Câu 1:

Phân tích: Rất nhiều học sinh cho rằng: Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến khi và chỉ khi $f'(x) < 0$ trên tập xác định. Nhưng các em lưu ý rằng khi đọc kĩ quyển sách giáo khoa toán của bộ giáo dục ta thấy: -Theo định lý trang 6 sách giáo khoa: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên K thì ta có:

a) Nếu $f'(x) > 0; \forall x \in K$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên K.

b) Nếu $f'(x) < 0; \forall x \in K$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên K.

Như vậy có thể khẳng định chỉ có chiều suy ra từ $f'(x) < 0$ thì f(x) nghịch biến chứ không có chiều ngược lại.

- Tiếp tục đọc thì ở chú ý trang 7 sách giáo khoa ta có định lý mở rộng: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên K. Nếu $f'(x) \geq 0$ $(f'(x) \leq 0); \forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến (nghịch biến) trên K.

Như vậy, đối với các hàm đa thức bậc ba, bậc bốn (ta chỉ quan tâm hai hàm này trong đề thi) thì đạo hàm cũng là một đa thức nên có hữu hạn nghiệm do đó ta có khẳng định:

Hàm đa thức $y = f(x)$ là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi đạo hàm $f'(x) \leq 0; \forall x \in \mathbb{R}$

Từ đó ta đi đến kết quả:

A) $y = -x^3 + 3x - 4 \Rightarrow y' = -3x^2 + 3$

$= 3(x-1)(x+1) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$ (loại)

B) $y = -x^3 + x^2 - 2x + 1$

$\Rightarrow y' = -3x^2 + 2x - 2 = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{5}{3} < 0; \forall x \in \mathbb{R}$

(chọn)

C) $y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 1$

$\Rightarrow y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x-1)^2 \leq 0;\ \forall x \in \mathbb{R}$

Vậy đáp án đúng ở đây là đáp án D.

Nhận xét: Rất nhiều em khi không chắc kiến thức hoặc quá nhanh ẩu đoảng cho rằng y' phải nhỏ hơn 0 nên sẽ khoanh đáp án B và đã sai!!!

Câu 2:

Phân tích:

Trước tiên muốn làm được bài toán này ta cần phải hiểu đồ thị hàm số luôn nằm dưới trục hoành khi và chỉ khi:

$$y = f(x) < 0; \forall x \in \mathbb{R}$$

Lưu ý rằng: hàm số bậc ba bất kì luôn nhận được mọi giá trị từ $-\infty$ đến $+\infty$ nên ta có thể loại ngay hàm này, tức là đáp án B sai. Tiếp tục trong ba đáp án còn lại, ta có thể loại ngay đáp án A vì hàm bậc bốn có hệ số bậc cao nhất x^4 là 1 nên hàm này có thể nhận giá trị $+\infty$.

Trong hai đáp án C và D ta cần làm rõ:

C) $y = -x^4 + 2x^2 - 2 = -(x^2 - 1)^2 - 1 < 0; \forall x \in \mathbb{R}$

D) $y = -x^4 - 4x^2 + 1 = -(x^2 + 2)^2 + 5$. Thấy ngay tại $x = 0$ thì $y = 1 > 0$ nên loại ngay đáp án này.

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 3:

Ở đây, anh sử dụng định lý 2 trang 16 sách giáo khoa.

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Ta có:

$y' = x^3 - 4x = x(x^2 - 4)$

$y'(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0; x_2 = 2; x_3 = -2$

$y'' = 3x^2 - 4$

$y''(\pm 2) = 8 > 0$ nên $x = -2$ và $x = 2$ là hai điểm cực tiểu.

$y''(0) = -4 < 0$ nên $x = 0$ là điểm cực đại.

Kết luận: hàm số đạt cực đại tại $x_{CĐ} = 0$ và $y_{CĐ} = 6$. Vậy đáp án đúng là đáp án B.

<u>Sai lầm thường gặp:</u> *Nhiều em không biết định lý 2 trang 16 sách giáo khoa nên thường tính đến $y' = 0$ rồi vẽ bảng biến thiên và dự đoán có thể gây nhầm dẫn tới kết quả A. Một số em lại hoặc đọc nhầm đề là tìm cực trị hoặc hỏng kiến thức chỉ cho rằng $y' = 0$ là cực tiểu cũng có thể nhầm sang kết quả C. Đối với nhiều em làm nhanh do quá vội vàng, lại tưởng tìm $x_{CĐ}$ và cũng có thể cho là đáp án D.*

Câu 4:

Có rất nhiều thông tin trong đồ thị hàm số bên. Thế nhưng ta sẽ chỉ chọn ra tính chất đặc trưng nhất của bài toán.Đây cũng là kinh nghiệm trong thi trắc nghiệm phải có. Ta có thể kiểm tra nhanh thông qua việc tìm các tiệm cận. Rõ ràng đồ thị hàm số có hai tiệm cận là:

$$y = x + 2$$

$$x = 1$$

Khi đó, ta thấy ngay hai đáp án C và D bị loại bỏ vì chúng có tiệm cận ngang. Kiểm tra tiệm cận của hai hàm số trong A và B ta thấy ngay hàm số thỏa mãn là đáp án A . Cùng lúc ta cũng thấy ngay các tính chất khác của hàm số thì hàm A là thỏa mãn.

Câu 5:

Nhận xét: Khi $x \to 1$ hoặc $x \to -1$ thì $y \to \infty$ nên ta có thể thấy ngay $x = 1; x = -1$ là hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ngoài ra ta có:

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x+1}{|x|\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{x+1}{x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x\to+\infty} = \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = 1$$

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to+\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x+1}{|x|\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{x+1}{-x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x\to+\infty} = \frac{1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = -1$$

Như vậy $y = 1$ và $y = -1$ là hai tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đáp án là có 4 tiệm cận và là đáp án C.

Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh chỉ nhìn được hai tiệm cận đứng và cho đáp án A. Nhiều học sinh phát hiện ra tiệm cận ngang nhưng thường bỏ sót $y = -1$ do quên khai căn $\sqrt{A^2} = |A|$ và cho đáp án B. Học sinh mất gốc hay khoanh đáp án lạ là D.

Câu 6:

Đáp án A sai vì khẳng định đúng phải là: $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ là tập xác định của hàm số.

Đáp án D sai vì tâm đối xứng của đồ thị hàm số là

giao hai tiệm cận và điểm đó phải là $(1;1)$

Bây giờ, ta chỉ còn phân vân giữa đáp án B và C .

Ta cần chú ý:

Định lý 1 trang 25 sách giáo khoa Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên (a,b). Nếu $f''(x) < 0, \forall x \in (a;b)$ thì đồ thị hàm số lồi trên khoảng đó và ngược lại.

ook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/

hoc360.net

Ta có:

$$y' = -\frac{2}{(x-1)^2} \Rightarrow y'' = \frac{4}{(x-1)^2}$$

$$y'' < 0 \Leftrightarrow x < 1$$

Vậy đáp án đúng là đáp án C.

Câu 7:

Ở đây ta có hai hướng tìm giá trị nhỏ nhất:

+Một là dùng bất đẳng hức Cauchy cho hai số

dương ta có:

$$y = x + \frac{2}{x} - \left(1+\sqrt{2}\right)^2 \geq 2.\sqrt{x.\frac{2}{x}} - \left(3+2\sqrt{2}\right)$$

$$= 2\sqrt{2} - 3 - 2\sqrt{2} = -3$$

Dấu "=" xảy ra khi: $x = \sqrt{2}$

+Hai là tính đạo hàm và vẽ bảng biến thiên và nhận xét.

Như vậy, rõ ràng đáp án cần tìm là B.

Câu 8:

Với bài toán này ta cần biết góc phần tư thứ ba trên hệ trục tọa độ Oxy là những điểm có tung độ và hoành độ âm. Từ đó, đáp án đúng ở đây là đáp án D. (Lưu ý cách xác định góc phần tư, ta xác định góc phần tư theo thứ tự ngược chiều kim đồng hồ và thỏa mãn góc phần tư thứ nhất là các điểm có tung độ và hoành độ dương: $x; y > 0$

Câu 9:

$$y = \frac{x-1}{x+m} \Rightarrow y' = \frac{m+1}{(x+m)^2}$$

Điều kiện cần tìm là:

$$\begin{cases} m+1 > 0 \\ -m \notin (2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m > -1$$

Như vậy đáp án cần tìm là: C.

Câu 10: Ta có công thức vận tốc:

$$v(t)=s'(t)=\left(e^{t^2}\right)+\left(2t.e^{3t+1}\right)$$

$$=2t.e^{t^2+3}+(6t+2)e^{3t+1}$$

Với $t=1$ ta có: $10e^4\,(km/s)$. Đáp án đúng là D.

<u>Sai lầm thường gặp:</u>

$$v(t)=s'(t)=\left(e^{t^2}\right)+\left(2t.e^{3t+1}\right)$$

$$=e^{t^2}+(6t+2).e^{3t+1}$$

(do không biết đạo hàm e^{t^2} -> đáp án C)

$$v(t)=s'(t)=\left(e^{t^2}\right)+\left(2t.e^{3t+1}\right)=e^{t^2}+2.e^{3t+1}$$

(do học vẹt đạo hàm e^x luôn không đổi)

Vậy chọn đáp án B.

Câu 11:

Đối với hàm đa thức, điều kiện cần để hàm số đạt cực trị là: $y'=0$. Do đó ta có:

$$y'=3x^2-6mx+(2m+1)$$

$$y'(1)=0\Leftrightarrow 3-6m+2m+1=0\Leftrightarrow m=1$$

Thử lại với $m=1$ ta có: $y=x^3-3x^2+3x-2$

$\Rightarrow y'=3(x-1)^2$ không đổi dấu khi qua điểm 1 nên 1 không là cực trị của hàm số. Vậy đáp án của bài toán này là không tồn tại m và đáp án đúng là D.

Câu 12:

Đây là phương trình mũ dạng cơ bản. Ta có:Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh chỉ dừng lại là đáp án

$$4^x-3^x=1\Leftrightarrow\left(\frac{3}{4}\right)^x+\left(\frac{1}{4}\right)^x=1$$

Dễ thấy các hàm $\left(\frac{3}{4}\right)^x;\left(\frac{1}{4}\right)^x$ là các hàm nghịch biến nên phương trình có tối đa 1 nghiệm mà $x=1$ là một nghiệm nên phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. Vậy đáp án đúng là B.

Câu 13:

Bài này yêu cầu nhớ các công thức biến đổi của hàm logarit:

$$\log_{ab}\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{1}{2}\log_{ab}\frac{a}{b}=\frac{1}{2}\log_{ab}\frac{a^2}{ab}$$

$$=\frac{1}{2}.\left(\log_{ab}a^2-\log_{ab}ab\right)=\frac{1}{2}.\left(2\log_{ab}a-1\right)$$

Do đó, $\log_{ab}a=2$ thì ta có:

$$\log_{ab}\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{1}{2}.\left(2.2-1\right)=\frac{3}{2}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 14:

Khẳng định 1 sai. Cần phải sửa lại thành:

$$\log ab=\log|a|+\log|b|$$

Khẳng định 2 đúng. Do $\log_2 x$ là hàm đồng biến và ta có: $x^2+1\geq 2|x|$ nên ta có khẳng định đúng.

Khẳng định 3 sai. Do sử dụng máy tính ta có: $1000.\log 2=301,02999$ ...nên 2^{2010} có 302 chữ số. Khẳng định 4. Sai rõ ràng.

Khẳng định 5. Đúng do:

$$x^{\ln y}=\left(e^{\ln x}\right)^{\ln y}=e^{\ln x.\ln y}=y^{\ln x}$$

Vậy đáp án của bài toán này là 3 khẳng dịnh sai.

Đáp án A.

Câu 15:

Bài này yêu cầu nhớ tính đồng biến, nghịch biến của hàm logarit:

$$\log_3\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)<1\Leftrightarrow\log_3\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)<\log_3 3$$

$$\Leftrightarrow 0<\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)<3\Leftrightarrow\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)<\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow 1>x^2-1>\frac{1}{8}\Leftrightarrow 2>x^2>\frac{9}{8}\Leftrightarrow\sqrt{2}>|x|>\frac{3}{2\sqrt{2}}$$

Với biểu thức cuối thì ta suy ra đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Do quên các kiến thức về đồng biến nghịch biến nên có thể ra đáp án ngược lại là đáp án C hoặc D. Nếu học sinh làm nhanh cũng có thể nhầm ngay ở đáp án A , muốn đáp án A là đúng thì phải sửa lại thành

$$\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)\backslash\left[-\frac{3}{2\sqrt{2}};\frac{3}{2\sqrt{2}}\right]$$

Câu 16:

Lưu ý rằng một năm có 4 quý và lãi suất kép được hiểu là lãi quý sau bằng 2% so với tổng số tiền quý trước. Do đó, ta có ngay số tiền thu được sau 2 năm (8 quý) là:

$$1,02^8.100 \approx 117,1$$

Như vậy đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: Đọc đề nhanh tưởng hỏi là thu số tiền lãi và khi làm đúng lại ra đáp án A. Sai lầm thứ hai là không hiểu lãi suất kép và nghĩ là lãi suất đơn (tức là 2% của 100 triệu) và thu được đáp án D.

Câu 17:

Tập xác định của hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x\right)$

$$x^2-2x>0 \Leftrightarrow x\left(x-2\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>2 \end{array}\right.$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 18:

Bài này yêu cầu kiểm tra cách tính đạo hàm, ta có thể sử dụng thêm một chút kĩ thuật để đơn giản:

$$y=\frac{\left(x^2+1\right)4^x}{x}=\left(x+\frac{1}{x}\right).4^x$$

$$\Rightarrow y'=\left(1-\frac{1}{x^2}\right).4^x+\left(x+\frac{1}{x}\right).4^x.\ln 4$$

$$\Leftrightarrow y'=4^x.\frac{x^2-1+\left(x^3+x^2\right)\ln 4}{x^2}$$

$$=\left(\frac{x^3+\ln 4+\left(\ln 4+1\right)x^2-1}{x^2}\right).4^x$$

Như vậy đáp án đúng là đáp án C.

Sai lầm thường gặp: Tính toán sai dấu sau khi rút gọn, có thể nhầm sang đáp án D. Không nhớ công thức có thể sai sang A. Sai lầm đạo hàm 4^x bằng 4^x (giống hàm e^x) có thể sang đáp án B.

Câu 19:

Đạo hàm cấp hai của hàm số:

$y = 10^x \Leftrightarrow y' = 10^x \ln 10 \Leftrightarrow y'' = 10^x \ln^2 10$

Vậy đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: $\ln 10^2; \ln 20; (\ln 10)^2$ sai lầm giữa các đại lượng này.

Câu 20:

Ta có:

$\int x \sin x dx = -\int x d(\cos x) = -x\cos x + \int \cos x dx$

$= -x\cos x + \sin x$

$\Rightarrow I = (-x\cos x + \sin x)\Big|_0^{\pi} = \pi$

Bài này có thể bấm máy tính. Đáp án đúng là C.

Câu 21:

Đổi biến: $u = x^3 + 3x \Rightarrow du = 3(x^2 + 1)dx$

$\Rightarrow I = \frac{1}{3}\int_0^4 u^{1000} du = \frac{1}{3}.\frac{u^{1000}}{1001}\Big|_0^4 = \frac{4^{1001}}{3003}$

Câu 22:

Công thức tổng quát ứng với

$y_1 = f(x); y_2 = g(x); x_1 = a; x_2 = b (a < b)$

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

Do $f(x)$ đồng biến nên ta có:

$f(x) < 1 \Rightarrow x < \frac{1}{2}; f(x) \geq 1 \Rightarrow x \geq 1$

$\Rightarrow S = \int_0^1 \left|f(x) - (f(x))^2\right| dx = \int_0^1 |f(x)(f(x) - 1)| dx$

$= \int_0^{\frac{1}{2}} |f(x)|(1 - f(x)) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)(f(x) - 1) dx$

Vậy đáp án đúng là D.

Lưu ý: Cách phá dấu trị tuyệt đối. Đáp án A sai do biểu thức đầu chưa khẳng định được $f(x)>0$ nên không thể viết như thế được mà đáp án D mới đúng.

Câu 23:

Công thức đúng là đáp án A.

Câu 24:

Bài này yêu cầu nắm vững công thức: $V=\int_a^b S(x)dx$

Trong đó, a, b, S là cái gì thì bạn đọc xin xem thêm ở sách giáo khoa nhé. Gọi S(x) là diện tích của thiết diện đã cho thì:

$$S(x)=\left(2\sqrt{\sin x}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}\sin x$$

Thể tích vật thể là:

$$V=\int_0^{\pi} S(x)dx=\int_0^{\pi}\sqrt{3}\sin xdx=2\sqrt{3}$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 25: Ta có:

$$\int f(x)dx=\int\sqrt[3]{3x+1}dx=\int(3x+1)^{\frac{1}{3}}.\frac{d(3x+1)}{3}$$

$$=\frac{1}{3}.\int(3x+1)^{\frac{1}{3}}d(3x+1)=\frac{1}{3}.\frac{(3x+1)^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}}+C$$

$$\Rightarrow\int f(x)dx=\frac{1}{4}(3x+1)\sqrt[3]{3x+1}+C$$

Vậy đáp án cần tìm là C.

Câu 26:

Ta có:

$$\int e^x\cos xdx=e^x\sin x-\int e^x\sin xdx$$

$$\int e^x\sin xdx=-e^x\cos x+\int e^x\cos xdx$$

Do đó ta có:

$$\int e^x \cos x dx = e^x \sin x + e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$$

$$\Rightarrow \int e^x \cos x dx = \frac{1}{2} e^x \left(\cos x + \sin x\right)$$

Vậy đáp án đúng là A .

Lỗi sai thường gặp: Một số học sinh do không chắc kiến thức nên cứ có e^x thì cứ coi tích phân và đạo hàm không đổi nên nhầm ngay ra đáp án B. Đáp án D cũng có một số học sinh nhầm bởi phép thế không đổi dấu hoặc sai cơ bản về tích phân lượng giác.

Câu 27:

Ta có:

$$\frac{2+i}{1-i} z = \frac{-1+3i}{2+i} \Rightarrow z = \frac{(-1+3i)(1-i)}{(2+i)^2}$$

$$= \frac{(-1+3i)(1-i)(2-i)^2}{25} = \frac{22}{25} + \frac{4}{25} i$$

Vậy đáp án cần tìm là B.

Sai lầm cơ bản: Ra đáp án của z mà khoanh luôn đáp án A, do không đọc kĩ đề bài là tìm $\overline{z}$.

Câu 28: Ta có:

$z + \frac{|z|^2}{z} = z + \overline{z} = 2.\mathrm{Re}(z) = 10 \Rightarrow \mathrm{Re}(z) = 5$ Vậy đáp án là B.

Câu 29:

Đặt $z = a + bi$ thì

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}; |z+i| = \sqrt{a^2 + (b+1)^2}$$

Khi đó ta có: $|z| = 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 1 \Rightarrow b \le 1$

$$|z+i| = \sqrt{a^2 + (b+1)^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + 2b + 1} = \sqrt{2b+2} \le \sqrt{2.1+2} \le 2$$

Do đó, giá trị lớn nhất đạt được bằng 2 khi:

$a = 0; b = 1$ và $z = i$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 30:

Ta có:

$$z^3 = \overline{z} \Leftrightarrow |z|^3 = |z^3| = |\overline{z}| = |z| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |z| = 0 \\ |z| = 1 \end{array}\right.$$

Như vậy khẳng định A sai.

Ta nhận thấy $z = 1$ và $z = i$ đều thỏa mãn phương trình nên B là đúng.

Rõ ràng từ $|z| = 0; |z| = 1$ thì ta thấy ngay phần thực của z không lớn hơn 1 nên khẳng định C cũng đúng.

Vậy đáp án cần tìm là D.

Câu 31:

Mỗi số phức $z = x + yi$ được biểu diễn bởi một điểm $(x; y)$. Do đó ta có tập số phức z thỏa mãn là:

$$|x + 3i + yi - 2| = 10 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 100$$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 32:

$$\overline{z} = a - bi \Rightarrow i.z = ia + b$$

$$\Rightarrow z + 2i.\overline{z} = a + bi + 2(ia + b) = (a + 2b) + (b + 2a)i$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 3 \\ b + 2a = 3 \end{cases} \Rightarrow a = b = 1 \Rightarrow P = 1^{2016} + 1^{2017} = 2$$

Vậy đáp án đúng là B.

<u>Sai lầm thường gặp:</u>

$$\overline{z} = a - bi \Rightarrow i.\overline{z} = ia - b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 2b = 3 \\ b + 2a = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{9}{5} \\ b = -\dfrac{3}{5} \end{cases}$$ => Đáp án C

Câu 33:

Đáp án đúng ở đây là đáp án C. Câu hỏi này nhằm kiểm tra lại các công thức của hình nón.

$$V = \frac{1}{3}.\pi r^2 h; S_{xq} = \pi rl; S_{tp} = \pi r^2 + \pi rl$$

Câu 34: Đáp án đơn thuần của bài toán là:

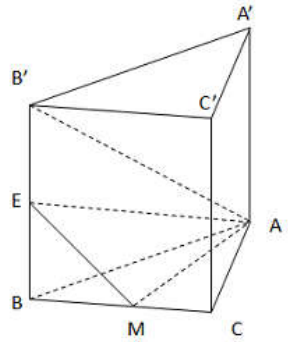
$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}.1.3 = 1$$

Đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Nếu không đọc kĩ đề bài có thể ra bất cứ đáp án nào trong ba đáp án còn lại.

Câu 35:

Gọi E là trung điểm của BB'. Khi đó $(AME)//B'C$ nên ta có:



$$d_{(B,(AME))} = d_{(B'C,(AME))} = d(B'C; AM)$$

Ta có: $d_{(B;(AME))} = h$

Tứ diện BEAM có các cạnh BE, BM, BA đôi một vuông góc nên là bài toán quen thuộc.

$$\Leftrightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{BE^2} + \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BM^2} = 7 \Rightarrow h = \frac{1}{\sqrt{7}}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 36:

Ta có công thức:

$$V_{Hình\ lập\ phương} = a^3$$

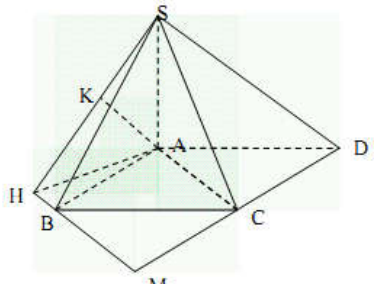
$$V_{Hình\ cầu} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}.\pi.\left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi}{6}a^3$$

$$\Rightarrow \frac{V_{hình\ lập\ phương}}{V_{Hình\ cầu}} = \frac{6}{\pi}$$

Vậy đáp án đúng là C.

<u>Sai lầm thường gặp:</u> Cho rằng bán kính bằng đường kính nên thường ra đáp án D. Ngoài ra cũng có thể nhầm lấy thể tích hình cầu chia cho thể tích hình lập phương.

Câu 37:



Gọi M sao cho ABMC là hình bình hành

Vẽ AH vuông góc với BM tại H, AK vuông góc SH tại K

Suy ra, AK vuông góc (SBM)

Ta có:

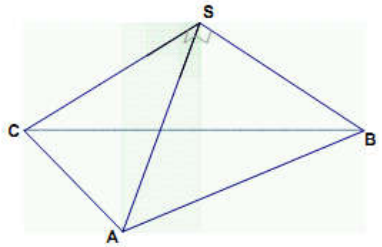
$$\frac{1}{AK^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{2a^2}+\frac{4}{2a^2}=\frac{5}{2a^2}$$

Vì AC song song (SMB) suy ra

$$d\left(AC,SB\right)=d\left(A;\left(SBM\right)\right)=AK=\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 38:



Chứng minh: $SA\perp mp\left(SBC\right)$

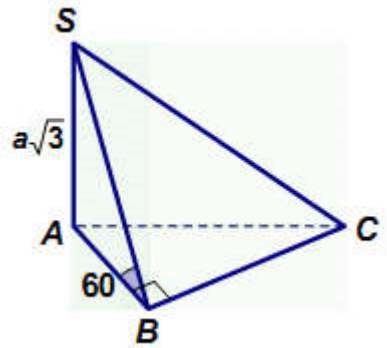
$$\Rightarrow V_{S.ABC}=V_{A.SBC}=\frac{1}{3}S_{SBC}.SA$$

$$S_{SBC}=\frac{1}{2}SB.SB.\sin 120^0=\frac{1}{2}.1^2.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$$

Vậy: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}\frac{\sqrt{3}}{4}.1=\frac{\sqrt{3}}{12}$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 39:



Ta có:

$SA \perp AB, SA \perp AC, BC \perp AB, BC \perp SA$

Suy ra, $BC \perp (SAB)$ nên: $BC \perp SB$

Do đó, tứ diện S.ABC có 4 mặt đều là các tam giác vuông.

Ta có: AB là hình chiếu của SB lên (ABC) nên $SBA = 60^0$

$$\tan SBA = \frac{SA}{AB} \Rightarrow AB = \frac{SA}{\tan SBO} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a(=BC)$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 + a^2} = 2a$$

Do đó ta có:

$$S_{TP} = S_{\Delta SAB} + S_{\Delta SAC} + S_{\Delta ABC}$$

$$= \frac{1}{2}(SA.AB + SB.BC + SA.AC + AB.BC)$$

$$= \frac{1}{2}\left(a\sqrt{3}.a + 2a.a + a\sqrt{3}.a\sqrt{2} + a.a\right) = \frac{3 + \sqrt{3} + \sqrt{6}}{2}.a^2$$

Vậy đáp án cần tìm là A.

Câu 40:

Lưu ý công thức tỉ lệ thể tích chỉ dùng cho chóp tam giác chung đỉnh và tương ứng tỉ lệ cạnh. Ta có:

$$\frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}} + \frac{V_{SMQP}}{V_{SADC}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC} + \frac{SM}{SA}.\frac{SQ}{SD}.\frac{SP}{SC}$$

$$= \frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4} + \frac{1}{2}.\frac{1}{5}.\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{SMNPQ}}{V_{SABCD}} = \frac{1}{2}.\left(\frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}} + \frac{V_{SMQP}}{V_{SADC}}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4} + \frac{1}{2}.\frac{1}{5}.\frac{1}{4}\right)$$

$$\Rightarrow V_{SMNPQ} = 1 + \frac{3}{5} = \frac{8}{5}$$

Vậy đáp án cần tìm là D.

<u>Sai lầm thường gặp:</u> Sử dụng công thức sai:

$$\frac{V_{SMNPQ}}{V_{SABCD}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}.\frac{SQ}{SD} \rightarrow \text{đáp án A}$$

Câu 41:

Gọi O là giao điểm của BC và AD. Khi quay hình ABCD quanh BC tức là tam giác vuông OBA quanh OB và tam giác vuông OCD quanh OC. Mỗi hình quay sẽ tạo ra một hình nón nên hình tạo ra sẽ tạo ra 2 hình nón.

Vậy đáp án đúng là D.

Câu 42:

Theo đề bài ta có: $V = 18000\,cm^3, h = 40\,cm$

Do đó, ta có:

$$V = \frac{1}{3}.\pi r^2 h \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{3.18000}{40\pi}}$$

$$\Rightarrow r \approx 20,72\,cm$$

Vậy bán kính của hình tròn là $r = 21\,cm$

Câu 43:

Đáp án A sai vì $\vec{a}.\vec{b} = 0.1 + 0.1 + 1.0 = 0$

Đáp án B đúng vì:

$$\cos\left(\vec{b},\vec{c}\right) = \frac{\vec{b}.\vec{c}}{\left|\vec{b}\right|.\left|\vec{c}\right|} = \frac{1.1 + 1.1 + 0.1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2}.\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Đáp án C sai vì:

$\left|\vec{b}\right| = \sqrt{2}; \left|\vec{c}\right| = \sqrt{3}; \left|\vec{a}\right| = 1$. Không thỏa mãn đẳng thức.

Đáp án D sai vì: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (2;2;2)$

Câu 44: Công thức tích có hướng:

$$\vec{u} = (x;y;z); \vec{v} = (x';y';z')$$

$$\Rightarrow \left[\vec{u},\vec{v}\right]=\left(\begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix};\begin{vmatrix} z & x \\ z' & x' \end{vmatrix};\begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix}\right)$$

Do đó ta có:

$$\left[\vec{a};\vec{b}\right]=\left(2.1-1.3;3.(-2)-1.1;1.1-(-2).2\right)=\left(-1;-7;5\right)$$

Vậy đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Tính sai định thức và dẫn tới đáp án A.

Câu 45: Bài này đơn thuần dùng công thức:

$$V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right].\overrightarrow{BA}\right|$$

Ta có: $\overrightarrow{BC}=\left(1;0;-2\right);\overrightarrow{BD}=\left(0;-1;-2\right);\overrightarrow{BA}=\left(1;2;1\right)$

Do đó ta có: $\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=\left(-2;2;-1\right)$

$$\Rightarrow V_{ABCD}=\frac{1}{6}.\left|\left(-2;2;-1\right).\left(1;2;1\right)\right|=\frac{1}{6}.\left|-2+4-1\right|=\frac{1}{6}$$

Vậy đáp án đúng là B.

<u>Sai lầm thường gặp:</u> Tùy do thiếu hệ số $\frac{1}{6}$ hay nhớ nhầm sang $\frac{1}{3}S.h$ ở công thức thể tích mà đưa ra kết quả sai.

Câu 46:

Dễ thấy chỉ có khẳng định C là đúng.

Câu 47:

Bài này ta cần kiểm tra có bốn điểm nào đồng phẳng hay không? Và câu trả lời là không? Bạn đọc tự suy ngẫm. Do đó, có 3 điểm tạo thành 1 mặt phẳng và có tất cả: $C_5^3=10$ mặt phẳng. Đáp án đúng là D.

Câu 48:

Ta có: $\overrightarrow{AB}=\left(3;1;-1\right)$. Phương trình mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vectơ pháp tuyến nên ta có:

$$\left(P\right):3\left(x-x_A\right)+\left(y-y_A\right)-\left(z-z_A\right)=0$$

$$\left(P\right):3x+y-z+4=0$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 49: Giao điểm $A\left(x_0;y_0;z_0\right)$ của $d_1;d_2$ thỏa mãn

$$\begin{cases} \dfrac{x_0+1}{2} = \dfrac{y_0}{3} = \dfrac{z_0-1}{3} \\ \dfrac{-x_0+1}{2} = \dfrac{y_0}{1} = \dfrac{z_0-1}{1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-x_0+1}{2} = 3\frac{x_0+1}{2} \Rightarrow x_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow y_0 = \frac{3}{4}; z_0 = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow A\left(\frac{-1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{7}{4}\right)$$

$$\Rightarrow d_{A/(P)} = \frac{|-1+3-7-3|}{\sqrt{2^2+4^2+4^2}} = \frac{4}{3}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 50:

Ta có:

$$(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$$

Do đó, đáp án đúng là C.