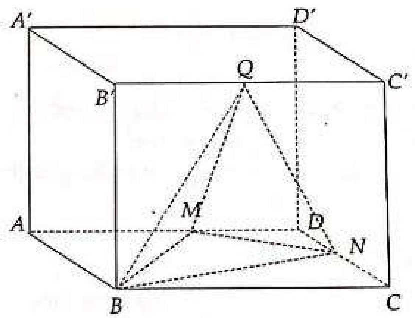
$= x^2 + \frac{1000}{x} + \frac{1000}{x} \geq 3\sqrt[3]{1000^2}$ (áp dụng bất đẳng thức Cauchy)

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$x^2 = \frac{1000}{x} \Leftrightarrow x^3 = 1000 \Leftrightarrow x = 10$

Chú ý: Ngoài cách làm bằng bất đẳng thức như trên quý độc giả có thể làm bằng cách xét hàm số rồi đạo hàm tìm nghiệm phương trình $f'(x) = 0$ cũng ra được kết quả $x = 10$

Câu 40. Đáp án C.



Ta có: $V_{QBMN} = \frac{1}{3}.d\left(Q;(BMN)\right).S_{BMN}\,(1)$.

Rõ ràng ta nhận thấy hình tứ diện QBMN và hình hộp $ABCDA'B'C'D'$ có chiều cao bằng nhau. Nên ta chỉ đi tìm tỉ lệ $\frac{S_{BMN}}{S_{ABCD}}$.

Ta có $S_{ABCD} = S_{DMN} + S_{ABM} + S_{BNC} + S_{BMN}$

$\Rightarrow S_{BMN} = S_{ABCD} = S_{DMN} - S_{AMB} - S_{BNC}$

Mặt khác ta có $\frac{S_{DMN}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{DMN}}{2S_{ADC}} = \frac{1}{2}.\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$;

$\frac{S_{ABM}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{ABM}}{2S_{ABD}} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Tương tự thì $\frac{S_{BNC}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{4}$

Khi đó $SBMN = \left(1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right)S_{ABCD}$

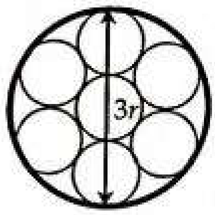
$\Leftrightarrow \frac{S_{BMN}}{S_{ABCD}} = \frac{3}{8}(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{V_{QBMN}}{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{3}{8} = \frac{1}{8}$

$\Rightarrow V_{QBMN} = \frac{V}{8}$

Câu 41. Đáp án C

<u>Phân tích:</u>

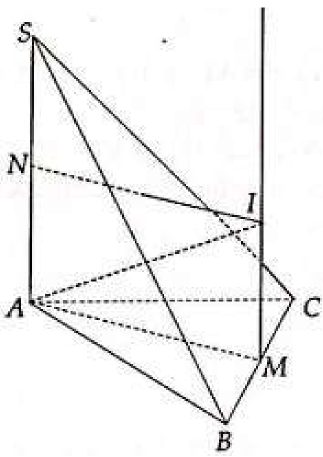


Ta có hình vẽ minh họa mặt đáy của hình đã cho như trên, khi đó ta rõ ràng nhận ra rằng $R = 3r$, đề bài thì có vẻ khá phức tạp, tuy nhiên nếu để ý kĩ thì lại rất đơn giản.

Vậy khi đó $V = B.h = (3r)^2.\pi.h = 9\pi r^2 h.$

Câu 42. Đáp án C.

<u>Phân tích:</u>



Cách xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp, tôi đã giới thiệu cho quý độc giả ở các đề trước, do vậy ở đề này tôi xin áp dụng luôn vào hình vẽ như sau:

Bước 1: vẽ trục đường tròn của tam giác đáy. Gọi M là trung điểm của BC, khi đó thì M là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC do ABC vuông tại A. Kẻ $Mx \perp (ABC)$ khi đó Mx là trục đường tròn của tam giác đáy ABC.

Bước 2: lấy giao điểm của trục đường tròn với trung trực của cạnh bên.

Kẻ NI là trung trực của SA $(I \in Mx)$. Khi đó I chính là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chóp SABC.

Cách diễn giải phía trên thì khá lằng nhằng, tuy nhiên lúc làm bài thi, khi tư duy nhanh, điều này lại trở nên khá đơn giản.

Ta đi tìm $R = IA$. Tứ giác ANIM là hình chữ nhật do đó $IA = \sqrt{AM^2 + MI^2}$

$= \sqrt{\frac{BC^2}{4} + \frac{SA^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 43. Đáp án C

Phân tích: Đây là bài toán mở đầu phần Oxyz khá đơn giản, chỉ yêu cầu kĩ năng về mặt nhẩm nhanh. Ta có I là trung điểm của AB thì $x_A = 2x_I - x_B = 24$, chỉ cần nhẩm đến đây đã chọn luôn được C mà không cần tính tiếp $y_A; z_A$. Hãy chú ý linh hoạt trong mọi tình huống để tối giản thời gian hết mức có thể.

Câu 44. Đáp án D.

Phân tích: Do $M \in Ox$ nên $M(x;0;0)$.

Do M cách đều hai mặt phẳng đã cho nên ta có phương trình: $\frac{|x+1|}{\sqrt{1+2^2+(-2)^2}}$

$= \frac{|2x-5|}{\sqrt{2^2+2^2+1}} \Leftrightarrow |x+1| = |2x-5|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 6 \\ x = \frac{4}{3} \end{array}\right.$. Do đó ta chọn D.

Câu 45. Đáp án B

Phân tích: Đây là dạng toán cơ bản của phần phương trình mặt phẳng trong không gian. Ta tìm vtpt của mặt phẳng bằng cách tìm tích có hướng của hai vecto $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-3;12;7); \overrightarrow{AC}(-1;3;1)$

Quý độc giả có thể bấm máy tính để tính tích có hướng của hai vecto như ở các đề trước tôi đã hướng dẫn và quý độc giả sẽ nhận được kết quả như sau:

$\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right] = (-9;-4;3)$. Khi đó mặt phẳng (ABC) đi qua $A(1;-3;0)$ và vtpt $\vec{n} = (-9;-4;3)$ nên phương trình (ABC):

$-9(x-1) - 4(y+3) + 3z = 0$

$\Leftrightarrow (ABC): -9x - 4y + 3z - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (ABC): 9x + 4y - 3z + 3 = 0$

Câu 46. Đáp án A.

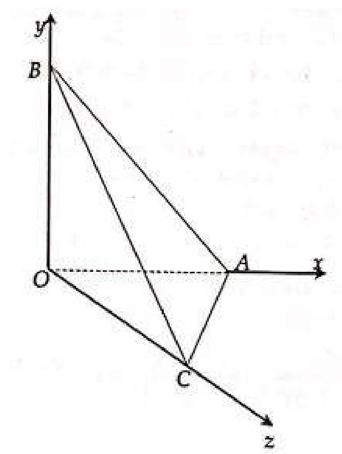
Phân tích: Ta có phương trình mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ có vtpt

$\vec{n}=(a;b;c)$. Khi đó $\vec{n}=(2;-5;-1)$ chính là trùng với vecto ở ý A. $(-4;10;2)$

Câu 47. Đáp án D

Phân tích: Ta có $A\in Ox; B\in Oy; C\in Oz$ do đó $A(x;0;0); B(0;y;0); C(0;0;z)$.

Khi đó lần lượt thay tọa độ các điểm trên vào phương trình mặt phẳng $2x-3y+5z-30=0$ thì ta lần lượt được $A(15;0;0); B(0;-10;0); C(0;0;6)$



Từ hình vẽ trên ta nhận thấy tứ diện OABC có các cạnh bên OA;OB;OC đôi một vuông góc, do đó

$V_{OABC}=\frac{1}{3}OA.OB.OC.\frac{1}{2}=\frac{1}{6}.15.10.6=150$

. Nếu không để ý kĩ điểm này có thể quý độc giả sẽ đi tính thể tích của khối chóp rất phức tạp.

Câu 48. Đáp án C.

Phân tích: Ta có mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng đã cho, ở đây ta gọi là mặt phẳng (P) nên $R=d(I;(P))$

$$=\frac{|6.1+6.4-7.(-7)+42|}{\sqrt{6^2+6^2+(-7)^2}}=11$$

Vậy

$(S):(x-1)^2+(y-4)^2+(z+7)^2=121$

Câu 49. Đáp án B

Phân tích: (S) có tâm I(2;1;-1); bán kính $R=1$. Như đã học về vị trí tương đối giữa mặt phẳng và đường tròn thì ra đi so sánh khoảng cách giữa tâm I đến mặt phẳng (P) với bán kính R.

Ta có $d(I;(P))=\frac{|3.2-2.1+6.(-1)+m|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+6^2}}$

$=\frac{|m-2|}{7}$

Để (S) và (P) giao nhau thì $d(I;(P))\le R$

$\Leftrightarrow \frac{|m-2|}{7}\le 1 \Leftrightarrow |m-2|\le 7$

$\Leftrightarrow -7\le m-2\le 7 \ \Leftrightarrow -5\le m\le 9$

Câu 50. Đáp án C

Phân tích: Phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD có dạng :

$(S): x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$

. Khi đó lần lượt thay tọa độ các điểm A,B,C,D vào ta được hệ phương trình bốn ẩn như sau:

$\begin{cases} 2a+2b+d=-2 \\ 2a+2c+d=-2 \\ 2b+2c+d=-2 \\ 2a+4b+6c+d=-14 \end{cases}$. Bấm máy tính

giải hệ ở máy Vinacal ta được $\begin{cases} a=-\dfrac{3}{2} \\ b=-\dfrac{3}{2} \\ c=-\dfrac{3}{2} \\ d=4 \end{cases}$

Nếu không có máy Vinacal quý độc giả có thể nhẩm nhanh $d=-2-2a-2b$ và thay xuống ba phương trình còn lại của hệ, bấm máy tính giải hệ phương trình ba ẩn bình thường. Khi đó ta cũng được kết quả tương tự.

Vậy phương trình mặt cầu:

$x^2+y^2+z^2-3x-3y-3z+4=0$