

Đáp án

1-C	2-C	3-D	4-D	5-C	6-B	7-B	8-B	9-B	10-B
11-A	12-B	13-D	14-B	15-B	16-B	17-D	18-B	19-C	20-C
21-D	22-C	23-B	24-A	25-D	26-A	27-D	28-C	29-A	30-A
31-B	32-B	33-D	34-A	35-D	36-B	37-C	38-B	39-A	40-C
41-B	42-B	43-D	44-B	45-C	46-A	47-A	48-B	49-C	50-C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

Ta có: $y' = 2 - \frac{1}{x^2}$. Tại $x = 1$ có $y'(1) = 1, y(1) = 3$

Phương trình tiếp tuyến tại $x = 1$ là $y = y'(1)(x - 1) + y(1) \Leftrightarrow y = (x - 1) + 3 \Leftrightarrow y = x + 2$

Câu 2: Đáp án C

* Đk để hàm số xác định là $1 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1 \rightarrow D = (-1; 1)$ vậy mệnh đề I đúng.

* Do hàm số có tập xác định $D = (-1; 1)$ nên không tồn tại $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y$ do đó đồ thị hàm số này không có đường tiệm cận ngang, vậy mệnh đề II sai.

* Do $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và $x = -1$.

Vậy III đúng.

$$* \text{ Ta có } y' = \frac{(x+2)' \sqrt{1-x^2} - (\sqrt{1-x^2})' \cdot (x+2)}{1-x^2} = \frac{\sqrt{1-x^2} + \frac{x(x+2)}{\sqrt{1-x^2}}}{1-x^2} = \frac{2x+1}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$$

Do y' bị đổi dấu qua $x = -\frac{1}{2}$ nên hàm số có một cực trị, vậy mệnh đề IV đúng.

Do đó mệnh đề đúng là 3.

Câu 3: Đáp án D

Xét hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3(m-1)x^2 + 9x + 1$. Tập xác định \mathbb{R}

Ta có $y' = x^2 - 6(m-1)x + 9; \Delta' = 9(m-1)^2$

Gọi $x_{1,2}$ là các nghiệm (nếu có) của $y' = 0$ ta có $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta'}}{a}$ suy ra $|x_1 - x_2| = \frac{2\sqrt{\Delta'}}{|a|}$

Hàm số nghịch biến trên $(x_1; x_2)$ với $|x_1 - x_2| = 6$ và đồng biến trên các khoảng còn lại của tập xác định khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm $x_{1,2}$ thỏa mãn.

$$|x_1 - x_2| = 6 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{\Delta'}}{|a|} = 6 \Leftrightarrow \Delta' = 9a^2 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -2 \end{cases}$$

Câu 4: Đáp án D

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên \mathbb{R} . Ta có:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2016, & x > 0 \\ x^2 + 2x + 2016, & x < 0 \end{cases} \text{ suy ra } f'(x) = \begin{cases} 2x - 2 & x \geq 0 \\ 2x + 2 & x < 0 \end{cases}$$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = -1$. Bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> \swarrow 2015 </div> <div style="text-align: center;"> \nearrow 2016 </div> <div style="text-align: center;"> \searrow 2015 </div> <div style="text-align: center;"> \nearrow </div> </div>				

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$, và đạt cực tiểu tại các điểm $x = -1$ và $x = 1$

Câu 5: Đáp án C

Ta có $f'(x) = 2(x+1), f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \in [0;1]$

Nên $m = \min_{[0;3]} f(x) = \min\{f(0); f(3)\} = \min\{6; 8\} = 6$. Vậy $m = f(0) = 6$

Câu 6: Đáp án B

Hàm số $y = \frac{3x^2 + 10x + 20}{x^2 + 2x + 3}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$y' = \frac{-4x^2 - 22x - 10}{x^2 + 2x + 3}, y' = 0 \Leftrightarrow -4x^2 - 22x - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-5	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	3	$\frac{5}{2}$	7	3	

Dựa vào bảng biến thiên ta chọn được đáp án B là đáp án đúng

Câu 7: Đáp án B

$$y' = -\frac{1}{2\sqrt{1-x}} + \frac{1}{2\sqrt{1+x}}, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Tính giá trị y tại $x \in \{\pm 1; 0\}$ cho thấy $\min y = \sqrt{2}, \max y = 2$

Câu 8: Đáp án B

Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Ox khi và chỉ khi $\frac{mx^2 + 3mx + 2m + 1}{x - 1} = 0$ vô nghiệm và $x = 1$ không là nghiệm của phương trình $mx^2 + 3mx + 2m + 1 = 0$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} m^2 - 4m < 0 \\ 6m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 4$$

Câu 9: Đáp án B

Giả sử $M(0; m) \in Oy$ thỏa yêu cầu, khi đó hệ sau có đúng 1 nghiệm $\begin{cases} \frac{2x}{x-1} = kx + m \\ \frac{-4}{(x-2)^2} = k \end{cases}$

Hay tương đương phương trình $\frac{2x}{x-1} = \frac{-4x}{(x-2)^2} + m$ có nghiệm duy nhất. Phương trình này lại tương

đương với $(2-m)x^2 + 4mx - 4m = 0$ có nghiệm kép khi $\Delta = 8m = 0$. Vậy có đúng một điểm thỏa mãn yêu cầu.

Câu 10: Đáp án B

Ba điểm cực trị là $A(0;1); B(-\sqrt{m}; 1-m^2); C(\sqrt{-m}; 1-m^2)$. Với $M\left(0; 1-\frac{1}{2}m^2\right)$ là trung điểm BC, đường trung bình $y = \frac{1}{2}$ đi qua hai trung điểm của AM nên có được $1-\frac{1}{2}m^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -1$ (chú ý $m < 0$).

Câu 11: Đáp án A

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khung hình trụ có đáy là hình vuông và khung hình trụ có đáy là hình tròn. Gọi a là chiều dài của cạnh hình vuông và r là bán kính của hình tròn. Ta có: $V_1 + V_2 = a^2 + \pi r^2$ (đơn vị thể tích).

Mà $4a + 2\pi r = 4 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}(2 - \pi r), 0 < r < \frac{2}{\pi}$. Suy ra $V(r) = V_1 + V_2 = \pi r^2 + \frac{1}{4}(2 - \pi r)^2$

$V'(r) = 2\pi r - \frac{1}{4}\pi(2 - \pi r), V'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \frac{2}{(\pi + 4)}$. Lập bảng biến thiên suy ra $V_{\min} = \left(\frac{4}{\pi + 4}\right)$

Vậy phải chia tấm sắt thành 2 phần: phần làm lăng trụ có đáy là hình vuông là $\frac{4\pi}{(\pi + 4)}(m)$

Câu 12: Đáp án B

$2^{\sqrt{x}} - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 0$

Câu 13: Đáp án D

$f(x) = 2016^x \Rightarrow f'(x) = 2016^x \ln 2016 \Rightarrow f''(x) = 2016^x \ln^2 2016$

Câu 14: Đáp án B

Đây là phương trình bậc 2 theo $\log_2 x$ với các hệ số a, c trái dấu nên có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 15: Đáp án B

Điều kiện $x > \frac{1}{2}$

Bất phương trình tương đương: $2x - 1 < 3^2 \Leftrightarrow x < 5$. Kết hợp với điều kiện ta được $\frac{1}{2} < x < 5$

Câu 16: Đáp án B

Đặt $t = \left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^{\sin x}, t > 0$. Ta được $t + \frac{1}{t} = 2 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$

Phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{0, \pi, 2\pi, 3\pi\}$. Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm trên $[0; 4\pi)$

Câu 17: Đáp án D

$$(4^x + 4^{-x} + x)' = (4^x - 4^{-x}) \cdot \ln 4$$

Câu 18: Đáp án B

$$\log_4 1250 = \frac{1}{2} \log_2 (2 \cdot 5^4) = \frac{1}{2} + 2a$$

Câu 19: Đáp án C

$$(1): VT = \log_a^2 \frac{b}{c} = \left(-\log_a \frac{c}{b} \right)^2 = \log_a^2 \frac{c}{b} = VP \Rightarrow (1) \text{ đúng}$$

$$(2): \text{Giả sử } a = 2; b = 3; c = \frac{1}{6} \Rightarrow abc = 1 \text{ suy ra không có nghĩa } \log_{abc} (\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a) = 0$$

Suy ra (2) sai.

$$(3): \text{Ta có } a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3} \right)^2 = ab \Leftrightarrow \log_7 \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2} (\log_7 a + \log_7 b)$$

Suy ra (3) đúng.

Câu 20: Đáp án C

Khẳng định: Với mọi $a > b > 1$, ta có $a^b > b^a$ là sai ví dụ ta thử $a = 31, b = 3$ thì sẽ thấy.

Câu 21: Đáp án D

$$\text{Theo đề ta có } 672,71 = 760 \cdot e^{1000i} \Leftrightarrow i = \frac{1}{1000} \ln \frac{672,71}{760}$$

$$\text{Vậy } P = 760 \cdot e^{3000 \cdot i} \approx 527 \text{ mmHg}$$

Lưu ý: Nếu các em làm tròn kết quả ngay từ lúc tính i thì sẽ cho kết quả cuối cùng là 530mmHg như vậy sẽ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 22: Đáp án C

$$\int (\sin x + \cos x) dx = -\cos x + \sin x + C$$

Câu 23: Đáp án B

Các em sử dụng MTCT sẽ tính được nhanh kết quả.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = \frac{\pi}{4} \approx 0,785$$

Câu 24: Đáp án A

$$S = \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx - \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx = \frac{37}{12}$$

Câu 25: Đáp án D

Dựa vào bảng xét dấu:

$$\text{Ta có diện tích hình phẳng } S = \int_{-1}^1 |P(x)| dx + \int_1^2 |P(x)| dx = \int_{-1}^1 P(x) dx + \int_1^2 P(x) dx$$

Câu 26: Đáp án A

$$\text{Ta có: } \sin^4 x + \cos^4 x - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \cos 4x. \text{ Khi đó } V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{12}} \frac{1}{4} \cos 4x dx = \pi \sin 4x \Big|_0^{\frac{\pi}{12}} = \frac{\pi\sqrt{3}}{2}$$

Câu 27: Đáp án D

$$\text{Chú ý } \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}+1}{4}(\sin x + \cos x) + \frac{\sqrt{3}-1}{4}(\sin x - \cos x)$$

Câu 28: Đáp án C

$$|\bar{z}| = \sqrt{1^2 + 2^2}$$

Câu 29: Đáp án A

Tọa độ các điểm $M(-1;1), N(2;3), P(5;1), Q(2;-1)$ khi biểu diễn chúng trên mặt phẳng tọa độ ta sẽ thu được hình thoi.

Câu 30: Đáp án A

Đặt $z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}$, ta có

$$(1+2i)(z-i) + 2z = 2i \Leftrightarrow (3x-3y+2) + (2x+3y-3)i = 0 \Leftrightarrow x=0, y=1$$

Vậy $z = 1$

Câu 31: Đáp án B

Đặt $z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}$, ta có

$$|zi - (2+i)| = 2 \Leftrightarrow |-y-2+(x-1)i| = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$$

Câu 32: Đáp án B

$$\text{Ta có } (1+i)^{20} = (2i)^{10} = -2^{10} \Rightarrow (1+i)^{21} = -2^{10} - 2^{10}i$$

$$\text{Suy ra } w = \frac{1 - (1+i)^{21}}{-i} = \frac{1+2^{10}}{-i} + \frac{2^{10}i}{-i} = -2^{10} + (1+2^{10})i \Rightarrow \bar{w} = -2^{10} - (1+2^{10})i$$

Phần thực bằng -2^{10} và phần ảo bằng $-(1+2^{10})$

Câu 33: Đáp án D

Đặt $z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}, z^2 = |z|^2 + \bar{z} \Leftrightarrow -x - 2y^2 + y(2x+1) = 0 \Leftrightarrow y = 0, x = 0 \vee x = -\frac{1}{2}; y = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$

Câu 34: Đáp án A

Gọi H là trung điểm AB, do SAB là tam giác đều nên $SH \perp AB$ và

$$SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

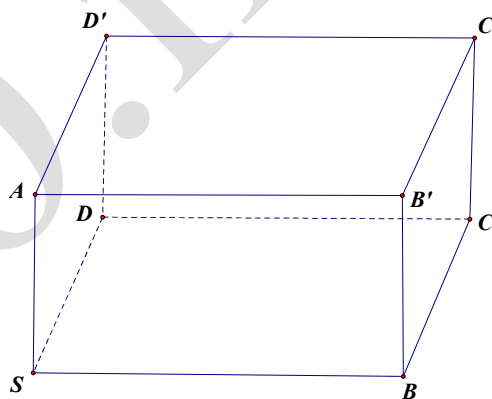
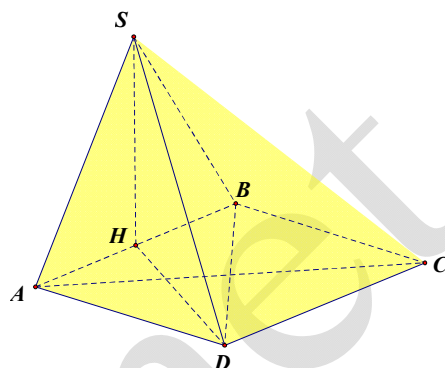
Ta có $\begin{cases} SH \perp AB \\ (SAB) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$. Mặt khác

$$\begin{cases} AC \perp SD \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHD) \Rightarrow AC \perp HD \Rightarrow \widehat{AHD} = \widehat{DAC}$$

Xét hai tam giác vuông đồng dạng AHD và DAC, ta có:

$$\frac{AH}{AD} = \frac{AD}{CD} \Leftrightarrow \frac{1}{2}CD^2 = AD^2 \text{ (vì } AH = \frac{1}{2}CD) \Rightarrow AD = a\sqrt{2}$$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}AB \cdot AD \cdot SH = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$

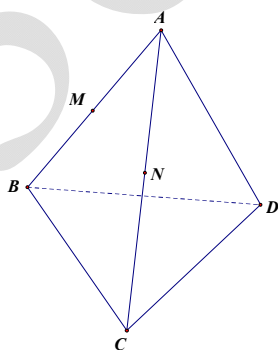


Câu 35: Đáp án D

Ta có $V' = \frac{1}{3}h \cdot S_{\text{day}} = \frac{1}{3} \cdot V$. Nên D sai

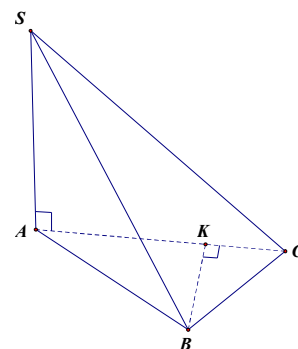
Câu 36: Đáp án B

Ta có $\frac{V_{AMND}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} \cdot \frac{AD}{AD} = \frac{1}{4}$



Câu 37: Đáp án C

Trong tam giác ABC kẻ $BK \perp AC$, mà $BK \perp SA$ suy ra $BK \perp (SAC)$

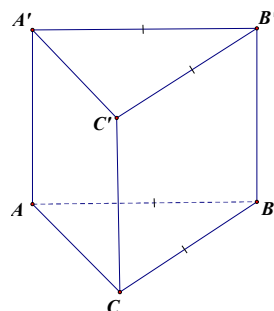


$$\text{Vậy } h = d_{(B,(SAC))} = BK = \sqrt{\frac{BA^2 \cdot BC^2}{BA^2 + BC^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Câu 38: Đáp án B

$$45^\circ = \angle(BC';(ABC)) = \angle C'BC \Rightarrow BC' = BC = a\sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{2} a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3}{\sqrt{2}}$$



Câu 39: Đáp án A

Gọi h là chiều cao của hình nón (H_1) , ta có $\frac{r}{h} = \frac{2}{3}$. Ta cần có

$$\frac{V_{(H)}}{V_{(H_1)}} = 2 \Leftrightarrow \frac{2^2 \cdot 3}{r^2 \cdot \frac{3}{2} r} = \sqrt[3]{4}$$

Câu 40: Đáp án C

Ta có: $HK // BC$ do cùng $\perp SB$ trong (SBC) , mà H là trung điểm SB nên K là trung điểm SC . Vậy có (xem a là

$$\text{đỉnh}): \frac{V}{V'} = \frac{S_{SHK}}{S_{SBC}} = \frac{1}{4}$$

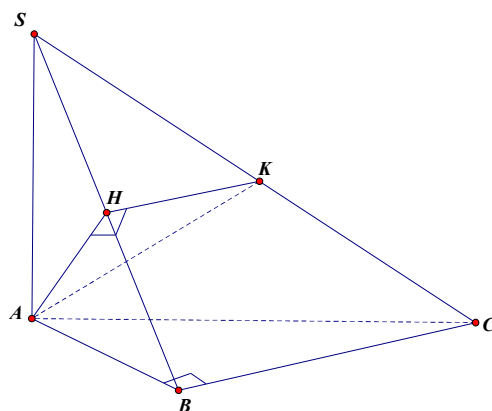
Câu 41: Đáp án B

Đường tròn ngoại tiếp BCD bán kính $r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$,

chiều cao của hình chóp là: $l = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

$$\text{Vậy } S_{xq} = 2\pi r l = \frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$$

Câu 42: Đáp án B



Vì $SA = SC$ nên $H \in BD$, lại vì $SB = SO$ nên H phải là trung điểm đoạn BO . Đặt độ dài cạnh là a , ta có:

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \sqrt{\frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{8}} \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

Câu 43: Đáp án D

Thay tọa độ các điểm vào chỉ có D thỏa mãn.

Câu 44: Đáp án B

Muốn là mặt cầu thì $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ nhưng đáp án B lại không thỏa điều này, thật vậy ta có

$$a = 1, b = -\frac{1}{2}, c = -\frac{1}{2}, d = 8 \text{ nên } a^2 + b^2 + c^2 - d < 0$$

Câu 45: Đáp án C

Sử dụng tỷ lệ thức, $\frac{m}{n+1} = \frac{n}{m} = \frac{-2}{-1} \Rightarrow \frac{m+n}{n+1+m} = 2 \Rightarrow m+n = -2$

Câu 46: Đáp án A

Phương trình tham số của đường thẳng (d_2) :
$$\begin{cases} x = 1 - k \\ y = 2 + 2k \\ z = 3 - k \end{cases}$$
 Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + mt = 1 - k \\ y = t = 2 + 2k \\ z = -1 + 2t = 3 - k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mt + k = 0 \\ t - 2k = 2 \\ 2t + k = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 0 \\ t = 2 \\ k = 0 \end{cases}$$

Khi đó (d_1) cắt (d_2) khi $m = 0$. Vậy $m = 0$ thỏa mãn.

Câu 47: Đáp án A

(P) qua l và $\perp d$ có phương trình $-x + 2y + 3 - 4 = 0, (P) \cap d$ tại $H(0; 2; 0)$

Câu 48: Đáp án B

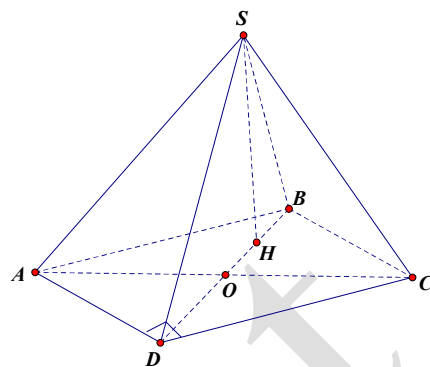
Ta có $\vec{u}_d = (2; -3; 2)$ và $\vec{n}_p = (1; -2; 2)$ và $M(1; 3; 0) \in (d)$. Khi đó $\vec{u}_d \wedge \vec{n}_p = (-2; -2; -1)$

Vậy phương trình cần tìm $2x + 2y + z - 8 = 0$

Câu 49: Đáp án C

Ta có $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$ nên tam giác OAB vuông tại O . Vậy I chính là trung điểm AB , suy ra $OI = \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{\sqrt{17}}{2}$

Câu 50: Đáp án C



Ta có $D \in Oy$ nên $D(0; d; 0)$. $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |\overline{AB} \wedge \overline{AC} \cdot \overline{AD}| = 5$ (1)

Ta có: $\overline{AB} = (1; -1; 2)$, $\overline{AC} = (0; -2; 4)$, $\overline{AD} = (-2; d-1; 1)$ suy ra $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = (0; -4; -2)$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow V_{ABCD} = |2 - 4d| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} d = -7 \\ d = 8 \end{cases}$