Câu 10. Cho dãy số (x_n) xác định bởi $x_1 = 5$ và $x_{n+1} = x_n + n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng tổng quát của dãy số (x_n) là:

A. $x_n = \dfrac{n^2 - n + 10}{2}$. **B.** $x_n = \dfrac{5n^2 - 5n}{2}$. **C.** $x_n = \dfrac{n^2 + n + 10}{2}$. **D.** $x_n = \dfrac{n^2 + 3n + 12}{2}$.

Câu 11. Cho dãy số (x_n) xác định bởi $x_1 = \dfrac{2}{3}$ và $x_{n+1} = \dfrac{x_n}{2(2n+1)x_n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. $x_{100} = \dfrac{2}{39999}$. **B.** $x_{100} = \dfrac{39999}{2}$. **C.** $x_{100} = \dfrac{2}{40001}$. **D.** $x_{100} = \dfrac{2}{40803}$.

Dạng 2: Bài tập về xét tính tăng, giảm của dãy số.

Câu 12. Trong các dãy số dưới đây dãy số nào là dãy số tăng ?

A. Dãy (a_n), với $a_n = (-1)^{n+1}.\sin\dfrac{\pi}{n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. Dãy (b_n), với $b_n = (-1)^{2n}.(5^n + 1), \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. Dãy (c_n), với $c_n = \dfrac{1}{n + \sqrt{n+1}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. Dãy (d_n), với $d_n = \dfrac{n}{n^2 + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 13. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là dãy số giảm ?

A. Dãy (a_n), với $a_n = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^n$. **B.** Dãy (b_n) với $b_n = \dfrac{n^2 + 1}{n}$.

C. Dãy (c_n), với $c_n = \dfrac{1}{n^3 + 1}$. **D.** Dãy (d_n), với $d_n = 3.2^n$.

Câu 14. Cho dãy số (x_n) với $x_n = \dfrac{an + 4}{n + 2}$. Dãy số (x_n) là dãy số tăng khi:

A. $a = 2$. **B.** $a > 2$. **C.** $a < 2$. **D.** $a > 1$.

Câu 15. Cho hai dãy số (x_n) với $x_n = \dfrac{(n+1)!}{2^n}$ và (y_n) với $y_n = n + \sin^2(n+1)$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. (x_n) là dãy số giảm, (y_n) là dãy số giảm.

B. (x_n) là dãy số giảm, (y_n) là dãy số tăng.

C. (x_n) là dãy số tăng, (y_n) là dãy số giảm.

D. (x_n) là dãy số tăng, là dãy số tăng.

Dạng 3: Bài tập về xét tính bị chặn của dãy số.

Câu 16. Cho dãy số (u_n), với $u_n = \dfrac{3n-1}{3n+7}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. Dãy (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.

B. Dãy (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.

C. Dãy (u_n) bị chặn trên và bị chặn dưới.

D. Dãy (u_n) không bị chặn.

Câu 17. Trong các dãy số sau dãy số nào là dãy bị chặn ?

A. Dãy (a_n), với $a_n = \sqrt{n^2+16}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. Dãy (b_n), với $b_n = n + \dfrac{1}{2n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. Dãy (c_n), với $c_n = 2^n + 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. Dãy (d_n), với $d_n = \dfrac{n}{n^2+4}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 18. Trong các dãy số dưới đây dãy số nào bị chặn trên ?

A. Dãy (a_n), với $a_n = 3n+1$.

B. Dãy (b_n), với $b_n = \dfrac{1}{n(2n+1)}$.

C. Dãy (c_n), với $c_n = 3.2^{n+1}$.

D. Dãy (d_n), với $d_n = (-2)^n$.

Câu 19. Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào bị chặn dưới ?

A. Dãy (x_n), với $x_n = (-1)^n.(n^2+2n+3)$.

B. Dãy (y_n), với $y_n = -(n^2+6n)$.

C. Dãy (z_n), với $z_n = \dfrac{2018^n}{2017^{n+1}}$.

D. Dãy (w_n), với $w_n = (-2017)^n$.

Dạng 4: Bài tập về tính chất của dãy số.

Câu 20. Cho dãy số (x_n), xác định bởi: $x_n = 2.3^n - 5.2^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. $x_{n+2} = 5x_{n+1} - 6x_n$. **B.** $x_{n+2} = 6x_{n+1} - 5x_n$.

C. $x_{n+2} + 5x_{n+1} - 6x_n = 0$. **D.** $x_{n+2} + 6x_{n+1} - 5x_n = 0$.

Câu 21. Cho dãy số (u_n), với $u_n = 3^n$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\dfrac{u_1+u_9}{2} = u_5$. **B.** $\dfrac{u_2.u_4}{2} = u_3$.

C. $1 + u_1 + u_2 + ... + u_{100} = \dfrac{u_{100}-1}{2}$. **D.** $u_1.u_2...u_{100} = u_{5050}$.

Câu 22. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_n = 2017\cos\frac{(3n+1)\pi}{6}$. Mệnh đề nào dưới đây là sai ?

A. $a_{n+12} = a_n, \forall n \geq 1$. **B.** $a_{n+8} = a_n, \forall n \geq 1$. **C.** $a_{n+9} = a_n, \forall n \geq 1$. **D.** $a_{n+4} = a_n, \forall n \geq 1$.

Câu 23. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 1$ và $a_{n+1} = -\frac{3}{2}{a_n}^2 + \frac{5}{2}a_n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. $a_{2018} = a_2$. **B.** $a_{2018} = a_1$. **C.** $a_{2018} = a_3$. **D.** $a_{2018} = a_4$.

Câu 24. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 1, a_2 = 2$ và $a_{n+2} = \sqrt{3}.a_{n+1} - a_n, \forall n \geq 1$. Tìm số nguyên dương p nhỏ nhất sao cho $a_{n+p} = a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

A. $p = 9$. **B.** $p = 12$. **C.** $p = 24$. **D.** $p = 18$.

Câu 25. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **SAI** ?

A. Dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 1$ và $a_{n+1} = \frac{2018}{a_n + 2017}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ là một dãy số không đổi.

B. Dãy số (b_n), với $b_n = \tan(2n+1)\frac{\pi}{4}$, có tính chất $b_{n+2} = b_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. Dãy số (c_n), với $c_n = \tan(n\pi) + 1$, là một dãy số bị chặn.

D. Dãy số (d_n), với $d_n = \cos(n\pi)$, là một dãy số giảm.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 2$ và $u_2 = 2u_{n+1} - 1, \forall n \in N^*$, có tính chất

A. Là dãy số tăng và bị chặn dưới. **B.** Là dãy số giảm và bị chặn trên.
C. Là dãy số giảm và bị chặn dưới. **D.** Là dãy số tăng và bị chặn trên.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n^2}, \forall n \geq 1$. Tổng $S_{2018} = u_1^2 + u_2^2 + ... + u_{2018}^2$ là

A. $S_{2018} = 2015^2$. **B.** $S_{2018} = 2018^2$. **C.** $S_{2018} = 2017^2$. **D.** $S_{2018} = 2016^2$.

Câu 8. Cho dãy số (z_n) xác định bởi $z_n = \sin\frac{n\pi}{2} + 2\cos\frac{n\pi}{3}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong các số hạng của dãy số (z_n). Tính giá trị biểu thức $T = M^2 + m^2$.

A. $T = 13$. **B.** $T = 5$. **C.** $T = 18$. **D.** $T = 7$.

Câu 9. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = \frac{1}{2}; u_{n+1} = \frac{u_n}{2(n+1)u_n + 1}, n \geq 1. S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n < \frac{2017}{2018}$ khi n có giá trị nguyên dương lớn nhất.

A. 2017. **B.** 2015. **C.** 2016. **D.** 2014.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Dạng 1: Bài tập về xác định số hạng của dãy số

Câu 1. **Đáp án C.**

Ta có $x_n=\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$ nên $x_{n+1}=\left(\frac{(n+1)-1}{(n+1)+1}\right)^{2(n+1)+3}=\left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.

Câu 2. **Đáp án A.**

Ta có $y_1=\sin^2\frac{\pi}{4}+\cos\frac{2\pi}{3}=0; y_2=\sin^2\frac{\pi}{4}+\cos\frac{4\pi}{3}=\frac{1}{2}$. (loại phương án B và D) và

$y_3=\sin^2\frac{3\pi}{4}+\cos 2\pi=\frac{3}{2}$. (loại phương án C).

Câu 3. **Đáp án D.**

Ta có $y_3=2; y_4=3$ nên loại các phương án còn lại.

Câu 4. **Đáp án B.**

Ta có $u_2=2^2u_1; u_3=6u_2=2^2.2.3u_1; u_4=8u_3=2^3.2.3.4u_1$. Bằng phương pháp quy nạp toán học, chúng ta chứng minh được rằng $u_n=2^{n-1}.n!u_1=-2^{n-1}.n!$. Do đó $u_{11}=-2^{10}.11!$.

Câu 5. **Đáp án D.**

Ta có $u_n=\frac{1}{2}+2(1+2+..+n)=\frac{1}{2}+n(n+1)$. Suy ra $u_{50}=\frac{1}{2}+50.51=2550,5$.

Câu 6. **Đáp án D.**

Giải phương trình $\frac{n+1}{2n+1}=\frac{8}{15}$ ta được $n=7$.

Câu 7. **Đáp án B.**

Ta có $a_n=-(n-2)^2+15\le 15, \forall n\ge 1$. Dấu bằng xảy ra khi $n-2=0\Leftrightarrow n=2$.

Vậy số hạng lớn nhất của dãy số là số hạng bằng 15.

Câu 8. **Đáp án A.**

Ta có $a_n=\frac{n}{n^2+100}\le\frac{n}{2\sqrt{n^2.100}}=\frac{1}{20}$. Dấu bằng xảy ra khi $n^2=100\Leftrightarrow n=10$.

Vậy số hạng lớn nhất của dãy là số hạng bằng $\frac{1}{20}$.

Câu 9. **Đáp án A.**

Ta tính được $y_2=2; y_3=4; y_4=12\Rightarrow S_4=20$.

Câu 10. **Đáp án A.**

Cách 1: Tìm số hạng tổng quát của dãy số.

Ta có $x_n=x_1+(1+2+...+n-1)\Leftrightarrow x_n=5+\frac{n(n-1)}{2}=\frac{n^2-n+10}{2}$.

Cách 2: Kiểm tra từng phương án cho đến khi tìm được phương án đúng.

Phương án A: $x_{n+1}=\dfrac{(n+1)^2-(n+1)+10}{2}=\dfrac{n^2+n+10}{2}=\dfrac{n^2-n+10}{2}+n=x_n+n.$

Cách 3: Với $n=1\Rightarrow x_1=5$ loại các phương án còn lại B, C, D.

Câu 11. **Đáp án A.**

Ta có $x_n>0,\forall n\ge 1$ và $\dfrac{1}{x_{n+1}}=2(2n+1)+\dfrac{1}{x_n},\forall n\ge 1.$

Suy ra $\dfrac{1}{x_n}=\dfrac{1}{x_1}+4(1+2+...+n-1)+2(n-1)=\dfrac{3}{2}+2n(n-1)+2(n-1)=\dfrac{4n^2-1}{2}.$

Suy ra $x_n=\dfrac{2}{4n^2-1}$. Do đó $x_{100}=\dfrac{2}{39999}$.

Dạng 2: Bài tập về xét tính tăng giảm của dãy số

Câu 12. **Đáp án B.**

- Dãy số (a_n) là dãy đan dấu nên không phải là dãy số tăng cũng không phải là dãy số giảm.
- Với dãy (b_n), ta có $b_n=5^n+1$ (do $(-1)^{2n}=1$). Vì $b_{n+1}=5^{n+1}+1=5.5^n+1>b_n,\forall n\ge 1$ nên (b_n) là một dãy số tăng.
- Dãy số (c_n) là một dãy số giảm vì $c_{n+1}=\dfrac{1}{n+1+\sqrt{n+2}}<\dfrac{1}{n+\sqrt{n+1}}=c_n,\forall n\ge 1.$
- Dãy số (d_n) là một dãy số giảm vì $d_{n+1}=\dfrac{n+1}{n^2+2n+2}<\dfrac{n}{n^2+1}=d_n,\forall n\ge 1.$

Câu 13. **Đáp án C.**

- Dãy số (a_n) là dãy đan dấu nên không phải là dãy số tăng cũng không phải là dãy số giảm.
- Dãy số (b_n) là một dãy số tăng vì $b_n=n+\dfrac{1}{n}<n+1+\dfrac{1}{n+1}=b_{n+1},\forall n\ge 1.$
- Dãy số (c_n) là một dãy số giảm vì $c_n=\dfrac{1}{n^3+1}>\dfrac{1}{(n+1)^3+1}=c_{n+1},\forall n\ge 1.$
- Dãy số (d_n) là một dãy số tăng vì $d_n=3.2^n<3.2^{n+1}=d_{n+1},\forall n\ge 1.$

Câu 14. **Đáp án B.**

Ta có $x_{n+1}=\dfrac{a(n+1)+4}{n+3}$. Xét hiệu $x_{n+1}-x_n=\dfrac{a(n+1)+4}{n+3}-\dfrac{an+4}{n+2}=\dfrac{2a-4}{(n+2)(n+3)}.$

(x_n) là dãy tăng khi và chỉ khi $x_{n+1}-x_n>0,\forall n\ge 1\Leftrightarrow 2a-4>0\Leftrightarrow a>2.$

Câu 15. **Đáp án D.**

Ta có $x_n>0,\forall n\ge 1$ và $\dfrac{x_{n+1}}{x_n}=\dfrac{n+2}{2}>1,\forall n\ge 1$ nên (x_n) là dãy số tăng.

Ta có $y_{n+1}-y_n=\sin^2(n+1)+1-\sin^2 n>0,\forall n\ge 1$ nên (y_n) cũng là dãy số tăng.

Dạng 3: Bài tập về xét tính bị chặn của dãy số

Câu 16. **Đáp án C.**

Ta có $u_n = 1 - \dfrac{8}{3n+7} < 1 - \dfrac{8}{3n+10} = u_{n+1}, \forall n \geq 1$ nên (u_n) là một dãy số tăng. Suy ra nó bị chặn dưới bởi $u_1 = \dfrac{1}{5}$. Lại do $u_n = 1 - \dfrac{8}{3n+7} < 1, \forall n \geq 1$ nên dãy số u_n bị chặn trên bởi 1.

Câu 17. **Đáp án D.**

- Dãy số (a_n) là dãy số tăng và chỉ bị chặn dưới vì $a_n = \sqrt{n^2+16} \geq \sqrt{17}, \forall n \geq 1$.
- Dãy số (b_n) là dãy số tăng và chỉ bị chặn dưới vì $b_n = n + \dfrac{1}{2n} > 2\sqrt{n.\dfrac{1}{2n}} = \sqrt{2}, \forall n \geq 1$.
- Dãy số (c_n) là dãy số tăng và chỉ bị chặn dưới vì $c_n = 2^n + 3 \geq 5, \forall n \geq 1$.
- Dãy số (d_n) là dãy số bị chặn vì $0 < d_n \leq \dfrac{1}{4}, \forall n \geq 1$. $\left(do 0 < \dfrac{n}{n^2+4} \leq \dfrac{n}{4n} = \dfrac{1}{4} \right)$.

Câu 18. **Đáp án B.**

- Dãy số (a_n) là dãy số tăng và chỉ bị chặn dưới vì $u_1 = 4$.
- Dãy số (b_n) có $0 < b_n < 1, \forall n \geq 1$ nên dãy số (b_n) là dãy số bị chặn.
- Dãy số (c_n) là dãy số tăng và chỉ bị chặn dưới bởi $c_1 = 12$.
- Dãy số (d_n) là dãy đan dấu và $d_{2n} = (-2)^{2n} = 4^n$ lớn tùy ý khi n đủ lớn, còn $d_{2n+1} = (-2)^{2n+1} = -2.4^n$ nhỏ tùy ý khi n đủ lớn.

Câu 19. **Đáp án C.**

- Dãy số (x_n) là dãy đan dấu và x_{2n} lớn tùy ý khi n đủ lớn, x_{2n+1} nhỏ tùy ý khi n đủ lớn.
- Dãy số (y_n) là dãy số giảm và y_n nhỏ tùy ý khi n đủ lớn.
- Dãy số (z_n) là dãy số tăng nên nó bị chặn dưới bởi $z_1 = \dfrac{2018}{2017^2}$.
- Dãy số (w_n) là dãy đan dấu và w_{2n} lớn tùy ý khi n đủ lớn, w_{2n+1} nhỏ tùy ý khi n đủ lớn.

Dạng 4: Bài tập về tính chất của dãy số.

Câu 20. **Đáp án A.**

Ta có $x_{n+2} = 2.3^{n+2} - 5.2^{n+2} = 18.3^n - 20.2^n; x_{n+1} = 2.3^{n+1} - 5.2^{n+1} = 6.3^n - 10.2^n$.

- Phương án A: $x_{n+2} - 5x_{n+1} + 6x_n = 0$.
- Phương án B: $x_{n+2} - 6x_{n+1} + 5x_n = -8.3^n + 15.2^n \neq 0$.
- Phương án C: $x_{n+2} + 5x_{n+1} - 6x_n = 36.3^n - 40.2^n \neq 0$.
- Phương án D: $x_{n+2} + 6x_{n+1} - 5x_n = 44.3^n - 55.2^n \neq 0$.

Câu 21. **Đáp án D.**

- Phương án A: $\dfrac{u_1 + u_9}{2} = \dfrac{3+3^9}{2} \neq 3^5 = u_5$.
- Phương án B: $\dfrac{u_2.u_4}{2} = \dfrac{3^6}{2} \neq 3^3 = u_3$.
- Phương án C: $1 + u_1 + u_2 + ... + u_{100} > u_{100} > \dfrac{u_{100} - 1}{2}$.
- Phương án D: $u_1.u_2...u_{100} = 3^{1+2+...+100} = 3^{5050} = u_{5050}$.

Câu 22. **Đáp án C.**

- Phương án A:

$$a_{n+12} = 2017\cos\frac{\left[3(n+12)+1\right]\pi}{6} = 2017\cos\left(\frac{(3n+1)\pi}{6}+6\pi\right) = 2017\cos\frac{(3n+1)\pi}{6} = a_n.\forall n \geq 1.$$

- Phương án B:

$$a_{n+8} = 2017\cos\frac{\left[3(n+8)+1\right]\pi}{6} = 2017\cos\left(\frac{(3n+1)\pi}{6}+4\pi\right) = 2017\cos\frac{(3n+1)\pi}{6} = a_n.\forall n \geq 1.$$

- Phương án C:

$$a_{n+9} = 2017\cos\frac{\left[3(n+9)+1\right]\pi}{6} = 2017\cos\left(\frac{(3n+4)\pi}{6}+4\pi\right) = 2017\cos\frac{(3n+4)\pi}{6} \neq a_n.\forall n \geq 1.$$

- Phương án D:

$$a_{n+4} = 2017\cos\frac{\left[3(n+4)+1\right]\pi}{6} = 2017\cos\left(\frac{(3n+1)\pi}{6}+2\pi\right) = 2017\cos\frac{(3n+1)\pi}{6} = a_n.\forall n \geq 1.$$

Lưu ý: Quan sát vào các chỉ số dưới của số hạng tổng quát, ta thấy ở C có sự khác biệt so với ba phương án trên nên ta có thể kiểm tra ngay phương án C trước.

Câu 23. **Đáp án A.**

Sáu số hạng đầu tiên của dãy là 1;2;0;1;2;0.

Từ đây ta dự đoán $a_{n+3} = a_n, \forall n \geq 1$. Bằng phương pháp quy nạp toán học ta chứng minh được rằng $a_{n+3} = a_n, \forall n \geq 1$.

Mặt khác $2018 = 3.672 + 2$ nên $a_{2018} = a_2$.

Câu 24. **Đáp án B.**

Trước hết ta kiểm tra phương án với p nhỏ nhất. Viết 10 số hạng đầu tiên của (a_n):

$a_1 = 1; a_1 = 2; a_3 = 2\sqrt{3}-1; a_4 = 4-\sqrt{3}; a_5 = 2\sqrt{3}-2; a_6 = 2-\sqrt{3}; a_7 = -1;$

$a_8 = -2; a_9 = 1-2\sqrt{3}; a_{10} = \sqrt{3}-4.$

Dễ dàng thấy $a_{10} = \sqrt{3}-4 \neq 1 = a_1$ nên phương án A là sai.

Cách 1: Ta viết thêm 4 số hạng nữa của dãy (a_n): ta được

$(a_n): a_1 = 1; a_1 = 2; a_3 = 2\sqrt{3}-1; a_4 = 4-\sqrt{3}; a_5 = 2\sqrt{3}-2; a_6 = 2-\sqrt{3}; a_7 = -1;$

$a_8 = -2; a_9 = 1-2\sqrt{3}; a_{10} = \sqrt{3}-4; a_{11} = 2-2\sqrt{3}; a_{12} = \sqrt{3}-2; a_{13} = 1; a_{14} = 2.$

Từ đây ta dự đoán được $a_{n+12} = a_n, \forall n \geq 1$.

Bằng phương pháp quy nạp toán học chúng ta chứng minh được $a_{n+12} = a_n, \forall n \geq 1$. Vậy số nguyên dương cần tìm là $p = 12$.

Cách 2: Sau khi viết 10 số hạng của dãy ta có thể đoán được $a_{n+6} = -a_n, \forall n \geq 1$.

Bằng phương pháp quy nạp toán học, ta chứng minh được rằng $a_{n+6} = -a_n, \forall n \geq 1$. Như vậy 6 là số nguyên dương nhỏ nhất để $a_{n+6} = -a_n, \forall n \geq 1$. Do đó $a_{n+12} = a_{(n+6)+6} = -a_{n+6} = a_n, \forall n \geq 1$.

Suy ra số cần tìm là $p = 12$.

Câu 25. **Đáp án D.**

- Phương án A: Ta có $a_1 = 1; a_2 = \dfrac{2018}{1+2017} = 1; a_3 = 1$. Từ đây ta dự đoán $a_n = 1, \forall n \geq 1$.

Bằng phương pháp quy nạp toán học, chúng ta chứng minh được rằng $a_n = 1, \forall n \geq 1$. Suy ra (a_n) là dãy số không đổi. Do đó phương án A đúng.

- Phương án B: Ta có
$$b_{n+2} = \tan[2(n+2)+1]\frac{\pi}{4} = \tan\left[(2n+1)\frac{\pi}{4} + \pi\right] = \tan(2n+1)\frac{\pi}{4} = a_n, \forall n \geq 1.$$
Vậy $b_{n+2} = b_n, \forall n \geq 1$. Do đóphương án B là đúng.
- Phương án C: Ta có $c_n = 1, \forall n \geq 1$. nên dãy số (c_n) là dãy số không đổi. Suy ra (c_n) là dãy số bị chặn. Do đó phương án C là đúng.
- Phương án D: Ta có $d_{2n} = \cos(2n\pi) = 1 = \cos(4n\pi) = d_{4n}$. Suy ra khẳng định (d_n) là một dãy số giảm là khẳng định sai.

Câu 26. **Đáp án C.**

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}(u_n - u_{n-1}) = ... = \frac{1}{2^{n-1}}(u_2 - u_1)$. Từ đó ta tính được $u_n = 1 + \frac{1}{2^{n-1}}$.

Do $u_{n+2} - u_n = \frac{1}{2^n} - \frac{1}{2^{n-1}} = -\frac{1}{2^n} < 0, \forall n \geq 1$ nên (u_n) là dãy số giảm

Ta có $1 < u_n = 1 + \frac{1}{2^{n-1}} \leq 2, \forall n \geq 1$ nên (u_n) là dãy số bị chặn. Suy ra phương án đúng là C.

Câu 27. **Đáp án B.**

Từ hệ thức truy hồi của dãy số, ta có $u_{n+1}{}^2 = u_n^2 + 2, \forall n \geq 1$. Suy ra $u_n^2 = u_1^2 + 2(n-1) = 2n - 1$.

Do đó $S_n = u_1^2 + u_2^2 + ... + u_n^2 = 2(1 + 2 + ... + n) - n = n(n+1) - n = n^2$.

Vậy $S_{2018} = 2018^2$.

Câu 28. **Đáp án A.**

Dựa vào chu kì của hàm số $y = \sin x; y = \cos x$, ta có $z_{n+12} = z_n, \forall n \geq 1$.

Do đó tập hợp các phần tử của dãy số là $S = \{z_1; z_2; ...; z_{12}\} = \{-3; -2; -1; 0; 2\}$.

Suy ra $M = 2; m = -3$. Do đó $T = 13$.

Câu 29. **Đáp án C.**

Dễ chỉ ra được $u_n > 0, \forall n \geq 1$. Từ hệ thức truy hồi của dãy số, ta có $\frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1}{u_n} + 2n + 2, \forall n \geq 1$.

Suy ra
$$\frac{1}{u_n} = \frac{1}{u_1} + 2(1 + 2 + .. + n - 1) + 2(n-1) \Leftrightarrow \frac{1}{u_n} = 2 + n(n-1) + 2(n-1) = n^2 + n \Rightarrow u_n = \frac{1}{n(n+1)}.$$

Do đó $u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}, \forall n \geq 1$.

Vậy $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$. Vì $S_n < \frac{2017}{2018}$ nên $\frac{n}{n+1} < \frac{2017}{2018} \Rightarrow n < 2017$.

Suy ra số nguyên dương lớn nhất để $S_n < \frac{2017}{2018}$ là $n = 2016$. Vì vậy phương án đúng là C.