

$$(\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA})^2 = \overrightarrow{AC}^2 = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})^2 = \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AD}^2 + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$$

$$= 6^2 + 4^2 + 2(-12) = 28$$

Chọn B

Câu 6: Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Ba vectơ đồng phẳng là 3 vectơ cùng nằm trong một mặt phẳng
- B. Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng thì có $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$, với m, n là các số duy nhất
- C. Ba vectơ đồng phẳng khi có $\vec{d} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$ với \vec{d} là vectơ bất kỳ
- D. Cả 3 mệnh đề trên đều sai**

Hướng dẫn giải

-Phương án A: sai vì chỉ cần giá của chúng song song hoặc nằm trên một mặt phẳng nào đó

Phương án B: Sai \vec{a}, \vec{b} phải không cùng phương.

Phương án C sai

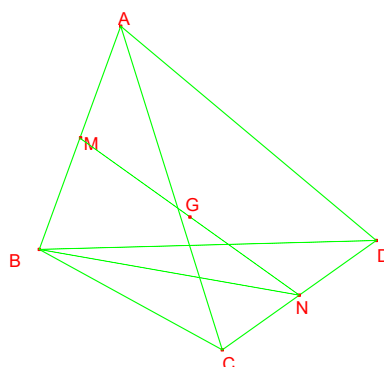
Vậy chọn D

Chọn D

Câu 7: Cho hình tứ diện ABCD, trọng tâm G. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$
- B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$
- C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$**
- D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

Hướng dẫn giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD

$\Rightarrow G$ là trung điểm của MN $\Rightarrow \overline{GM} + \overline{GN} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \vec{0} \Rightarrow B$ đúng

Ta có: $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} = \overline{OG} + \overline{GA} + \overline{OG} + \overline{GB} + \overline{OG} + \overline{GC} + \overline{OG} + \overline{GD}$
 $= 4\overline{OG} + (\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD}) = 4\overline{OG} \Rightarrow A$ đúng

Khi O trùng A thì D đúng vậy đáp án là **C**.

Chọn C

Câu 8: Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng xét các vector $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}; \vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}; \vec{z} = -3\vec{a} - 2\vec{c}$ Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hai vec tơ \vec{y}, \vec{z} cùng phương

B. Hai vec tơ \vec{x}, \vec{y} cùng phương

C. Hai vec tơ \vec{x}, \vec{z} cùng phương

D. Hai vec tơ $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng

Hướng dẫn giải

Ta thấy $\vec{y} = -2\vec{x}$ nên \vec{x}, \vec{y} cùng phương.

Chọn B

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$, Tìm giá trị của k thích hợp để $\overline{AB} + \overline{B_1C_1} + \overline{DD_1} = k\overline{AC_1}$

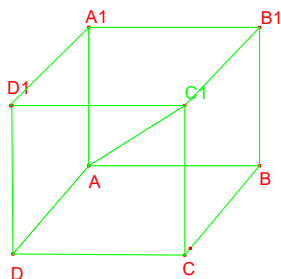
A. k=4

B. k=1

C. k=0

D. k=2

Hướng dẫn giải



Có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AC_1} \Rightarrow k = 1$

Chọn B

Câu 10: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$. Đặt $\overrightarrow{AA_1} = a$; $\overrightarrow{AB} = b$; $\overrightarrow{AC} = c$; $\overrightarrow{BC_1} = d$ trong các đẳng thức sau đẳng thức nào đúng.

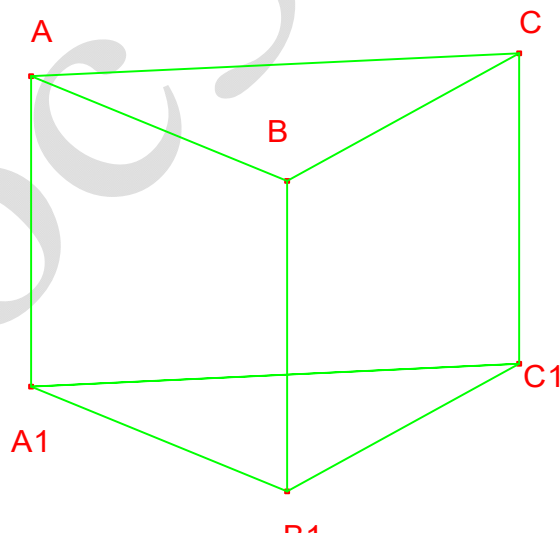
A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$

B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$

C. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$

D. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$

Hướng dẫn giải



Ta có: $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{AB} - \vec{AC} + \vec{BC} = \vec{CB} + \vec{BC} = \vec{0}$

Chọn C

Câu 11: Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

- A. Nếu giá của ba vectơ cắt nhau từng đôi một thì 3 vectơ đồng phẳng
- B. Nếu ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có một vectơ $\vec{0}$ thì ba vectơ đồng phẳng
- C. Nếu giá của ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng
- D. Nếu trong ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ đó đồng phẳng

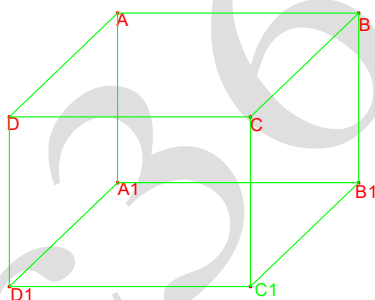
Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 12: Cho $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là hình hộp, trong các khẳng định sau khẳng định sai:

- A. $\vec{AC_1} + \vec{A_1C} = 2\vec{AC}$
- B. $\vec{AC_1} + \vec{CA_1} + 2\vec{CC_1} = \vec{0}$
- C. $\vec{AC_1} + \vec{A_1C} = \vec{AA_1}$
- D. $\vec{CA_1} + \vec{AC} = \vec{CC_1}$

Hướng dẫn giải



Ta có: $\vec{AC_1} + \vec{A_1C} = \vec{AA_1}$ $\vec{AC_1} = \vec{AA_1} - \vec{AC_1} \Leftrightarrow \vec{A_1C} = \vec{C_1A_1}$

Chọn C

Câu 13: Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Tứ giác ABCD là hình bình hành nếu $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0}$
- B. Tứ giác ABCD là hình bình hành nếu $\vec{AB} = \vec{CD}$
- C. Cho hình chóp S.ABCD, nếu có $\vec{SB} + \vec{SD} = \vec{SA} + \vec{SC}$ thì tứ giác ABCD là hình bình hành
- D. Tứ giác ABCD là hình bình hành nếu $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 14: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ Gọi I, K lần lượt là tâm của các hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Bốn điểm I, K, C, A đồng phẳng
- B. $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{A'C'}$
- C. Bà vec tơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{B'C'}$ không đồng phẳng
- D. $\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{BC}$

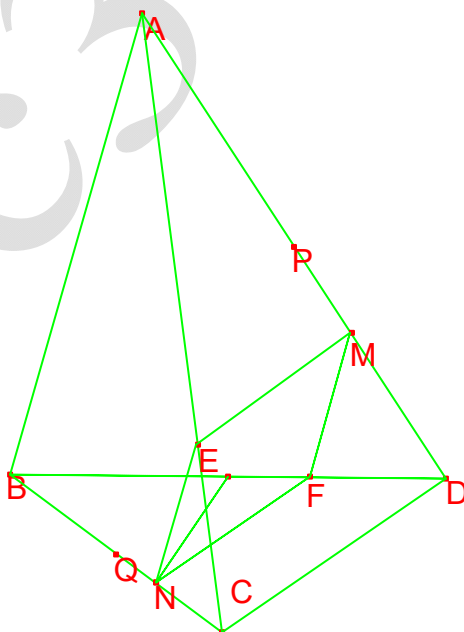
Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 15: Cho tứ diện ABCD. Trên các cạnh AC, BD lần lượt lấy M, N sao cho $AM=3MD$; $BN=3NC$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD, BC. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Các vec tơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng
- B. Các vec tơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng
- C. Các vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng
- D. Các vec tơ $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng

Hướng dẫn giải



Lấy điểm E trên cạnh AC sao cho $AE=3EC$, lấy F trên BD sao cho $BF=3FD$

$$\begin{cases} NE // AB, NE = \frac{1}{3} AB \\ MF // AB, MF = \frac{1}{3} AB \end{cases} \Rightarrow NE // MF, NE // MF$$

\Rightarrow NEMF là hình bình hành và 3 vec tơ $\vec{BA}, \vec{DC}, \vec{MN}$ có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng (MFNE) $\Rightarrow \vec{BA}, \vec{DC}, \vec{MN}$ đồng phẳng
 $\Rightarrow \vec{BD}, \vec{AC}, \vec{MN}$ không đồng phẳng.

Chọn A

Câu 16. Cho tứ diện ABCD có các cạnh đều bằng A. Hãy chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\vec{AD} + \vec{CD} + \vec{BC} + \vec{DA} = \vec{0}$

B. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$

C. $\vec{AC} \cdot \vec{AD} = \vec{AC} \cdot \vec{CD}$

D. $\vec{AD} \cdot \vec{CD} = 0$

Hướng dẫn giải

(sử dụng hình câu 7)

Phương án A:

$$\vec{AD} + \vec{CD} + \vec{BC} + \vec{DA} = (\vec{AD} + \vec{DA}) + (\vec{BC} + \vec{CD}) = \vec{0} + \vec{BD} \neq \vec{0} \Rightarrow A \text{ sai}$$

Phương án B: $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2} \Rightarrow B \text{ sai}$

Phương án B $\vec{AC} \cdot \vec{AD} = \vec{AC} \cdot \vec{CD} \Leftrightarrow \vec{AC}(\vec{AD} + \vec{DC}) = 0 \Leftrightarrow \vec{AC}^2 = 0 \Rightarrow C \text{ sai}$

Chọn D

Câu 17: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm của AD. Chọn khẳng định đúng:

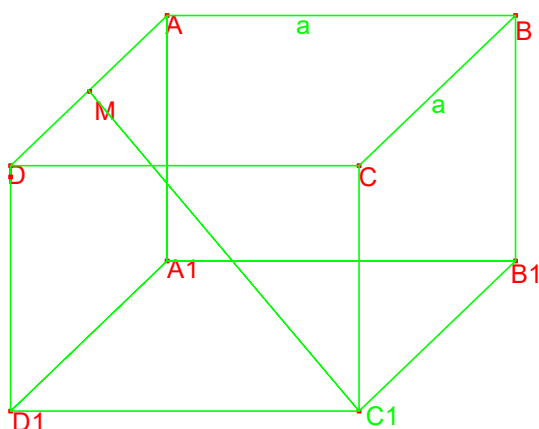
A. $\vec{B_1M} = \vec{B_1B} + \vec{B_1A_1} + \vec{B_1C_1}$

B. $\vec{C_1M} = \vec{C_1C} + \vec{C_1D_1} + \frac{1}{2} \vec{C_1B_1}$

C. $\vec{C_1M} = \vec{C_1C} + \frac{1}{2} \vec{C_1D_1} + \frac{1}{2} \vec{C_1B_1}$

D. $\vec{BB_1} + \vec{B_1A_1} + \vec{B_1C_1} = 2\vec{B_1D}$

Hướng dẫn giải



Ta có $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{D_1D} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$

Chọn B

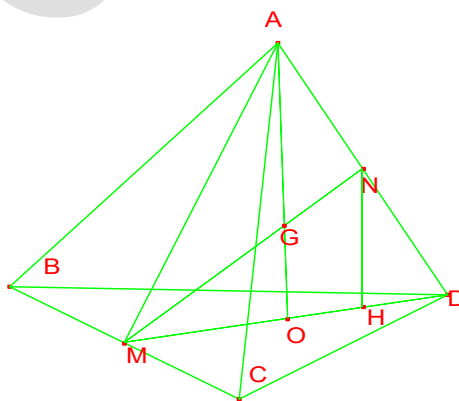
Câu 18: Cho tứ diện ABCD và điểm G thỏa $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi O là giao điểm của GA và mặt phẳng (BCD). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{OG}$

B. $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{OG}$

C. $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{OG}$

D. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{OG}$



Hướng dẫn giải

Gọi M, N là trung điểm của BC, AD

\Rightarrow G là trung điểm MN. Gọi H là hình chiếu của N lên MD \Rightarrow NH là đường trung bình của ΔAOD và OG là đường trung bình của ΔMNH

$$\Rightarrow OG = \frac{1}{2}NH = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}AO \Rightarrow OG = \frac{1}{2}NH = \frac{1}{4}AO$$

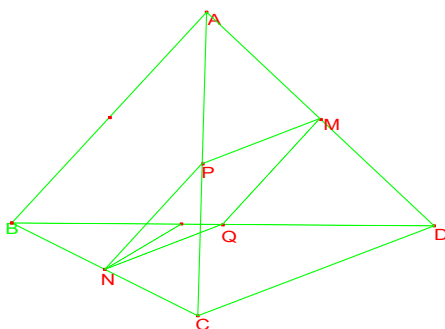
hay $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{OG}$

Chọn C

Câu 19: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Các vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng
- B. Các vec tơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không đồng phẳng
- C. Các vec tơ $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng
- D. Các vec tơ $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng

Hướng dẫn giải



Gọi P, Q lần lượt là trung điểm AC, BD

\Rightarrow Ba vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng (MNPQ) nên 3 vec tơ này đồng phẳng \Rightarrow A đúng

Ba vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng \Rightarrow B đúng

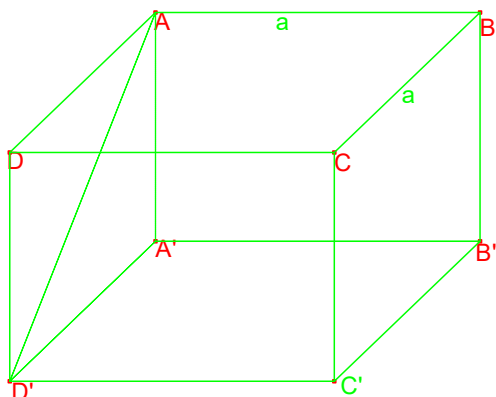
Ba vec tơ $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$ có giá không thể song song với mặt phẳng nào \Rightarrow C sai

Chọn C

Câu 20: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, có cạnh a . Hãy tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A. $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = -a^2$
- B. $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AB'} = a^2$
- C. $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{CD'} = 0$
- D. $|\overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải



Xét phương án A có: $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AA'} = |\overrightarrow{AD'}| \cdot |\overrightarrow{AA'}| \cos 45^\circ = a^2$

Chọn A

Câu 21: Trong không gian cho hai tia Ax, By chéo nhau sao cho AB vuông góc với cả hai tia đó. Các điểm M, N lần lượt thay đổi trên Ax, By sao cho độ dài đoạn MN luôn bằng giá trị c không đổi ($c \geq AB$). Gọi φ là góc giữa Ax, By. Giá trị lớn nhất của AM, BN

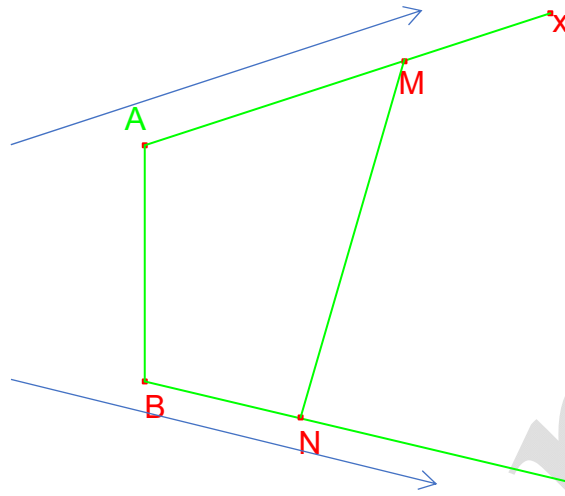
A. $\frac{c^2 - AB^2}{2(1 - \cos \varphi)}$

B. $\frac{c^2 - AB^2}{2(1 + \cos \varphi)}$

C. $\frac{c^2 + AB^2}{2(1 - \cos \varphi)}$

D. $\frac{c^2 + AB^2}{2(1 + \cos \varphi)}$

Hướng dẫn giải



Ta có: $c^2 = MN^2 = \overline{MN}^2 = (\overline{MA} + \overline{AB} + \overline{BN})^2$
 $\geq AB^2 + 2AM \cdot BN \cdot (1 - \cos\varphi) \Rightarrow AM \cdot BN \leq \frac{c^2 - AB^2}{2(1 - \cos\varphi)}$

Vậy biểu thức $AM \cdot BN$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{c^2 - AB^2}{2(1 - \cos\varphi)}$

Chọn A

$$= AM^2 + AB^2 + BN^2 - 2\overline{AM} \cdot \overline{BN} \cos\varphi = AM^2 + AB^2 + BN^2 - 2AM \cdot BN \cdot \cos\varphi$$