

Đáp án

1-D	2-B	3-B	4-B	5-D	6-A	7-B	8-D	9-C	10-B
11-B	12-B	13-D	14-D	15-D	16-C	17-C	18-D	19-A	20-C
21-C	22-C	23-A	24-D	25-B	26-A	27-A	28-D	29-B	30-D
31-B	32-B	33-B	34-A	35-B	36-B	37-C	38-C	39-B	40-D
41-C	42-D	43-C	44-C	45-C	46-D	47-D	48-A	49-D	50-D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án D

$$y' = \frac{(4x+1)(2-x) + (2x^2+x-2)}{(2-x)^2} = \frac{-2x^2+8x}{(2-x)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2; 1] \\ x = 4 \notin [-2; 1] \end{cases}$$

$$f(-2) = 1, f(0) = -1, f(1) = 1 \Rightarrow \max_{[-2; 1]} f(x) = 1, \min_{[-2; 1]} f(x) = -1$$

Câu 2: Đáp án B

Hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ qua các điểm $(0; 3), (1; 0), (2; 3)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} a \cdot 0^4 + b \cdot 0^2 + c = 3 \\ a \cdot 1^4 + b \cdot 1^2 + c = 0 \\ a \cdot 2^4 + 2^2 \cdot b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a + b + c = 0 \\ 16a + 4b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases}$$

Khai triển hàm số $y = (x^2 - 2)^2 - 1 = x^4 - 4x^2 + 3$ chính là hàm số cần tìm

Câu 3: Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số

$$\frac{2x^2 + x - 4}{x + 2} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x = 0 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -2 \\ x = -1 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

Vậy, đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt $A(0; -2), B(-1; -3)$

Câu 4: Đáp án B

$$x_A = -1 \Rightarrow y_A = -3 \Rightarrow A(-1; -3), x_B = 0 \Rightarrow y_B = 1 \Rightarrow B(0; 1)$$

Vì đường thẳng $y = ax + b$ đi qua hai điểm A và B nên ta có hệ: $\begin{cases} a(-1) + b = -3 \\ a \cdot 0 + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases}$

Câu 5: Đáp án D

Ta có: $y' = 3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} y_{CD} = 4 \\ y_{CT} = 0 \end{cases}$. Vậy $3y_{CD} - 2y_{CT} = 12$

Câu 6: Đáp án A

Ta có $y = |x^2 + 2x + a - 4| = |(x+1)^2 + a - 5|$. Đặt $u = (x+1)^2$ khi đó $\forall x \in [-2; 1]$ thì $u \in [0; 4]$ Ta được hàm số $f(u) = |u + a - 5|$. Khi đó

$$\text{Max}_{x \in [-2; 1]} y = \text{Max}_{u \in [0; 4]} f(u) = \text{Max} \{f(0), f(4)\} = \text{Max} \{|a-5|; |a-1|\}$$

Trường hợp 1: $|a-5| \geq |a-1| \Leftrightarrow a \leq 3 \Rightarrow \text{Max}_{u \in [0; 4]} f(u) = 5-a \geq 2 \Leftrightarrow a = 3$

Trường hợp 2: $|a-5| \leq |a-1| \Leftrightarrow a \geq 3 \Rightarrow \text{Max}_{u \in [0; 4]} f(u) = a-1 \geq 2 \Leftrightarrow a = 3$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\text{Max}_{x \in [-2; 1]} y = 2 \Leftrightarrow a = 3$

Câu 7: Đáp án B

Gọi $M\left(a; \frac{1}{1+a}\right) \in (C) (a \neq -1)$. Đồ thị (C) có TCN là: $y = 0$, TCD là: $x = -1$

Khi đó $d_{(M, TCD)} + d_{(M, TCN)} = |a+1| + \left| \frac{1}{1+a} \right| \geq 2 \Leftrightarrow |a+1| = 1 \Leftrightarrow a = 0 \vee a = -2$. Vậy có 2 điểm thỏa mãn.

Câu 8: Đáp án D

TXĐ: $D = \mathbb{R}, y' = -3x^2 + 6(m+1)x - (3m^2 + 7m - 1), \Delta'_y = 12 - 3m$. Theo YCBT suy ra phương trình

$y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt thỏa $\begin{cases} x_1 < x_2 \leq 1 \quad (1) \\ x_1 < 1 < x_2 \quad (2) \end{cases}$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_y > 0 \\ 3 \cdot y'(1) \geq 0 \\ \frac{x_1 + x_2}{2} = m + 1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m \leq -\frac{4}{3} \vee m \geq 1 \\ m < 0 \end{cases}$$

(2) $\Leftrightarrow -3 \cdot y'(1) < 0 \Leftrightarrow -\frac{4}{3} < m < 1$

Vậy $m < 1$ thỏa mãn YCBT.

Câu 9: Đáp án C

+) Với $-5 < a < -1$ thì đường thẳng (d) không cắt đồ thị (H) \Rightarrow D đúng.

+) Với $a = -5$ hoặc $a = -1$ thì đường thẳng (d) tiếp xúc với đồ thị (H) \Rightarrow A đúng

+) Với $a < -5 \vee a > -1$ thì đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (H) tại hai điểm phân biệt \Rightarrow B đúng

Câu 10: Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng với đồ thị hàm số:

$$\frac{2x^2 - x - 1}{x + 1} = m \Leftrightarrow 2x^2 - (m + 1)x - m - 1 = 0(*) \quad (\text{vì } x = -1 \text{ không phải là nghiệm của pt})$$

Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt

\Leftrightarrow Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\Leftrightarrow \Delta = (m + 1)^2 + 4.2.(m + 1) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 10m + 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -9 \\ m > -1 \end{cases}$$

Khi đó, tọa độ hai giao điểm là: $A(x_1; m), B(x_2; m)$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (m - m)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{\left(\frac{m + 1}{2}\right)^2 + 2(m + 1)}$$

$$AB = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{m + 1}{2}\right)^2 + 2(m + 1)} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow m^2 + 10m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -10 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Câu 11: Đáp án B

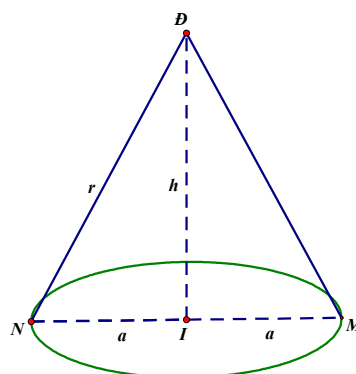
Ta có: $r = \sqrt{a^2 + h^2}$ (Định lý Py-ta-go)

$$\sin \alpha = \frac{h}{R} = \frac{h}{\sqrt{a^2 + h^2}}$$

$$\Rightarrow C = k \cdot \frac{\sin \alpha}{R^2} = k \cdot \frac{h}{\sqrt{a^2 + h^2} (a^2 + h^2)}$$

Xét hàm $f(h) = \frac{h}{(\sqrt{a^2 + h^2})^3} (h > 0)$, ta có:

$$f'(h) = \frac{\sqrt{(a^2 + h^2)^3} - 2h^2 \cdot \frac{3}{2} \sqrt{a^2 + h^2}}{(a^2 + h^2)^3}$$



$$f'(h) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{(h^2 + a^2)^3} = 3 \cdot h^2 \cdot \sqrt{a^2 + h^2}$$

$$\Leftrightarrow h^2 + a^2 = 3h^2 \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Bảng biến thiên:

h	0	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$
f'(h)	+	-	
f(h)		↗	↘

Từ bảng biến thiên suy ra: $f(h)_{\max} \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow C = k \cdot f(h)_{\max} \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 12: Đáp án B

Điều kiện $1 - x > 0 \Leftrightarrow x < 1$. Phương trình đã cho tương đương

$$(1-x)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3(L) \end{cases} \Leftrightarrow x = -1$$

Câu 13: Đáp án D

Ta có: $\log_{a^4} x - \log_{a^2} x + \log_a x = \frac{3}{4}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} \log_a x - \frac{1}{2} \log_a x + \log_a x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{3}{4} \log_a x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \log_a x = 1 \Leftrightarrow x = a$$

Câu 14: Đáp án D

Phương trình $\Leftrightarrow 5 \cdot 5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 5 > 0$

Đặt $t = 5^x$ ($t > 0$), bất phương trình trở thành:

$$5t^2 - 26t + 5 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < t < \frac{1}{5} \\ t > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x < \frac{1}{5} \\ 5^x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$$

Câu 15: Đáp án D

Thay $x = -2$ vào phương trình ta được:

$$\log_4 1 - 2\log_4 4^4 + m^2 = 0 \Leftrightarrow -8 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{2}$$

Câu 16: Đáp án C

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4 > 0 \\ \log_2(3x+4) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4 > 0 \\ 3x+4 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -1$$

Câu 17: Đáp án C

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{\left(\tan x + \frac{1}{\cos x}\right)'}{\tan x + \frac{1}{\cos x}} = \frac{\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{(\cos x)'}{\cos^2 x}}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{1}{\cos x}} = \frac{\frac{1 + \sin x}{\cos^2 x}}{\frac{\sin x + 1}{\cos x}} = \frac{1}{\cos x}$$

Câu 18: Đáp án D

$$\text{Tập xác định } D = (-1; +\infty)$$

$$f'(x) = 2 \frac{(x+1)'}{x+1} - 2x+1 = \frac{2}{x+1} - 2x+1 = \frac{-2x^2 - x + 3}{x+1}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x^2 - x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{3}{2} \notin (-1; +\infty) \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x		-∞	-1	1	+∞
y'		-		+	-
y		-∞		2ln2	-∞

Vậy, hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$

Câu 19: Đáp án A

$$y = e^{3x+1} \cdot \cos 2x \Rightarrow y' = 3e^{3x+1} \cdot \cos 2x - 2e^{3x+1} \cdot \sin 2x = e^{3x+1} (3 \cos 2x - 2 \sin 2x)$$

Câu 20: Đáp án C

$$\text{Điều kiện } \sin x > 0, \cos x > 0. \text{ Đặt } u = \log_2(\cos x) \text{ khi đó } \begin{cases} \cot^2 x = 3^u \\ \cos x = 2^u \end{cases}$$

$$\text{Vì } \cot^2 x = \frac{\cos^2 x}{1 - \cos^2 x} \text{ suy ra } \frac{(2^u)^2}{1 - (2^u)^2} = 3^u \Leftrightarrow f(u) = \left(\frac{4}{3}\right)^u + 4^u - 1 = 0$$

$$f'(u) = \left(\frac{4}{3}\right)^u \ln\left(\frac{4}{3}\right) + 4^u \ln 4 > 0, \forall u \in \mathbb{R}. \text{ Suy ra hàm số } f(u) \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}, \text{ suy ra phương}$$

trình $f(u) = 0$ có nhiều nhất một nghiệm, ta thấy $f(-1) = 0$ suy ra $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Theo điều kiện ta đặt suy ra nghiệm thỏa mãn là $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. Khi đó phương trình nằm trong khoảng

$\left(\frac{\pi}{6}; \frac{9\pi}{2}\right)$ là $x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{7\pi}{3}$. Vậy phương trình có hai nghiệm trên khoảng $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{9\pi}{2}\right)$.

Câu 21: Đáp án C

Lãi được tính theo công thức lãi kép, vì 8 tháng sau bạn An mới rút tiền

Ta có công thức tính lãi:

$$58000000(1+x)^8 = 61329000 \Leftrightarrow (1+x)^8 = \frac{61329}{58000} \Leftrightarrow 1+x = \sqrt[8]{\frac{61329}{58000}}$$

$$x = \sqrt[8]{\frac{61329}{58000}} - 1 \approx 0,007 = 0,7\%$$

Câu 22: Đáp án C

Vì tích phân không phụ thuộc vào biến số nên $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$, đáp án C sai

Câu 23: Đáp án A

$$\text{Đặt } t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$$

$$\text{Đổi cận: } x = e \Rightarrow t = 1, x = 1 \Rightarrow t = 0$$

$$I = \int_0^1 \sin t dt = -\cos t \Big|_0^1 = 1 - \cos 1$$

Câu 24: Đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

$$\text{Ta có: } y' = (\ln x)' = \frac{1}{x}, y'(1) = 1$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $y = \ln x$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox là:

$$y = 1(x-1) + 0 \text{ hay } y = x - 1$$

Đường thẳng $y = x - 1$ cắt Ox tại điểm $A(1;0)$ và cắt Oy tại điểm $B(0;-1)$.

Tam giác vuông OAB có $OA = 1, OB = 1 \Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2}$

Câu 25: Đáp án B

$$I = \int \frac{e^{2x}}{e^x + 1} dx = \int \frac{e^x}{e^x + 1} e^x dx$$

Đặt $t = e^x + 1 \Rightarrow e^x = t - 1 \Rightarrow dt = e^x dx$

$$\text{Ta có } I = \int \frac{t-1}{1} dt = \int \left(1 - \frac{1}{t}\right) dt = t - \ln|t| + C$$

Trở lại biến cũ ta được $I = e^x + 1 - \ln(e^x + 1) + C$

Câu 26: Đáp án A

Điều kiện: $a \geq 0$

$$\text{Ta có: } I = \int_0^a 7^{x-1} \cdot \ln 7 dx = \ln 7 \int_0^a 7^{x-1} d(x-1) = \ln 7 \cdot \left. \frac{7^{x-1}}{\ln 7} \right|_0^a = 7^{x-1} \Big|_0^a = 7^{a-1} - \frac{1}{7} = \frac{1}{7}(7^a - 1)$$

Theo giả thiết ta có:

$$\frac{1}{7}(7^a - 1) = \frac{7^{2a} - 13}{42} \Leftrightarrow 6(7^a - 1) = 7^{2a} - 13 \Leftrightarrow 7^{2a} - 6 \cdot 7^a - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 7^a = -1(1) \\ 7^a = 7 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1$$

Câu 27: Đáp án A

$$S_{HP} = \left| \int_0^1 (x^4 + 3x^2 + 1) dx \right| = \frac{11}{5}$$

Câu 28: Đáp án D

$$\text{PTHĐGD } 3\sqrt{x} - x = \frac{1}{2}x \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4. \text{ Khi đó } V_{Ox} = \left| \int_0^4 \left[(3\sqrt{x} - x)^2 - \frac{1}{4}x^2 \right] dx \right| = \frac{56}{5}$$

Câu 29: Đáp án B

$$z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i} \right)^3 = \frac{(1+i\sqrt{3})^3}{(1+i)^3} = \frac{-8}{-2+2i} = 2+2i \Rightarrow \bar{z} = 2-2i$$

Vậy phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -2

Câu 30: Đáp án D

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 5 = -11 = 11i^2$$

$$\text{Phương trình } z^2 - 3z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3 - \sqrt{11}i}{2} \\ z = \frac{3 + \sqrt{11}i}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vì } z \text{ có phần ảo âm nên } z = \frac{3 - \sqrt{11}i}{2} \Rightarrow \omega = 2 \frac{3 - \sqrt{11}i}{2} - 3 + \sqrt{14} = \sqrt{14} - \sqrt{11}i$$

$$\text{Suy ra } |\omega| = \sqrt{14 + 11} = 5$$

Câu 31: Đáp án B

$$(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i \Leftrightarrow (3 + 2i)z + 4 - 4i + i^2 = 4 + i \Leftrightarrow (3 + 2i)z = 1 + 5i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{1 + 5i}{3 + 2i} \Leftrightarrow z = \frac{(1 + 5i)(3 - 2i)}{3^2 + 2^2} \Leftrightarrow z = \frac{13 + 13i}{13} = 1 + i$$

Suy ra hiệu phần thực và phần ảo của z bằng $1 - 1 = 0$

Câu 32: Đáp án B

$$z = \frac{(2 - 3i)(4 - i)}{3 + 2i} = \frac{8 - 2i - 12i + 3i^2}{(3 + 2i)} = \frac{(5 - 14i)(3 - 2i)}{3^2 + 2^2} = \frac{15 - 10i - 42i + 28i^2}{13} = -1 - 4i$$

Suy ra điểm biểu diễn của số phức z là $(-1; -4)$

Câu 33: Đáp án B

$$\frac{x + yi}{1 - i} = 3 + 2i \Leftrightarrow x + yi = (3 + 2i)(1 - i) \Leftrightarrow x + yi = 3 - 3i + 2i - 2i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + 2 \\ y = -3 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$$

Câu 34: Đáp án A

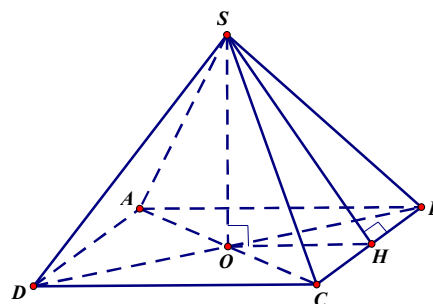
$$\text{Gọi } z = a + bi (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$$

$$z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i \Leftrightarrow (a + bi) - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i \Leftrightarrow a + bi - (2a - 2bi + 3ai + 3b) = 1 - 9i$$

$$\Leftrightarrow (-a - 3b) + (-3a + 3b)i = 1 - 9i \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ -3a + 3b = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } z = 2 - i \Rightarrow \bar{z} = 2 + i \Rightarrow z\bar{z} = 2^2 + 1^2 = 5$$

Câu 35: Đáp án B



Gọi các đỉnh của hình chóp tứ giác đều như hình vẽ bên và đặt cạnh bằng $AB = 2x$. Khi đó

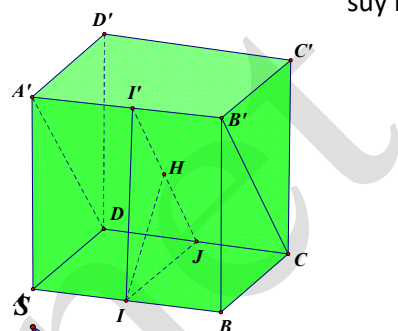
$$SO = x\sqrt{2}, OH = x \text{ suy ra } SH = x\sqrt{3}. \text{ Vậy } x = a. \text{ Khi đó } V = \frac{1}{3}SO \cdot AB^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$

Câu 36: Đáp án B

Gọi các điểm như hình vẽ bên trong đó $IH \perp I'J$. Đặt cạnh $AB = x$

$$IH = \frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = a. \text{ Vậy } V = a^3$$

suy ra



Câu 37: Đáp án C

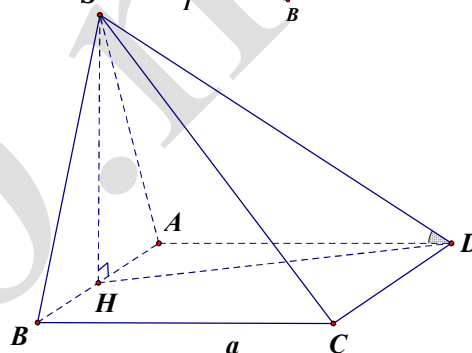
Gọi H là trung điểm AB

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = a^2, V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{15}}{6} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

$$HC = \sqrt{AC^2 + AH^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{(SC, HC)} = \widehat{SCH}$$

$$\tan \widehat{SCH} = SH : CH = \frac{a\sqrt{15}}{2} : \frac{a\sqrt{5}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCH} = 60^\circ$$



Câu 38: Đáp án C

Cho các đỉnh A, B, C, D, A', B', C', D' như hình vẽ và gọi M, N là tâm các hình vuông $ABB'A'$ và $ADD'A'$

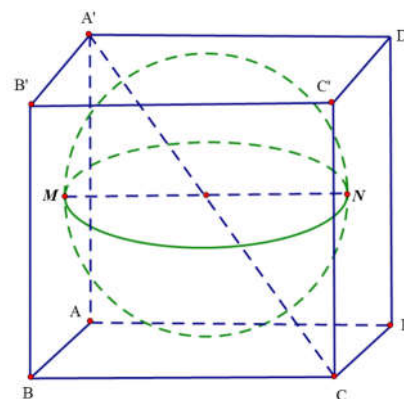
Gọi a là độ dài cạnh của hình lập phương.

Ta có

$$A'C^2 = AA'^2 + AC^2 = AA'^2 + AB^2 + AD^2 = 3a^2 = 3 \cdot 4^2 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$MN = BC = a = 4 \Rightarrow \text{bán kính khối cầu } R = 2$$

$$\text{Thể tích khối cầu là } V = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3}$$



Câu 39: Đáp án B

$$BD = AC = 2a, CD = \frac{BD}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}, SA = \sqrt{AC^2 - SC^2} = a$$

$$SH = \frac{SA \cdot SC}{AC} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$AH = \sqrt{SA^2 - SH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}$$

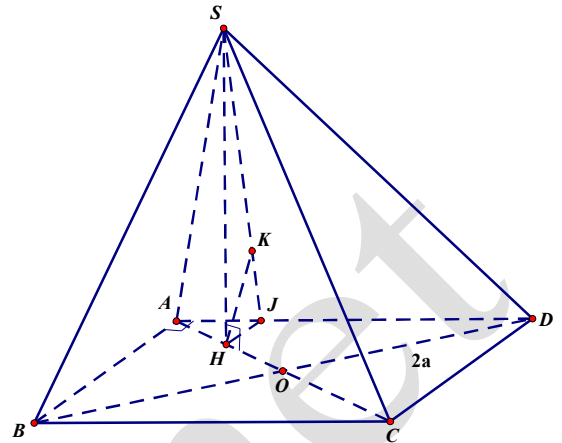
Gọi O là tâm của hình vuông ABCD.

$$\text{Ta có } d(B, (SAD)) = 2d(O, (SAD)) = 4d(H, (SAD))$$

$$\text{Kẻ } HI \parallel BD (I \in BD), HI = \frac{1}{4}CD = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

Kẻ $HK \perp SI$ tại K $\Rightarrow HK \perp (SAD)$

$$\Rightarrow d(B, (SAD)) = 4HK = 4 \cdot \frac{SH \cdot HI}{\sqrt{SH^2 + HI^2}} = 4 \cdot \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{2a^2}{16}}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$$



Câu 40: Đáp án D

$$\text{Ta có } \begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

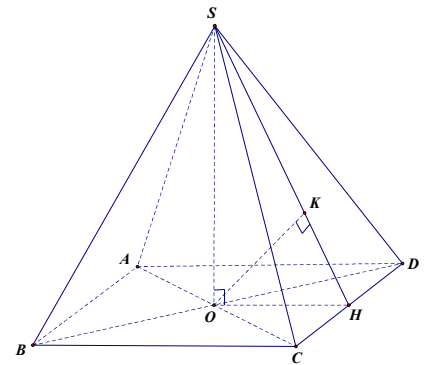
$$AO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + BC^2}}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{5a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Gọi H là trung điểm } CD \Rightarrow \begin{cases} CD \perp OH \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOH)$$

Kẻ $OK \perp SH$ tại K:

$$\Rightarrow OK \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD)) = 2OK = 2 \cdot \frac{SO \cdot OH}{\sqrt{SO^2 + OH^2}} = 2 \cdot \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ Câu}$$



41: Đáp án C

Hình tròn xoay này là hình nón. Kẻ $SO \perp (ABCD)$ thì O là tâm của hình vuông ABCD. Do $\triangle SOA$ vuông cân tại O nên

$$SA = OA\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} = a$$

$$S_{xq} = \pi \frac{AB}{2} \cdot SA = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2}{2}$$

Câu 42: Đáp án D

$$\triangle ABC : AC = \sqrt{9+16} = 5$$

$$(SAB) \perp (ABC), (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp (ABC)$$

$$\Rightarrow \widehat{SAC} = 45^\circ \Rightarrow SA = SC = 5$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{SC}{2} \right)^3 = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{5\sqrt{2}}{2} \right)^3 = \frac{125\pi\sqrt{2}}{3}$$

Câu 43: Đáp án C

$$\text{Ta có: } \vec{n}_p = (3; 0; -1), \vec{n}_q = (3; 4; 2) \Rightarrow \vec{u}_d = \vec{n}_p \wedge \vec{n}_q = (4; -9; 12)$$

Câu 44: Đáp án C

$$\text{Ta có } d_{[M,(\omega)]} = \frac{|1-1+4-3|}{\sqrt{1+1+4}} = \frac{\sqrt{6}}{3}. \text{ Vậy (S): } x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z + \frac{16}{3} = 0$$

Câu 45: Đáp án C

$$\text{Gọi } M(3+2m; 1+m; 5+2m) \in (d) \text{ (với } m \in \mathbb{R} \text{)}. \text{ Theo đề ta có } d_{[M,(P)]} = \sqrt{3}$$

$$d_{[M,(P)]} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|m-3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow m = 0 \vee m = 6. \text{ Vậy có tất cả hai điểm}$$

Câu 46: Đáp án D

$$R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 3 \cdot 2 - (-2) + 5|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{14}}$$

Câu 47: Đáp án D

$$\text{Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến } \vec{a} = (2; m; 2m)$$

$$\text{Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến } \vec{b} = (6; -1; -1)$$

Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) $\Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow 2.6 + m(-1) + 2m(-1) = 0 \Leftrightarrow m = 4$

Câu 48: Đáp án A

$$H \in \Delta \Rightarrow H(1+t; 2+t; 1+2t)$$

$$\overline{MH} = (t-1; t+1; 2t-3)$$

Δ có vectơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = (1; 1; 2)$, MH nhỏ nhất $\Leftrightarrow MH \perp \Delta \Leftrightarrow \overline{MH} \perp \vec{a}_\Delta \Leftrightarrow \overline{MH} \cdot \vec{a}_\Delta = 0$

$$\Leftrightarrow 1(t-1) + 1(t+1) + 2(1+2t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

Vậy $H(2; 3; 3)$

Câu 49: Đáp án D

Tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (Oxz) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{2} \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-2}{1} = 1 \\ y=0 \\ \frac{z-3}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=0 \\ z=5 \end{cases}$$

Vậy điểm cần tìm có tọa độ $(3; 0; 5)$

Câu 50: Đáp án D

(S) có tâm $I(-2; 3; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 0^2 - m} = \sqrt{13 - m} \ (m < 13)$

Gọi H là trung điểm M, N $\Rightarrow MH = 4$

Đường thẳng (d) qua $A(0; 1; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 2) \Rightarrow d(I; d) = \frac{|\overline{IA}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = 3$

$$\text{Suy ra } R = \sqrt{MH^2 + d^2(I; d)} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$\text{Ta có } \sqrt{13 - m} = 5 \Leftrightarrow 13 - m = 25 \Leftrightarrow m = -12$$