

A. $-6 \leq x \leq 3$

B. $x < -6$

C. $x > 3$

D. \emptyset

Hướng dẫn giải

$$11^{\sqrt{x+6}} \geq 11^x \Leftrightarrow \sqrt{x+6} \geq x \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x+6 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x+6 \geq x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq x < 0 \\ x \geq 0 \\ -2 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -6 \leq x \leq 3$$

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{3^x + 5} \leq \frac{1}{3^{x+1} - 1}$ là:

A. $-1 < x \leq 1$

B. $x \leq -1$

C. $x > 1$

D. $1 < x < 2$

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$), khi đó bất phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{1}{t+5} \leq \frac{1}{3t-1} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t-1 > 0 \\ 3t-1 \leq t+5 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < t \leq 3 \Leftrightarrow -1 < x \leq 1.$$

Câu 27. Cho bất phương trình $\left(\frac{5}{7}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-1}$, Tập nghiệm của bất phương trình có dạng $S = (a; b)$.

Giá trị của biểu thức $A = b - a$ nhận giá trị nào sau đây?

A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

Hướng dẫn giải

$$\left(\frac{5}{7}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-1} \Leftrightarrow x^2 - x + 1 < 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 2)$. Chọn đáp án A

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 > 0$ là:

A. $x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

B. $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

C. $x \in (0; 1)$

D. $x \in (1; 2)$

Hướng dẫn giải

$$4^x - 3 \cdot 2^x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x > 2 \\ 2^x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$$

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \cdot 2^{x+1} \geq 72$ là

A. $x \in [2; +\infty)$

B. $x \in (2; +\infty)$

C. $x \in (-\infty; 2)$

D. $x \in (-\infty; 2]$

Hướng dẫn giải

$$3^x \cdot 2^{x+1} \geq 72 \Leftrightarrow 2 \cdot 3^x \geq 72 \Leftrightarrow x \geq 2$$

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+1} - 2^{2x+1} - 12^{\frac{x}{2}} < 0$ là:

- A. $x \in (0; +\infty)$ B. $x \in (1; +\infty)$ C. $x \in (-\infty; 0)$ D. $x \in (-\infty; 1)$

Hướng dẫn giải

$$3^{x+1} - 2^{2x+1} - 12^{\frac{x}{2}} < 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 9^{\frac{x}{2}} - 2 \cdot 16^{\frac{x}{2}} - 12^{\frac{x}{2}} < 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{x}{2}} - \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{x}{2}} < 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{x}{2}} > 1 \Leftrightarrow x > 0$$

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2 \cdot 3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \leq 1$ là:

- A. $x \in \left(0; \log_{\frac{3}{2}} 3\right]$ B. $x \in (1; 3)$ C. $x \in (1; 3]$ D. $x \in \left[0; \log_{\frac{3}{2}} 3\right]$

Hướng dẫn giải

$$\frac{2 \cdot 3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x - 4}{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x - 4}{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1} - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 3}{\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1} \leq 0 \Leftrightarrow 1 < \left(\frac{3}{2}\right)^x \leq 3 \Leftrightarrow 0 < x \leq \log_{\frac{3}{2}} 3$$

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{\frac{1}{x}} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3$ là:

- A. $\left(0; \frac{1}{3}\right]$ B. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ C. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$ D. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup (0; +\infty)$

Hướng dẫn giải

Vì $\frac{2}{\sqrt{5}} < 1$ nên bất phương trình tương đương với $\frac{1}{x} \geq 3 \Leftrightarrow \frac{1-3x}{x} \geq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{1}{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(0; \frac{1}{3}\right]$.

Câu 33. Nghiệm của bất phương trình $2^x + 4 \cdot 5^x - 4 < 10^x$ là :

- A. $\begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$ B. $x < 0$ C. $x > 2$ D. $0 < x < 2$

Hướng dẫn giải

$$2^x + 4 \cdot 5^x - 4 < 10^x \Leftrightarrow 2^x - 10^x + 4 \cdot 5^x - 4 < 0 \Leftrightarrow 2^x(1 - 5^x) - 4(1 - 5^x) < 0 \Leftrightarrow (1 - 5^x)(2^x - 4) < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 5^x < 0 \\ 2^x - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x > 1 \\ 2^x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 5^x > 0 \\ 2^x - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x < 1 \\ 2^x < 4 \end{cases}$$

Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\sqrt{x}} - 2^{1-\sqrt{x}} < 1$ là con của tập nào sau đây?

- A. $-1 \leq x \leq 1$ B. $(-8; 0)$ C. $(1; 9)$ D. $(0; 1]$

Hướng dẫn giải

$$2^{\sqrt{x}} - 2^{1-\sqrt{x}} < 1 \quad (1). \text{ Điều kiện: } x \geq 0$$

$$(1) \Leftrightarrow 2^{\sqrt{x}} - \frac{2}{2^{\sqrt{x}}} < 1 \quad (2). \text{ Đặt } t = 2^{\sqrt{x}}. \text{ Do } x \geq 0 \Rightarrow t \geq 1$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 1 \\ t - \frac{2}{t} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 1 \\ t^2 - t - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq t < 2 \Leftrightarrow 1 \leq 2^{\sqrt{x}} < 2 \Leftrightarrow 0 \leq x < 1$$

Chủ đề 3.4 - PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

VẬN DỤNG

Câu 35. Nghiệm của phương trình $4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2x^2+3x+7} + 1$ là:

- A. $x \in \{-5; -1; 1; 2\}$ B. $x \in \{-5; -1; 1; 3\}$ C. $x \in \{-5; -1; 1; -2\}$ D. $x \in \{5; -1; 1; 2\}$

Hướng dẫn giải

$$4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2x^2+3x+7} + 1 \Leftrightarrow 4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{x^2-3x+2} \cdot 4^{x^2+6x+5} + 1$$

$$\Leftrightarrow 4^{x^2-3x+2} (1 - 4^{x^2+6x+5}) - (1 - 4^{x^2+6x+5}) = 0 \Leftrightarrow (4^{x^2-3x+2} - 1)(1 - 4^{x^2+6x+5}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4^{x^2-3x+2} - 1 = 0 \\ 1 - 4^{x^2+6x+5} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x^2 + 6x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \vee x = -5 \\ x = 1 \vee x = 2 \end{cases}$$

Câu 36. Phương trình $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})^x = (\sqrt{10})^x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})^x = (\sqrt{10})^x \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{10}} \right)^x + \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{10}} \right)^x = 1$$

Xét hàm số $f(x) = \left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}}\right)^x + \left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{10}}\right)^x$

Ta có: $f(2) = 1$

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên \mathbb{R} do $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}} < 1$; $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{10}} < 1$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất là $x = 2$

Câu 37. Phương trình $3^{2x} + 2x(3^x + 1) - 4 \cdot 3^x - 5 = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm không âm.

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} 3^{2x} + 2x(3^x + 1) - 4 \cdot 3^x - 5 = 0 &\Leftrightarrow (3^{2x} - 1) + 2x(3^x + 1) - (4 \cdot 3^x + 4) = 0 \\ &\Leftrightarrow (3^x - 1)(3^x + 1) + (2x - 4)(3^x + 1) = 0 \Leftrightarrow (3^x + 2x - 5)(3^x + 1) = 0 \Leftrightarrow 3^x + 2x - 5 = 0 \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = 3^x + 2x - 5$, ta có: $f(1) = 0$

$f'(x) = 3^x \ln 3 + 2 > 0; \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Vậy nghiệm duy nhất của phương trình là $x = 1$

Câu 38. Phương trình $2^{x-3} = 3^{x^2-5x+6}$ có hai nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$, chọn phát biểu đúng?

- A. $3x_1 - 2x_2 = \log_3 54$ B. $2x_1 - 3x_2 = \log_3 54$
 C. $2x_1 + 3x_2 = \log_3 54$ D. $3x_1 + 2x_2 = \log_3 54$

Hướng dẫn giải

Lấy logarit cơ số 2 hai vế (hoặc có thể lấy \log_3 hai vế), ta được: $(3) \Leftrightarrow \log_2 2^{x-3} = \log_2 3^{x^2-5x+6}$

$$\Leftrightarrow (x-3)\log_2 2 = (x^2 - 5x + 6)\log_2 3 \Leftrightarrow (x-3) - (x-2)(x-3)\log_2 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)[1 - (x-2)\log_2 3] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ 1-(x-2)\log_2 3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ (x-2)\log_2 3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x-2=\frac{1}{\log_2 3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=\log_3 2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=\log_3 2 + \log_3 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=\log_3 18 \end{cases}$$

Câu 39. Cho phương trình $(7+4\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x = 6$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Phương trình có một nghiệm vô tỉ B. Phương trình có một nghiệm hữu tỉ

C. Phương trình có hai nghiệm trái dấu D. Tích của hai nghiệm bằng -6

Hướng dẫn giải

$$(7+4\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x = 6 \quad (8)$$

$$(8) \Leftrightarrow [(2+\sqrt{3})^2]^x + (2+\sqrt{3})^x - 6 = 0 \Leftrightarrow [(2+\sqrt{3})^x]^2 + (2+\sqrt{3})^x - 6 = 0 \quad (8')$$

Đặt $t = (2+\sqrt{3})^x > 0$.

$$\text{Khi đó: } (8') \Leftrightarrow t^2 + t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 & (N) \\ t = -3 & (L) \end{cases}. \quad \text{Với } t = 2 \Rightarrow (2+\sqrt{3})^x = 2 \Leftrightarrow \boxed{x = \log_{(2+\sqrt{3})} 2}$$

Chọn đáp án A

Câu 40. Phương trình $3^{3+3x} + 3^{3-3x} + 3^{4+x} + 3^{4-x} = 10^3$ có tổng các nghiệm là :

A. 0

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn giải

$$3^{3+3x} + 3^{3-3x} + 3^{4+x} + 3^{4-x} = 10^3 \quad (7)$$

$$(7) \Leftrightarrow 27 \cdot 3^{3x} + \frac{27}{3^{3x}} + 81 \cdot 3^x + \frac{81}{3^x} = 10^3 \Leftrightarrow 27 \left(3^{3x} + \frac{1}{3^{3x}} \right) + 81 \left(3^x + \frac{1}{3^x} \right) = 10^3 \quad (7')$$

Đặt $t = 3^x + \frac{1}{3^x} \geq 2\sqrt{3^x \cdot \frac{1}{3^x}} = 2$

$$\Rightarrow t^3 = \left(3^x + \frac{1}{3^x} \right)^3 = 3^{3x} + 3 \cdot 3^{2x} \cdot \frac{1}{3^x} + 3 \cdot 3^x \cdot \frac{1}{3^{2x}} + \frac{1}{3^{3x}} \Leftrightarrow 3^{3x} + \frac{1}{3^{3x}} = t^3 - 3t$$

$$\text{Khi đó: } (7') \Leftrightarrow 27(t^3 - 3t) + 81t = 10^3 \Leftrightarrow t^3 = \frac{10^3}{27} \Leftrightarrow t = \frac{10}{3} > 2 \quad (N)$$

$$\text{Với } t = \frac{10}{3} \Rightarrow 3^x + \frac{1}{3^x} = \frac{10}{3} \quad (7'')$$

$$\text{Đặt } y = 3^x > 0. \text{ Khi đó: } (7'') \Leftrightarrow y + \frac{1}{y} = \frac{10}{3} \Leftrightarrow 3y^2 - 10y + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 & (N) \\ y = \frac{1}{3} & (N) \end{cases}$$

$$\text{Với } y = 3 \Rightarrow 3^x = 3 \Leftrightarrow \boxed{x = 1}$$

$$\text{Với } y = \frac{1}{3} \Rightarrow 3^x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \boxed{x = -1}$$

Câu 41. Phương trình $9^{\sin^2 x} + 9^{\cos^2 x} = 6$ có họ nghiệm là :

A. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$

Hướng dẫn giải

$$9^{\sin^2 x} + 9^{\cos^2 x} = 6 \Leftrightarrow 9^{1-\cos^2 x} + 9^{\cos^2 x} = 6 \Leftrightarrow \frac{9}{9^{\cos^2 x}} + 9^{\cos^2 x} - 6 = 0 \quad (*)$$

Đặt $t = 9^{\cos^2 x}$, ($1 \leq t \leq 9$). Khi đó: $(*) \Leftrightarrow \frac{9}{t} + t - 6 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 6t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = 3$

Với $t = 3 \Rightarrow 9^{\cos^2 x} = 3 \Leftrightarrow 3^{2\cos^2 x} = 3^1 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}}, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 42. VỚI GIÁ TRỊ NÀO CỦA M THÌ PHƯƠNG TRÌNH $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = m$ VÔ NGHIỆM?

A. $m < 2$

B. $m > 2$

C. $m = 2$

D. $m \leq 2$

Câu 43. VỚI GIÁ TRỊ NÀO CỦA M THÌ PHƯƠNG TRÌNH $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = m$ CÓ HAI NGHIỆM PHÂN BIỆT?

A. $m > 2$

B. $m < 2$

C. $m = 2$

D. $m \leq 2$

Hướng dẫn giải câu 25 & 26

Nhận xét: $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1 \Leftrightarrow (2 + \sqrt{3})^x (2 - \sqrt{3})^x = 1$.

Đặt $t = (2 + \sqrt{3})^x \Rightarrow (2 - \sqrt{3})^x = \frac{1}{t}, \forall t \in (0, +\infty)$.

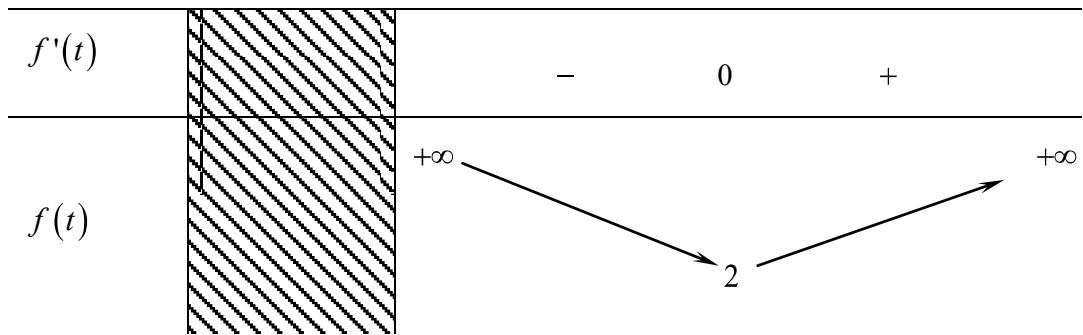
$$(1) \Leftrightarrow t + \frac{1}{t} = m \Leftrightarrow f(t) = t + \frac{1}{t} = m \quad (1'), \forall t \in (0, +\infty).$$

Xét hàm số $f(t) = t + \frac{1}{t}$ xác định và liên tục trên $(0, +\infty)$.

Ta có: $f'(t) = 1 - \frac{1}{t^2} = \frac{t^2 - 1}{t^2}$. Cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1$.

Bảng biến thiên:





Dựa vào bảng biến thiên:

- + Nếu $m < 2$ thì phương trình $(1')$ vô nghiệm $\Rightarrow pt(1)$ vô nghiệm.

Bài 25 chọn đáp án A

- + Nếu $m = 2$ thì phương trình $(1')$ có đúng một nghiệm $t = 1 \Rightarrow pt(1)$ có đúng một nghiệm $t = (2 + \sqrt{3})^x = 1 \Rightarrow x = 0$.
- + Nếu $m > 2$ thì phương trình $(1')$ có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow pt(1)$ có hai nghiệm phân biệt.

Bài 26 chọn đáp án A

Câu 44. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2^{x^2+4} = 2^{2(x^2+1)} + \sqrt{2^{2(x^2+2)} - 2^{x^2+3} + 1}$. Khi đó, tổng hai nghiệm bằng

A. 0

B. 2

C. -2

D. 1

Hướng dẫn giải

$$2^{x^2+4} = 2^{2(x^2+1)} + \sqrt{2^{2(x^2+2)} - 2^{x^2+3} + 1} \Leftrightarrow 8 \cdot 2^{x^2+1} = 2^{2(x^2+1)} + \sqrt{4 \cdot 2^{2(x^2+1)} - 4 \cdot 2^{x^2+1} + 1}$$

Đặt $t = 2^{x^2+1}$ ($t \geq 2$), phương trình trên tương đương với

$$8t = t^2 + \sqrt{4t^2 - 4t + 1} \Leftrightarrow t^2 - 6t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 3 + \sqrt{10} \text{ (vì } t \geq 2\text{). Từ đó suy ra}$$

$$2^{x^2+1} = 3 + \sqrt{10} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{\log_2 \frac{3 + \sqrt{10}}{2}} \\ x_2 = -\sqrt{\log_2 \frac{3 + \sqrt{10}}{2}} \end{cases}$$

Vậy tổng hai nghiệm bằng 0.

Câu 45. Để phương trình $(m+1)16^x - 2(2m-3)4^x + 6m + 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu thì m phải thỏa mãn điều kiện:

- A. $-4 < m < -1$. B. Không tồn tại m . C. $-1 < m < \frac{3}{2}$. D. $-1 < m < -\frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải

Đặt $4^x = t > 0$. Phương trình đã cho trở thành: $\frac{(m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5}{f(t)} = 0$. (*)

Yêu cầu bài toán \Leftrightarrow (*) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $0 < t_1 < 1 < t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ (m+1)f(1) < 0 \\ (m+1)(6m+5) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ (m+1)(3m+12) < 0 \Leftrightarrow -4 < m < -1. \\ (m+1)(6m+5) > 0 \end{cases}$$

Câu 46. Cho bất phương trình: $\frac{1}{3^x - 1} > \frac{1}{1 - 3^{x-1}}$. Nghiệm của bất phương trình thuộc tập nào sau đây:

- A. $S = (-1; 0] \cup (1; +\infty)$ B. $S = (-1; 0] \cap (1; +\infty)$
 C. $S = (-\infty; 0]$ D. $S = (-\infty; 0)$

Hướng dẫn giải

$$\frac{1}{5^{x+1} - 1} \geq \frac{1}{5 - 5^x} \Leftrightarrow \frac{6 - 6 \cdot 5^x}{(5^{x+1} - 1)(5 - 5^x)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{5} < 5^x \leq 1 \\ 5^x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x \leq 0 \\ x > 1 \end{cases}$$

Vậy $S = (-1; 0] \cup (1; +\infty)$

Câu 47. Bất phương trình $25^{-x^2+2x+1} + 9^{-x^2+2x+1} \geq 34 \cdot 15^{-x^2+2x}$ có tập nghiệm là:

- A. $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ x \leq 1 - \sqrt{3} \\ x \geq 1 + \sqrt{3} \end{cases}$ B. $x < 0$ C. $x > 2$ D. $1 - \sqrt{3} < x < 0$

Hướng dẫn giải

$$25^{-x^2+2x+1} + 9^{-x^2+2x+1} \geq 34 \cdot 15^{-x^2+2x} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^{2(-x^2+2x+1)} + 1 \geq \frac{34}{15} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{(-x^2+2x+1)} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ x \leq 1 - \sqrt{3} \\ x \geq 1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Câu 48. Phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1 + x_2 = 3$ khi:

- A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = 3$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2m \cdot 2^x + 2m = 0$ (*)

Phương trình (*) là phương trình bậc hai ẩn 2^x có: $\Delta' = (-m)^2 - 2m = m^2 - 2m$.

Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow m^2 - 2m \geq 0 \Leftrightarrow m(m-2) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq 0 \end{cases}$

Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2m \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 2m$

Do đó $x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 2m \Leftrightarrow m = 4$.

Thử lại ta được $m = 4$ thỏa mãn. **Chọn A.**

Câu 49. Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} \geq m \cdot 3^{\sin^2 x}$ có nghiệm:

- A. $m \leq 4$ B. $m \geq 4$ C. $m \leq 1$ D. $m \geq 1$

Hướng dẫn giải

Chia hai vế của bất phương trình cho $3^{\sin^2 x} > 0$, ta được

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\sin^2 x} + 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\sin^2 x} \geq m$$

Xét hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{\sin^2 x} + 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\sin^2 x}$ là hàm số nghịch biến

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1$ nên $1 \leq y \leq 4$

Vậy bất phương trình có nghiệm khi $m \leq 4$. Chọn đáp án A

Câu 50. Cho bất phương trình: $9^x + (m-1) \cdot 3^x + m > 0 \quad (1)$. Tìm m để (1) nghiệm đúng $\forall x > 1$

- A. $m \geq -\frac{3}{2}$ B. $m > -\frac{3}{2}$ C. $m > 3 + 2\sqrt{2}$ D. $m \geq 3 + 2\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 3^x, t > 3$ bất phương trình đã cho thành: $t^2 + (m-1)t + m > 0$ nghiệm đúng $\forall t \geq 3$

$$\Leftrightarrow \frac{t^2 - t}{t+1} > -m \text{ nghiệm đúng } \forall t > 3.$$

Xét hàm số $g(t) = t - 2 + \frac{2}{t+1}, \forall t > 3, g'(t) = 1 - \frac{2}{(t+1)^2} > 0, \forall t > 3$. Hàm số đồng biến trên

$[3; +\infty)$ và $g(3) = \frac{3}{2}$. Yêu cầu bài toán tương đương $-m \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow m \geq -\frac{3}{2}$