

Đáp án

1-C	2-D	3-A	4-A	5-B	6-D	7-D	8-B	9-B	10-C
11-C	12-C	13-A	14-D	15-C	16-A	17-A	18-D	19-A	20-D
21-B	22-B	23-C	24-B	25-B	26-B	27-A	28-A	29-B	30-B
31-D	32-A	33-B	34-B	35-B	36-D	37-D	38-C	39-C	40-C
41-D	42-A	43-A	44-A	45-C	46-A	47-D	48-D	49-D	50-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

Nhận thấy hàm số đạt cực đại tại $x_{CD} = 3$, giá trị cực đại bằng 1 và đạt cực tiểu tại $x_{CT} = 1$, giá trị cực tiểu bằng $-\frac{1}{3}$.

Câu 2: Đáp án D

$$y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-1}} \quad \text{TXĐ: } D = (-\infty; 1) \cup (1; \infty).$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$ suy ra đường thẳng $y = -2$ là TCN của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2 \text{ suy ra đường thẳng } y = 2 \text{ là TCN của đồ thị hàm số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty \text{ suy ra đường thẳng } x = 1 \text{ là TCN của đồ thị hàm số.}$$

Vậy đồ thị của hàm số đã cho có tổng cộng 4 đường tiệm cận.

Câu 3: Đáp án A

$$\text{Ta có: } f'(x) = (m-1)x^2 + (3m-2)x + m^2; \quad f''(x) = 2(m-1)x + 3m - 2$$

Với $m=1$ ta có $f'(x) = x+1, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1, f''(-1) > 0$. Nên nhận $m=1$.

Với $m \neq 1, x = -1$ là điểm cực tiểu của hàm số suy ra

$$f'(-1) = 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 0 \Leftrightarrow m = 1(VL). \text{ Vậy } m = 1 \text{ thỏa.}$$

Câu 4: Đáp án A

$$\text{Hàm số } y = \frac{mx+4}{x+m} \text{ có TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$$

$y' = \frac{m^2 - 4}{(x + m)^2}$ hàm số nghịch biến khi $y' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$. Khi đó hàm số nghịch biến

trên các khoảng $(-\infty; -m)$ và $(-m; +\infty)$. Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì $1 \leq -m \Leftrightarrow m \leq -1$.
 . Vậy $-2 < m \leq -1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 5: Đáp án B

$y' = 4x(x^2 - 1) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$ do đó đáp B là đúng nhất.

Câu 6: Đáp án D

Đặt $EF = x, EC = 8 - x \Rightarrow FC = \sqrt{x^2 - (8 - x)^2} = \sqrt{16x - 64}$

Ta có $\triangle ADF \sim \triangle FCE (g.g) \Rightarrow \frac{EF}{AF} = \frac{CF}{AD}$

$$AF = \frac{EF \cdot AD}{FC} = \frac{8x}{\sqrt{16x - 64}}$$

$$y = AE = \sqrt{AF^2 + EF^2} = \sqrt{\frac{64x^2}{16x - 64} + x^2} = \sqrt{\frac{16x^3}{16x - 64}}$$

$$f(x) = \frac{16x^3}{16x - 64} \quad x \in (0; 8)$$

$$f'(x) = \frac{48x^2(16x - 64) - 16 \cdot 16x^3}{(16x - 64)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 768x^3 - 3072x^2 - 256x^3 = 0 \Leftrightarrow 512x^3 - 3072x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 6$$

BBT:

x	0	6	8	
$f'(x)$	-	0	+	
$f(x)$		\swarrow \searrow		
		108		

$$y = \sqrt{f(x)} \Rightarrow y_{\min} = \sqrt{f_{\min}} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

Câu 7: Đáp án D

Xét hàm số $y = \frac{5x + 1}{x - 1}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{5x+1}{x-1} = +\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 5$

Giao của hai đường tiệm cận là $I(1; 5)$

Câu 8: Đáp án B

Đường thẳng (d) đi qua $A(0; 2)$ có phương trình là: $y = mx + 2$

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{x-2} = mx + 2 (x \neq 2)$

$\Leftrightarrow f(x) = mx^2 - 2mx - 5 = 0$, ta có $\Delta' = m^2 + 5m$. Để đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại 2 điểm thuộc 2

nhánh của đồ thị (C) thì:
$$\begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 + 5m > 0 \Leftrightarrow m > 0 \\ m.f(2) < 0 \end{cases}$$

Câu 9: Đáp án B

Sử dụng MTCT thay các giá trị của đáp án vào ta được

$y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{6}\right) \approx -0,621, y\left(\frac{\pi}{3}\right) \approx 0,081, y(\pi) \approx 5,568, y(2\pi) = 2\pi\sqrt{3}$

Rõ ràng giá trị nhỏ nhất của hàm số đạt tại $x = \frac{\pi}{6}$

Câu 10: Đáp án C

Ta có: $y = \frac{-x^2 + 2x - 5}{x-1} = -x + 1 - \frac{4}{x-1}$. Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ suy ra $y_0 = -x_0 + 1 - \frac{4}{x_0-1}$, ta có

$$x_0, y_0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{4}{x_0-1} \begin{cases} x_0 - 1 = \pm 1 \\ x_0 - 1 = \pm 2 \\ x_0 - 1 = \pm 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = 0 \\ x_0 = 3 \\ x_0 = -1 \\ x_0 = -3 \\ x_0 = 5 \end{cases} \text{ . Vậy có 6 điểm có tọa độ nguyên.}$$

Câu 11: Đáp án C

Gọi $a, b(\text{cm}) (a > 0, b > 0)$ là độ dài chiều dọc và chiều ngang của trang chữ suy ra kích thước trang giấy là $a + 6, b + 4$

Ta có: $a \cdot b = 384 \Rightarrow b = \frac{384}{a} \quad (1)$

Diện tích trang sách là: $S = (a + 6)(b + 4) \Leftrightarrow S = 4a + \frac{2304}{a} + 408$

Theo bất đẳng thức CAUCHY ta có: $\Leftrightarrow S \geq 2\sqrt{4a \cdot \frac{2304}{a}} + 408 = 600$

Suy ra $\text{Min}S = 600 \Leftrightarrow 4a = \frac{2304}{a} \Leftrightarrow a = 24$, suy ra chiều dọc và chiều ngang tối ưu là: 30cm, 20cm

Câu 12: Đáp án C

$$y' = \left(\sqrt{1+7^x} \right)' = \frac{(1+7^x)'}{2\sqrt{1+7^x}} = \frac{7^x \ln 7}{2\sqrt{1+7^x}}$$

Câu 13: Đáp án A

Ta có $(x^2 + 1)^x = e^{x \ln(x^2 + 1)}$. Do đó

$$\left[e^{x \ln(x^2 + 1)} \right]' = e^{x \ln(x^2 + 1)} \cdot \left[x \ln(x^2 + 1) \right]' = e^{x \ln(x^2 + 1)} \left[\ln(x^2 + 1) + \frac{2x^2}{x^2 + 1} \right]$$

Cách khác:

$$A = (x^2 + 1)^x \Rightarrow \ln A = x \ln(x^2 + 1) \Rightarrow \frac{A'}{A} = \ln(x^2 + 1) + x \cdot \frac{2x}{x^2 + 1} \Rightarrow A' = (x^2 + 1)^x \left[\ln(x^2 + 1) + \frac{2x^2}{x^2 + 1} \right]$$

Câu 14: Đáp án D

Cuối năm thứ I: $T_1 = a + a \cdot m = a(1 + m)$

Đầu năm thứ II:

$$T_2 = a(1 + m) + a = a \left[(1 + m) + 1 \right] = \frac{a}{(1 + m) - 1} \left[(1 + m)^2 - 1 \right] = \frac{a}{m} \left[(1 + m)^2 - 1 \right]$$

Cuối năm thứ II:

$$T_3 = \frac{a}{m} \left[(1 + m)^2 - 1 \right] + \frac{a}{m} \left[(1 + m)^2 - 1 \right] \cdot m = \frac{a}{m} \left[(1 + m)^2 - 1 \right] \cdot (1 + m)$$

Suy ra cuối năm thứ n: $T_n = \frac{a}{m} \left[(1 + m)^n - 1 \right] \cdot (1 + m)$

(Trong đó a là số tiền ban đầu, m là lãi suất, n là số tháng)

Áp dụng: $T = 2.1000\text{tr}, n = 6, m = 0,08 \Rightarrow a \approx 252,5$ triệu

Câu 15: Đáp án C

Biểu thức $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} - \frac{9}{4}}$ có nghĩa khi và chỉ khi

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} - \frac{9}{4} \geq 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} \geq \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \Leftrightarrow x^2 - 3x \leq -2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2.$$

Vậy hàm số có tập xác định là $[1; 2]$

Câu 16: Đáp án A

Ta có:
$$\begin{cases} 3a = \log_3 5 \\ 3b = \log_2 7 \Rightarrow \log_2 5 = 3ac \\ c = \log_2 3 \end{cases}$$
 Khi đó $\log_6 35 = \frac{\log_2 35}{\log_2 6} = \frac{3(b+ac)}{1+c}$

Câu 17: Đáp án A

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt[3]{a}}(a^2 \sqrt{b}) &= \log_{\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}}}(a^2 b^{\frac{1}{2}}) = 3 \log_a(a^2 b^{\frac{1}{2}}) = 3 \left(\log_a a^2 + \log_a b^{\frac{1}{2}} \right) \\ &= 3 \left(2 + \frac{1}{2} \log_a b \right) = 6 + \frac{3}{2} \log_a b \end{aligned}$$

Câu 18: Đáp án D

Biểu thức $\ln(\ln(5-x^2))$ có nghĩa khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \ln(5-x^2) > 0 \\ 5-x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 5-x^2 > 1 \Leftrightarrow x^2 < 4 \Leftrightarrow |x| < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 2$$

Vậy hàm số đã cho có tập xác định là $(-2; 2)$

Câu 19: Đáp án A

Điều kiện $0 < x \neq 1$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \log_x(x^3+1) \log_{x+1} x > 2 &\Leftrightarrow \log_{x+1}(x^3+1) > 2 \Leftrightarrow (x^3+1) > (x+1)^2 \\ &\Leftrightarrow (x+1)(x^2-x+1) - (x+1)^2 > 0 \Leftrightarrow (x+1)[(x^2-x+1) - (x+1)] > 0 \\ &\Leftrightarrow x(x+1)(x-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $(-1; 0) \cup (2; +\infty)$

Câu 20: Đáp án D

Điều kiện $x > 0$. Phương trình tương đương $-\log_2^3 x + 3 \log_2^2 x - 2 \log_2 x = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}. \text{ Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.}$$

Câu 21: Đáp án B

Thể tích khí CO₂ năm 2008 là: $V_{2008} = V \left(1 + \frac{m}{100}\right)^{10}$

Thể tích khí CO₂ năm 2016 là:

$$V_{2016} = V_{2008} \left(1 + \frac{n}{100}\right)^8 = V \left(1 + \frac{m}{100}\right)^{10} \left(1 + \frac{n}{100}\right)^8 = V \frac{(100+m)^{10} (100+n)^8}{10^{36}}$$

Câu 22: Đáp án B

Ta có $2f(x) = 2 \sin 5x \sin 2x = \cos(5-2)x - \cos(5+2)x = \cos 3x - \cos 7x$

$$\text{Suy ra } 2 \int f(x) dx = \frac{\sin 3x}{3} - \frac{\sin 7x}{7} + C \Leftrightarrow \int f(x) dx = \frac{\sin 3x}{6} - \frac{\sin 7x}{14} + C$$

Câu 23: Đáp án C

đối với câu hỏi này em nào đã đọc kĩ sách giáo khoa thì sẽ chọn ngay đáp án C, nếu C ghi như thế này

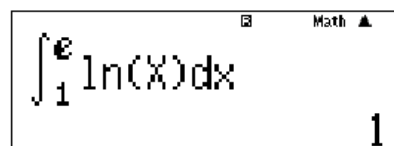
$$V = \pi \int_a^b |g^2(x) - f^2(x)| dx \text{ vẫn đúng}$$

Câu 24: Đáp án B

$$\text{Xét } \int_1^e \ln x dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = x \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \int_1^e \ln x dx = x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e dx = x(\ln x - 1) \Big|_1^e = e(1-1) - 1(0-1) = 1$$

Hs có thể sử dụng MTCT để chọn nhanh kết quả:



Math ▲

$$\int_1^e \ln(x) dx$$

1

Câu 25: Đáp án B

Ta có: $H(t) = \int \sin^2 t dt \Rightarrow H'(t) = \sin t^2$

$$\text{Khi đó } F'(x) = \left(H(\sqrt{x}) - H(1) \right)' = \frac{H'(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}} = \frac{\sin x}{2\sqrt{x}}$$

Câu 26: Đáp án B

$$\text{Xét phương trình } -x^2 + 3x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P): $y = -x^2 + 3x + 3$ và đường thẳng (d): $y = 2x + 1$ là

$$S = \int_1^2 \left| (-x^2 + 3x + 3) - (2x + 1) \right| dx = \int_{-1}^2 (2 + x - x^2) dx = \left(2x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{13}{3}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{13}{3} \text{ (đvdt).}$$

Câu 27: Đáp án A

$$\text{Ta có } f(1) = 2 \Leftrightarrow a \sin \pi + b = 2 \Leftrightarrow b = 2$$

$$\int_0^1 f(x) dx = 4 \Leftrightarrow \int_0^1 (a \sin \pi x + 2) dx = 4 \Leftrightarrow \left(\frac{-a \cos \pi x}{\pi} + 2x \right) \Big|_0^1 = 4 \Leftrightarrow a = \pi$$

Câu 28: Đáp án A

$$\text{Áp dụng công thức } (a_1 + b_1 i) + (a_2 + b_2 i) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) i$$

$$\text{Theo đó } z_1 + z_2 = (4 \cos^3 a - 3 \cos a) + i(3 \sin a - 4 \sin^3 a) = \cos 3a + i \sin 3a$$

$$\text{Suy ra } |z_1 + z_2| = (\cos^2 3a + \sin^2 3a) = 1 = |-i^2|. \text{ Vậy } |z_1 + z_2| = |-i^2|$$

Câu 29: Đáp án B

$$z = (1 + 2i)(-2 + i) \Leftrightarrow z = -4 - 3i \text{ suy ra } \bar{z} = -4 + 3i$$

Vậy phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} lần lượt là: $-4; 3$

Câu 30: Đáp án B

Ta có: $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -4$ suy ra Δ có một căn bậc hai là $2i$, phương trình có hai nghiệm:

$$x_1 = \frac{-2 - 2i}{2} = -1 - i; x_2 = \frac{-2 + 2i}{2} = -1 + i$$

Câu 31: Đáp án D

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) suy ra $\bar{z} = x - yi$. Khi đó ta được

$$\begin{cases} (x + yi)(x - yi) = 1 \\ \left| (x + yi)^2 + 2(x - yi) - 1 \right| = \sqrt{\frac{8}{27}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 1 - x^2 \\ 4x^3 - x^2 - 2x + \frac{52}{27} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y^2 = \frac{5}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{\sqrt{5}}{3} \end{cases} \text{ suy ra } z_1 = \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{5}}{3}i, z_2 = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3}i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{13}{12} \\ y^2 = -\frac{25}{144} \end{cases} (L) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = -\frac{\sqrt{5}}{3} \end{cases}$$

Vậy $3z_1 + 6z_2 = 6 - \sqrt{5}i$

Câu 32: Đáp án A

$$x + 2y + (2x - y)i = 2x + y + (x + 2y)i \Leftrightarrow (x + 2y - 2x - y) + (2x - y - x - 2y)i = 0$$

$$\Leftrightarrow (y - x) + (x - 3y)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x = 3y \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 0$$

Câu 33: Đáp án B

$$|z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

Câu 34: Đáp án B

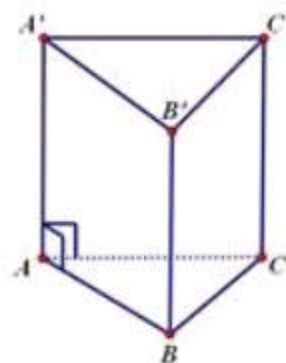
Ta có: $z = 1 + i$ là nghiệm suy ra $(1 + i)^3 + a(1 + i)^2 + b(1 + i) + c = 0$

Và $z = 2$ là nghiệm suy ra $8 + 4a + 2b + c = 0$

$$\text{Từ hai điều này ta có hệ } \begin{cases} b + c - 2 = 0 \\ 2a + b + 2 = 0 \\ 4a + 2b + c + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \\ c = -4 \end{cases}$$

Câu 35: Đáp án B

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}. \text{ Khi đó } V_{ABCA'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$$



Câu 36: Đáp án D

Gọi O là tâm hình vuông ABCD. Từ giả thiết A' cách đều các đỉnh A, B, C ta suy ra hình chiếu của A' trên mặt phẳng ABCD là O hay $A'O$ là đường cao của khối lăng trụ.

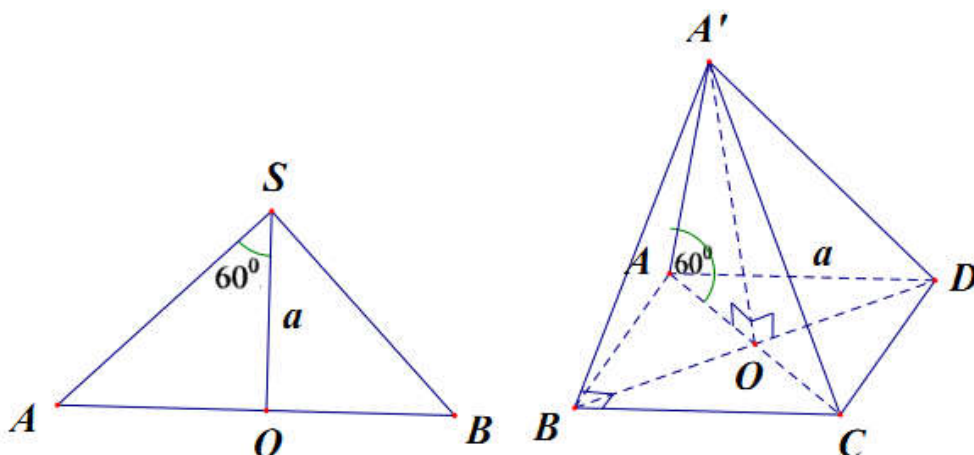
Trong tam giác $A'OA$ vuông tại A và $\widehat{A'OA} = 60^\circ$, ta có:

$$A'O = OA \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Diện tích đáy ABCD là $S_{ACDD} = a^2$

Thể tích của khối lăng trụ là $V = B.h = S_{ABCD}.A'O = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

Vậy $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$



Câu 37: Đáp án D

Đáy là tam giác đều nên bán kính r ngoại tiếp đường tròn là $r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Chiều cao của khối nón là $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Vậy thể tích cần tìm là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{27}$

Câu 38: Đáp án C

Gọi d là độ dài đường chéo của hình hộp chữ nhật. Ta có $d^2 = a^2 + (2a)^2 + (4a)^2 = 21a^2$

Gọi R, V theo thứ tự là bán kính và thể tích hình cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật cho. Rõ ràng

$d = 2R \Leftrightarrow d^2 = 4R^2$. Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{3}\pi d^3 = \frac{1}{3} \cdot 21 \cdot \pi a^3 = 7\pi a^3$

Vậy $V = 7\pi a^2$ (đvtt).

Câu 39: Đáp án C

Kẻ đường cao AH của ΔABC khi quay quanh đường thẳng BC miền tam giác ABC sinh ra hai khối nón chung đáy, bán kính đáy là $R = AH$ và chiều cao lần lượt là HB và HC

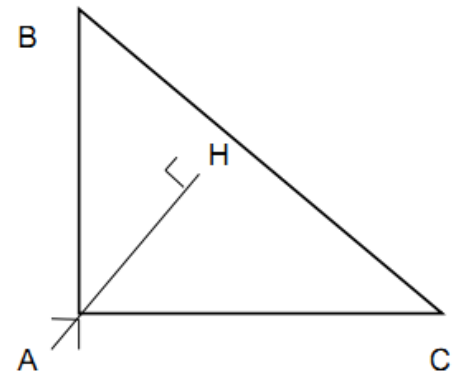
Ta có:
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{16a^2} + \frac{1}{9a^2} = \frac{25}{144a^2}$$

Suy ra
$$AH^2 = \frac{25}{144a^2}$$

Thể tích khối tròn xoay sinh ra là :

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{3}\pi AH^2 HC^2 + \frac{1}{3}\pi AH^2 HB^2 = \frac{1}{3}\pi AH^2 \cdot (HB + HC) = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{144a^2}{25} \cdot 5a = \frac{144\pi a^2}{15}$$

($HB + HC = BC = 5a$)

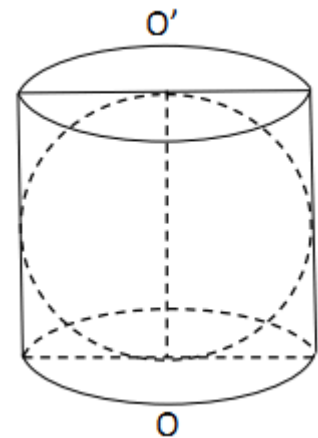


Câu 40: Đáp án C

Diện tích mặt cầu : $S_1 = 4\pi R^2$

Diện tích xung quanh của hình trụ : $S_2 = 2\pi Rl = 4\pi R^2$

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = 1$



Câu 41: Đáp án D

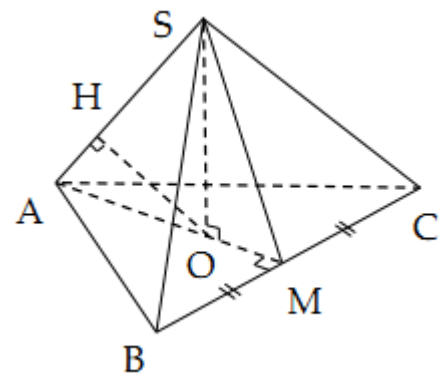
Ta có $\widehat{SAO} = 60^\circ$ (Góc giữa cạnh bên SA và đáy (ABC))

$$\Rightarrow SO = AO \cdot \tan SAO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \tan 60^\circ = a$$

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{OA^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{4}{a^2}$$

Bán kính mặt cầu (S) là $R = OH = \frac{a}{2}$

Vậy diện tích mặt cầu (S) là : $S_c = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \pi a^2$



Câu 42: Đáp án A

Phương án A: Hình chóp tứ giác đều

Chiều dài của cạnh bên là $\sqrt{h^2 + (50\sqrt{2})^2} = \sqrt{4900 + 5000} = 30\sqrt{11}$ ($h = 70$)

Độ dài cạnh đáy là: $\sqrt{20000}$

$S_{xq} = 4 \cdot \frac{1}{2}$ chiều cao mặt bên.cạnh đáy $= 2 \cdot 30\sqrt{11} \cdot 100\sqrt{2} = 6000\sqrt{22}$ (m^2)

Phương án B: Mặt cầu:

Diện tích hình tròn lớn bằng

$$20000m^2 \Rightarrow \pi R^2 = 20000 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{20000}{\pi}}; S_{\text{mat}} = 2\pi R^2 = 2\pi \frac{20000}{\pi} = 40000m^2$$

Kết luận: Vậy phương án A giúp tiết kiệm diện tích mái hơn

$$40000m^2 - 6000\sqrt{22}m^2 = 11857m^2$$

Câu 43: Đáp án A

Các em kiểm chứng **B, C, D** bằng cách lấy tích vô hướng các vec-tơ pháp tuyến. Suy ra các đáp án **B, C, D** đều đúng.

Đối với đáp án A các em giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + y + z + 3 = 0 \\ x - y - z - 1 = 0 \\ y - z + 2 = 0 \end{cases}$$

Ở đây hệ có nghiệm
$$\begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = -\frac{11}{6} \\ z = \frac{1}{6} \end{cases}$$
 nên khẳng định A sai.

Câu 44: Đáp án A

* Cách diễn đạt thứ nhất:

Gọi G, G' theo thứ tự lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, A'B'C'. Với mọi điểm T trong không gian có:

$$(1): \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = \vec{0} \Leftrightarrow (\overrightarrow{TA} - \overrightarrow{TA'}) + (\overrightarrow{TB} - \overrightarrow{TB'}) + (\overrightarrow{TC} - \overrightarrow{TC'}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{TA} + \overrightarrow{TB} + \overrightarrow{TC} = \overrightarrow{TA'} + \overrightarrow{TB'} + \overrightarrow{TC'} \quad (2)$$

Hệ thức (2) chứng tỏ. Nếu $T \equiv G$ tức là $\overrightarrow{TA} + \overrightarrow{TB} + \overrightarrow{TC} = \vec{0}$ thì ta cũng có $\overrightarrow{TA'} + \overrightarrow{TB'} + \overrightarrow{TC'} = \vec{0}$ hay $T \equiv G'$ hay (1) là hệ thức cần và đủ để hai tam giác ABC, A'B'C' có cùng trọng tâm.

Ta có tọa độ của G là: $G = \left(\frac{3+0+0}{3}; \frac{1-1+0}{3}; \frac{0+0-6}{3} \right) = (1; 0; -2)$

Đó cũng là tọa độ trọng tâm G' của $\Delta A'B'C'$

* Cách diễn đạt thứ hai:

$$\text{Ta có: } \overline{AA'} + \overline{BB'} + \overline{CC'} = \vec{0} \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (\overline{A'G'} + \overline{G'G} + \overline{GA}) + (\overline{B'G'} + \overline{G'G} + \overline{GB}) + (\overline{C'G'} + \overline{G'G} + \overline{GC}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC}) + (\overline{A'G'} + \overline{B'G'} + \overline{C'G'}) + 3\overline{G'G} = \vec{0} \quad (2)$$

Nếu G, G' theo thứ tự lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, $A'B'C'$ nghĩa là

$$\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \overline{A'G'} + \overline{B'G'} + \overline{C'G'} \text{ thì } (2) \Leftrightarrow \overline{G'G} = \vec{0} \Leftrightarrow G' \equiv G$$

Tóm lại (1) là hệ thức cần và đủ để hai tam giác ABC, $A'B'C'$ có cùng trọng tâm.

Ta có tọa độ của G là: $G = \left(\frac{3+0+0}{3}; \frac{1-1+0}{3}; \frac{0+0-6}{3} \right) = (1; 0; -2)$. Đó cũng là tọa độ trọng tâm G' của $\Delta A'B'C'$

Câu 45: Đáp án C

Phương trình chính tắc của mặt phẳng đi qua 3 điểm A, B, C là $\frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{a} = 1$

Chú ý: mặt phẳng đi qua ba điểm $M(a; 0; 0)$, $N(0; b; 0)$, $F(0; 0; c)$ có phương trình $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Câu 46: Đáp án A

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 2z + 1 = 0$ là: $\vec{n} = (2; -1; -2)$

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng $(\beta): \sqrt{3}x - \sqrt{3}y + 5 = 0$ là: $\vec{n}' = (\sqrt{3}; -\sqrt{3}; 0)$

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) . Khi đó:

$$\cos \varphi = \frac{|2\sqrt{3} - (-\sqrt{3}) + 0 \cdot -2|}{\sqrt{(3+3+0)(2^2 + (-1)^2 + (-2)^2)}} = \frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Câu 47: Đáp án D

Mặt cầu có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 50 = 0$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 8^2, \text{ suy ra tâm của mặt cầu là } I(-2; 1; -3)$$

Câu 48: Đáp án D

Khoảng cách từ $M(2;1;-1)$ đến đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$

Cách 1:

Rõ ràng đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M_0(1;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương là

$$\vec{u} = (2;1;-2), |\vec{u}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} = 3$$

Ta có:

- $\overrightarrow{M_0M} = (2-1; 1-0; -1+1) = (-1; 1; 0)$
- $\vec{u} \wedge \overrightarrow{M_0M} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = (2; -2; -1)$
- $|\vec{u} \wedge \overrightarrow{M_0M}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = 3$

Khoảng cách giữa điểm $M(2;-1;-1)$ đến đường thẳng (Δ) là:

$$d(M, (\Delta)) = \frac{|\vec{u} \wedge \overrightarrow{M_0M}|}{|\vec{u}|} = \frac{3}{3} = 1$$

Cách 2:

Phương trình tham số của đường thẳng (Δ) :

$$\text{Ta có: } \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -1 - 2t \end{cases}. \text{ Gọi } N(1+2t; t; -1-t)$$

$$\text{Ta có: } MN^2 = (2t-1)^2 - (t-1)^2 + (2t)^2 = 9t^2 - 6t + 2 = (3t-2)^2 + 1 \geq 1$$

$$\text{Gọi } f(t) = (3t-2)^2 + 1. \text{ Rõ ràng } \min_{\mathbb{R}} f(t) = f\left(\frac{1}{3}\right) = 1 \text{ suy ra } \min_{\mathbb{R}} MN = 1$$

Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng (Δ) là độ dài đoạn thẳng ngắn nhất nối điểm M với đường thẳng (Δ) ấy, bởi thế $d(M, (\Delta)) = 1$

Câu 49: Đáp án D

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (2; 3; 1)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 1)$

Đường thẳng d đi qua điểm $I(1; -2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận $\vec{n}_p = (2; 3; 1)$ làm vectơ chỉ

phương có phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + t \end{cases}$$

M là giao điểm của d và (P) nên tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \\ 2x + 3y + z - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \\ 2(1 + 2t) + 3(-2 + 3t) + (1 + t) - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 2 \\ t = 1 \end{cases}$$

Vậy $M(3; 1; 2)$

Câu 50: Đáp án A

Bán kính của mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 10z + 5 = 0$ là $R = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 5^2 - 5} = 5$