Đáp án

1-B	2-B	3-A	4-C	5-C	6-D	7-B	8-C	9-A	10-A
11-B	12-A	13-A	14-A	15-D	16-A	17-C	18-D	19-B	20-A
21-A	22-B	23-B	24-B	25-B	26-B	27-A	28-A	29-B	30-A
31-C	32-A	33-D	34-A	35-A	36-C	37-D	38-D	39-A	40-A
41-A	42-A	43-D	44-B	45-A	46-D	47-C	48-B	49-A	50-D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B

Hàm bậc 4 trùng phương có hướng quay lên thì a>0. Đồ thị chỉ có một cực trị nên phương trình

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 2ax^2+b=0 \end{array}\right.$ chỉ có một nghiệm, do đó $ab>0 \Rightarrow b>0$

Câu 2: Đáp án B

Vì hàm số không có mẫu thức nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng => Loại đáp án A và C.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{x^2+2x+3}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+2x+3-x^2}{\sqrt{x^2+2x+3}-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+3}{|x|\sqrt{1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}-x}$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(2+\dfrac{3}{x}\right)}{-x\left(\sqrt{1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}+1\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2+\dfrac{3}{x}}{-\left(\sqrt{1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}}+1\right)}=-1$$

Suy ra đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi $x\to-\infty$

Câu 3: Đáp án A

TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. $f'(x)=\dfrac{2x^2-8x+6-m}{x-2}$. Hàm số f(x) đồng biến trên các khoảng xác định

$\Leftrightarrow f'(x)\ge 0\,(\forall x\in D)\Leftrightarrow 2x^2-8x+6-m\ge 0\,(\forall x\in D)\Leftrightarrow 2(x-2)^2\ge m+2\,(\forall x\in D)$

Suy ra $m+2\le 0\Leftrightarrow m\le -2$

Câu 4: Đáp án C

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ nên $a<0\Rightarrow$ loại đáp án A.

Vì $f(0)=-1$ => loại đáp án D

Mặt khác $f(1)=1\Rightarrow$ loại đáp án B

Câu 5: Đáp án C Đầu tiên nhận xét rằng hai hàm số đề bài cho đều liên tục trên R.

Hàm số f(x) có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗	2016	↘		↗	

Hàm số g(x) có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$g(x)$		↘				↗	

	2012 2012		24197/12 ↗ 24181/12

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số f(x) có ba cực trị.

Câu 6: Đáp án D

Hàm số f(x) xác định và liên tục trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$.

Ta có: $f'(x) = 1 - 2\cos 2x$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow 2x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi$$

Vì $x \in \left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$ nên $x = \pm\frac{\pi}{6}; x = \frac{5\pi}{6}$

Ta có: $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}; f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}; f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}; f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$ và $f(\pi) = \pi$

Vậy $\min\limits_{x\in\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]} f(x) = f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$

Câu 7: Đáp án B

Vì (d) là tiếp tuyến của đường cong (C) nên hoành độ tiếp điểm là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 12x + m = x^3 + 2 \\ 3x^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -2 \\ m = 18 \end{cases} (L) \\ \begin{cases} x = 2 \\ m = -14 \end{cases} \end{array}\right.$$

$\Rightarrow (d): y = 12x - 14 \Rightarrow A\left(\frac{7}{2};0\right), B(0;-14)$. Vậy $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{49}{2}$

Câu 8: Đáp án C

$f'(x) = -3x^2 + 6x + m$

Hàm số f(x) nghịch biến trên $(0;+\infty) \Leftrightarrow f'(x) \le 0, \forall x \in (0;+\infty)$

$$\Leftrightarrow -3x^2 + 6x + m \le 0, \forall x \in (0;+\infty) \Leftrightarrow m \le 3x^2 - 6x, \forall x \in (0;+\infty) (*)$$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$

Xét hàm số $y = g(x) = 3x^2 - 6x$ trên $(0;+\infty)$

$g'(x) = 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Do đó

$(*) \Leftrightarrow m \le \min\limits_{x\in(0;+\infty)} g(x) \Leftrightarrow m \le -3$

$g'(x)$		- 0 +
$g(x)$		$\searrow$ -3 $\nearrow$ $+\infty$

Câu 9: Đáp án A

Phương trình $(d): y = kx + k + 5$. Phương trình hoành độ giao điểm:

$$-x^3 + 3x^2 + 1 = kx+k+5 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 4x + k + 4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x^2 - 4x + k + 4 = 0(*) \end{array}\right.$$

Để (d) cắt (C) tại ba điểm khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác -1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(*)} = 16 - 4(k+4) > 0 \\ (-1)^2 - 4(-1) + k + 4 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k < 0 \\ k \ne -1 \end{cases}$$

Câu 10: Đáp án A

Gọi x là giá cho thuê thực tế của mỗi căn hộ, (x – đồng; $x \ge 2000.000$ đồng).

Số căn hộ cho thuê được ứng với giá cho thuê:

$$50 - \frac{1}{50000}(x - 2000000) = -\frac{1}{50.000}x + 90, (1)$$

Gọi F(x) là hàm lợi nhuận thu được khi cho thuê các căn hộ, (F(x): đồng).

Ta có $F(x) = \left(-\frac{1}{50.000}x + 90\right)x = -\frac{1}{50.000}x^2 + 90x$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $F(x) = -\frac{1}{50.000}x^2 + 90x$ với điều kiện $x \ge 2000.000$

$$F'(x) = -\frac{1}{25.000}x + 90$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{25.000}x + 90 = 0 \Leftrightarrow x = 2.250.000$$

Ta lập bảng biến thiên:

x	2000.000 2.250.000 $+\infty$

$F'(x)$	+ 0 −
$F(x)$	↗ F_{max} ↘

Suy ra F(x) đạt giá trị lớn nhất khi $x = 2.250.000$

Vậy công ty phải cho thuê với giá 2.250.000 đồng mỗi căn hộ thì được lãi lớn nhất.

Nhận xét: Làm sao ta có thể tìm được hệ số $\frac{1}{50000}$ trong biểu thức (1) ?

Ta có thể hiểu đơn giản như sau: Số căn hộ cho thuê mỗi tháng ứng với số tiền cho thuê;
$50 - m(x - 2000.000)x = 2.000.000$ thì số căn hộ được thuê là 50. Nếu số tiền cho thuê tăng lên là $x = 2.100.000$ thì có 2 căn hộ để trống, nghĩa là có 48 người thuê. Ta có:

$$50 - m(2.100.000 - 2.000.000) = 48 \Leftrightarrow m = \frac{1}{50000}$$

Câu 11: Đáp án B

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x + 2 \ge 0 \\ x + 3 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \ge -2$

Vì $\lim\limits_{x \to -3} f(x)$ không tồn tại nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Vì $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x+2}}{x+3} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x\sqrt{\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}}}{x\left(1 + \frac{3}{x}\right)} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}}}{1 + \frac{3}{x}} = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ không tồn tại.

Câu 12: Đáp án A

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ 1 \ne x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \ne x > 0$

$$\log_{x-1} x = 2 \Leftrightarrow x = x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} (L) \\ x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \end{array} \right.$$

Vậy tổng các nghiệm là $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

Câu 13: Đáp án A

$$y'=\frac{\left(x^2+x+1\right)'}{\left(x^2+x+1\right)\ln 2}=\frac{2x+1}{\left(x^2+x+1\right)\ln 2}$$

Câu 14: Đáp án A

Điều kiện $x>0$. Khi đó ta có $\log_3^2 x>1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x>1\\ \log_3 x<-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>3\\ 0<x<\frac{1}{3}\end{array}\right.$

Câu 15: Đáp án D

Vì $\frac{1}{5}\notin \mathbb{Z}$ nên hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2-2x-3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-1\\ x>3\end{array}\right.$

Câu 16: Đáp án A

$$f\left(x\right)=\frac{\ln\left(x-x^2\right)}{\ln\left(1-x\right)} \Rightarrow f'\left(x\right)=\frac{\frac{\left(1-2x\right)\ln\left(1-x\right)}{\left(x-x^2\right)}+\frac{\ln\left(x-x^2\right)}{\left(1-x\right)}}{\ln^2\left(1-x\right)}=\frac{\left(1-x\right)\ln\left(1-x\right)+x\ln x}{\left(x-x^2\right)\ln^2\left(1-x\right)}$$

Câu 17: Đáp án C

Đáp án C sai vì $0<a<1$ nên $x_1<x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1>\log_a x_2$

Câu 18: Đáp án SD

Câu 1, với $a\ge 1$ thì $x>1$ khi đó:

$$\log_x\left(x-a\right)>2 \Leftrightarrow x^2-x+a<0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\underbrace{\left(a-\frac{1}{4}\right)}_{>0}<0$$

Câu 2, với $a<0$

Trường hợp 1: $0<x<1$ khi đó:

$$\log_x\left(x-a\right)>2 \Leftrightarrow x-a<x^2 \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(a-\frac{1}{4}\right)>0 \Leftrightarrow \left(2x-1\right)^2>\left(1-4a\right)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-1>\sqrt{1-4a}\\ 2x-1<-\sqrt{1-4a}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{1+\sqrt{1-4a}}{2}<x\\ x<\frac{1-\sqrt{1-4a}}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0<x<\frac{1-\sqrt{1-4a}}{2}<0\left(VL\right)\\ 1<\frac{1+\sqrt{1-4a}}{2}<x<1\left(VL\right)\end{array}\right.$$

Suy ra bất phương trình không có nghiệm trên $(0;1)$.

Trường hợp 2: $x>1$ khi đó:

$$\log_x(x-1)>2\Leftrightarrow x^2-x+a<0\Leftrightarrow\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(a-\frac{1}{4}\right)<0\Leftrightarrow 1<x<\frac{1+\sqrt{1-4a}}{2}$$

Vậy 2- đúng.

Câu 19: Đáp án B

Ta có $a=\log_7 12=\log_7\left(2^2.3\right)=2\log_7 2+\log_7 3(1)$

$$b=\log_{12}14=\frac{\log_7 14}{\log_7 12}=\frac{\log_7(7.2)}{a}=\frac{1+\log_7 2}{a}\Rightarrow 1+\log_7 2=ab\Leftrightarrow\log_7 2=ab-1$$

Thế $\log_7 2=ab-1$ vào (1) ta được $a=2(ab-1)+\log_7 3\Rightarrow\log_7 3=a-2(ab-1)$

Do đó $c=\log_{54}168=\dfrac{\log_7 168}{\log_7 54}=\dfrac{\log_7\left(2^3.3.7\right)}{\log_7\left(2.3^3\right)}=\dfrac{3\log_7 2+\log_7 3+1}{\log_7 2+3\log_7 3}$

$$=\frac{3(ab-1)+a-2(ab-1)+1}{ab-1+3\left[a-2(ab-1)\right]}=\frac{a(b+1)}{3a+5(1-ab)}$$

Câu 20: Đáp án A

1 sai ví dụ chọn $a=3,b=2,c=\dfrac{1}{6}$ thì $abc=1$ nên $\log_{abc}abc=1$ không tồn tại.

2 sai biểu thức đúng phải là $\log_{\sqrt{c}}\sqrt[a]{b}=\dfrac{2}{a}\log_c b$

4 sai rõ ràng.

Câu 21: Đáp án A

Gọi P là số tiền gửi ban đầu. Sau n năm $(n\in\mathbb{N})$, số tiền thu được là $P_n=P(1+0,084)^n=P(1,084)^n$.

Áp dụng với số tiền bài toán cho ta được:

$$20=9,8.(1,084)^n\Leftrightarrow(1,084)^n=\frac{20}{9,8}\Leftrightarrow n=\log_{1,084}\left(\frac{20}{9,8}\right)\approx 8,844$$

Vì n là số tự nhiên nên ta chọn $n=9$

Câu 22: Đáp án B

B sai công thức đúng là $\displaystyle\int\frac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+C$

Câu 23: Đáp án B

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$ nếu $F'(x)=f(x)$

Ta có: $\left(e^{x^2}\right)'=\left(x^2\right)'.e^{x^2}=2xe^{x^2}$

Câu 24: Đáp án B

Mực nước sau 10 giây là $\int_0^{10}\frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}dt\approx 4,77cm$

Câu 25: Đáp án B

Đặt $t=1+3\cos x\Rightarrow dt=-3\sin xdx\Rightarrow \sin xdx=-\frac{1}{3}dt$

Đổi cận: $\begin{cases} x=0\Rightarrow t=4 \\ x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=1 \end{cases}$

Ta có $I=\int_4^1\frac{-\frac{1}{3}dt}{t}=\frac{1}{3}\int_1^4\frac{dt}{t}=\frac{1}{3}\ln|t|\Big|_1^4=\frac{1}{3}\ln 4=\frac{2}{3}\ln 2$

Câu 26: Đáp án B

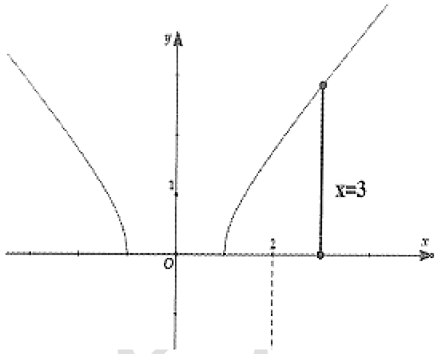
$I=\int_0^2 x.2^x dx=\frac{x.2^x}{\ln 2}\Big|_0^2-\int_0^2\frac{2^x}{\ln 2}dx=\frac{8}{\ln 2}-\frac{2^x}{\ln^2 2}\Big|_0^2=\frac{8}{\ln 2}-\frac{3}{\ln^2 x}$

Câu 27: Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y=-x^3+3x-2$ và $y=-x-2$ là:

$-x^3+3x-2=-x-2\Leftrightarrow x^3-4x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$

$S=\int_{-2}^2\left|x^3-4x\right|dx=\int_{-2}^0\left|x^3-4x\right|dx+\int_0^2\left|x^3-4x\right|dx$



$$=\left|\int_{-2}^{0}\left(x^3-4x\right)dx\right|+\left|\int_{0}^{2}\left(x^3-4x\right)dx\right|=\left|\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Big|_{-2}^{0}\right|+\left|\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Big|_{0}^{2}\right|=8$$

Câu 28: Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm

$\sqrt{x^2-1}=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$. Khi đó

$$V=\pi\int_{1}^{3}\left(x^2-1\right)dx=\pi\left(\frac{x^3}{3}-x\right)\Big|_{1}^{3}=\frac{20\pi}{3}$$

Câu 29: Đáp án B

Ta có: $z_1-2z_2=(1+2i)-2(2-3i)=-3+8i$

Câu 30: Đáp án A

$z_1-z_2=-2+8i \Rightarrow |z_1-z_2|=\sqrt{68}$

Câu 31: Đáp án C

Ta có: $(2-i)\overline{z}=4+3i \Leftrightarrow \overline{z}=\frac{4+3i}{2-i}=\frac{(4+3i)(2+i)}{5}=\frac{5+10i}{5}=1+2i$

$\Rightarrow z=1-2i$

Câu 32: Đáp án A

$w=iz+2\overline{z}i=i(2-3i)+2(2+3i)i=-3+6i$

Câu 33: Đáp án D

$\Delta'=1^2-10=-9=(3i)^2$

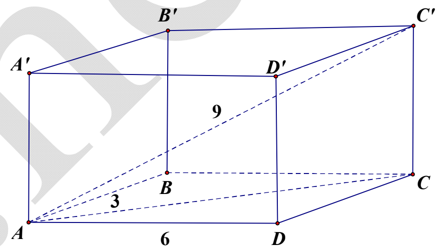
Phương trình $z^2+2z+10=0$ có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} z_1=\dfrac{-b'+i\sqrt{|\Delta'|}}{a}=-1+3i \\ z_2=\dfrac{-b'-i\sqrt{|\Delta'|}}{a}=-1-3i \end{array}\right.$

Do đó, $T=|z_1|^2+|z_2|^2=\left[(-1)^2+3^2\right]+\left[(-1)^2+(-3)^2\right]=20$

Câu 34: Đáp án A

Gọi $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$. Khi đó $|zi+1|=1\Leftrightarrow|xi-y+1|=1\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=1$. Vậy tâm của đường tròn là $I(0;1)$

Câu 35: Đáp án A



Diện tích đáy $S_{ABCD}=AB.AD=3.6=18cm^2$

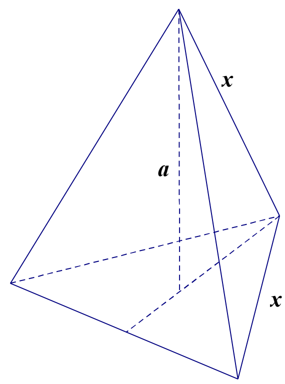
Tam giác ADC vuông tại D nên $AC^2=AD^2+DC^2=6^2+3^2=45$

Tam giác ACC' vuông tại C nên $AC'^2=AC^2+CC'^2\Leftrightarrow 9^2=45+CC'^2$

$\Leftrightarrow CC'^2=36\Leftrightarrow CC'=6cm$

Vậy $V=AB.AD.CC'=3.6.6=108cm^3$

Câu 36: Đáp án C



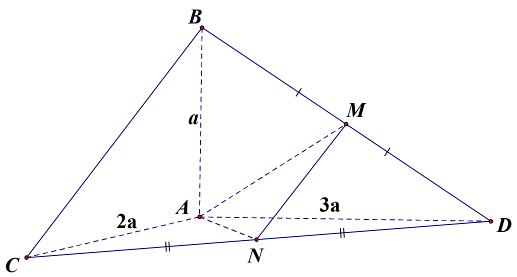
Gọi x là độ dài một cạnh của tứ diện. Ta có chiều cao

$$h=\sqrt{x^2-\left(\frac{2}{3}.\frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{2}{3}}x\Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{3}{2}}h=\frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Suy ra diện tích tam giác đáy là

$$S=\frac{x^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3a^2\sqrt{3}}{8}.\text{ Vậy } V=\frac{1}{3}.\frac{3a^2\sqrt{3}}{8}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$$

Câu 37: Đáp án D



$$\left.\begin{array}{l} AB\perp AC \\ AB\perp AD \end{array}\right\}\Rightarrow AB\perp(ACD)$$

$$V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{\Delta ACD}.AB=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AC.AD.AB=\frac{1}{6}.2a.3a.a=a^3$$

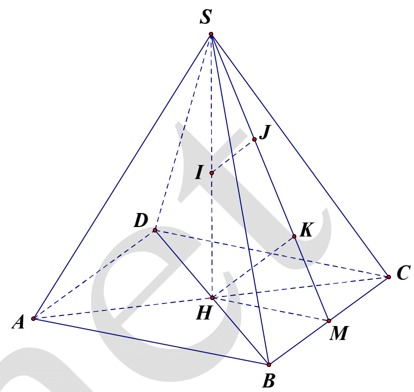
Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có:

$$\frac{V_{D.MAN}}{V_{D.BAC}}=\frac{DM}{DB}.\frac{DA}{DA}.\frac{DN}{DC}=\frac{1}{2}.1.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{D.MAN}=\frac{1}{4}V_{D.BAC}=\frac{a^3}{4}$$

Câu 38: Đáp án D

Vì S.ABCD là hình chóp tứ giác đều suy ra H là tâm của hình vuông ABCD.

Gọi M là trung điểm BC, K là hình chiếu vuông góc của H lên SM.



Ta có: $\left.\begin{matrix} BC \perp SH \\ BC \perp HM \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (SHM)$

$\Rightarrow (SBC) \perp (SHM)$, mà $HK \perp SM \Rightarrow HK \perp (SBC)$

Suy ra $HK = 2IJ = 2b$, ta có

$SH = \sqrt{\dfrac{HK^2.HM^2}{HM^2 - HK^2}} = \dfrac{2ab}{\sqrt{a^2 - 16b^2}}$. Vậy $V = \dfrac{2a^3b}{3\sqrt{a^2 - 16b^2}}$

Câu 39: Đáp án A

Tam giác ABC vuông tại A nên $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow 4a^2 = 3a^2 + AC^2$

$\Leftrightarrow AC^2 = a^2 \Leftrightarrow AC = a$

Thể tích của hình nón là $V = \dfrac{1}{3}S.h = \dfrac{1}{3}\pi AC^2.AB = \dfrac{1}{3}\pi.a^2a\sqrt{3} = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 40: Đáp án A

Khi quay hình ta sẽ thu được hai hình trụ gồm: hình trụ tạo bởi khi quay hình vuông MNCD, hình trụ nằm bên trong hình trụ tạo bởi khi quay hình chữ nhật MNBA.

Hình trụ tạo bởi khi quay hình vuông MNCD có diện tích xung quanh là: $S_1 = \pi$

Hình trụ tạo bởi khi quay hình chữ nhật MNBA có diện tích xung quanh là: $S_2 = 4\pi$

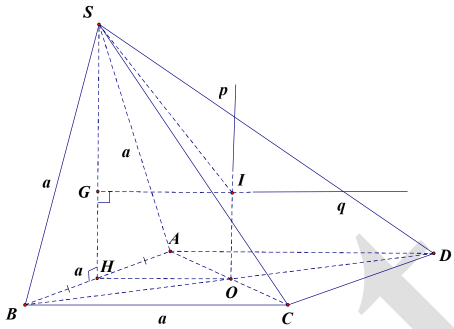
Câu 41: Đáp án A

Ta có: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d \Leftrightarrow 42\pi = 24\pi + 2\pi R^2 \Leftrightarrow R^2 = 9 \Leftrightarrow R = 3$

Mặt khác $S_{xq} = 24\pi \Leftrightarrow 2\pi Rh = 24\pi \Leftrightarrow Rh = 12 \Leftrightarrow h = \dfrac{12}{R} = \dfrac{12}{3} = 4(cm)$

Câu 42: Đáp án A

Gọi $O = AC \cap BD$



Dựng đường thẳng p đi qua điểm O và vuông góc với mặt phẳng (ABCD).

=> p là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông ABCD.

Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều SAB.

Dựng đường thẳng q đi qua G và vuông góc với mặt phẳng (SAB) cắt p tại I.

=> q là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB.

Khi đó, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD.

Thật vậy, $I \in p \Rightarrow IA = IB = IC = ID(1)$

$I \in q \Rightarrow IA = IB = IS(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $IA = IB = IC = ID =$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD.

OH là đường trung bình của tam giác ABC nên $OH = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2} = GI$

Vì G là trọng tâm của tam giác SAC nên $SG = \frac{2}{3}SH = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Tam giác SGI vuông tại G nên $SI^2 = SG^2 + IG^2 \Leftrightarrow R^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{7a^2}{12} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{21}}{6}$

Vậy thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{21}}{6}\right)^3 = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$

Câu 43: Đáp án D

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1;-3;-1); \overrightarrow{AC} = (1;-1;1)$

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right] = (-4;-2;2)$ hay vectơ pháp tuyến $\vec{n}' = (2;1;-1)$

Câu 44: Đáp án B

$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB} = (3;0;5)\\ \overrightarrow{AC} = (1;1;-2)\end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (-3;9;3)$, khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là:

$x - 3y - z + 2 = 0$. Vậy $h = d_{(D,(ABC))} = \frac{|1.4 - 3.1 - 1.2 + 2|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{11}}{11}$

Câu 45: Đáp án A

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là: $d=\frac{\left|-1-2.3-2.(-2)+5\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=\frac{2}{3}$

Câu 46: Đáp án D

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;m^2;-2)$ và $\vec{n}_{(Q)}=(m^2;-1;m^2-2)$.

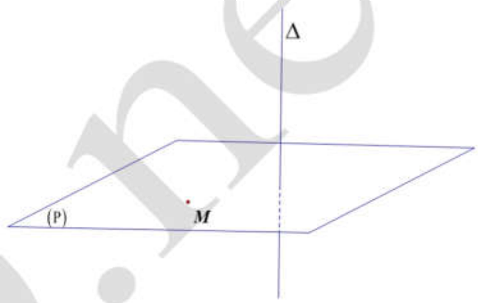
$(P)\perp(Q)\Leftrightarrow \vec{n}_{(P)}.\vec{n}_{(Q)}=0\Leftrightarrow -m^2+4=0\Leftrightarrow |m|=2$

Câu 47: Đáp án C

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(4;3;1)$

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0;0;-2)$ và vuông góc với Δ nên nhận $\vec{u}=(4;3;1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình:

$4(x-0)+3(y-0)+1(z+2)=0\Leftrightarrow 4x+3y+z+2=0$



Câu 48: Đáp án B

Ta có: $R=d_{(I,(\alpha))}=\frac{\left|12.4-5.(-2)-19\right|}{\sqrt{12^2+0^2+(-5)^2}}=3$

Câu 49: Đáp án A

Gọi B là giao điểm của đường thẳng d và đường thẳng Δ.

Đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases}x=-3+4t\\ y=1-t\\ z=3-4t\end{cases}\quad (t\in\mathbb{R})$

$B\in d\Rightarrow B(-3+4t;1-t;3-4t)$

$\overrightarrow{AB}=(-3+4t;-t;4-4t)$

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(4;-1;-4)$

Ta có: $\overrightarrow{AB}\perp\vec{u}\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 4(-3+4t)-1(-t)-4(4-4t)=0\Leftrightarrow 33t=28\Leftrightarrow t=\frac{28}{33}$

$\overrightarrow{AB}=\left(\frac{13}{33};\frac{-28}{33};\frac{20}{33}\right)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0;1;-1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB}$ hay $\overrightarrow{u_d}=(13;-28;20)$ có phương trình chính tắc là $\frac{x}{13}=\frac{y-1}{-28}=\frac{z+1}{20}$

Câu 50: Đáp án D

Tính được $OA=OB=OC=AB=BC=CA$ nên OABC là tứ diện đều do đó có tất cả 6 mặt đối xứng.