

Đáp án

1-A	2-D	3-A	4-D	5-C	6-A	7-D	8-C	9-C	10-C
11-B	12-D	13-D	14-B	15-C	16-B	17-C	18-A	19-B	20-B
21-C	22-C	23-D	24-B	25-B	26-B	27-B	28-D	29-D	30-C
31-B	32-C	33-C	34-B	35-A	36-D	37-A	38-B	39-A	40-B
41-B	42-B	43-B	44-D	45-A	46-D	47-B	48-C	49-C	50-D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

Đồ thị hướng lên nên chỉ có A, C thỏa.

- Đi qua $(1; -1); (-1; 3)$ chỉ có A thỏa.

Câu 2: Đáp án D

Vì A, B, C là các hàm có đạo hàm

A. $y' = \frac{1}{\cos^2 x} > 0, \forall x \in D$

B. $y' = 3x^2 + 2x + 1 > 0, \forall x \in D$

C. $y' = \frac{3}{(x+5)^2} > 0, \forall x \in D$

D. $y' = \left(\frac{1}{2}\right)^x \ln \frac{1}{2} < 0, \forall x \in D$

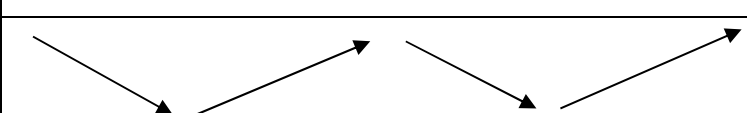
Nên $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ nghịch biến.

Câu 3: Đáp án A

Ta có: $y = x^4 - 2x^2 + 2016 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x$. Khi đó

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	0	+
y								

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1), (0; 1)$. Suy ra đáp án A đúng.

Câu 4: Đáp án D

$$y = \frac{1}{2}x^4 - x^2 \Rightarrow y' = 2x^3 - 2x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	\searrow	\nearrow	\searrow	\nearrow	$+\infty$		
		$-\frac{3}{4}$		$-\frac{3}{4}$				

Dựa vào bảng biến thiên suy ra đáp án D là đáp án đúng.

Câu 5: Đáp án C

$$y = -x^3 + 3x - 2016 \Rightarrow y' = -3x^2 + 2, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Các em lập bảng biến thiên suy ra $y_{CT} = -2018$

Câu 6: Đáp án A

$$y' = 1 - 2\sin x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

$$y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6} + 2\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + \sqrt{3}$$

Câu 7: Đáp án D

$$y' = 4x^3 - 4(m^2 + 1)x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m^2 + 1} \end{cases} \Rightarrow \text{hàm số (1) luôn có 3 điểm cực trị với mọi } m$$

$$x_{CT} = \pm\sqrt{m^2 + 1} \Rightarrow \text{giá trị cực tiểu } y_{CT} = -\left(m^2 + 1\right)^2 + 1$$

$$\text{Vì } \left(m^2 + 1\right)^2 \geq 1 \Rightarrow y_{CT} \leq 0 \quad \max(y_{CT}) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 1 = 1 \Leftrightarrow m = 0$$

Câu 8: Đáp án C

$$y' = 3x^2 - 6x + m$$

$$y'' = 6x - 6$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$:
$$\begin{cases} y'(2) = 3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + m = 0 \\ y''(2) = 6 \cdot 2 - 6 > 0 \end{cases} \Rightarrow m = 0$$

Câu 9: Đáp án C

$$y' = -3x^2 - 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = -2 \notin [-1; 1] \end{cases}$$

$$x = 0; y = m$$

$$x = 1; y = m - 4. \text{ Từ đó dễ thấy } y = m - 4 \text{ là GTNN cần tìm, cho } m - 4 = 0 \text{ hay } m = 4$$

$$x = -1; y = m - 2$$

Câu 10: Đáp án C

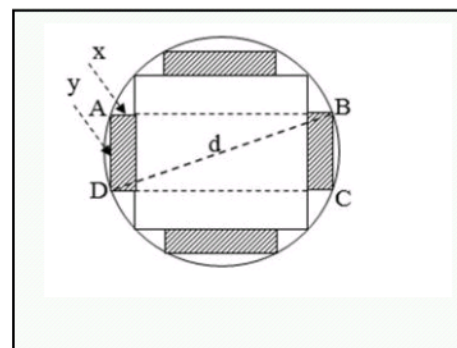
Gọi chiều rộng và chiều dài của miếng phụ lần lượt là x, y .

Đường kính của khúc gỗ là d khi đó tiết diện ngang của thanh xà có độ dài

$$\text{cạnh là } \frac{d}{\sqrt{2}} \text{ và } 0 < x < \frac{d(2-\sqrt{2})}{4}, 0 < y < \frac{d}{\sqrt{2}}$$

Theo đề bài ta được hình chữ nhật ABCD như hình vẽ theo định lý Pitago ta có:

$$\left(2x + \frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2 + y^2 = d^2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{d^2 - 8x^2 - 4\sqrt{2}x}$$



Do đó, miếng phụ có diện tích là: $S(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} x \sqrt{d^2 - 8x^2 - 4\sqrt{2}x}$ với $0 < x < \frac{d(2-\sqrt{2})}{4}$

Bài toán trở thành tìm x để $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

$$S'(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{d^2 - 8x^2 - 4\sqrt{2}x} + \frac{x - 8x - 2\sqrt{2}d}{\sqrt{2} \sqrt{d^2 - 8x^2 - 4\sqrt{2}x}} = \frac{-16x^2 - 6\sqrt{2}dx + d^2}{\sqrt{2} \sqrt{d^2 - 8x^2 - 4\sqrt{2}x}}$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow -16x^2 - 6\sqrt{2}dx + d^2 = 0 \Leftrightarrow -16\left(\frac{x}{d}\right)^2 - 6\sqrt{2}\left(\frac{x}{d}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{16}d$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{16}d$	$\frac{2-\sqrt{2}}{4}d$	
y'	+	0	-	
y				

Vậy miếng phụ có kích thước $x = \frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{16}d$, $y = \frac{\sqrt{7-\sqrt{17}}}{4}d$

Câu 11: Đáp án B

sử dụng Table bấm Mode 7 nhập đạo hàm của từng hàm số vào chọn Start 0 End 1 Step 0.1 máy hiện ra bảng giá trị của đạo hàm, nếu có giá trị âm thì loại.

Đáp án A sai

	X	F(X)	
1	0.1	-0.396	0
2	0.2	-0.768	0

Đáp án B đúng

	X	F(X)	
2	0.1	0.396	0.1
3	0.2	0.768	0.1
4	0.3	1.092	0.1

Câu 12: Đáp án D

$$\log_2(2x-2) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2 > 0 \\ 2x-2 = 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$$

Câu 13: Đáp án D

$$y' = 2016^x \cdot \ln 2016$$

Câu 14: Đáp án B

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-4) > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 > 0 \\ x-4 < \left(\frac{1}{3}\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < \frac{37}{9} \end{cases}$$

Câu 15: Đáp án C

$$y' = 2x \ln x + x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x \ln x + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(L) \\ x = \frac{1}{\sqrt{e}} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}}$$

Câu 16: Đáp án B

Điều kiện $x > 0$

$$\frac{1}{4 + \log_5 x} + \frac{2}{2 - \log_5 x} = 1 \Leftrightarrow \log_5^2 x + 3 \log_5 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x = -1 \\ \log_5 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{5} \\ x = \frac{1}{25} \end{cases}$$

Chú ý : học sinh có thể thay từng đáp án vào đề bài.

Câu 17: Đáp án C

ĐK: $x > \sqrt{6}$

$$\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1 \Leftrightarrow \log_3(x^2 - 6) = \log_3[3(x - 2)]$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow x = 3$$

Câu 18: Đáp án A

ĐK: $2 < x < 5$

$$\log_2(x + 1) - 2 \log_4(5 - x) < 1 - \log_2(x - 2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x + 1}{5 - x} < \frac{2}{x - 2} \Leftrightarrow \frac{x^2 + x - 12}{(5 - x)(x - 2)} < 0$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -4) \cup (2; 3) \cup (5; +\infty)$$

Kết hợp đk nghiệm của bất phương trình $2 < x < 3$

Câu 19: Đáp án B

ĐK: $\begin{cases} 0 < x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{x^2 - 3x + 2}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} \frac{x^2 - 3x + 2}{x} \geq \log_{\frac{1}{2}} 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 3x + 2}{x} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x + 2}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 2 - \sqrt{2} \leq x \leq 2 + \sqrt{2} \end{cases}$$

Kết hợp đk nghiệm của bất phương trình $\begin{cases} 2 - \sqrt{2} \leq x < 1 \\ 2 < x < 2 + \sqrt{2} \end{cases}$

Câu 20: Đáp án B

Tập nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \log_2(2x - 4) \leq \log_2(x + 1) \\ \log_{0,5}(3x - 2) \leq \log_{0,5}(2x + 2) \end{cases}$

ĐK: $x > 2$

$$\begin{cases} \log_2(2x - 4) \leq \log_2(x + 1) \\ \log_{0,5}(3x - 2) \leq \log_{0,5}(2x + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4 \leq x + 1 \\ 3x - 2 \geq 2x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

Câu 21: Đáp án C

$$p = 2^{756839} - 1 \Leftrightarrow \log(p + 1) = \log 2^{756839} \Leftrightarrow \log(p + 1) = 756839 \cdot \log 2 \approx 227831,24$$

Vậy số p này có 227832 chữ số.

Câu 22: Đáp án C

Họ nguyên hàm của hàm số $\int \frac{2x + 3}{2x^2 - x - 1} dx$ là:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int \frac{2x + 3}{2x^2 - x - 1} dx &= \int \frac{2x + 3}{(2x + 1)(x - 1)} dx = \int \left[-\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2x + 1} + \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{x - 1} \right] dx \\ &= -\frac{2}{3} \int \frac{d(2x + 1)}{2x + 1} + \frac{5}{3} \int \frac{d(x - 1)}{x - 1} = -\frac{2}{3} \ln|2x + 1| + \frac{5}{3} \ln|x - 1| + C \end{aligned}$$

Câu 23: Đáp án D

Đặt $t = \sqrt{2x - 1} \Rightarrow t^2 = 2x - 1 \Rightarrow t dt = dx$

$$\Rightarrow I = \int \frac{t dt}{t + 4} = \int \left(1 - \frac{4}{t + 4} \right) dt = t - 4 \ln|t + 4| + C = \sqrt{2x - 1} - 4 \ln(\sqrt{2x - 1} + 4) + C$$

Câu 24: Đáp án B

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{x^2}{3} dx = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x \Big|_1^2 - \frac{x^3}{9} \Big|_1^2 = \frac{8}{3} \cdot \ln 2 - \frac{8}{9} + \frac{1}{9} = \frac{8}{3} \ln 2 - \frac{7}{9}$$

Câu 25: Đáp án B

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx = \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 2x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \cos 4x}{8} dx = \frac{4x - \sin 4x}{32} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{32}$$

Câu 26: Đáp án B

$$I = \int_0^{\ln 3} x e^x dx = x e^x \Big|_0^{\ln 3} - \int_0^{\ln 3} e^x dx = 3 \ln 3 - e^x \Big|_0^{\ln 3} = 3 \ln 3 - 2$$

Câu 27: Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - x = x^2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

$$\text{Vậy } S_{HP} = \int_0^1 |x^3 - x^2| dx = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{12}$$

Câu 28: Đáp án D

$$V = \pi \int_1^2 (4x - e^x) dx = \pi (2x^2 - e^x) \Big|_1^2 = \pi (6 - e^2 + e)$$

Câu 29: Đáp án D

$\bar{z} = 2016 - 2017i \Rightarrow z = 2016 + 2017i$. Vậy Phần thực bằng 2016 và phần ảo 2017

Câu 30: Đáp án C

$$\begin{cases} z_1 = 1 - 2i \\ z_2 = 1 - 3i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{z}_1 = 1 + 2i \\ \bar{z}_2 = 1 + 3i \end{cases} \Rightarrow \bar{z}_1 + \bar{z}_2 = 2 + 5i \Rightarrow |\bar{z}_1 + \bar{z}_2| = \sqrt{29}$$

Câu 31: Đáp án B

Đường tròn (C) có tâm và bán kính lần lượt là $I(0; 0)$, $R = 5$. Suy ra $|z| = 5$

Câu 32: Đáp án C

$$z = \frac{3 + 2i}{1 - i} + \frac{1 - i}{3 + 2i} = \frac{15}{26} + \frac{55}{26}i$$

Câu 33: Đáp án C

Dựa vào hình vẽ suy ra $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 3i, z_3 = -3 + i, z_4 = 1 + 2i$

$$\text{Khi đó } z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = -1 + 4i \Rightarrow |z_1 + z_2 + z_3 + z_4| = \sqrt{17}$$

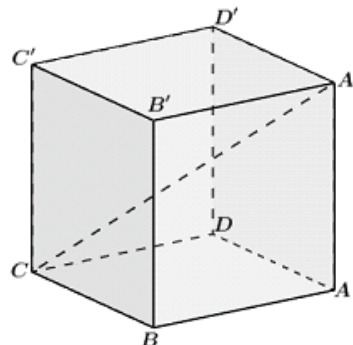
Câu 34: Đáp án B

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức trên mặt phẳng Oxy

$$|z - i| = |(1+i)z| \Leftrightarrow |x + (y-1)i| = |(x-y) + (x+y)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-y)^2 + (x+y)^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0$$

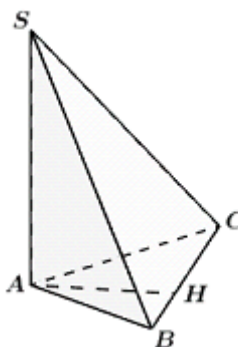


Câu 35: Đáp án A

Ta có: $A'C = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2}$

Mà $AB = AD = AA' = a, V = AB \cdot AD \cdot AA' = a^3$

$AB = a, AD = a, AA' = a$. Suy ra $A'C = a\sqrt{3}$



Câu 36: Đáp án D

Trong tam giác ABC kẻ $AH \perp BC, H \in BC$

Dễ dàng chứng minh được $AH \perp SA$

Vậy $d_{(SA, BC)} = AH = \frac{\sqrt{AB^2 \cdot AC^2}}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 37: Đáp án A

$SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (ABCD).

Xét ΔABC vuông tại B, có

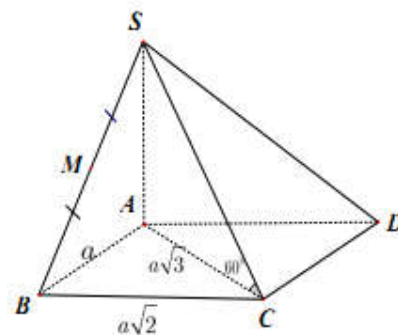
$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$$

Xét ΔSAC vuông tại A, $(SA \perp (ABCD)) \Rightarrow SA \perp AC$

Ta có:

$$\tan SCA = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC \cdot \tan SCA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3a$$

Vậy thể tích hình chóp S.ABCD là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a \cdot a\sqrt{2} = a^3 \sqrt{2}$



Câu 38: Đáp án B

Kẻ $SH \perp BC$ vì $(SAC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$

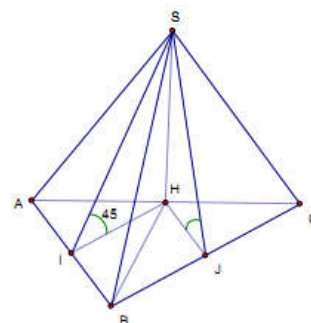
Gọi I, J là hình chiếu của H trên AB và BC

$\Rightarrow SJ \perp AB, SJ \perp BC$

Theo giả thiết $\angle SIH = \angle SJH = 45^\circ$

Ta có: $\triangle SHI = \triangle SHJ \Rightarrow HI = HJ$ nên BH là đường phân giác của $\triangle ABC$ từ đó suy ra H là trung điểm của AC.

$$HI = HJ = SH = \frac{a}{2} \Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{a^3}{12}$$



Câu 39: Đáp án A

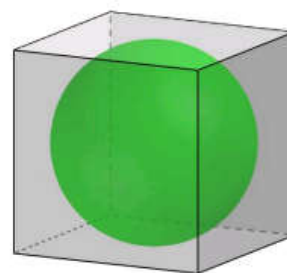
công thức đúng là $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

Câu 40: Đáp án B

Gọi R là bán kính của mặt cầu, khi đó cạnh của hình lập phương là 2R

Ta được

Thể tích hình lập phương là $V_2 = 8R^3$, thể tích quả bóng là $V_1 = \frac{4\pi R^3}{3} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{6}$



Câu 41: Đáp án B

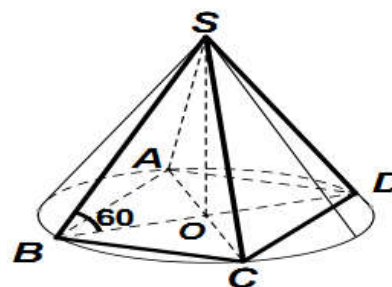
Gọi O là tâm của hình vuông ABCD. Do S.ABCD là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$

Suy ra, OB là hình chiếu vuông góc của SB lên mp(ABCD)

Do đó, $\widehat{SBO} = 60^\circ$. Kết hợp $r = OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ ta suy ra :

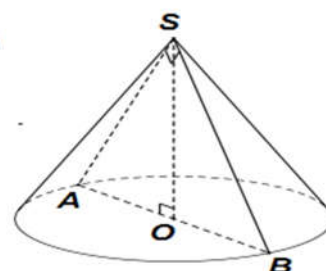
$$h = SO = OB \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$l = SB = \frac{OB}{\cos 60^\circ} = \frac{a\sqrt{2}}{2 \cdot \cos 60^\circ} = a\sqrt{2}$$



Diện tích xung quanh của mặt nón: $S_{xq} = \pi.r.l = \pi.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{2} = \pi a^2$

Thể tích hình nón: $V = \frac{1}{3}\pi.r^2.h = \frac{1}{3}\pi.\frac{a^2}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{12}$



Câu 42: Đáp án B

Giả sử SAB là thiết diện qua trục của hình nón (như hình vẽ)

Tam giác SAB cân tại S và là tam giác cân nên $SA = SB = a$

Do đó, $AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = a\sqrt{2}$ và $SO = OA = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy, diện tích xung quanh của hình nón : $S_{xq} = \pi r l = \pi.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$

Câu 43: Đáp án B

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1; 2; -2)$

Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2; 1; 3), B(1; -2; 1)$, song song với đường thẳng d : $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$ nên (P)

Có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = [\vec{AB}; \vec{u}_d] = (10; -4; 1)$

(P): $10x - 4y + z - 19 = 0$

Câu 44: Đáp án D

Để thấy vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (0; 1; -1)$

Câu 45: Đáp án A

Để tìm được phương trình mặt phẳng (ABC): $2x + y + z - 3 = 0$

Gọi d là đường thẳng qua O và vuông góc với mặt phẳng (α) , có vtcp $\vec{u} = (2; 1; 1)$

PTTS của d : $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

Thay vào phương trình mặt phẳng (α) ta được:

$$2(2t) + (t) + (t) - 3 = 0 \Leftrightarrow 6t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$$

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 \quad (1)$$

Từ hệ thức (1) ta suy ra :

$MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt GTNN \Leftrightarrow MG đạt GTNN \Leftrightarrow M là hình chiếu vuông góc của G trên (P) .

Gọi (d) là đường thẳng qua G và vuông góc với (P) thì (d) có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$$

Tọa độ M là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = t \\ x + y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = 1 \\ y = 0 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow M(1; 0; -1)$$