

Câu 8. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ tại điểm H có tung độ bằng 21 có phương trình là

- A. $\begin{cases} y = 40x - 59 \\ y = -40x - 101 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y = 40x - 101 \\ y = -40x - 59 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} y = 40x + 59 \\ y = -40x + 101 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y = -40x - 59 \\ y = 40x + 101 \end{cases}$

Hướng dẫn giải: Giải pt:

$$x_0^4 + 2x_0^2 - 3 = 21 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -2 \end{cases} \text{ và } y' = 4x^3 + 4x \Rightarrow \begin{cases} y'(2) = 40 \\ y'(-2) = -40 \end{cases} \Rightarrow \text{pttt: } \begin{cases} y = 40x - 59 \\ y = -40x - 101 \end{cases}$$

Câu 9. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ tại điểm I có tung độ bằng 1 có phương trình là

- A. $y = -\frac{1}{5}x + \frac{8}{5}$ B. $y = -\frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$ C. $y = \frac{1}{5}x + \frac{8}{5}$ D. $y = \frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$

Hướng dẫn giải: Giải pt:

$$\frac{x_0 + 2}{2x_0 - 1} = 1 \Leftrightarrow x_0 = 3 \text{ và } y' = \frac{-5}{(2x-1)^2} \Rightarrow y'(3) = \frac{-1}{5} \Rightarrow \text{pttt: } y = -\frac{1}{5}x + \frac{8}{5}$$

Câu 10. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ có hệ số góc bằng $k = -3$ có phương trình là

- A. $y = -3x - 1$ B. $y = -3x + 7$ C. $y = -3x + 1$ D. $y = -3x - 7$

Hướng dẫn giải: Giải pt:

$$y'(x_0) = -3 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 + 3 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y(1) = -4 \Rightarrow \text{pttt: } y = -3x - 1$$

Câu 11. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2$ có hệ số góc bằng $k = -48$ có phương trình là

- A. $y = -48x + 160$ B. $y = -48x + 192$ C. $y = -48x - 160$ D. $y = -48x - 192$

Hướng dẫn giải:

$$\text{pt: } y'(x_0) = -48 \Leftrightarrow -x_0^3 + 4x_0 + 48 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 4 \Rightarrow y(4) = -32 \Rightarrow \text{pttt: } y = -48x + 160$$

Câu 12. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{1-x}$ biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng 4.

A. $\begin{cases} y = 4x + 3 \\ y = 4x - 13 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = 4x - 3 \\ y = 4x - 13 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = 4x + 3 \\ y = 4x + 13 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = 4x - 3 \\ y = 4x + 13 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

$$\text{Giải pt: } y'(x_0) = 4 \Leftrightarrow \frac{4}{(1-x_0)^2} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \Rightarrow y(0) = 3 \Rightarrow \text{pttt: } y = 4x + 3 \\ x_0 = 2 \Rightarrow y(2) = -5 \Rightarrow \text{pttt: } y = 4x - 13 \end{cases}$$

Câu 13. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số: $y = -x^3 + 2x^2$ mà song song với đường thẳng $y = x$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải: Giải pt:

$$y'(x_0) = 1 \Leftrightarrow -3x_0^2 + 4x_0 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \Rightarrow y(1) = 1 \Rightarrow \text{pttt: } y = x \text{ (trùng)} \\ x_0 = \frac{1}{3} \Rightarrow y\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{27} \Rightarrow \text{pttt: } y = x - \frac{4}{27} \end{cases}$$

Câu 14. Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -36x + 5$ của đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$ có phương trình là

A. $y = -36x - 54$.

B. $y = -36x + 54$.

C. $y = -36x - 90$.

D. $y = -36x + 90$.

Hướng dẫn giải:

$$\text{pt: } y'(x_0) = -36 \Leftrightarrow 4x_0^3 + 2x_0 + 36 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -2 \Rightarrow y(-2) = 18 \Rightarrow \text{pttt: } y = -36x - 54.$$

Câu 15. Cho hàm $y = \frac{-x+5}{x+2}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) sao cho tiếp

tuyến đó song song với đường thẳng $d: y = -\frac{1}{7}x + \frac{5}{7}$

A. $y = -\frac{1}{7}x - \frac{23}{7}$.

B. $\begin{cases} y = -\frac{1}{7}x + \frac{5}{7} \\ y = -\frac{1}{7}x - \frac{23}{7} \end{cases}$

C. $y = -\frac{1}{7}x + \frac{23}{7}$.

D. $\begin{cases} y = -\frac{1}{7}x - \frac{5}{7} \\ y = -\frac{1}{7}x + \frac{23}{7} \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

$$pt: y'(x_0) = -\frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{-7}{(x_0+2)^2} = -\frac{1}{7} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 5 \Rightarrow y(5) = 0 \Rightarrow pttt: y = -\frac{1}{7}x + \frac{5}{7} \text{ (trùng)} \\ x_0 = -9 \Rightarrow y(-9) = -2 \Rightarrow pttt: y = -\frac{1}{7}x - \frac{23}{7} \end{cases}$$

Câu 16. Cho hàm $y = 2x^3 - 3x - 1$ có đồ thị là (C). Tiếp tuyến của đồ thị (C) và vuông góc với đường thẳng $x + 21y - 2 = 0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} y = 21x - 33 \\ y = 21x + 31 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = -21x - 33 \\ y = -21x + 31 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = \frac{1}{21}x - 33 \\ y = \frac{1}{21}x + 31 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -\frac{1}{21}x - 33 \\ y = -\frac{1}{21}x + 31 \end{cases}$

Hướng dẫn giải: Giải pt:

$$y'(x_0) = 21 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \Rightarrow y(2) = 9 \Rightarrow pttt: y = 21x - 33 \\ x_0 = -2 \Rightarrow y(-2) = -11 \Rightarrow pttt: y = 21x + 31 \end{cases}$$

Câu 17. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ và vuông góc với đường thẳng $x - 8y + 2017 = 0$ có phương trình là

A. $y = -8x + 8$. B. $y = 8x + 8$. C. $y = -\frac{1}{8}x + 8$. D. $y = \frac{1}{8}x - 8$.

Hướng dẫn giải: giải pt: $y'(x_0) = -8 \Leftrightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y(1) = 0 \Rightarrow pttt: y = -8x + 8$.

Câu 18. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+2}$ biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -6x + 1$ là

A. $\begin{cases} y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{6}x - 1 \end{cases}$. B. $y = \frac{1}{6}x - 1$. C. $\begin{cases} y = -\frac{1}{6}x + \frac{1}{3} \\ y = -\frac{1}{6}x - 1 \end{cases}$. D. $y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải: giải pt:

$$y'(x_0) = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 4 \Rightarrow y(4) = 1 \Rightarrow pttt: y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{3} \\ x_0 = -8 \Rightarrow y(-8) = 3 \Rightarrow pttt: y = \frac{1}{6}x - \frac{5}{3} \end{cases}$$

Câu 19. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2$ tại giao điểm với trục Ox ?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Hướng dẫn giải: Ta giải phương trình

$$x^4 - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & \Rightarrow y'(0) = 0 \Rightarrow pttt : y = 0 \\ x = 2 & \Rightarrow y'(2) = 16 \Rightarrow pttt : y = 16x - 32 \\ x = -2 & \Rightarrow y'(-2) = -16 \Rightarrow pttt : y = -16x - 32 \end{cases} .$$

Câu 20. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành có phương trình là

- A. $\begin{cases} y = 0 \\ y = -9x - 18 \end{cases}$. B. $y = -9x - 18$. C. $y = -9x + 18$. D. $\begin{cases} y = 0 \\ y = -9x + 18 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải: Ta giải phương trình

$$-x^3 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & \Rightarrow y'(1) = 0 \Rightarrow pttt : y = 0 \\ x = -2 & \Rightarrow y'(-2) = -9 \Rightarrow pttt : y = -9x - 18 \end{cases} .$$

Câu 21. Gọi (d) là tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x-5}{-x+1}$ tại giao điểm A của (C) và trục hoành. Khi đó, phương trình của đường thẳng (d) là

- A. $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$. B. $y = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$. C. $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$. D. $y = \frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải: Ta giải phương trình

$$\frac{x-5}{-x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 5 \Rightarrow y'(5) = -\frac{1}{4} \Rightarrow pttt : y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} .$$

Câu 22. Tại giao điểm của đồ thị (C) của hàm số $y = 2x^3 - 6x + 1$ và trục Oy ta lập được tiếp tuyến có phương trình là

- A. $y = -6x + 1$. B. $y = -6x - 1$. C. $y = 6x + 1$. D. $y = 6x - 1$.

Hướng dẫn giải:

Ta có giao điểm của (C) và Oy là: $A(0;1) \Rightarrow y'(0) = -6 \Rightarrow pttt : y = -6x + 1$.

Câu 23. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 2$ tại điểm M là giao của (C) và trục tung là

- A. $y = -2$. B. $y = 2$. C. $\begin{cases} y = -2 \\ y = 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} y = -2 \\ y = 0 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có giao điểm của (C) và Oy là: $M(0; -2) \Rightarrow y'(0) = 0 \Rightarrow pttt : y = -2$.

Câu 24. Gọi (d) là tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ tại giao điểm A của (C) và trục tung. Khi đó, phương trình của đường thẳng (d) là

A. $y = -\frac{7}{9}x - \frac{1}{3}$. B. $y = -\frac{7}{9}x + \frac{1}{3}$. C. $y = \frac{7}{9}x - \frac{1}{3}$. D. $y = \frac{7}{9}x + \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có giao điểm của (C) và Oy là: $A\left(0; -\frac{1}{3}\right) \Rightarrow y'(0) = -\frac{7}{9} \Rightarrow pttt : y = -\frac{7}{9}x - \frac{1}{3}$.

Câu 25. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C): $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$ song song với đường thẳng $y = 3x + 2016$ là

A. $\begin{cases} y = 3x - \frac{2}{3} \\ y = 3x - 8 \end{cases}$. B. $\begin{cases} y = 3x - \frac{2}{3} \\ y = 3x + 8 \end{cases}$. C. $\begin{cases} y = 3x - 8 \\ y = 3x + \frac{2}{3} \end{cases}$. D. $\begin{cases} y = 3x + \frac{2}{3} \\ y = 3x + 8 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải: Ta giải pt: $y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \Rightarrow y(1) = \frac{7}{3} & \Rightarrow pttt : y = 3x - \frac{2}{3} \\ x_0 = 3 \Rightarrow y(3) = 1 & \Rightarrow pttt : y = 3x - 8 \end{cases}$.

Câu 26. Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 5$ là

- A. Song song với trục hoành. B. Song song với đường thẳng $x = 1$.
C. Có hệ số góc dương. D. Có hệ số góc bằng -1 .

Hướng dẫn giải:

Ta giải pt: $y' = 0 \hat{U} \begin{cases} x_0 = 1 \text{ P } y(1) = -\frac{11}{3} \\ x_0 = 3 \text{ P } y(3) = -5 \text{ P } y'(3) = 0 \text{ P } tt \text{ song song } Ox \end{cases}$.

Câu 27. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ tại điểm có tung độ bằng 3 là

- A. $x + 2y - 9 = 0$. B. $x + y - 8 = 0$.
C. $2x - y - 9 = 0$. D. $x - 2y - 7 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Theo giả thiết ta có: $y_0 = 3 \Rightarrow x_0 = 3$ và $y'(3) = -\frac{1}{2} \Rightarrow pttt : x + 2y - 9 = 0$.

Câu 28. Cho đường cong (C): $y = x^3 - 3x^2$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm thuộc (C) và có hoành độ $x_0 = -1$.

- A. $y = 9x + 5$. B. $y = -9x + 5$. C. $y = 9x - 5$. D. $y = -9x - 5$.

Hướng dẫn giải:

Theo giả thiết ta có: $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -4$ và $y'(-1) = 9 \Rightarrow pttt : y = 9x + 5$.

Câu 29. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 3x^3 - x^2 - 7x + 1$ tại điểm $A(0;1)$ là

- A. $y = -7x + 1$. B. $y = x + 1$. C. $y = 1$. D. $y = 0$.

Hướng dẫn giải:

Theo giả thiết ta có: $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 1$ và $y'(0) = -7 \Rightarrow pttt : y = -7x + 1$.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ (C). Khi đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 5 là

- A. $y = 45x - 174$. B. $y = -45x + 174$.
C. $y = 45x + 276$. D. $y = -45x + 276$.

Hướng dẫn giải:

Theo giả thiết ta có: $x_0 = 5 \Rightarrow y_0 = 51$ và $y'(5) = 45 \Rightarrow pttt : y = 45x - 174$.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

II. CÂU HỎI VẬN DỤNG THẤP

Câu 31. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 1$ có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến của (C), tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là

- A. $y = 3x + 2$. B. $y = -3x + 2$. C. $y = -3x + 8$. D. $y = 3x + 8$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 6 = 3(x-1)^2 + 3 \geq 3 \Rightarrow \min y' = 3$ khi $x = x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = y(1) = 5$

Khi đó phương trình tiếp tuyến $y = 3(x-1) + 5 = 3x + 2$.

Câu 32. Cho hàm số $y = -x^3 + 6x^2 + 3x - 1$ có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến của (C), tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất có phương trình là:

- A. $y = 15x + 55$. B. $y = -15x - 5$. C. $y = 15x - 5$. D. $y = -15x + 55$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = -3x^2 + 12x + 3 = -3(x+2)^2 + 15 \leq 15 \Rightarrow \max y' = 15$ khi $x = x_0 = -2$
 $\Rightarrow y_0 = y(-2) = 25$.

Khi đó phương trình tiếp tuyến $y = 15(x+2) + 25 = 15x + 55$.

Câu 33. Cho hàm số $y = x^3 + x + 1$ có đồ thị (C). Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. Trên (C) tồn tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho hai tiếp tuyến của (C) tại A và B vuông góc.

B. Hàm số luôn đồng biến trên \mathbb{R} .

C. Tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 có phương trình là $y = 4x - 1$.

D. Đồ thị (C) chỉ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có: $y' = 3x^2 + 1 > 0 \Rightarrow \begin{cases} y'(x_1) = 3x_1^2 + 1 > 0 \\ y'(x_2) = 3x_2^2 + 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow y'(x_1) \cdot y'(x_2) > 0$

hay $y'(x_1) \cdot y'(x_2) \neq -1$. Suy ra 2 tiếp tuyến A và B không vuông góc.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Ta có $y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra hàm số đồng biến trên \mathbb{R} và cắt trục hoành tại một điểm duy nhất \rightarrow **B, D đúng**.

Với $x_0 = 1 \Rightarrow y'(1) = 4, y_0 = 3 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến $y = 4(x-1) + 3$
 $\Leftrightarrow y = 4x - 1 \rightarrow$ **C đúng**.

Câu 34. Đường thẳng $y = ax - b$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 - x + 2$ tại điểm $M(1;0)$. Khi đó ta có:

A. $ab = 36$.

B. $ab = -6$.

C. $ab = -36$.

D. $ab = -5$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 3x^2 + 4x - 1 \Rightarrow y'(1) = 6$.

Khi đó phương trình tiếp tuyến tại $M(1;0)$ là:

$$y = 6(x-1) \Leftrightarrow y = 6x - 6 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow ab = 36.$$

Câu 35. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 + 2x + 5$ có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến của (C), tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất, thì hệ số góc của tiếp tuyến đó là

A. $\frac{5}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 3x^2 - 2x + 2 = 3\left(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}\right) + \frac{5}{3} = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{5}{3} \geq \frac{5}{3} \Rightarrow \min y' = \frac{5}{3}$ khi $x = x_0 = \frac{1}{3}$.

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{3}x}{x-1}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) tạo với trục hoành góc 60° có phương trình là

A. $\begin{cases} y = -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3}x \end{cases}$.

B. $\begin{cases} y = \sqrt{3}x - 4\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3}x \end{cases}$.

C. $\begin{cases} y = -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3}x \end{cases}$.

D. $\begin{cases} y = -\sqrt{3}x - 4\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3}x \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = \frac{-\sqrt{3}}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$. Tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ tạo với Ox góc 60°

$$\Rightarrow y'(x_0) = \pm \tan 60^\circ = \pm\sqrt{3} \xrightarrow{y' < 0} y'(x_0) = -\sqrt{3} \Rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{(x_0-1)^2} = -\sqrt{3} \Leftrightarrow (x_0-1)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 2\sqrt{3} \\ x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3}x \end{cases}$$

Câu 37. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m+1)x + 1$ (1), m là tham số. Kí hiệu (C_m) là đồ thị hàm số (1) và K là điểm thuộc (C_m) , có hoành độ bằng -1 . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm K song song với đường thẳng $d: 3x + y = 0$.

A. $m \in \emptyset$. B. $m = -1$. C. $m = -1$ hoặc $m = -\frac{1}{3}$. D. $m = -\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m+1)$. Do $K \in (C_m)$ và có hoành độ bằng -1 , suy ra $K(-1; -6m-3)$.

Khi đó tiếp tuyến tại K có phương trình:

$$\Delta: y = y'(-1)(x+1) - 6m - 3 \Leftrightarrow \Delta: y = (9m+6)x + 3m+3$$

Đường thẳng Δ song song với đường thẳng d

$$\Rightarrow 3x + y = 0 \Leftrightarrow y = -3x \Leftrightarrow \begin{cases} 9m+6 = -3 \\ 3m+3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Câu 38. Cho hàm số $y = x^4 + \frac{1}{2}mx^2 + m - 1$ có đồ thị (C). Biết tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 vuông góc với đường thẳng có phương trình $x - 3y + 1 = 0$. Khi đó giá của m là

- A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = -\frac{13}{3}$. D. $m = -\frac{11}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = 4x^3 + mx$ và đường thẳng $x - 3y + 1 = 0$ viết thành $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$.

Theo bài ra ta có: $y'(-1) = -3 \Leftrightarrow -4 - m = -3 \Leftrightarrow m = -1$.

Câu 39. Cho hàm số $y = \sqrt{2x+1}$ có đồ thị (C). Biết tiếp tuyến d của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $y = -3x + 2017$. Hỏi hoành độ tiếp điểm của d và (C) là bao nhiêu ?

- A. 4. B. 1. C. $-\frac{4}{9}$. D. -4.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$. Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm của d và (C).

Theo bài ra ta có: $y'(x_0) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2x_0+1}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 2x_0 + 1 = 9 \Leftrightarrow x_0 = 4$

Câu 40. Cho hàm số $y = 3x - 4x^3$ có đồ thị (C). Từ điểm $M(1;3)$ có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số (C) ?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Hướng dẫn giải

Đường thẳng đi qua $M(1;3)$ có hệ số góc k có dạng: $y = k(x-1) + 3$ (d).

Điều kiện để (d) là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases} 3x - 4x^3 = k(x-1) + 3 & (1) \\ 3 - 12x^2 = k & (2) \end{cases} \text{ . Thay (2) vào (1) ta được:}$$

$$3x - 4x^3 = (3 - 12x^2)(x-1) + 3 \Leftrightarrow 8x^3 - 12x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ k = -24 \end{cases}$$

Vậy có 2 tiếp tuyến.

Câu 41. Cho hàm số $y = x^3 + x + 2$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến tại điểm $N(1; 4)$ của (C) cắt đồ thị (C) tại điểm thứ hai là M. Khi đó tọa độ điểm M là

- A. $M(-2; -8)$. B. $M(-1; 0)$. C. $M(0; 2)$. D. $M(2; 12)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có $y' = 3x^2 + 1 \Rightarrow y'(1) = 4$, suy ra tiếp tuyến tại $N(1; 4)$ là: $\Delta: y = 4x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của Δ và (C) là:

$$x^3 + x + 2 = 4x \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \Rightarrow y = -8 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$2x_N + x_M = -\frac{b}{a} \text{ (Với } y = ax^3 + bx^2 + cx + d \text{ là hàm số ban đầu)}$$

$$\Leftrightarrow 2 + x_M = 0 \Leftrightarrow x_M = -2 \Rightarrow M(-2; -8).$$

Câu 42. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 + x + 1$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến tại điểm N của (C) cắt đồ thị (C) tại điểm thứ hai là $M(-1; -2)$. Khi đó tọa độ điểm N là

- A. $(1; 2)$. B. $(2; 5)$. C. $(-1; -4)$. D. $(0; 1)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1; -2)$ có hệ số góc k có dạng

$$\Delta: y = k(x+1) - 2.$$

Δ là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases} x^3 - x^2 + x + 1 = k(x+1) - 2 & (1) \\ 3x^2 - 2x + 1 = k & (2) \end{cases} \text{ . Thay (2) vào (1) ta được:}$$

$$x^3 - x^2 + x + 1 = (3x^2 - 2x + 1)(x+1) - 2 \Leftrightarrow (x+1)^2(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow N(1; 2).$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$2x_N + x_M = -\frac{b}{a} \text{ (Với } y = ax^3 + bx^2 + cx + d \text{ là hàm số ban đầu)}$$

$$\Leftrightarrow 2x_N + (-1) = 1 \Leftrightarrow x_N = 1 \Rightarrow N(1; 2).$$

Câu 43. Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 đi qua $A(1; 3)$?

A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = \frac{7}{9}$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = -\frac{7}{9}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = 3x^2 + 6mx + m + 1$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến cần lập.

Khi đó $x_0 = -1 \Rightarrow \begin{cases} y'(-1) = 4 - 5m \\ y_0 = 2m - 1 \end{cases}$ suy ra phương trình tiếp tuyến là:

$$\Delta: y = (4 - 5m)(x + 1) + 2m - 1$$

Do $A(1; 3) \in \Delta \Rightarrow 3 = (4 - 5m)(1 + 1) + 2m - 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = \frac{x-m}{x+1}$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 0 song song với đường thẳng $y = 3x + 1$.

A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = -2$. D. $m = 3$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = \frac{1+m}{(x+1)^2}$ khi đó $y'(0) = 3 \Leftrightarrow 1+m = 3 \Leftrightarrow m = 2$.