

Lời giải chi tiết

Câu 1: Ta có $y' = x^2 - 4x + 3$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến cần tìm. Phương trình tiếp tuyến tại $M(x_0; y_0)$ có dạng $y = y'(x_0)(x - x_0) + y(x_0)$

Đường thẳng $y = 3x + 1$ có hệ số góc 3.

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng nên: $y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 4 \end{cases}$

Với $x = 0 \Rightarrow y = 1$ phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 3x + 1$

Với $x = 4 \Rightarrow y = \frac{7}{3}$ phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 3x - \frac{29}{3}$

Thử lại, ta được $y = 3x - \frac{29}{3}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn D

Câu 2: Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + 1$

Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi $y' \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 6mx + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 36m^2 - 12 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right]$

Vậy $m \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right]$ thì hàm số đồng biến trên \mathbb{R} . Chọn B

Câu 3: Thủ thuật:

Thế đáp án: Với (P) là $Ax + By + Cz + D = 0$

Nhớ công thức khoảng cách $d(A; (P)) = \frac{|Ax + By + Cz + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, dùng MTCT phím alpha nhấp vào

$$d(A; (P)) = \frac{|Ax + By + Cz + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Khoảng cách từ M đến (P) nhập $d(M; (P)) = \frac{|A.2 + B(-3) + C.1 + D|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2}} = \sqrt{14}$

Với đáp án C nhập $\begin{cases} (P): 2x + y - 3z + 16 = 0 \rightarrow \text{calc} : A = 2; B = 1; C = -3; D = 16 \\ (P): 2x + y - 3z - 12 = 0 \rightarrow \text{calc} : A = 2; B = 1; C = -3; D = -12 \end{cases}$

Thay điểm M và nhập D thấy bằng 0

Chọn C

Câu 4: ta có: $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^k \cdot x^{10-k} \cdot (-1)^k \cdot x^{-k} = \left(2x - \frac{1}{x}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^k x^{10-2k} \cdot (-1)^k$

Hệ số không chứa x ứng với $k = 5 \Rightarrow$ hệ số $C_{10}^5 \cdot 2^5 \cdot (-1)^5 = -8064$

Chọn A

Câu 5: Thủ thuật giải phương trình số phức (chứa $z; \bar{z}$)

Nhập Mode+2 (Cmplx) \Rightarrow chuyển chế độ số phức

Cách nhập số phức liên hợp :Shift+2+2"conj"+"X"

Nhập $2X + \bar{X} - 3 - i$, rồi bấm *Calc* : 100 + 0,01i $\Rightarrow 297 - 0,99i$

$$\Rightarrow (3x - 3) - (-y + 1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow z = 1 + i$$

(bấm *Calc* : 100 + 0,01i nghĩa là gán $x = 100, y = 0,01$)

Nhập $A : |iX + 2i + 1|$ rồi bấm *calc* : 1 + i + "=" $\Rightarrow A = 3$

Chọn C

Câu 6: Ta có: $f'(x) = \frac{8x^2 - 12x - 8}{(x^2 + 1)^2}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x^2 - 12x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow f(2) = -2 \\ x = -\frac{1}{2} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = -8 \end{cases}$$

Ta vẽ bảng biến thiên và thấy $\min = -2; \max = 8$

Chọn C

Câu 7: Nhập phương trình vào MTCT bằng phím Alpha

Calc từng đáp án thấy $x = 1, x = -1$ thì ra 0

Chọn C

Câu 8: Cách 1: Giải tự luận $R = IA^2 = IB^2$ và $I \in d \Rightarrow I(-1 + 2t; 1 + t; -2t)$

Vì mặt cầu đi qua A,B nên

$$IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (-2+2t)^2 + (-2+t)^2 + (-2t)^2 = (1+2t)^2 + t^2 + (-2t-1)^2 a$$

Nhập máy chuyển vế+calc: X=1000 để phá ta được

$$-19994 \Rightarrow -(20t-6) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{10} \Rightarrow I\left(-\frac{2}{5}; \frac{13}{10}; -\frac{3}{5}\right); R^2 = IA^2 = \frac{521}{100}$$

Cách 2: mẹo nhanh hơn: phương trình mặt cầu $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Vì A thuộc mặt cầu nhập 4 biến $(1-A)^2 + (3-B)^2 + (0-C)^2 = R^2$

Với A; B; C là tâm I còn D là R^2 chuyển sang dấu "-"

Với đáp án A: calc $A = -\frac{2}{5}; B = \frac{13}{10}; C = -\frac{3}{5}; D = \frac{521}{100}$ (sẽ thấy =0)

Chọn A

Câu 9: Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là

$$\frac{2x+1}{x+1} = x+m-1 \Leftrightarrow x^2 + (m-2)x + m-2 = 0(*)$$

Vì A,B là giao điểm của (C) và d nên A,B thuộc đường thẳng d và tọa độ $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình (*)

$$A(x_1; x_1+m-1); B(x_2; x_2+m-1) \rightarrow AB = (x_1-x_2)^2 + (x_2-x_1)^2 = 2(x_1-x_2)^2 = 2[(x_1+x_2)^2 - 4(x_1x_2)]$$

Theo viet: $(x_1+x_2) = 2-m; (x_1x_2) = m-2$

$$AB^2 = 12 \Leftrightarrow m = 4 \pm \sqrt{10}$$

Chọn A

Câu 10: Ta có:

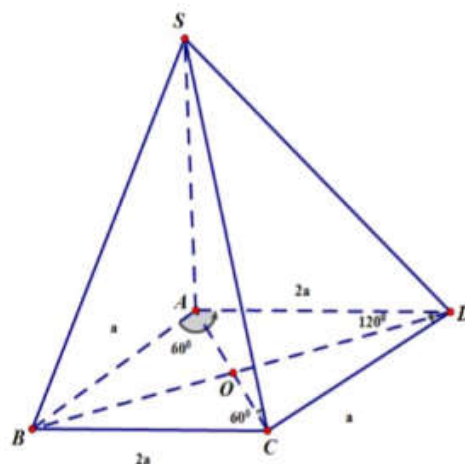
$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cos A} = a\sqrt{3}$$

$$AO = \sqrt{\frac{AB^2 + AD^2}{2} - \frac{BD^2}{4}} = a\frac{\sqrt{7}}{2} \rightarrow AC = a\sqrt{7}$$

$$\rightarrow SA = a\sqrt{21}$$

Mà $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AD \sin A = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ do đó $S_{ABCD} = a^2\sqrt{3}$

$$\text{Vậy } \frac{V}{a^3} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \sqrt{7}$$



Chọn C

Câu 11: Thủ thuật ứng dụng đạo hàm để viết phương trình tiếp tuyến đi qua 1 điểm:

Cách 1: giải tự luận

Phương trình tiếp tuyến tại $M(x_0, y_0)$ là $y = y'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0$

Tiếp tuyến qua $A(-1; -13)$ nên $-13 = y'(x_0)(-1 - x_0) + y_0$

$$\Leftrightarrow 4x_0^3 - 12x_0^2 + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = 1 \end{cases}$$

Tính $y'(2), y(2)$ suy ra tiếp tuyến $y = -48x - 61$

Tính $y'(1), y(1)$ suy ra tiếp tuyến $y = 6x - 7$

Cách 2: Trắc nghiệm: Thấy điểm $A(-1; -13)$ thuộc 2 đường thẳng ở câu A.

(câu này không có đáp án nhiễu mà A vẫn thuộc)

Câu 12: TXĐ: $D = R$

$$y' = -3x^2 + 2(m+3)x - (m^2 + 2m); y'' = -6x + 2(m+3)$$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -12 + 4(m+3) - m^2 - 2m = 0 \\ -12 + 2m + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m = 0 \\ m < 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}. \text{ Kết luận : Giá trị } m \text{ cần tìm là } m = 0, m = 2$$

Chọn đáp án a.

Câu 13: Làm tương tự câu 1, chọn đáp án A.

Câu 14: Nhớ công thức cấp số nhân $u_n = u_1 q^{n-1} \rightarrow u_{10} = u_1 q^9 \rightarrow q = \sqrt[9]{22}$ suy ra chọn D.

Câu 15: Tự luận

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{n^2 + n + 1} - n \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^2 + n + 1} + n} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} + 1} = \frac{1+0}{\sqrt{1+0+0}+1} = 1$$

Thủ thuật tính giới hạn lim

Bấm máy $\sqrt{X^2 + X + 1} - X + calc : 999 = 0,5 = \frac{1}{2}$ Chọn B

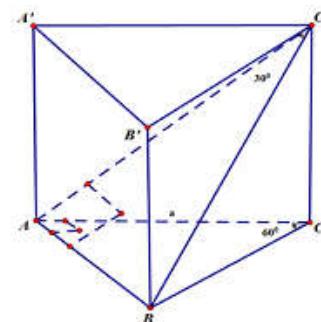
Câu 16: Hiểu công thức mũ + biến đổi mũ

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} \cdot \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^x} = \frac{9}{16} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{x}{2}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Leftrightarrow x-1 - \frac{4}{x} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 3$$

Câu 17: $AB = \tan ACB = a\sqrt{3}; C'A = \frac{AB}{\tan AC'B} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 3a$

$\rightarrow CC' = 2a\sqrt{2}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \rightarrow V = a^3\sqrt{6}$



Chọn A

Câu 18: Shirt Mode+4 (chuyển chế độ rad)

Nhập máy $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos x \cos x) \sin x dx + " = "$

Sẽ ra đáp án B

Câu 19: Giải tự luận: điều kiện $(x^2 - 3x + 2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$

Chú ý hệ số a logari $0 < a < 1$

$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1 \Leftrightarrow (x^2 - 3x + 2) \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$

Kết hợp điều kiện chọn C

Mẹo: giải trắc nghiệm

Nhập máy tính $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$ (xét lớn hơn hoặc bằng 0)

Với đáp án

Đáp án A: Bấm calc:-9999 và calc 1-0,0001 (sát 1 để kiểm tra) suy ra loại vì calc -999 ra số âm

Đáp án B: Bấm calc:0 và 2-0,0001 suy ra loại vì calc1,9999 không xác định do điều kiện

Đáp án C: Bấm cac:0; calc 1-0,0001; calc 2+0,0001; calc:3=>thỏa mãn dương và bằng 0

Chọn C

Tự xét đáp án D

Câu 20: Mẹo thấy luôn $x=0; y=2$ không thỏa mãn phương trình (1) suy ra loại B,C,D

Chọn A

Câu 21: Tự luận:

$$\cos x + \cos 3x + \cos 5x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 3x \cos 2x + \cos 3x = 0 \Leftrightarrow \cos 3x (2 \cos 2x + 1 = 0)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 3x = 0 \\ \cos 2x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$$

Các em nhập phương trình rồi calc từng đáp án. Chọn A

Câu 22: Tại điểm có hoành độ $x = -3$, ta có tung độ tương ứng $y = 10$

$$y' = \frac{7}{(x+2)^2}, y'(-3) = 7$$

Phương trình tiếp tuyến cần viết là $y = 7(x+3) + 10 \Leftrightarrow y = 7x + 31$

Chọn đáp án c.

Câu 23: Nhập shirt +mode+4 "rad"

$$\text{Nhập } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin^2 x + 2 \cos x \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}} dx = 0,693 = \ln 2. \text{ Chọn D}$$

Câu 24: Kiến thức hay về dạng trị tuyệt đối hàm mũ với a chứa ẩn:

$$|a|^{f(x)} = |a|^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

Giải phương trình trên thu được $x = 4; x = -1; x = 2$

Câu 25: Giống câu 19, nhập $\frac{\sqrt{x+2} - 5 - x}{x-7} - 1 \geq 0$. Xét giá trị dương hoặc bằng 0

Với đáp án A: calc: -9999; calc: 2 - 0,001 loại vì -999 không xác định

Với đáp án B: calc: 2 + 0,0001; calc: 7 - 0,0001 thỏa mãn vì đều dương

Với đáp án C: calc: 2; calc: 7 - 0,0001. Thỏa vì đều dương nhưng khoảng của C rộng hơn khoảng B.

Chọn C

Với đáp án D: calc: 7; calc 9999. Loại vì 7 không xác định

Câu 26: $f'(x) = 2x^2 - 2x; f''(x) = 4x - 2$

Theo đề bài, ta có: $f''(x_0) = 10 \Leftrightarrow 4x_0 - 2 = 10 \Leftrightarrow x_0 = 3$

Với $x_0 = 3 \Rightarrow f(3) = 10; f'(3) = 12$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $(3;10)$ là $y = 12x - 26$

Chọn đáp án d.

Câu 27: Thủ thuật chia số phức

Nhẩm $A+B+C+D=0$. Suy ra phương trình có nghiệm $z=1$

Tách bằng máy tính

$$\frac{X^3 - 2(i+1)X^2 + 3iX + 1 - i}{X - 1} + calc : X = 000$$

$$\text{Được kết quả } 998999 - 1999i \rightarrow z^2 - z - 1 - (2z - 1)i = z^2 - (1 + 2i)z - 1 + i$$

$$\rightarrow z^3 - 2(i+1)z^2 + 3iz + 1 - i = (z-1)(z^2 - (1+2i)z - 1 + i) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 \\ z^2 - (1+2i)z - 1 + i = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \Delta = (-(1+2i))^2 - 4(-1+i) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1+i \\ z = i \end{cases}$$

Có 3 nghiệm

Câu 28: Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m+1)x$

Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm A là: $y'(1) = -4m$

Tiếp tuyến tại A vuông góc với đường thẳng d $\Leftrightarrow y'(1) \cdot \frac{1}{4} = -1 \Leftrightarrow m = 1$

Chọn đáp án c.

Câu 29: Số phần tử không gian mẫu

$$n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$$

$$n(A) = C_2^1 \cdot C_5^1 \cdot C_3^1 + C_2^1 \cdot C_3^2 + C_2^2 \cdot C_3^1 = 39$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{39}{120} = \frac{13}{40}$$

Câu 30: Nhập phương trình vào MTCT và Calc từng đáp án.

Đáp án B

Câu 31: Ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{n^3}{n^4 + 3n^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{n^3}{n^4 \left(1 + \frac{3}{n^2} + \frac{1}{n^4}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{n \left(1 + \frac{3}{n^2} + \frac{1}{n^4}\right)} = 0. \text{ Chọn C}$$

Câu 32: Mẹo: lấy máy tính mode+5+4 “giải phương trình bậc 3”

Với đáp án A: Thay $m=2+0,0001$ và $m=-2-0,0001$, với mỗi m phương trình có 3 nghiệm nên đáp án thỏa mãn.

Tương tự thử với đáp án B,C,D thấy không thỏa. Chọn A.

Câu 33: Từ M kẻ đường thẳng song song với AC cắt SA tại

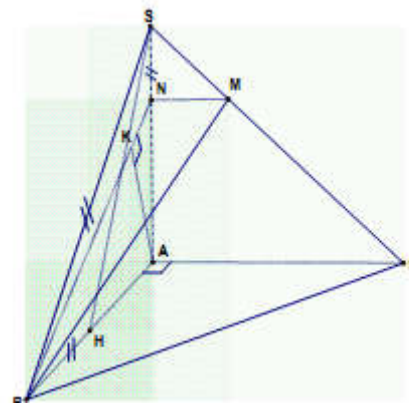
$$N \Rightarrow AC \parallel MN \Rightarrow AC \parallel (BMN)$$

$$AC \perp AB, AC \perp SH \Rightarrow AC \perp (SAB)$$

$$AC \parallel MN \Rightarrow MN \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow (BMN) \perp (SAB) \text{ theo giao tuyến BN.}$$

Ta có:



$AC \parallel (BMN) \Rightarrow d(AC, BM) = d(AC, (BMN)) = d(A, (BMN)) = AK$ với K là hình chiếu của A trên BN.

$$\frac{NA}{SA} = \frac{MC}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{ABN} = \frac{2}{3} S_{SAB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (đvdt) và } AN = \frac{2}{3} SA = 2$$

$$BN = \sqrt{AN^2 + AB^2 - 2AN \cdot AB \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{7} \Rightarrow AK = \frac{2S_{ABN}}{BN} = \frac{2 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{21}}{7}$$

$$\text{Vậy } d(AC, BM) = \frac{3\sqrt{21}}{7} \text{ (đvdd)}$$

Câu 34: Phương trình $\Leftrightarrow 3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 2(\sin^2 x + \cos^2 x)$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x - \cos x)(\sin x - 3 \cos x) = 0 \Leftrightarrow \sin x - \cos x = 0 \vee \sin x - 3 \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \tan x = 1 \vee \tan x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \vee x = \arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy phương trình có hai họ nghiệm: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Chọn A

Câu 35: Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^3$

Gọi A là biến cố “Chọn được ba quả cầu trong đó có ít nhất một quả cầu màu xanh”

Thì \bar{A} là biến cố “Chọn được ba quả cầu màu đỏ” $\Rightarrow n(\bar{A}) = C_{12}^3 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{C_{12}^3}{C_{20}^3}$

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{12}^3}{C_{20}^3} = \frac{46}{57}$

Chọn A

Câu 36: $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - \sqrt{4x - 3})(x + \sqrt{4x - 3})}{(x^2 - 9)(x + \sqrt{4x - 3})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{(x^2 - 9)(x + \sqrt{4x - 3})}$

$$L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 1}{(x + 3)(x + \sqrt{4x - 3})} = \frac{3 - 1}{(3 + 3)(3 + \sqrt{4 \cdot 3 - 3})} = \frac{1}{18}$$

Chọn C

Câu 37: $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k (3x^3)^{5-k} \cdot \left(\frac{-2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k (-1)^k 3^{5-k} \cdot 2^k \cdot x^{15-5k}$

Hệ số của của số hạng chứa x^{10} là $C_5^k (-1)^k 3^{5-k} 2^k$, với $15 - 5k = 10 \Leftrightarrow k = 1$

Vậy hệ số của x^{10} là: $C_5^1 (-1)^1 3^4 2^1 = -810$. Chọn C.

Câu 38: Ứng dụng công thức tỉ lệ thể tích

$$\rightarrow V_{S.ABMN} = \frac{V_{ABCD}}{2}$$

$$SH = HI \cdot \tan SIH = a\sqrt{3}; S_{ABCD} = 4a^2 \rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$$

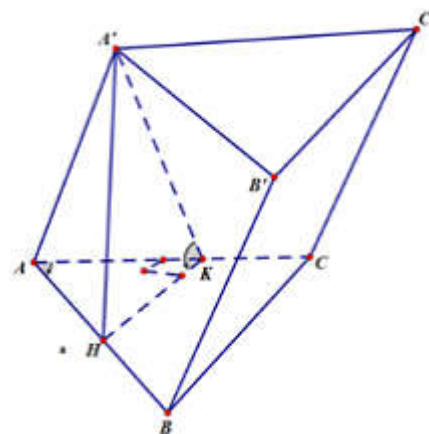
$$\rightarrow V_{ABCMN} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{2}$$

Câu 39: Hiểu cách xác định góc giữa 2 mặt phẳng

$$HK = AH \sin A = \frac{a}{2} \sin 60 = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\rightarrow SH = HK \tan SKH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \rightarrow V = SH \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{16}$$



Chọn A

Câu 40: Đường thẳng d qua điểm $B(2;1;1)$ và có một VTCP $\vec{u} = (1; -1; 2)$

Ta có $\vec{BA} = (4; 0; 1)$, suy ra mặt phẳng (P) có một VTPT $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{BA}] = (-1; 7; 4)$

Mặt khác, (P) qua A nên có phương trình $x - 7y - 4z + 9 = 0$

Câu 41: Chú ý tâm A \Rightarrow loại A và C vì $(x-1)^2$

Xét B và D

Nếu tiếp xúc thì d tiếp xúc với mặt cầu tại một điểm (tức là phương trình có một nghiệm)

$$\text{Gọi H là tiếp điểm} \Rightarrow \begin{cases} H(-1+2t; 2+t; -3-t) \\ H \in (S) \rightarrow (-1+2t-1)^2 + (2+t+2)^2 + (-3-t-3)^2 = B \end{cases} \quad (B \text{ ở đây là } 50 \text{ hoặc } 25)$$

Nhập calc $X=t=1000, B=50$ ta được $6012006 = 6t^2 + 12t + 6 = 6(t+1)^2 = 0 \Rightarrow$ có 1 nghiệm

Chọn B

Câu 42: Ta có: $4\vec{IJ} = 2(\vec{IQ} + \vec{IN})$.

Mà $\vec{IM} + \vec{IP} = \vec{0}$ do đó $\vec{IQ} + \vec{IN} = \vec{IM} + \vec{MQ} + \vec{IP} + \vec{PN} = \vec{MQ} + \vec{PN}$

$$= \frac{1}{2}(\vec{AE} + \vec{BD}) + \frac{1}{2}\vec{DB} = \frac{1}{2}\vec{AE}$$

Suy ra $4\vec{IJ} = \vec{AE}$. Từ đây tìm ra được tọa độ điểm A.

Câu 43: Theo tính chất đường trung bình của tứ giác ta có

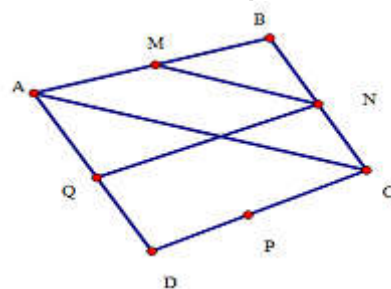
$$2\overline{EF} = \overline{AB} + \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_p - 1) = -2 \\ 2(y_p - 0) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_p = 0 \\ y_p = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy $F\left(0; \frac{3}{2}\right)$

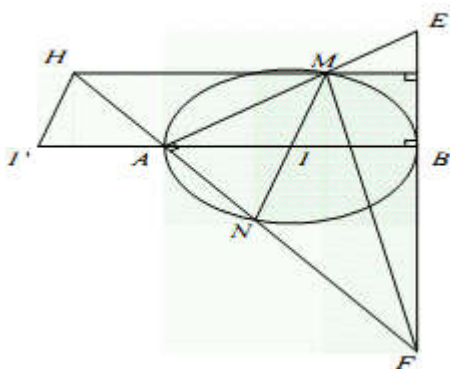
Câu 44: Ta có $\overline{ON} + \overline{OP} = (3; -1) \Rightarrow x_N + x_P = 3$

Mà $\begin{cases} \overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{AC} \\ \overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M - x_N = \frac{1}{2}(x_A - x_C) \\ x_Q - x_P = \frac{1}{2}(x_A - x_C) \end{cases}$

$$\Rightarrow x_M - x_N + x_Q - x_P = (x_A - x_C) \Leftrightarrow x_M + x_Q = (x_A - x_C) + x_N + x_P = 1 - 2 + 3 = 2$$



Câu 45:



Đường tròn (I) có tâm $I(2; -3)$ là trung điểm của AB và có bán kính $R = \frac{AB}{2} = 2$

Ta có $AF \perp ME$ (vì $\widehat{FAE} = \widehat{NAM} = 90^\circ$) nên AF là đường cao của tam giác MEF.

Suy ra H, A, F thẳng hàng.

Ta có $AI \parallel HM$ (vì cùng vuông góc với EF) nên $\frac{AI}{HM} = \frac{NI}{NM} = \frac{1}{2}$. Suy ra $HM = 2AI$

Gọi I' là điểm đối xứng của I qua A. Khi đó $I'(2; 1)$, $I'I = 2AI = HM$ và $I'I \parallel HM$. Suy ra $HMII'$ là hình bình hành. Do đó $I'H = IM = R = 2$

Mặt khác $H(2t+2; t)$ (vì H nằm trên đường thẳng $\Delta: x - 2y - 2 = 0$) và $2t+2 \in \mathbb{Z}$

$$\text{Ta có } I'H = 2 \Leftrightarrow I'H^2 = 4 \Leftrightarrow (2t+2-2)^2 + (t-1)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 5t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = \frac{-3}{5} \text{ (loại)}$$

Vậy $H(4;1)$. Đáp án a.

Câu 46: TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$+ y' = \frac{-mx + 1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$$

Hàm số ĐB trong $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0$ với mọi $x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow -mx + 1 \geq 0 \text{ mọi } x \in (0; +\infty) \quad (1)$$

. $m = 0$ (1) đúng

. $m > 0$: $-mx + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1/m$. Vậy (1) không thỏa mãn.

. $m < 0$: $-mx + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1/m$. Khi đó (1) $\Leftrightarrow \frac{1}{m} \leq 0$ (t/m)

Giá trị cần tìm là $m \leq 0$

Chọn đáp án a.

Câu 47: Điều kiện: $-2 \leq x \leq 2$. Đặt $t = \sqrt{2-x} - \sqrt{2+x}$

$$\Rightarrow t' = -\frac{1}{2\sqrt{2-x}} - \frac{1}{2\sqrt{2+x}} < 0 \Rightarrow t \in [-2; 2]$$

Phương trình trở thành: $t^2 + 2t - 4 = 2m$

Đặt $g(t) = t^2 + 2t - 4$ với $t \in [-2; 2]$

$$\Rightarrow g'(t) = 2t + 2$$

Vẽ bảng biến thiên của $g(t)$ trên $[-2; 2]$

Suy ra để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì

$$-5 < 2m < -4 \Leftrightarrow -\frac{5}{2} < m < -2$$

Câu 48: Số học sinh lớp 10A là $30 + 20 + 15 - (3 + 4 + 2) = 56$ học sinh

Học sinh vẽ biểu đồ Ven sẽ thấy rõ.

Câu 49: Ta có: $x + y = 1 \Leftrightarrow y = 1 - x$ thay vào biểu thức ta được

$$P = 9^x - 2 \cdot 3^{2-x} = 9^x + \frac{18}{3^x} = t^2 + \frac{18}{t} \text{ với } t = 3^x$$

Vì x, y dương nên $x \in (0; 1)$ suy ra $t \in (1; 3)$, bằng cách khảo sát và vẽ bảng biến thiên ta tìm được giá trị nhỏ nhất là $\frac{27}{\sqrt[3]{9}}$. Số này lớn hơn $\frac{3233}{250}$ nên đáp án A đúng.

Câu 50:

Đề thi gồm:

- 30 câu có mức độ cơ bản dành cho học sinh trung bình.
- 10 câu có mức độ dành cho học sinh khá.
- 5 câu có mức độ dành cho học sinh giỏi.
- 5 câu có mức độ dành cho học sinh xuất sắc.

Cơ cấu kiến thức trong đề phân bố như sau:

- Kiến thức trong chương trình lớp 10: 10%
- Kiến thức trong chương trình lớp 11: 20%
- Kiến thức trong chương trình lớp 12: 70%.