

Đáp án

1-A	2-C	3-B	4-C	5-D	6-B	7-B	8-A	9-D	10-D
11-A	12-C	13-C	14-D	15-C	16-C	17-A	18-B	19-B	20-C
21-A	22-B	23-C	24-B	25-C	26-A	27-B	28-C	29-A	30-A
31-B	32-A	33-D	34-D	35-B	36-A	37-D	38-D	39-A	40-D
41-A	42-A	43-D	44-A	45-B	46-B	47-A	48-A	49-D	50-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

- Ta có $y' = 4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$, do đó hàm số chỉ có 1 cực trị loại C, D.

- Mà $x = 0 \Rightarrow y = -1$ nên loại B

Câu 2: Đáp án C

+) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = 2$ suy ra đường thẳng $y = 2$ là TCN của đồ thị hàm số $g(x)$

+) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2$ suy ra đường thẳng $y = 2$ là TCN của đồ thị hàm số $f(x)$

+) $\lim_{x \rightarrow -\infty} u(x) = 2$ suy ra đường thẳng $y = 2$ là TCN của đồ thị hàm số $u(x)$

+) Hàm số $h(x)$ có TXĐ là $D = [-2; 2] \setminus \{1\}$ suy ra $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ không tồn tại suy ra đồ thị hàm số $h(x)$ không có đường TCN $y = 2$. Vậy đáp án C không thỏa.

Câu 3: Đáp án B

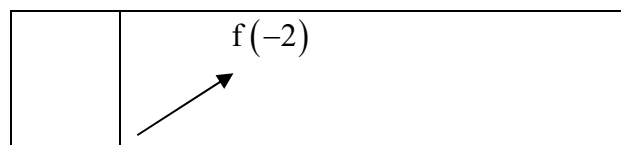
Dựa vào đồ thị của hàm số suy ra bảng biến thiên của hàm số như hình vẽ bên. Suy ra đáp án B sai.

x	$-\infty$	-2	1	1	
f'(x)	-	0	+	0	+
f(x)					

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
f'(x)	-	0	+	0	+
f(x)					

Câu 4: Đáp án C

Dựa vào đồ thị ta suy ra $f'(x) \geq 0; \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Câu 5: Đáp án D

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-6}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 0$$

Suy ra đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-6}{(x-1)(x+1)} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-6}{(x-1)(x+1)} = +\infty$$

Suy ra đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-6}{(x-1)(x+1)} = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x-6}{(x-1)(x+1)} = -\infty$$

Suy ra đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng.

Thực ra ta có thể làm nhanh như sau: Mẫu số bằng 0 khi $x = \pm 1$ nên $x = \pm 1$ là hai tiệm cận đứng, kết hợp với $y = 0$ là tiệm cận ngang ta suy ra đồ thị hàm số có ba tiệm cận.

Câu 6: Đáp án B

$$y' = x^2 - (m^2 + 1)x + 3m - 2$$

Hàm số đạt cực đại tại:

$$x = 1 \Rightarrow y'(1) \Leftrightarrow 1^2 - (m^2 + 1) \cdot 1 + 3m - 2 = 0 \Leftrightarrow -m^2 + 3m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Thử lại:

$$\text{Với } m = 1 \Rightarrow y' = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \Rightarrow y' \text{ không đổi dấu, hàm số không có cực trị.}$$

$$\text{Với } m = 2 \Rightarrow y'' = 2x - 5 \Rightarrow y''(1) = -3 < 0 \Rightarrow x = 1 \text{ là điểm cực đại của hàm số.}$$

Câu 7: Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số là:

$$x^3 + 2ax^2 - x + 1 = -2x + 1 \Leftrightarrow x^3 + 2ax^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2ax + 1 = 0(*) \end{cases}$$

Đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt

\Leftrightarrow Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = a^2 - 1 > 0 \\ 0^2 + 2a \cdot 0 + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 > 1 \Leftrightarrow |a| > 1$$

Câu 8: Đáp án A

$$y' = x^2 - 2mx + 2m - 1 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2m - 1 \end{cases} \quad (\text{do } a + b + c = 0)$$

Hàm số có hai cực trị có hoành độ dương $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 \neq 1 \\ 2m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 9: Đáp án D

Vì tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ nên tiếp tuyến có hệ số góc $k = -2$

$$y' = -2 \Leftrightarrow 4x^3 - 6x - 2 = -2 \Leftrightarrow 4x^3 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases}$$

Vì có ba tiếp điểm nên có phương trình tiếp tuyến.

Câu 10: Đáp án D

$$\text{Ta có } f'(v) = \frac{290,4(-0,36v^2 + 264)}{(0,36v^2 + 13,2v + 264)^2} \text{ với } v > 0. f'(v) = 0 \Leftrightarrow v = \frac{\sqrt{264}}{0,6}$$

$$\text{Khi đó } \underset{v \in (0; +\infty)}{\text{Max}} f(v) = f\left(\frac{\sqrt{264}}{0,6}\right) \approx 8,9 \text{ (xe/giây)}$$

Câu 11: Đáp án A

Đặt độ dài cạnh $AO = x \text{ (m)}, (x > 0)$

$$\text{Suy ra } BO = \sqrt{3,24 + x^2}, CO = \sqrt{10,24 + x^2}$$

Ta sử dụng định lí cosin trong tam giác OBC ta có:

$$\cos \widehat{BOC} = \frac{OB^2 + OC^2 - BC^2}{2OB \cdot OC} = \frac{(3,24 + x^2) + (10,24 + x^2) - 1,96}{2\sqrt{(3,24 + x^2)(10,24 + x^2)}}$$

$$= \frac{5,76 + x^2}{\sqrt{(3,24 + x^2)(10,24 + x^2)}}$$

Vì góc \widehat{BOC} nên bài toán trở thành tìm x để $F(x) = \frac{5,76 + x^2}{\sqrt{(3,24 + x^2)(10,24 + x^2)}}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Đặt $(3,24 + x^2) = t, (t > 3,24)$. Suy ra $F(t) = \frac{t + \frac{63}{25}}{\sqrt{t(t+7)}} = \frac{25t + 63}{25\sqrt{t(t+7)}}$

Ta đi tìm t để $F(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$F'(t) = \frac{25t + 63}{25\sqrt{t(t+7)}} = \frac{1}{25} \left(\frac{25\sqrt{t(t+7)} - (25t + 63) \left(\frac{2t+7}{2\sqrt{t(t+7)}} \right)}{t(t+7)} \right)$$

$$= \frac{1}{25} \left(\frac{50(t^2 + 7t) - (25t + 63)(2t + 7)}{2t(t+7)\sqrt{t(t+7)}} \right) = \frac{1}{25} \left(\frac{49t - 441}{2t(t+7)\sqrt{t(t+7)}} \right)$$

$$F'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 9$$

Bảng biến thiên

t	3,24	9	+∞
F'(t)	-	0	+
F(t)			

Thay vào đặt ta có: $(3,24 + x^2) = 9 \Leftrightarrow x^2 = \frac{144}{25} \Leftrightarrow x = 2,4 \text{ m}$

Vậy để nhìn rõ nhất thì $AO = 2,4 \text{ m}$

Câu 12: Đáp án C

Ta có: $3^x = 27 \Leftrightarrow x = 3$

Khi đó : $2^{x+y} = 64 \Leftrightarrow 2^{3+y} = 2^6 \Leftrightarrow 3+y = 6 \Leftrightarrow y = 3 = \log_2 8$

Câu 13: Đáp án C

Các em đọc kỹ lý thuyết sách giáo khoa sẽ lựa được đáp án chuẩn.

Câu 14: Đáp án D

Điều kiện $x > 0$. BPT $\Leftrightarrow \log_3^2 x + 4\log_3 x - 5 < 0 \Leftrightarrow \log_3 x < -5 \vee \log_3 x > 1$

$\Leftrightarrow x < \frac{1}{243} \vee x > 3$. Vậy nghiệm BPT là $0 < x < \frac{1}{243} \vee x > 3$

Câu 15: Đáp án C

Đây là hàm với số mũ nguyên âm nên điều kiện là $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 \neq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \{1; 2; 3\}$

Câu 16: Đáp án C

Ta có $a^{\frac{13}{7}} < a^{\frac{15}{8}}$ suy ra được $a > 1$ vì $\frac{15}{8} > \frac{13}{7}$

Ta có $\log_b(\sqrt{2} + \sqrt{5}) > \log_b(2 + \sqrt{3})$ suy ra được $b < 1$ vì $\sqrt{2} + \sqrt{5} < 2 + \sqrt{3}$

Câu 17: Đáp án A

Ta có $\log_{18} 12 = a \Leftrightarrow \frac{\log_2 3 + 2}{2\log_2 3 + 1} = a \Leftrightarrow \log_2 3 = \frac{a-2}{1-2a}$

Câu 18: Đáp án B

Với điều kiện $a > 3b > 0$ ta có biến đổi sau:

$a^2 + 9b^2 = 10ab \Leftrightarrow (a-3b)^2 = 4ab \Leftrightarrow 2\ln(a-3b) = 2\ln 2 + \ln a + \ln b \Leftrightarrow \ln(a-3b) - \ln 2 = \frac{\ln a + \ln b}{2}$

Câu 19: Đáp án B

Ta có: $a = \log_{14} 7 = \frac{1}{\log_7(7.2)} = \frac{1}{1 + \log_7 2} \Rightarrow 1 + \log_7 2 = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_7 2 = \frac{1}{a} - 1$

$b = \log_{14} 5 = \log_{14} 7 \cdot \log_7 5 = a \cdot \log_7 5 \Rightarrow \log_7 5 = \frac{b}{a}$

Ta có: $\log_{35} 28 = \log_{35} 7 \cdot \log_7 28 = \frac{1}{\log_7(7.5)} \cdot \log_7(7.4) = \frac{1}{1 + \log_7 5} \cdot (1 + 2\log_7 2)$

$= \frac{1}{1 + \frac{b}{a}} \cdot \left(1 + 2\left(\frac{1}{a} - 1\right)\right) = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{2-a}{a} = \frac{2-a}{a+b}$

Câu 20: Đáp án C

Chọn đáp án C vì tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$ khi a không nguyên.

Còn khi $\alpha \in \mathbb{N}^*$ thì $D = \mathbb{R}$, $\alpha \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}^*$ thì $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Câu 21: Đáp án A

$$\text{pH} = \log \frac{1}{[\text{H}^+]} = -\log 10^{-11} = 11$$

Câu 22: Đáp án B

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2x dx \\ v = \sin x \end{cases}$$

$$I = x^2 \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \cdot \sin x dx = \frac{\pi^2}{4} - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$$

$$I = \frac{\pi^2}{4} - 2 \left(-x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx \right) = \frac{\pi^2}{4} - 2 \left(0 + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \right) = \frac{\pi^2}{4} - 2$$

Câu 23: Đáp án C

Ta có: $f(x) = \int (3x^2 + 2) dx = x^3 + 2x + C$, mà $f(1) = 8 \Rightarrow C + 3 = 8 \Leftrightarrow C = 5$

Vậy $f(x) = x^3 + 2x + 5$

Câu 24: Đáp án B

Mốc thời gian là 8 giờ nên 9 giờ thì $t = 1$, lúc 11 giờ thì $t = 3$

Vậy số đơn vị công nhân A sản xuất được là:

$$\int_1^3 p'(t) dt = \int_1^3 (100t + e^{-0,5t}) dt = \left(50t^2 - 2e^{-0,5t} \right) \Big|_1^3 = 200 + 2e^{-0,5} - 2e^{-1,5}$$

Câu 25: Đáp án C

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x \cdot \cos 2x dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \cdot \cos^2 2x dx = - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 2x \cdot d(\cos 2x) = - \frac{\cos^3 2x}{3} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{3}$$

Câu 26: Đáp án A

$$I = \int_1^e \frac{dx}{x(\ln x + 1)} = \int_1^e \frac{d(\ln x + 1)}{(\ln x + 1)} = \ln(\ln x + 1) \Big|_1^e = \ln 2$$

Câu 27: Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x \ln x = 0 (x > 0) \Rightarrow \ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Thể tích của khối tròn xoay là: $V = \pi \int_1^e x^2 \ln^2 x dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln^2 x \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2 \ln x}{x} dx \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$$

$$V = \pi \left(\frac{x^3}{3} \ln^2 x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{x^3}{3} \frac{2 \ln x}{x} dx \right) = \pi \left(\frac{e^3}{3} - \frac{2}{3} \int_1^e x^2 \ln x dx \right)$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$$

$$V = \pi \left(\frac{e^3}{3} - \frac{2}{3} \left(\frac{x^3}{3} \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{x^2}{3} dx \right) \right) = \pi \left(\frac{e^3}{9} + \frac{2}{9} \frac{x^3}{3} \Big|_1^e \right) = \pi \left(\frac{5e^3 - 2}{27} \right)$$

Câu 28: Đáp án C

Vật dừng lại thì $v(t) = 0 \Leftrightarrow 90 - 5t = 0 \Leftrightarrow t = t_2 = 18(s)$. Trước khi vật dừng lại 6s thì $t_1 = 12(s)$

$$\text{Quãng đường vật đi được là: } s = \int_{12}^{18} v(t) dt = \int_{12}^{18} (90 - 5t) dt = \left(90t - \frac{5t^2}{2} \right) \Big|_{12}^{18} = 90\text{cm}$$

Câu 29: Đáp án A

A là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 + 2i \Rightarrow A(3; 2)$

$$\bar{z}' = -3 - 2i \Rightarrow z' = -3 + 2i \Rightarrow B(-3; 2)$$

Suy ra A và B đối xứng nhau qua trục hoành.

Câu 30: Đáp án A

Gọi $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$

Theo đề ta có

$$\begin{cases} |z| = 2 \\ (z+1)(2-\sqrt{3}i) + (\bar{z}+1)(2+\sqrt{3}i) = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ 4x + 2\sqrt{3}y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = \sqrt{3} \\ x = \frac{13}{7} \Rightarrow y = \frac{3\sqrt{3}}{7} \end{cases}$$

Vậy có 2 số phức thỏa là $z = 1 + \sqrt{3}i$ và $z = \frac{13}{7} + \frac{3\sqrt{3}}{7}i$

Câu 31: Đáp án B

Theo đề suy ra $A(-1;4), B(-4;2), C(1;-1)$

Gọi $D(a;b)$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Theo YCBT ta suy ra $\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-a = -3 \\ -1-b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases}$, vậy $z_4 = 4 + i$

Câu 32: Đáp án A

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} \left| \frac{z-i}{z-1} \right| = 1 \\ \left| \frac{z+i}{z-3i} \right| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x+(y-1)i| = |x-1+yi| \\ |x+(y+1)i| = |x+(y-3)i| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1. \text{ Vậy có 1 số phức thỏa mãn.}$$

Câu 33: Đáp án D

Điều kiện $z \neq -1$. Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } \bar{z} = \frac{z^2 + 2z + 3}{z+1} \Leftrightarrow (a-bi)(a+1+bi) = (a+bi)^2 + 2(a+bi) + 3$$

$$\Leftrightarrow (-2b^2 + a + 3) + (2ab + 3b)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2b^2 + a + 3 = 0 \\ 2ab + 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Các số phức thỏa là $z_1 = -3, z_2 = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_3 = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Vậy $|z_1| + |z_2| + |z_3| = 3 + 2\sqrt{3}$

Câu 34: Đáp án D

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$

$$|z-2+i| = 2 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$$

Câu 35: Đáp án B

- Đáp án A sai hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều, mặt bên là tam giác cân.

- Đáp án B đúng.
- Đáp án C sai tứ diện đều là hình có các cạnh bằng nhau.
- Đáp án D đúng nhưng chưa đủ, phải có các cạnh bên bằng nhau nữa.

Câu 36: Đáp án A

Gọi M là trung điểm BC $\Rightarrow \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SM$

$$\left(\widehat{(SBC)}, \widehat{(SAM)} \right) = \widehat{(SM, AM)} = \widehat{SMA} = 45^\circ \Rightarrow SA = AM = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$$

$$AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{2}}{2} \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2}{4}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^3}{24} \text{ (đvtt)}$$

Câu 37: Đáp án D

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC).

Kẻ $HD \perp AB (D \in AB)$, $HE \perp AC (E \in AC)$, $HF \perp BC (E \in BC)$

Khi đó ta có $HD = \frac{SH}{\tan 30^\circ} = SH\sqrt{3}$, $HE = \frac{SH}{\tan 45^\circ} = SH$, $HF = \frac{SH}{\tan 60^\circ} = \frac{SH}{\sqrt{3}}$

Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ suy ra $\frac{1}{2}SH \left(1 + \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow SH = \frac{3a}{2(4 + \sqrt{3})}$

Vậy $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{2(4 + \sqrt{3})} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8(4 + \sqrt{3})}$

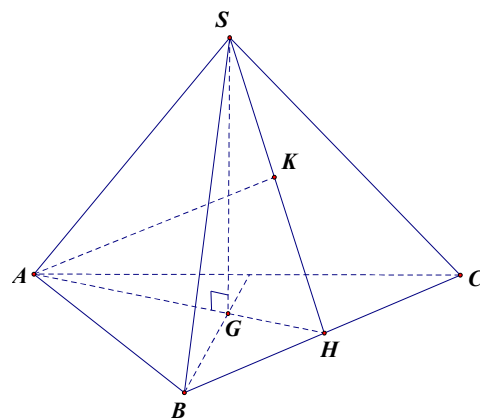
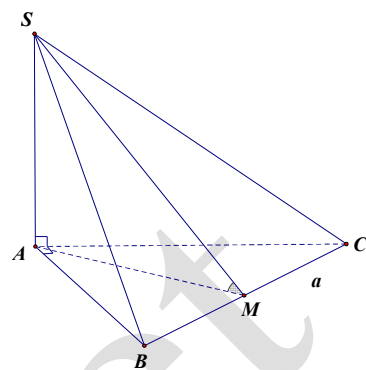
Câu 38: Đáp án D

Gọi các điểm như hình vẽ, ra có:

$$SH = a, BG = \frac{a\sqrt{3}}{3}, \Rightarrow SG = \frac{a\sqrt{33}}{6}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{33}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{11}}{24}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2}{2}. \text{ Ta có: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} d \cdot S_{\Delta ABC} \Leftrightarrow d = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}}$$

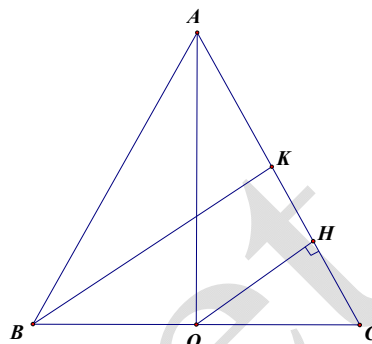


Vậy $d = \frac{3a\sqrt{11}}{4}$

Câu 39: Đáp án A

Giả sử thiết diện qua trục của khối nón tròn xoay đã cho là tam giác ABC. Theo giả thiết thì ta có ABC là tam giác đều. Gọi K, H là trung điểm của AC, KC, O là tâm của tâm đáy của khối nón. Khi nón $OH = \sqrt{3} \Rightarrow BK = AO = 2\sqrt{3} \Rightarrow AB = 4 \Rightarrow BO = 2$

Vậy $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$



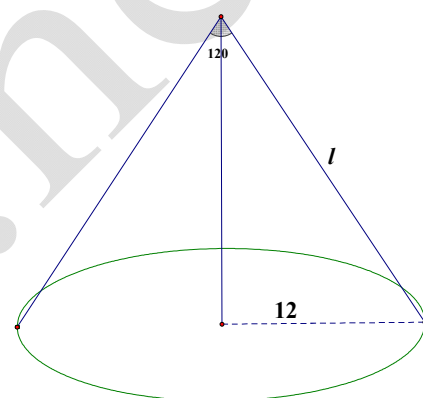
Câu 40: Đáp án D

Ta có: $V_2 = \frac{4}{3}\pi.R_2^2 = \frac{4}{3}\pi.4.R_1^2 = 4V_1$

Câu 41: Đáp án A

Ta có: $\widehat{ASO} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$

ΔSOA vuông tại O nên: $\sin 60^\circ = \frac{OA}{SA} = \frac{r}{\ell} \Rightarrow \ell = \frac{r}{\sin 60^\circ} = \frac{12}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{24}{\sqrt{3}}$



Câu 42: Đáp án A

Gọi R là bán kính đáy thùng (m), h: là chiều cao của thùng (m). ĐK: $R > 0, h > 0$

Thể tích của thùng là:

$V = \pi R^2 h = 2\pi \Leftrightarrow R^2 h = 2 \Leftrightarrow h = \frac{2}{R^2}$

Diện tích toàn phần của thùng là:

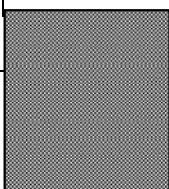
$S_{tp} = 2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi R (h + R) = 2\pi R \left(\frac{2}{R^2} + R \right) = 2\pi \left(\frac{2}{R} + R^2 \right)$

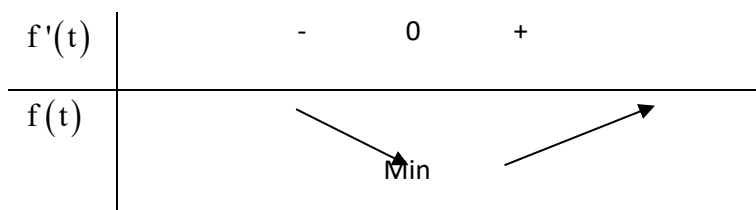
Đặt $f(t) = 2\pi \left(\frac{2}{t} + t^2 \right) (t > 0)$ với $t = R$

$f'(t) = 4\pi \left(t - \frac{1}{t^2} \right) = \frac{4\pi(t^3 - 1)}{t^2}, f'(1) = 0 \Leftrightarrow t^3 = 1 \Leftrightarrow t = 1$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	0	1	$+\infty$
---	-----------	---	---	-----------





Vậy ta cần chế tạo thùng với kích thước $R = 1\text{m}, h = 2\text{m}$

Câu 43: Đáp án D

Tâm I của mặt cầu là trung điểm của AB có tọa độ $I(2;0;3)$

$$\text{Bán kính } R = IB = \sqrt{(3-2)^2 + (1-0)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{3}$$

$$\text{Phương trình mặt cầu (S): } (x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 3$$

Câu 44: Đáp án A

$$G \text{ là trọng tâm } \Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \\ z_A + z_B + z_C = 3z_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 + 2 + x_C = 0 \\ 2 + 4 + y_C = 6 \\ 3 + 2 + z_C = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -1 \\ y_C = 0 \\ z_C = -2 \end{cases}$$

Vậy $C(-1;0;-2)$

Câu 45: Đáp án B

(P) đi qua $A(1;1;8)$ và vuông góc với $\Delta \Rightarrow$ (P) đi qua $A(1;1;8)$ và có vectơ pháp tuyến

$$\vec{n} = \vec{a}_{\Delta} = (2;1;-1) \Rightarrow \text{Phương trình (P): } 2(x-1) + (y-1) - (z-8) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - z + 5 = 0$$

Câu 46: Đáp án B

Ta có $\sin \left[\widehat{(\Delta), (P)} \right] = \frac{11}{7\sqrt{6}} > \frac{1}{2}$. Suy ra B đúng.

Câu 47: Đáp án A

Đường thẳng d_1, d_2 có VTPT lần lượt là $\vec{u}_1 = (1;-1;2), \vec{u}_2 = (-5;8;3)$. Mặt phẳng (α) có VTPT là

$$\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 = (-19;-13;3). \text{ PTMP } (\alpha): 19x + 13y - 3z - 28 = 0$$

Câu 48: Đáp án A

Hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ lần lượt có tọa độ tâm là $I_1(-2;-1;-1), I_2(2;1;1)$ và bán kính là

$R_1 = 2\sqrt{2}, R_2 = \sqrt{10}$, ta có $|R_1 - R_2| < I_1I_2 = 2\sqrt{6} < R_1 + R_2$ suy ra hai mặt cầu này cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn. Vậy A đúng.

Câu 49: Đáp án D

Đường thẳng d có VTCP là $\vec{u}_d = (3; -5; -1)$ và mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n}_p = (2; 0; 1)$ suy ra $\vec{u}_d \wedge \vec{n}_p = (-5; -5; 10)$. Khi đó chọn VTCP của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta = (1; 1; -2)$.

Phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$

Câu 50: Đáp án A

$\vec{AB} = (-1; 0; 3)$, $\vec{AC} = (3; 1; 1)$. Khi đó $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ suy ra tam giác ABC vuông tại A, suy ra tất cả các điểm cách đều ba điểm A, B, C nằm trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại $I\left(3; \frac{3}{2}; 2\right)$ (với I là trung điểm cạnh BC). VTCP của đường thẳng.

$\vec{u} = [\vec{AB}, \vec{BC}] = (3; 10; -1)$ suy ra phương trình của đường thẳng là $\frac{x-3}{3} = \frac{y-\frac{3}{2}}{10} = \frac{z-2}{-1}$