Đáp án

1-	2-	3-	4-	5-	6-	7-	8-	9-	10-
11-	12-	13-	14-	15-	16-	17-	18-	19-	20-
21-	22-	23-	24-	25-	26-	27-	28-	29-	30-
31-	32-	33-	34-	35-	36-	37-	38-	39-	40-
41-	42-	43-	44-	45-	46-	47-	48-	49-	50-

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

- Đồ thị hàm số luôn nằm dưới trục hoành khi và chỉ khi $y=f(x)<0; \forall x\in\mathbb{R}$

- Hàm số bậc ba bất kì luôn nhận được mọi giá trị từ $-\infty$ đến $+\infty$ nên ta có thể loại ngay hàm này, tức là đáp án B sai. Tiếp tục trong ba đáp án còn lại, ta có thể loại ngay đáp án A vì hàm bậc 4 có hệ số bậc cao nhất x^4 là 1 nên hàm này có thể nhận giá trị $+\infty$. Trong hai đáp án C và D ta cần làm rõ:

C. $y=-x^4+2x^2-2=-\left(x^2-1\right)^2-1<0$

D. $y=-x^4-4x^2+1=-\left(x^2+2\right)^2+5>0$. Thấy ngay tại $x=0$ thì $y=10$ nên loại ngay đáp án này.

Câu 2: Đáp án B

Viết lại $y=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}=x+2+\dfrac{4}{x-1}\Rightarrow y'=1-\dfrac{4}{(x-1)^2}=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$

Hàm số đồng biến khi và chỉ khi $y'\ge 0\Leftrightarrow x^2-2x-3\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le 1\\ x\ge 3\end{array}\right.$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$

Câu 3: Đáp án A

- 1 sai chỉ suy ra được $f'(x)\ge 0 \forall x\in(a;b)$

- 2 sai $f(x_1)<f(x_2)$ với mọi $x_1>x_2$ thuộc $(a;b)$ thì hàm số mới nghịch biến trên $(a;b)$

-3 sai nếu $x=m$ là nghiệm kép thì nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên (m,b) thì hàm số f(x) đồng biến trên (a,m).

- 4 sai vì f(x) có thể là hàm hằng, câu chính xác là: Nếu $f'(x)\ge 0\forall x\in(a,b)$ và phương trình $f'(x)=0$ có hữu hạn nghiễm thì hàm số đồng biến trên $(a;b)$.

Câu 4: Đáp án B

Xét hàm số $f(x)=-x^2+(2m-1)x^2-\left(m^2+8\right)x+2$

Ta có $f(x)=-3x^2+4(2m-1)x-m^2+8$

$f''(x)=-6x+4(2m-1)$

$x=-1$ là điểm cực tiểu của hàm số f(x) khi và chỉ khi $\begin{cases} f'(-1)=0\\ f''(-1)>0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(-1)=0 \\ m^2+8m-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-9 \end{array}\right.$$

Với $m=1$ ta có $f''(-1)>0$

Với $m=-9$ ta có $f''(-1)<0$

Vậy $x=-1$ là điểm cực tiểu của hàm số $f(x)=-x^3+(2m-1)x^2-(m^2+8)x+2$ khi và chỉ khi $m=1$

Câu 5: Đáp án B

- 1 là định nghĩa cực đại sách giáo khoa.

- 2 là định lí về cực trị sách giáo khoa.

- Các khẳng định 3, 4 là các khẳng định sai.

Câu 6: Đáp án B

Ta cần xác định phương trình $(x-m)(m^2x-x-1)=0$ có ít nhất mấy nghiệm

Hiển nhiên $x=m$ là một nghiệm, phương trình còn lại $mx^2-x-1=0$ có 1 nghiệm khi $m=0$

Còn khi $m\neq 0$, phương trình này luôn có nghiệm do $ac<0$. Vậy phương trình đầu có ít nhất 2 nghiệm.

Câu 7: Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x-\frac{4}{x}=x+3(x\neq 0)\Leftrightarrow x^2-3x-4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=-1\Rightarrow y_1=2 \\ x_2=4\Rightarrow y_2=7 \end{array}\right.$$

Vậy $y_2-3y_1=1$

Câu 8: Đáp án A

TH1: $m+1=0$, hàm số đã cho là hàm bậc 2 luôn có cực trị.

TH2: $m+1\neq 0, y'=(m+1)x^2-2x+2m+1, y'>0\Leftrightarrow m\in\left(-\frac{3}{2};0\right)\setminus\{-1\}$. Tổng hợp lại chọn A

Câu 9: Đáp án D

Hàm số đã cho có tập xác định là $D=(-\infty;-\sqrt{2})\cup(-1;1)\cup(\sqrt{2};+\infty)$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1, \lim\limits_{x\to-\infty} y=-1$ suy ra $y=-1, y=1$ là các TCN,

$\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}^-} y=+\infty, \lim\limits_{x\to-1^+} y=+\infty, \lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty, \lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+} y=+\infty$ suy ra có 4 đường TCĐ.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 6 đường tiệm cận.

Câu 10: Đáp án D

- Góc phần tư thứ ba trên hệ trục tọa độ Oxy là tập hợp những điểm có tung độ và hoành độ âm.

- Đáp án đúng ở đây là **đáp án D.** Nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$ là hoành độ của giao điểm, vì giao điểm nằm ở góc phần tứ thứ Ba nên có hoành độ âm nghĩa là phương trình có nghiệm âm.

- Lưu ý cách xác định góc phần tư, ta xác định góc phần tư theo thứ tự ngược chiều kim đồng hồ và thỏa mãn góc phân tư thứ nhất là các điểm có tung độ và hoành độ dương: $x, y>0$

Câu 11: Đáp án B

Gọi n là số con cá trên một đơn vị diện tích hồ $n>0$. Khi đó:

Cân nặng của một con cá là: $P(n)=480-20n(\text{gam})$

Cân nặng của n con cá là: $n.P(n)=480n-20n^2(\text{gam})$

Xét hàm số: $f(n)=480n-20n^2, n(0;+\infty)$.

Ta có: $f'(n)=480-40n$, cho $f'(n)=0 \Leftrightarrow n=12$

Lập bảng biến thiên ta thấy số cá phải thả trên một đơn vị diện tích hồ để có thu hoạch nhiều nhất là 12 con.

Câu 12: Đáp án C

Vì không thể khẳng định được $x+1>0$ nên bước đó phải sửa lại thành:

$$\log_2|x+1|=3 \Leftrightarrow x^2+2x-63=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=7 \\ x=-9 \end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm là $\left[\begin{array}{l} x=7 \\ x=-9 \end{array}\right.$

Câu 13: Đáp án D

Điều kiện xác định: $x \neq 0$

Câu 14: Đáp án C

$$\log_{\frac{1}{5}}(2x-3)>-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3>0 \\ 2x-3<5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{3}{2} \\ x<4 \end{cases} \Leftrightarrow 4>x>\frac{3}{2}$$

Câu 15: Đáp án A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \log_2(x^2+2).\log_{2-x}2-2\ge 0 \Leftrightarrow \log_2(x^2+2).\log_{2-x}2\ge 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 2-x > 0 \\ \dfrac{\log_2\left(x^2+2\right)}{\log_2(2-x)} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2-x \geq 1 \\ \log_2\left(x^2+2\right) \geq 2\log_2(2-x) \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < 2-x < 1 \\ \log_2\left(x^2+2\right) \leq 2\log_2(2-x) \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2-x > 1 \\ x^2+2 \geq (2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x \geq \dfrac{1}{2} \end{cases} (1) \\ \begin{cases} 0 < 2-x < 1 \\ x^2+2 \leq (2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 2 \\ x \leq \dfrac{1}{2} \end{cases} (2) \end{array}\right.$$

$(1) \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} \leq x < 1$, (2) vô nghiệm. Vậy $D = \left[\dfrac{1}{2};1\right)$

Câu 16: Đáp án D

$y' = \ln x + 1$

Áp dụng công thức tính đạo hàm:

- $y = u.v \Rightarrow y' = u'.v + v'.u$

- $y = \ln x \Rightarrow y' = \dfrac{1}{x}$

Câu 17: Đáp án C

Điều kiện $a, b > 0$, lại có $\log_2 a + \log_2 b = \log_2(a+b) \Leftrightarrow ab = a+b$

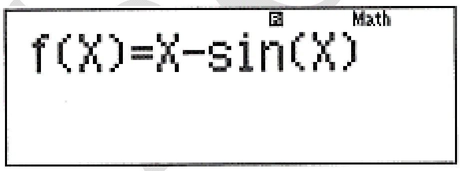
Câu 18: Đáp án D

$$y' = \left(e^x\right)'\log\left(x^2+1\right) + e^x\left(\log\left(x^2+1\right)\right)' = e^x\left(\log\left(x^2+1\right) + \frac{1}{\left(x^2+1\right)\ln 10}\right)$$

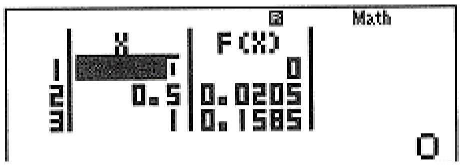
Câu 19: Đáp án C

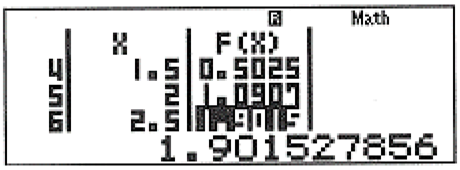
$$x^x = x^{\sin x} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \sin x \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 1$$

Chú ý: Sử dụng chức năng Table bấm Mode 7 của MTCT nhập vào hàm:



Sau đó chọn Start 0 End 5 Step 0,5 được bảng như hình vẽ ,thấy rằng $f(x) > 0$ khi $x > 0$ nên phương trình $x = \sin x$ vô nghiệm khi $x > 0$





Câu 20: Đáp án C

Phương trình đã cho tương đương $3^{2x-1}=-2m^2+m+3$ có nghiệm khi và chỉ khi

$$2m^2-m-3<0\Leftrightarrow -1<m<\frac{3}{2}$$

Câu 21: Đáp án C

Đặt $x=1,005; y=10,5$

* Cuối tháng thứ 1, số tiền còn lại (tính bằng triệu đồng) là $500x-y$

* Cuối tháng thứ 2, số tiền còn lại là $(500x-y)x-y=500x^2-(x+1)y$

* Cuối tháng thứ 3, số tiền còn lại là $500x^3-(x^2+x+1)y$

* Cuối tháng thứ n, số tiền còn lại là $500x^{n+1}-(x^n+...+x+1)y$

Giải phương trình $500x^{n+1}-(x^n+...+x+1)y=0$ thu được $n=54,836$ nên chọn C.

Câu 22: Đáp án B

Ta có: $G(t)=\int\cos\sqrt{t}dt\Rightarrow G'(t)=\cos\sqrt{t}$. Suy ra $F'(x)=\left(G(x^2)-G(0)\right)=2x\cos x$

Câu 23: Đáp án A

$$\int f(x)dx=\int\sqrt[3]{x+1}dx=\int(x+1)^{\frac{1}{3}}d(x+1)=\frac{3}{4}(x+1)^{\frac{4}{3}}+C$$

Câu 24: Đáp án D

Ta có $S=\int_0^5\left(\frac{1}{2\pi}+\frac{\sin(\pi t)}{\pi}\right)dt\approx 0,99842m$

Vì làm tròn kết quả đến hàng phần trăm nên $S\approx 1m$

Câu 25: Đáp án A

$$I=\int xd(\sin x)+\int e^{\sin x}d(\sin x)=x\sin x+\cos x+e^{\sin x}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{2}+e-2$$

Câu 26: Đáp án B

Đặt $t = 1 + x^2 \Rightarrow \frac{dt}{2} = xdx$. Vậy $I = \frac{1}{2}\int_1^2 \ln tdt = \frac{1}{2}t\ln t\Big|_1^2 - \frac{1}{2}\int_1^2 dt = \ln 2 - \frac{1}{2}$

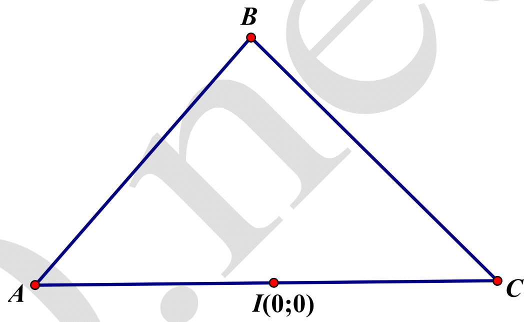
Câu 27: Đáp án A

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng ta có $S = \int_0^1 e^x dx = e - 1$

Câu 28: Đáp án A

$S_{ABC} = \sqrt{3} \Rightarrow AB = BC = CA = 2$. Chọn hệ trục vuông góc Oxy sao cho

$I(0;0), A(1;0), B(0;-\sqrt{3})$ với I là trung điểm AC. Phương trình đường thẳng AB là $y = \sqrt{3}(x-1)$, thể tích khối tròn xoay khi quay ABI quanh trục AI tính bởi



$$V' = \pi\int_0^1 \sqrt{3}(x-1)dx = \pi$$

Vậy thể tích cần tìm $V = 2V' = 2\pi$

Câu 29: Đáp án B

$z = -1 - 2\sqrt{6}i \Rightarrow \overline{z} = -1 + 2\sqrt{6}i$. Vậy phần thực bằng -1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}$.

Câu 30: Đáp án D

Gọi $z = a + bi \Rightarrow \overline{z} = a - bi\,(a, b \in \mathbb{R})$. Thay vào phương trình ta được:

$$(a^3 - 3ab^2) + (3a^2b - b^3)i = a - bi \Leftrightarrow \begin{cases} a^3 - 3ab^2 = a \\ 3a^2b - b^3 = b \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} a = 0 \\ b = \pm 1 \end{cases} \\ \begin{cases} a = \pm 1 \\ b = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2 - 3b^2 = 1 \\ 3a^2 - b^2 = -1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy phương trình phức đã cho có 5 nghiệm

Câu 31: Đáp án D

D biểu diễn cho $2 + 2i$. Số phức này có modun bằng $2\sqrt{2}$

Câu 32: Đáp án A

Ta có: $\left(1+\sqrt{3}i\right)^3=-8$ và $2017=3.672+1$

Câu 33: Đáp án B

Đặt $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Ta có:

$$\left|\frac{z-1}{z-i}\right|=1\Leftrightarrow|z-1|=|z-i|\Leftrightarrow(a-1)^2+b^2=a^2+(b-1)^2\Leftrightarrow a-b=0$$

$$\left|\frac{z-3i}{z+i}\right|=1\Leftrightarrow a^2+(b-3)^2=a^2+(b+1)^2\Leftrightarrow b=1\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$$. Vậy $\bar{z}=1-i$

Câu 34: Đáp án B

Đặt $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Ta có: $z^2+|z|^2=0\Leftrightarrow z^2+z.\bar{z}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=0\\z=-\bar{z}\end{array}\right.$

Khi đó $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=0\\a+bi=-a+bi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=0\\a=0\end{array}\right.$. Vậy tập hợp các nghiệm là tập hợp mọi số ảo.

Câu 35: Đáp án A

Vì các tam giác ABC và ABD có cùng diện tích nên $\frac{V}{V'}=\frac{d\left(M,(ABCD)\right)}{d\left(G,(ABCD)\right)}=\frac{MC}{GC}=\frac{3}{2}$

Câu 36: Đáp án A

Theo đề ta có $\widehat{SCA}=30^0$. $AC=a\sqrt{2}$ suy ra $SA=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Vậy $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$

Câu 37: Đáp án C

Gọi O là tâm của ABCD, ta có $V=\frac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{2}}.1=\frac{\sqrt{2}}{6}$

Câu 38: Đáp án A

Gọi D sao cho ABCD là hình bình hành và M là trung điểm CD. Ta có

$d\left(AB,(SC)\right)=d\left(A;(SCD)\right)=x$ với x được cho bởi $\frac{1}{x^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AM^2}\Rightarrow x=a\sqrt{\frac{3}{7}}$

Câu 39: Đáp án B

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC suy ra $SO\perp(ABC)$. Gọi M là trung điểm của cạnh SA. Trong tam giác SAO kẻ đường trung trực của cạnh SA cắt cạnh SO tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC có bán kính $R=IS=\frac{SA.SM}{SO}=\frac{3a\sqrt{2}}{4}$

Khi đó $S_{mc} = \dfrac{9\pi a^2}{2}$

Câu 40: Đáp án B

Ta chứng minh được MNPQ là hình vuông, suy ra cạnh tứ diện bằng 2, $V = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

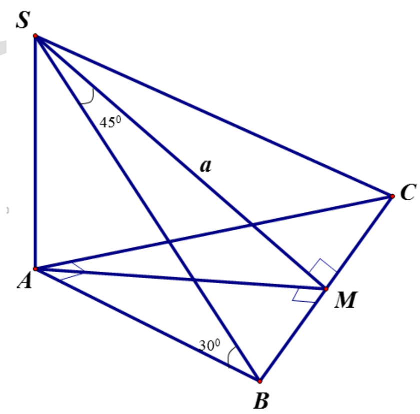
Câu 41: Đáp án D

Ta có: $S_1 = 6a^2, S_2 = \pi a^2$ suy ra $\dfrac{S_2}{S_1} = \dfrac{\pi}{6}$

Câu 42: Đáp án D

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^0$. Gọi G là trung điểm BC, ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow (SAM)$ là mặt phẳng trung trực của BC và SM là hình chiếu của SB trên $(SAM) \Rightarrow \widehat{BSM} = 45^0 \Rightarrow \Delta SBC$ vuông cân tại S. Ta có

$SM \perp BC \Rightarrow d_{(B,SC)} = SM = a \Rightarrow SB = SC = a\sqrt{2}, BC = 2a$



Tam giác SBA vuông tại A, ta có $SA = SB.\sin 30^0 = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Trong tam giác vuông SAM, ta có:

$$AM = \sqrt{SM^2 - SA^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{6}BC.AM.SA = \dfrac{a^3}{6}$

Câu 43: Đáp án B

$\vec{m} = (3.2 - 2.3 - 4; 3.(-1) - 2.0 + 1; 3.2 - 2.1 - 1) = (-4; -2; 3)$

Câu 44: Đáp án B

Cần có $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \Leftrightarrow (m-1)(m-5) > 0$

Câu 45: Đáp án D

Đường thẳng (Δ) có VTCP $\vec{u} = (5;1;1)$. Gọi điểm $M(10;2;-2) \in (\Delta)$. Ta có $\overrightarrow{AM} = (9;4;-5)$ suy ra $\overrightarrow{AM} \wedge \vec{u} = (9;-34;-11)$

$$d_{(A,(\Delta))}=\frac{\left|\overrightarrow{AM}\wedge\vec{u}\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{\frac{1358}{27}}$$

Câu 46: Đáp án A

Thay tọa độ từng đáp án vào và d chỉ có A thỏa mãn.

Câu 47: Đáp án B

Đường thẳng (Δ) có phương trình tham số $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=2+t\end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của (Δ) trên mặt phẳng (Oxy) nên $z=0$ suy ra $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=0\end{cases}$

Câu 48: Đáp án D

Tìm được $M(-1;-4;-5),N\left(-\frac{29}{9};\frac{4}{9};-\frac{5}{9}\right)\Rightarrow MN=\frac{20}{3}$

Câu 49: Đáp án D

Mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ và có bán kính $R=4$, và mặt phẳng cần tìm có dạng

$(P):4x+3y-12z+m=0$

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) nên $d_{(I,(P))}=R\Leftrightarrow\frac{|m-26|}{13}=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-26\\m=78\end{array}\right.$

Vật các mặt phẳng thỏa là: $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z-26=0\\4x+3y-12z+78=0\end{array}\right.$

Câu 50: Đáp án B

Gọi I là tâm của (S) và R là bán kính của (S), ta có: $R^2=d^2\left(I;(P)\right)+2^2=d^2\left(I;(Q)\right)+r^2$

Nếu gọi $I(x;0;0)$ thì phương trình trên đưa tớn $\left(\frac{x+1}{\sqrt{6}}\right)^2-\left(\frac{2x-1}{\sqrt{6}}\right)^2+2^2-r^2=0$

Cần chọn $r>0$ sao cho phương trình bậc 2 này có nghiệm kép, tìm được $r=\sqrt{\frac{5}{2}}$