

Đáp án

1-A	2-C	3-C	4-D	5-D	6-D	7-B	8-D	9-D	10-C
11-A	12-B	13-B	14-A	15-C	16-D	17-D	18-A	19-C	20-D
21-B	22-A	23-A	24-B	25-A	26-C	27-B	28-C	29-B	30-C
31-A	32-D	33-B	34-C	35-A	36-D	37-D	38-B	39-D	40-C
41-A	42-B	43-A	44-D	45-A	46-C	47-A	48-D	49-B	50-D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

$$D = \mathbb{R}$$

$$y' = -3x^2 + 6x + 9; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$y' > 0 \forall x \in (-1; 3)$$

Câu 2: Đáp án C

$$y' = -4x^3 - 6x = -x(4x^2 + 6)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ và đổi dấu + sang - (dựa vào bảng biến thiên).}$$

Suy ra hàm số có 1 cực đại duy nhất.

Câu 3: Đáp án C

$$\Rightarrow y' = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} (L)$$

$$f(1) = -3; f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{2}; f(5) = \frac{1}{5}$$

Vậy GTNN của hàm số là -3.

Câu 4: Đáp án D

Ta có: $y' = x^2 - 4x + 3$. Đường thẳng $y = 3x + 1$ có hệ số góc 3

$$\text{Do tiếp tuyến song song với đường thẳng } y = 3x + 1 \text{ nên } y'(x) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 1 \text{ suy ra phương trình tiếp tuyến } y = 3x + 1$$

$$x = 4 \Rightarrow y = \frac{7}{3} \text{ suy ra phương trình tiếp tuyến } y = 3x - \frac{29}{3}$$

Thử lại ta được $y = 3x - \frac{29}{3}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 5: Đáp án D

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}, y' = x^2 + 4x + 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-4; 0] \\ x = -3 \in [-4; 0] \end{cases}$$

$$\text{Ta có } f(-1) = -\frac{16}{3}; f(-4) = -\frac{16}{3}; f(0) = -4$$

$$\Rightarrow M + m = -\frac{16}{3} - 4 = -\frac{28}{3}$$

Câu 6: Đáp án D

$$\text{Ta có: } f(-3) = -4; y' = 4mx^3 + 2(m-1)x = 2x(2mx^2 + m-1)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2mx^2 + m - 1 = 0 (*) \end{cases}$$

Hàm số chỉ có 1 cực trị suy ra (*) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow -2m(m-1) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$$

Câu 7: Đáp án B

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } \frac{x^2 - 3x}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow 2x^2 - (m+4)x + m = 0$$

$$\Delta = (m+4)^2 - 8m = m^2 + 16 > 0, \forall m \text{ suy ra có 2 nghiệm phân biệt.}$$

Vậy d cắt hàm số tại 2 điểm

Câu 8: Đáp án D

$$y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m} \Rightarrow y' = \frac{(m+1)m - 2m - 2}{(x+m)^2} = \frac{m^2 - m - 2}{(x+m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên $(-1; +\infty) \Leftrightarrow y' > 0 \forall x \in (-1; +\infty)$

$$\begin{cases} -m \leq -1 \\ m^2 - m - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ -1 \leq m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m < 2$$

Câu 9: Đáp án D

Ta có: $y = -x^3 - x \Rightarrow y' = -3x^2 - 1 < 0$ với mọi x nên hàm số nghịch biến trên \mathbb{R}

Hàm trùng phương $y = x^4 + x^2$ luôn có cực trị nên không đồng biến trên \mathbb{R} .

$$y = \frac{x-1}{x-2} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x-2)^2} < 0 \text{ với mọi } x \text{ thuộc tập xác định nên hàm số nghịch biến.}$$

$$y = \frac{1-x}{x-2} \Rightarrow y' = \frac{1}{(x-2)^2} > 0 \text{ với mọi } x \text{ thuộc tập xác định nên hàm số đồng biến.}$$

Câu 10: Đáp án C

Ta có: $d: y = -\frac{1}{3}x - \frac{m}{3}$

Hoành độ giao điểm của d và (H) là nghiệm của phương trình

$$\frac{2x-3}{x-1} = -\frac{1}{3}x - \frac{m}{3} \Leftrightarrow x^2 + (m+5)x - m - 9 = 0, x \neq 1(1)$$

Ta có: $\Delta = (m+7)^2 + 12 > 0, \forall m. M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$

Ta có: $\overline{AM} = (x_1 - 1; y_1), \overline{AN} = (x_2 - 1; y_2)$. Tam giác AMN vuông tại $A(1; 0)$

$$\Leftrightarrow \overline{AM} \cdot \overline{AN} \Leftrightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) + y_1 y_2 = 0 \Leftrightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) + \frac{1}{9}(x_1 + m)(x_2 + m) = 0$$

$$\Leftrightarrow 10x_1 x_2 + (m-9)(-m-5) + m^2 + 9 = 0(2)$$

Áp dụng định lý Viet $x_1 + x_2 = -m - 5; x_1 x_2 = -m - 9$. Ta có:

$$10(-m-9) + (m-9)(-m-5) + m^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow m = -6$$

Câu 11: Đáp án A

Gọi $M(x_0; y_0), (x_0 \neq 1), y_0 = \frac{2x_0 + 1}{x_0 - 1}$. Ta có $d(M, \Delta_1) = d(M, Ox) \Leftrightarrow |x_0 - 1| = |y_0|$

$$\Leftrightarrow |x_0 - 1| = \left| \frac{2x_0 + 1}{x_0 - 1} \right| \Leftrightarrow (x_0 - 1)^2 = |2x_0 + 1|$$

Với $x_0 \geq -\frac{1}{2}$, ta có: $x_0^2 - 2x_0 + 1 = 2x_0 + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 4 \end{cases}$

Suy ra $M(0; -1), M(4; 3)$

Với $x_0 < -\frac{1}{2}$, ta có phương trình: $x_0^2 - 2x_0 + 1 = -2x_0 - 1 \Leftrightarrow x_0^2 + 2 = 0$ (vô nghiệm).

Vậy $M(0; -1), M(4; 3)$

Câu 12: Đáp án B

Biến đổi $\log_4(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65$ hoặc sử dụng MTCT thử các kết quả bằng phím CALC.

Câu 13: Đáp án B

Áp dụng công thức đạo hàm: $(a^x)' = a^x \ln a, \forall x \in \mathbb{R}$ với $a > 0, a \neq 1$

Câu 14: Đáp án A

Biến đổi $\log_2(3x-1) > 3 \Leftrightarrow 3x-1 > 2^3 \Leftrightarrow x > 3$ hoặc sử dụng MTCT thử các kết quả bằng phím CALC.

Câu 15: Đáp án C

Điều kiện $x - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ hoặc sử dụng phương pháp điểm biên để loại nhanh 2 phương án nhiễu A, B và tiếp tục sử dụng MTCT kiểm tra dấu của hàm số tại $x = 2$ ta có ngay kết quả.

Câu 16: Đáp án D

Biến đổi $2^x \cdot 7^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_2(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \log_2 2^x + \log_2 7^{x^2} < 0 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0$ và có thể là:

$$x(1 + x \log_2 7) < 0; x + x^2 \frac{1}{\log_7 x} < 0 \text{ và } x + x^2 \cdot \frac{\ln 7}{\ln 2} < 0$$

Rõ ràng $x(1 + x \log_2 7) < 0 \Leftrightarrow 1 + x \log_2 7 < 0$ là sai

Câu 17: Đáp án D

$$\text{Biến đổi } \log_a ab = \frac{1}{2} \log_a ab = \frac{1}{2} (\log_a a + \log_a b) = \frac{1}{2} (1 + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$$

Câu 18: Đáp án A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \left(\frac{x+1}{4^x}\right)' &= \frac{4^x - 4^x \ln 4(x+1)}{(4^x)^2} = \frac{4^x [1 - (x+1) \ln 4]}{(4^x)^2} \\ &= \frac{1 - (x+1) \ln 2^2}{4^x} = \frac{1 - 2(x+1) \ln 2}{2^{2x}} \end{aligned}$$

Câu 19: Đáp án C

$$\text{Biến đổi } \log_2 3 = a \Leftrightarrow \log_3 2 = \frac{1}{a} \text{ và } \log_5 3 = b \Leftrightarrow \log_3 5 = \frac{1}{b}$$

$$\log_6 45 = \frac{\log_3 45}{\log_3 6} = \frac{\log_3 9 + \log_3 5}{\log_3 3 + \log_3 2} = \frac{2 + \log_3 5}{1 + \log_3 2} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{1 + \frac{1}{a}} = \frac{a(1+2b)}{b(1+a)} = \frac{a+2ab}{b+ab}$$

Hoặc học sinh có thể kiểm tra bằng MTCT.

Câu 20: Đáp án D

Ta có $1 < a < b \Leftrightarrow 0 < \log_a a < \log_a b \Leftrightarrow 1 < \log_a b$ (do $a > 1$) (*).

Và $1 < a < b \Leftrightarrow 0 < \log_b a < \log_b b \Leftrightarrow 0 < \log_b a < 1$ (do $b > 1$) (**).

Từ (*) và (**) ta có đáp án cần tìm là D

Câu 21: Đáp án B

Gọi T_n là số tiền thu được ở cuối tháng n , x là số tiền thêm vào mỗi tháng:

$$\begin{cases} T_1 = x(1+1\%) = 1,01x \\ T_2 = T_1 + x + (T_1 + x) \cdot 1\% = (T_1 + x) \cdot 1,01 \end{cases}$$

Ta có: $\Rightarrow T_2 = (1,01x + x) \cdot 1,01 = 1,01^2 x + 1,01x$

Suy ra v

Sau 4 tháng bằng đầu tháng thứ nhất đến cuối tháng

$$\Rightarrow T_3 = 1,01x + 1,01^2 x + 1,01^3 x + 1,01^4 x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{1,01 + 1,01^2 + 1,01^3 + 1,01^4}$$

Câu 22: Đáp án A

Câu này chỉ cần nắm lý thuyết sách giáo khoa là chọn đúng kết quả.

Câu 23: Đáp án A

$$\int \cos(5x-2) dx = \frac{1}{5} \sin(5x-2) + C$$

Chú ý: $\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$

Câu 24: Đáp án B

$$I = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{4}{\sin^2 2x} dx = -2 \cot 2x \Big|_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} = -2 \cos \frac{3\pi}{4} + 2 \cot \frac{\pi}{4} = 2 + 2 = 4$$

Câu 25: Đáp án A

$$I = \int_0^1 (|2x-1| - |x|) dx$$

$$\rightarrow I = \int_0^{\frac{1}{2}} (-2x+1-x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 (2x-1-x) dx = 0$$

x	0	$\frac{1}{2}$	1
2x-1	-	0	+
x	+		+

Câu 26: Đáp án C

Ta có ô tô đi được thêm 2 giây nữa với vận tốc chậm dần đều $v(t) = -5t + 10$ (m/s)

ứng dụng tích phân, ta có quãng đường cần tìm là:

$$S = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^2 (-5t + 10) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 10t \right) \Big|_0^2 = 10 \text{ (m)}$$

* Lúc dừng thì ta có: $v(t) = 0 \Rightarrow -5t + 10 = 0 \Rightarrow t = 2$

Từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn, ô tô đi được quãng đường: $S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$$\text{Với } \begin{cases} a = -5 \\ t = 2 \\ v_0 = 10 \end{cases} \Rightarrow S = 10 \cdot 2 + \frac{1}{2} (-5) \cdot 2^2 = 10 \text{ (m)}$$

* Áp dụng công thức lý 10 ta có: $v_2^2 - v_1^2 = 2 \cdot a \cdot s$

Ta còn có công thức liên hệ giữa vận tốc và gia tốc: $v = v_0 + a \cdot t$

Dựa vào phương trình chuyển động thì $a = -5$ (m/s²)

Khi dừng hẳn thì ta có $v_2 = 0$ (m/s)

$$\text{Theo công thức ban đầu, ta được } s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \frac{0 - 10^2}{2 \cdot (-5)} = 10 \text{ (m)}$$

Câu 27: Đáp án B

$$\text{Áp dụng công thức } V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

$$\text{Sử dụng casio, nhập vào máy } \pi \int_0^2 \frac{16}{(x-1)^2} dx = 4\pi$$

Câu 28: Đáp án C

Bước 1: chuyển sang x theo y: $y = \sqrt{x}; y = x - 2; y = 0 \Rightarrow x = y^2; x = y + 2$

Lập phương trình ẩn y: $y^2 = y + 2 \Rightarrow y = 2; y = -1(L)$

$$\text{Bước 2: } S = \int_0^2 |y^2 - y - 2| dy = \int_0^2 -(y^2 - y - 2) dy = \frac{10}{3}$$

Câu 29: Đáp án B

$$\text{Ta có: } (1+i)z = 14 - 2i \Leftrightarrow z = \frac{14-2i}{1+i} = 6 - 8i \rightarrow \bar{z} = 6 + 8i$$

Vậy tổng phần thực phần ảo của \bar{z} là 14.

Câu 30: Đáp án C

$$(1+3i)z + 1 + i = 5 - z \Leftrightarrow (2-3i)z = -1 - i \Leftrightarrow z = \frac{-1-i}{2-3i} = \frac{(-1-i)(2+3i)}{2^2 + (-3)^2}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-2-3i-2i-3i^2}{13} = \frac{1-5i}{13} \rightarrow w = 1-3i \rightarrow |w| = \sqrt{10}$$

Câu 31: Đáp án A

$z = (1-2i)(4-3i) - 2 + 8i = -4 - 3i$. Phần thực là -4, phần ảo là -3.

$$|z| = 5$$

Câu 32: Đáp án D

Gọi $z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}$

$$|zi - (2+i)| = 5 \Leftrightarrow |-y - 2 + (x-1)i| = 5 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn $I(1; -2)$ bán kính $R = 5$

Câu 33: Đáp án B

$$\text{Đặt } z = x + yi (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi \Rightarrow -2\bar{z} = -2x + 2yi$$

Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$x + yi - 2x + 2yi = 3 + 4i \Leftrightarrow -x + 3yi = 3 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} -x = 3 \\ 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } z = -3 + \frac{4}{3}i \rightarrow |z| = \sqrt{(-3)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{97}{9}} = \frac{\sqrt{97}}{3}$$

Câu 34: Đáp án C

Đặt $w = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$

Khi đó, điểm M biểu diễn số phức w có tọa độ là $M(x; y)$

Ta có: $w = (3 + 4i)z + i$

$$\Leftrightarrow z = \frac{w - i}{3 + 4i} = \frac{[x + (y - 1)i](3 - 4i)}{(3 + 4i)(3 - 4i)} = \frac{3x + 4(y - 1) + [3(y - 1) - 4x]i}{25}$$

$$\text{Giả thiết bài toán: } |z| = 4 \Leftrightarrow |z|^2 = 16 \Leftrightarrow \left[\frac{3x + 4(y - 1)}{25}\right]^2 + \left[\frac{3(y - 1) - 4x}{25}\right]^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{3x + 4(y - 1)}{25}\right]^2 + \left[\frac{3(y - 1) - 4x}{25}\right]^2 = 16 \Leftrightarrow \left[\frac{-3x + 4y - 4}{25}\right]^2 + \left[\frac{3y - 3 - 4x}{25}\right]^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 + 16y^2 + 16 + 24xy - 32y - 24x + 9y^2 + 9 + 16x^2 - 18y + 24x - 24xy = 100^2$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 + 16y^2 + 16 + 9y^2 + 9 + 16x^2 = 100^2$$

$$\Leftrightarrow 25x^2 + 25y^2 - 50y + 25 = 100^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y + 1 = 400$$

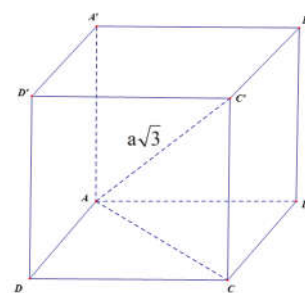
$$\Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 20^2$$

$\Rightarrow M(x; y)$ thuộc đường tròn tâm $I(0; 1)$ và có bán kính $r = 20$

Câu 35: Đáp án A

Ta có: $AC' = a\sqrt{3}$

Theo đề cho ABCD. A'B'C'D' là khối lập phương.

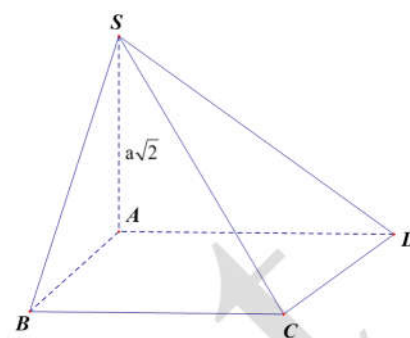


Suy ra cạnh lập phương là $\frac{A'C}{\sqrt{3}} = a \Rightarrow V = a^3$

Câu 36: Đáp án D

Ta có: $SA = a\sqrt{2}$

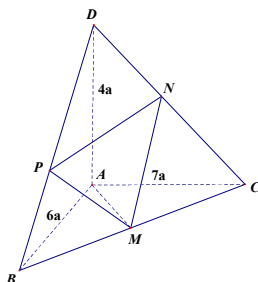
$$S_{ABCD} = a^2 \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2}a \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$$



Câu 37: Đáp án D

Ta có: $S_{MNP} = \frac{1}{4}S_{ABC}$

$$\Rightarrow V_{AMNP} = \frac{1}{4}V_{ABCD} = 7a^3$$



Câu 38: Đáp án B

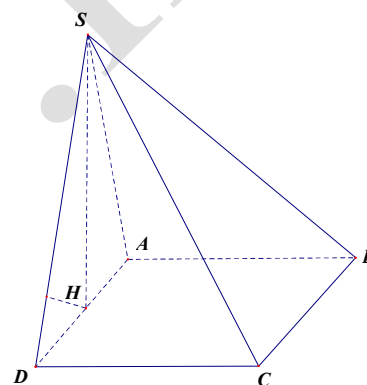
Gọi H là trung điểm AD suy ra $SH \perp (ABCD)$

Kẻ $HK \perp SD$ tại K suy ra $HK \perp (SCD)$

$$AH // (SCD) \Rightarrow d = d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$$

$$= 2d(H, (SCD)) = 2HK$$

$$\text{Có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HD^2} \Rightarrow HK = \frac{HS \cdot HD}{\sqrt{HS^2 + HD^2}} = \frac{2}{3}a \Rightarrow d = \frac{4}{3}a$$



Câu 39: Đáp án D

Thực chất độ dài đường sinh l là $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$

Câu 40: Đáp án C

Một đường tròn có bán kính r thì chu vi và diện tích lần lượt là $C = 2\pi r; S = \pi r^2$

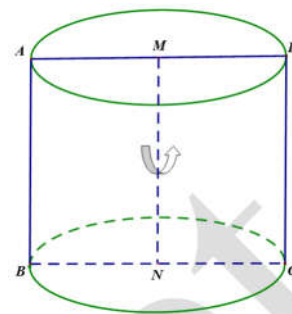
Gọi chiều dài tấm tôn là a thì tổng diện tích đáy của 2 thùng theo 2 cách lần lượt là:

$$S_1 = \frac{a^2}{4\pi}; S_2 = 2 \cdot \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{4\pi} = \frac{a^2}{8\pi} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = 2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 2$$

Câu 41: Đáp án A

Ta có $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d$. Ta có bán kính đường tròn $r = MD = 1$, chiều cao $l = CD = 1$

Suy ra $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi, S_d = \pi r^2 = \pi$ suy ra $S_{tp} = 4\pi$



Câu 42: Đáp án B

Gọi O là tâm đường tròn tam giác ABC suy ra O là trọng tâm, H là trung điểm AB, kẻ đường thẳng qua O song song SH cắt SC tại N ta được $NO \perp (ABC)$, gọi M là trung điểm SC, HM cắt NO tại I.

Ta có $HS = HC$ nên $HM \perp SC \Rightarrow IS = IC = IA = IB = r$

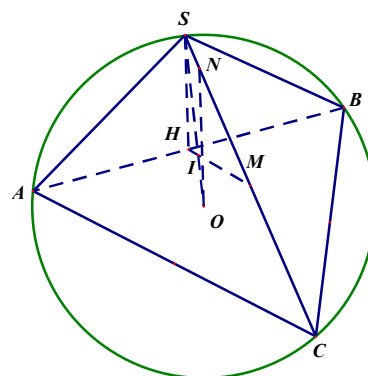
$$\text{Ta có } \angle NIM = \angle HCS = 45^\circ, \frac{CN}{CS} = \frac{CO}{CH} = \frac{2}{3} \Rightarrow CN = \frac{2 \cdot \sqrt{6}}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow SM = \frac{\sqrt{6}}{4}, SN = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\text{Suy ra } NM = SM - SN = \frac{\sqrt{6}}{12}$$

$$\Delta NMI \text{ vuông tại } M \tan 45^\circ = \frac{NM}{IM} \Rightarrow IM = NM = \frac{\sqrt{6}}{12}$$

$$\text{Suy ra } r = IC = \sqrt{IM^2 + MC^2} = \sqrt{\frac{5}{12}}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$$



Cách khác:

Gọi P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB và ABC.

Do các tam giác SAB và ABC là các tam giác đều cạnh bằng 1 nên P, Q lần lượt tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

+ Qua P đường thẳng vuông góc với mp(SAB), qua O dựng đường thẳng vuông góc với mp(ABC). Hai trục này cắt nhau tại I, suy ra $IA = IB = IC = IS$. Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC và $R = IC$.

$$+ \text{ Xét } \Delta IQC : IC = \sqrt{IG^2 + GC^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{6}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$$

Câu 43: Đáp án A

Từ giả thuyết ta có:

$$\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ d(M; (Q)) = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A + B + C = 0 \\ \frac{|A + 2B - C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = -B - C \\ \frac{|B - 2C|}{\sqrt{2B^2 + 2C^2 + 2BC}} = \sqrt{2} (*) \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} B = 0 \\ 3B + 8C = 0 \end{cases}$$

Câu 44: Đáp án D

Tam giác MNP có trọng tâm $G(3; 6; -3)$

Đường thẳng d qua G , vuông góc (Q) :
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 6 + 2t \\ z = -3 - t \end{cases}$$

Đường thẳng d cắt (Q) tại A :
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 6 + 2t \\ z = -3 - t \\ x + 3y - z - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow A(1; 2; -1)$$

Câu 45: Đáp án A

Gọi $I(-1-t; -t; 2+t) \in d$. $\vec{IA} = (t; t+2; -t-1)$, $\vec{IB} = (t+3; t+3; -t)$

Do ABCD là hình thoi nên $\vec{IA} \cdot \vec{IB} = 0 \Leftrightarrow 3t^2 + 9t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = -2; t = -1$

Do C đối xứng A qua I và D đối xứng B qua I nên:

+ $t = -1 \Rightarrow I(0; 1; 1) \Rightarrow C(1; 0; 1), D(-2; -1; 0)$

+ $t = -2 \Rightarrow C(3; 2; -1), D(0; 1; -2)$

Câu 46: Đáp án C

Phương trình tham số đường thẳng Δ :
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + t \rightarrow M(1 - t; -2 + t; 2t) \\ z = 2t \end{cases}$$

Ta có: $MA^2 + MB^2 = 28 \Leftrightarrow 12t^2 - 48t + 48 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \rightarrow M(-1; 0; 4)$

Câu 47: Đáp án A

$\overline{AB} = (1; 1; 2)$. (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB, nghĩa là (P) đi qua A và nhận $\overline{AB} = (1; 1; 2)$ làm vectơ pháp tuyến. Do đó, phương trình (P): $1 \cdot (x - 0) + 1(y - 1) + 2(z - 1) = 0$ hay $x + y + 2z - 3 = 0$. Ta chọn đáp án A

Câu 48: Đáp án D

Bài toán quy về việc tìm bán kính R của mặt cầu (S):

$$d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 3$$

Vẽ hình ra ta sẽ thấy đẳng thức: $R^2 = d^2(I, (P)) + 1^2 = 10 \Rightarrow R = \sqrt{10}$

Do đó, phương trình mặt (S) có tâm $I(2, 1, 1)$, bán kính $R = \sqrt{10}$ là:

$$(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 10$$

Câu 49: Đáp án B

Cách 1:

Do Δ cắt d nên tồn tại giao điểm giữa chúng. Gọi $B = \Delta \cap d \Rightarrow \begin{cases} B \in \Delta \\ B \in d \end{cases}$

$$\text{Phương trình tham số của } d: \begin{cases} x = t + 1 \\ y = t \\ z = t - 1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

Do $B \in d$, suy ra $B(t + 1; t; t - 1) \Rightarrow \overline{AB} = (t; t; 2t - 3)$

Do $A, B \in \Delta$ nên \overline{AB} là vectơ chỉ phương của Δ .

Theo đề bài, Δ vuông góc d nên $\overline{AB} \perp \vec{u} (\vec{u} = (1, 1, 2))$ là vectơ chỉ phương của d.

Suy ra $\overline{AB} \cdot \vec{u} = 0$. Giải được $t = 1 \Rightarrow \overline{AB} = (1, 1, -1)$

Cách 2:

Kiểm tra nhanh 2 đường thẳng d và Δ vuông góc thì $\vec{u}_d \cdot \vec{u}_\Delta = 0$ ta có 2 đáp án B, D thỏa mãn.

Kiểm tra điểm $A(1; 0; 2)$ thuộc $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1} \Rightarrow$ Đáp án B

Câu 50: Đáp án D

$\overline{AB} = (-1; 1; 1), \overline{CD} = (1; -1; -1)$. Rõ ràng ta thấy AB song song CD. Như vậy có vô số mặt phẳng cách đều bốn điểm A, B, C, D.