Đáp án

1-A	2-C	3-B	4-D	5-D	6-A	7-D	8-D	9-A	10-A
11-D	12-A	13-B	14-C	15-A	16-A	17-A	18-C	19-A	20-C
21-B	22-A	23-A	24-C	25-C	26-C	27-A	28-D	29-B	30-C
31-B	32-A	33-B	34-D	35-C	36-D	37-D	38-C	39-C	40-A
41-B	42-B	43-B	44-A	45-D	46-B	47-D	48-A	49-A	50-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

Đồ thị hình bên là dạng đồ thị của hàm số bậc 3 có $a<0$, nó di qua điểm $(0;2)$

Câu 2: Đáp án C

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\dfrac{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)}{\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)}=\dfrac{1}{-1}=-1$ suy ra $y=-1$ là tiệm cận ngang. Rõ ràng đồ thị hàm số có thể nhiều hơn một tiệm cận.

Câu 3: Đáp án B

Ta có: $y'=-16x^3<0$ với $x\in(0;+\infty)$

Câu 4: Đáp án D

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm1$ và đạt cực đại tại $x=0$

Câu 5: Đáp án D

$y'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$ do $a>0$ nên $x=2$ là điểm cực tiểu của hàm số suy ra

$y_{CT}=2^3-3.4+2=-2$

Câu 6: Đáp án A

TXĐ: $D=\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$

$$f'(x)=\frac{-x}{\sqrt{2-x^2}}+1=\frac{-x+\sqrt{2-x^2}}{\sqrt{2-x^2}}$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow \sqrt{2-x^2}=x\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ 2-x^2=x^2 \end{cases}\Leftrightarrow x=1$$

$$f\left(-\sqrt{2}\right)=-\sqrt{2};f(1)=2;f\left(\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}$$

$$\max_{\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]} f(x)=f(1)=2,\ \min_{\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]} f(x)=f\left(-\sqrt{2}\right)=-\sqrt{2}$$

Câu 7: Đáp án D

PTHĐGĐ của (C) và $d:\dfrac{-x+1}{2x-1}=x+m$

ĐK: $x\ne\dfrac{1}{2}$

$$(1) \Leftrightarrow -x+1 = 2x^2 + 2mx - x - m$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2mx - 1 - m = 0, (*)$$

Ta thấy $x = \frac{1}{2}$ không phải là nghiệm của phương trình

Ta có: $\Delta' = m^2 + 2m + 2 > 0, \forall m$

Do đó pt luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

Vậy d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt với mọi m

Câu 8: Đáp án D

Ta có: $y' = 3x^2 - 3mx \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}m^3 \\ x = m \Rightarrow y = 0 \end{array}\right.$

Để hàm số có hai điểm cực trị thì $m \neq 0$

Giả sử $A\left(0; \frac{1}{2}m^2\right), B(m;0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(m, -\frac{1}{2}m^3\right)$

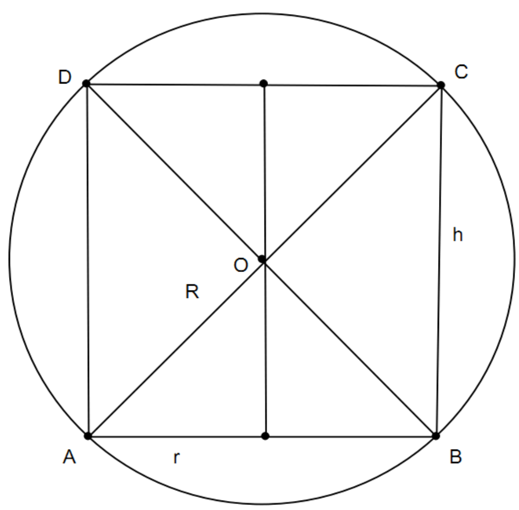
Ta có vtpt của d là $\vec{n} = (1;-1) \Rightarrow \vec{u} = (1;1)$

Để $AB \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow m - \frac{1}{2}m^3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \pm\sqrt{2} \end{array}\right. \Rightarrow m = \pm\sqrt{2}$

Câu 9: Đáp án A

Xét phương trình $x^2 + 4x - m = 0$, với $\Delta' = 4 + m < 0 \Leftrightarrow m < -4$ thì phương trình này vô nghiệm nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Câu 10: Đáp án A



Gọi h và r là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Bài toán quy về việc tính h và r phụ thuộc theo R khi hình chữ nhật ABCD nội tiếp trong hình tròn (O,R) thay đổi về $V = \pi r^2 h$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Leftrightarrow 4R^2 = 4r^2 + h^2$

$$V = \pi\left(R^2 - \frac{1}{4}h^2\right)h = \pi\left(-\frac{1}{4}h^3 + R^2 h\right) \quad (0 < h < 2R)$$

$$V' = \pi\left(-\frac{3}{4}h^2 + R^2\right) \Leftrightarrow h = \pm\frac{2R}{\sqrt{3}}$$

Vậy $V = V_{max} = \frac{4}{9}\pi R^3\sqrt{3} \Leftrightarrow h = \frac{2R}{\sqrt{3}}$

x	0	$\frac{2R}{\sqrt{3}}$	2R
y'	+	0	-
y	↙		↘

Lúc đó $r^2 = R^2 - \frac{1}{4}.\frac{4R^2}{3} = \frac{2R^2}{3} \Rightarrow r = \frac{R\sqrt{6}}{3}$

Câu 11: Đáp án D

Đặt $u = \cot x, u \in (0;1)$ thì $y = \frac{u-2}{u-m}$

Ta có: $y'_x = \frac{2-m}{(u-m)^2}.u'_x = \frac{2-m}{(u-m)^2}.\left[-\left(1+\cot^2 x\right)\right] = \frac{-(2-m)}{(u-m)^2}.\left(1+\cot^2 x\right)$

Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow y'_x > 0$ với mọi x thuộc $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$ hay $\begin{cases} m > 2 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$

Câu 12: Đáp án A

Điều kiện $x^2 - 1 > 0$

Phương trình $\log_3\left(x^2 - 1\right) = 1 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$, thỏa điều kiện

Câu 13: Đáp án B

$y' = \frac{1}{x.\ln 7}$

Câu 14: Đáp án C

Điều kiện $3x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$

$\log_2(3x-1) > 3 \Leftrightarrow 3x - 1 > 8 \Leftrightarrow x > 3$, kết hợp điều kiện ta được $x > 3$

Câu 15: Đáp án A

Điều kiện xác định: $x^3 - 4x^2 \Leftrightarrow x^2(x-4) > 0 \Leftrightarrow x > 4$

Câu 16: Đáp án A

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;2)$ chỉ có A, D thỏa tuy nhiên đáp án D có đồ thị là một parabol.

Câu 17: Đáp án A

Ta có: $B = 3^{2\log_3 a} - \log_5 a^2.\log_a 25 = 3^{\log_3 a^2} - 4\log_5 a.\log_a 5 = a^2 - 4$

Câu 18: Đáp án C

Ta có: $y' = \dfrac{1}{\left(\dfrac{x-4}{x+4}\right)\ln 2}\left(\dfrac{x-4}{x+4}\right)' = \dfrac{x+4}{(x-4)\ln 2}.\dfrac{8}{(x+4)^2} = \dfrac{8}{(x^2-4)\ln 2}$

Câu 19: Đáp án A

Ta có $\log_9 50 = \log_{3^2} 50 = \dfrac{1}{2}\log_3 50$

$\log_3 50 = \log_3 \dfrac{150}{3} = \log_3 15 + \log_3 10 - 1 = a + b - 1$

Suy ra $\log_9 50 = \dfrac{1}{2}\log_3 50 = \dfrac{1}{2}(a+b-1)$

Hoặc học sinh có thể kiểm tra bằng MTCT.

Câu 20: Đáp án C

ĐK: $x > \dfrac{1}{2} (*)$

$\log_4 x^2 + \log_2(2x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(4x+3) < 0 \Leftrightarrow \log_2(2x^2 - x) < \log_2(4x+3)$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 3 < 0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} < x < 3$ kết hợp đk (*) ta được $\dfrac{1}{2} < x < 3$

Câu 21: Đáp án B

Đặt $r = 1,75\%$

Số tiền gốc sau 1 năm là: $100 + 100.r = 100(1+r)$

Số tiền gốc sau 2 năm là: $100(1+r) + 100(1+r)r = 100(1+r)^2$

Như vậy số tiền gốc sau n năm là: $100(1+r)^n$

Theo đề $100(1+r)^n = 200 \Leftrightarrow (1+r)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1+r} 2 \approx 40$

Câu 22: Đáp án A

Theo sách giáo khoa thì đáp án A là đáp án chính xác.

Câu 23: Đáp án A

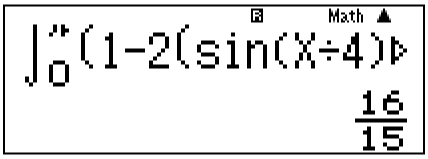
$$\int f(x)dx = \int\left(2x^2 + \frac{3}{x^2}\right)dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$$

Câu 24: Đáp án C

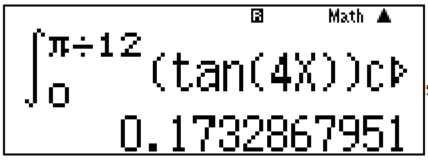
$$I = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin x.\sin 3x.dx = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{8}}(\cos 2x - \cos 4x)dx = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{4}\sin 4x\right]\Bigg|_0^{\frac{\pi}{8}} = \frac{\sqrt{2}-1}{8}$$

Câu 25: Đáp án C

$$J = \int_0^{\pi}\left(1 - 2\sin^2\frac{x}{4}\right)^5 dx = \frac{16}{15}$$



Câu 26: Đáp án C

Sử dụng MTCT 

giá trị này là đáp án A.

Câu 27: Đáp án A

Đặt $f_1(x) = x^2 - 2x + 2$. Ta có $f_1'(x) = 2x - 2, f_1'(3) = 4$. Tiếp tuyến của parabol đã cho tại điểm $M(3;5)$ có phương trình $y - 5 = 4(x-3) \Leftrightarrow y = 4x - 7$

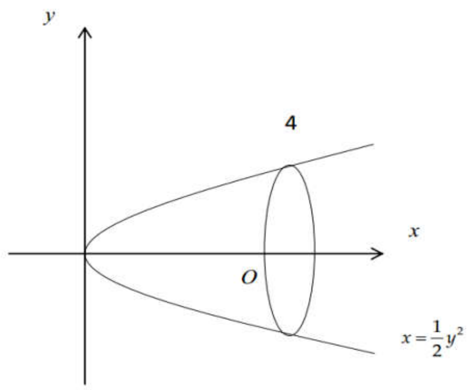
Đặt $f_2(x) = 4x - 7$. Diện tích phải tìm là:

$$\int_0^3 |f_1(x) - f_2(x)|dx = \int_0^3 \left|(x^2 - 2x + 2) - (4x - 7)\right|dx$$

$$= \int_0^3 \left|(x^2 - 6x + 9)\right|dx = \int_0^3 (x-3)^2 dx = \left(\frac{(x-3)^3}{3}\right)\Bigg|_0^3 = 9$$

Câu 28: Đáp án D

Xét hệ trục như hình vẽ, dễ thấy parabol đi qua ba điểm $(0;0),(4;2\sqrt{2}),(4;-2\sqrt{2})$ nên có phương trình $x=\dfrac{y^2}{2}$. Thể tích của chuông là thể tích của khối tròn xoay tạo bởi hình phẳng $y=\sqrt{2x}, x=0, x=4$ quay quanh trục Ox. Do đó



Ta có $V=\pi\int_0^4 2x\,dx=\left(\pi x^2\right)\Big|_0^4=16\pi$

Câu 29: Đáp án B

Vì $z=2i+3=3+2i$ nên $\overline{z}=3-2i$, suy ra

$$\frac{z}{\overline{z}}=\frac{3+2i}{3-2i}=\frac{(3+2i)(3+2i)}{9+4}=\frac{5+12i}{13}$$

Câu 30: Đáp án C

$$\left(1+i\sqrt{3}\right)\left(1-i\sqrt{3}\right)=1-\left(i\sqrt{3}\right)^2=4$$

Câu 31: Đáp án B

Trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(-3;\dfrac{4}{3}\right)$

Vậy G biểu diễn số phức $z=-3+\dfrac{4}{3}i$

Câu 32: Đáp án A

$$z=\frac{z}{z+i}\Leftrightarrow z\left(1-\frac{1}{z+i}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=0\\ 1=\dfrac{1}{z+i}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=0\\ z=1-i\end{array}\right.$$

Câu 33: Đáp án B

Đặt $z=a+ib\,(a,b\in\mathbb{R},b<0)$

Ta có: $\begin{cases}\overline{z}=a-bi\Rightarrow z.\overline{z}=a^2+b^2=29\,(1)\\ z^2=a^2-b^2+2abi=-21-20i\Leftrightarrow\begin{cases}a^2-b^2=-21\,(2)\\ 2ab=-20\quad(3)\end{cases}\end{cases}$

(1) trừ (2), ta có $2b^2=50$ mà $b<0$ nên $b=-5$

Thay $b=-5$ vào (3) ta được $a=2$

Vậy $z=2-5i$

Câu 34: Đáp án D

Đặt $z = x + yi\left(x, y \in \mathbb{R}\right)$ và $M\left(x; y\right)$ là điểm biểu diễn của z.

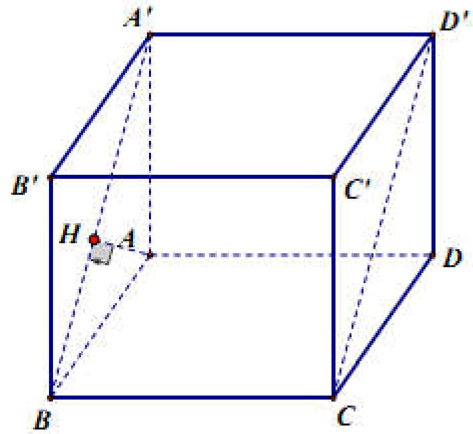
Ta có $\begin{cases} |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \overline{z} - 3 + 4i = x - iy - 3 + 4i = \left(x - 3\right)\left(-y + 4\right)i \end{cases}$

$\Rightarrow \left|\overline{z} - 3 + 4i\right| = \sqrt{\left(x - 3\right)^2 + \left(-y + 4\right)^2}$

Vậy $|z| = \left|\overline{z} - 3 + 4i\right| \Leftrightarrow x^2 + y^2 = \left(x - 3\right)^2 + \left(-y + 4\right)^2 \Leftrightarrow 6x + 8y - 25 = 0$

Câu 35: Đáp án C

Gọi H là hình chiếu của A lên cạnh A'B



$\Rightarrow AH \perp A'BCD' \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

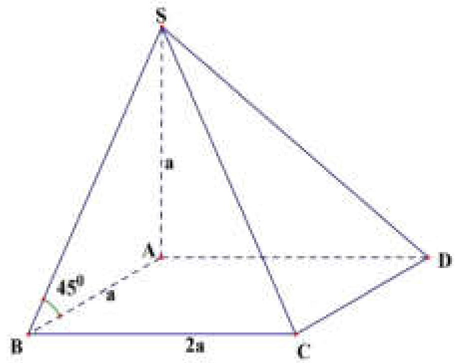
Gọi $AA' = x > 0$. Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác AA'B:

$\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AA'^2} + \dfrac{1}{AB^2} \Leftrightarrow \dfrac{4}{3a^2} = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{a^2}$

$\Leftrightarrow x^2 = 3a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{3}$

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.AB.AD = a\sqrt{3}.a.a = a^3\sqrt{3}$

Câu 36: Đáp án D

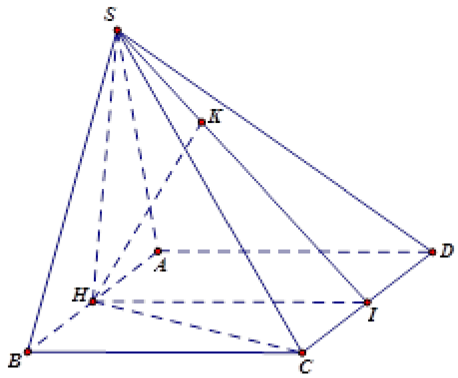


$V = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a.a.2a = \dfrac{2a^3}{3}$

Câu 37: Đáp án D

Ta có: $\dfrac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{24}$

Câu 38: Đáp án C



Xác định được đúng góc giữa SC và (ABCD) là $\widehat{SCH} = 45^0$

Tính được $HC = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Vì $AB // (SCD), H \in AB$ nên $d(AB;SD) = d(AB,(SCD)) = d(H,(SCD))$

Gọi I là trung điểm của CD. Trong (SHI), dựng $HK \perp SI$ tại K

Chứng minh được $HK \perp (SCD) \Rightarrow d(H;(SCD)) = HK$

Xét tam giác SHI vuông tại H, HK đường cao:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{4}{5a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{9}{5a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{5}}{3}$$

Vậy $d(AB;SD) = HK = \frac{a\sqrt{5}}{3}$

Câu 39: Đáp án C

Tam giác OAB vuông cân tại O nên $AB = a\sqrt{2}$

$$\Delta OAC: AC^2 = OA^2 + OC^2 = a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2}$$

$$AC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Vì $AB \neq AC$: Câu C) sai

Câu 40: Đáp án A

Do góc ở đỉnh của hình nón bằng 90^0 nên thiết diện qua trục hình nón là tam giác vuông cân. Suy ra bán kính đáy của hình nón là $R = h$

Thể tích khối nón là : $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{\pi h^3}{3}$

Câu 41: Đáp án B

Gọi R và h là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ. Khi đó :

$S_d = \pi R^2 \Rightarrow \pi R^2 = 4\pi a^2$ (S_d là diện tích mặt cầu) $\Rightarrow R = 2a$

$S_{xq} = 2\pi Rh = S\left(S_{xq} = S\right) \Rightarrow h = \dfrac{S}{4\pi a}$

Vậy $V = S_d.h = 4\pi a^2.\dfrac{S}{4\pi a} = Sa$

Câu 42: Đáp án B

Gọi M là trung điểm cạnh BC. Vì ABC và DBC là 2 tam giác đều bằng nhau nên 2 trung truyến AM và DM cùng vuông góc với BC và $AM = DM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Trong ΔMAD :

$AD^2 = AM^2 + DM^2 - 2AM.DM.\cos 2\alpha$

$\Rightarrow AD = 2.2.\dfrac{3a^2}{4} - 2.\dfrac{3a^2}{4}.\dfrac{1}{3} = 2a^2$

Ta có: $BA^2 + BD^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 = AD^2$

$\Rightarrow ABD = 90^0$

Tương tự: $CA^2 + CD^2 = AD^2$

$\Rightarrow ACD = 90^0$

Vậy mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD có tâm O là trung điểm cạnh AD.

Câu 43: Đáp án B

Ta có: $\left[\vec{a};\vec{b}\right] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\right) = \left(a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1\right)$

Câu 44: Đáp án A

Ta có $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|} = \dfrac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}$

Câu 45: Đáp án D

Tọa độ giao điểm của ba mặt phẳng là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} x+2y-z-6=0(1) \\ 2x-y+3z+13=0(2) \\ 3x-2y+3z+16=0(3) \end{cases}$$

Giải (1),(2) tính x,y theo z được $x=-z-4; y=z+5$. Thế vào phương trình (3) được $z=-3$ từ đó có $x=-1; y=2$

Vậy $A(-1;2;-3)$

Câu 46: Đáp án B

$\overrightarrow{BC}=(0;-2;-2);\overrightarrow{BD}=(-1;-1;-1)\Rightarrow \vec{n}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=2(0;1;-1)$

Phương trình tổng quát của (BCD): $(x-1)0+(y-1)+(z-2)(-1)=0$

$$\Leftrightarrow (BCD): y-z+1=0$$

$$AH=d(A,BCD)=\frac{|1+1+1|}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Câu 47: Đáp án D

(D) qua $A(3;1;-3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-4;1)$

Vecto pháp tuyến của $(P):(m-1;2;-4)$

$$(D)\subset(P)\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}.\vec{n}=0 \\ A\in(P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=4 \\ 3m+n=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=4 \\ n=-14 \end{cases}$$

Câu 48: Đáp án A

$D//(Ox)\Rightarrow$ Vectơ chỉ phương của $(D):\vec{e_1}=(1;0;0)$

$$\Rightarrow (D): \begin{cases} x=t-1 \\ y=5 \\ z=2 \end{cases} ;t\in\mathbb{R}$$

Câu 49: Đáp án A

Phương trình tham số của đường thẳng (d) qua A vuông góc với $(P): \begin{cases} x=2+2t \\ y=3+3t \\ z=5+t \end{cases}$.

Thế x,y,z theo t vào phương trình của (P) được $t=-\frac{1}{14}$

Thế $t=-\frac{1}{14}$ vào phương trình của (d) được giao điểm I của (d) và (P) là: $I\left(\frac{26}{14};\frac{39}{14};\frac{69}{14}\right)$

I là trung điểm của AA' nên: $\Rightarrow A'\left(\frac{12}{7};\frac{18}{7};\frac{34}{7}\right)$

Câu 50: Đáp án A

$AM^2-BM^2=CM^2$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+y^2+(z-1)^2-(x-2)^2-(y+1)^2-z^2=x^2+(y+3)^2+(z+1)^2$

$x^2+y^2+z^2-2x+8y+4z+13=0$