

# BÀI 1. ĐƠN ĐIỆU

## PHIẾU BÀI TẬP SỐ 1. MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

### Vấn đề 1. Xét tính đơn điệu của hàm số.

Phương pháp .

B1. Tìm tập xác định của hàm số  $f$

B2. Tính đạo hàm  $f'(x)$  và tìm các điểm  $x_0$  sao cho  $f'(x_0) = 0$  hoặc  $f'(x_0)$  không xác định .

B3. Lập bảng xét dấu  $f'(x)$  , dựa vào định lí 1 , nêu kết luận về các khoảng đồng biến , nghịch biến của hàm số .

### BÀI TẬP MẪU:

**Ví dụ 1** Tìm các khoảng đồng biến , nghịch biến (hoặc xét chiều biến thiên) của hàm số:

1.  $y = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x - 3$

2.  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

Lời giải.

1. TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Ta có:  $y' = 4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$  .

$\forall x \in \mathbb{R} : y' = 0$  với  $x = \frac{1}{2}$  và  $y' > 0$  với mọi  $x \neq \frac{1}{2}$  .

Giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$  .

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	+	0	+
y		$-\frac{17}{6}$	$+\infty$

|  $-\infty$

Vậy : hàm số  $y$  đồng biến trên mỗi nửa khoảng  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$  và  $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

Từ đó suy ra hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

2. TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Ta có:  $y' = 3x^2 - 12x + 9$

$$\forall x \in \mathbb{R} : y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, y(1) = 1 \\ x = 3, y(3) = -3 \end{cases}$$

Giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	0
y	$-\infty$	↗ 1	↘ -3	↗ $+\infty$

Vậy : hàm số  $y$  đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(3; +\infty)$ , nghịch biến trên khoảng  $(1; 3)$

**Ví dụ 2** Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến (hoặc xét chiều biến thiên) của hàm số:

1.  $y = -\frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 1$

2.  $y = -\frac{1}{4}x^4 + x^3 - 4x + 1$

**Lời giải.**

1. TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Ta có:  $y' = -x^3 - 3x = -x(x^2 + 3) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	+	0	-

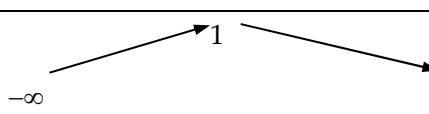
Vậy, hàm số  $y$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ , nghịch biến trên  $(0; +\infty)$ .

2. TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Ta có:  $y' = -x^3 + 3x^2 - 4 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 2$

Giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$

Bảng biến thiên .

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	+	0	- 0	-
y	$-\infty$			$-\infty$

Vậy, hàm số  $y$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ , nghịch biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .

**Ví dụ 3** Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến (hoặc xét chiều biến thiên) của hàm số:

1.  $y = \frac{x-2}{x-1}$

2.  $y = \frac{2x-1}{x-1}$

**Lời giải.**

1. TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có:  $y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \in D$ ,  $y'$  không xác định tại  $x=1$

Vậy, hàm số  $y$  đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$  (hay hàm số  $y$  nghịch biến trên mỗi khoảng xác định).

2. TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có:  $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$ ,  $y'$  không xác định tại  $x=1$

Vậy, hàm số  $y$  nghịch biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$  (hay hàm số  $y$  nghịch biến trên mỗi khoảng xác định).

**BÀI TẬP TỰ LUYỆN ( ĐÁP ÁN GACH CHÂN – TRÚNG LẤY TRẬT BỎ)**

**Câu 1.** Hàm số  $y = x^3 - x^2 + 7x$

A. Luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$

B. Luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R}$

C. Có khoảng đồng biến và nghịch biến.

D. Nghịch biến trên khoảng  $(-1; 3)$ .

**Câu 2.** Hàm số  $y = -x^3 + x^2 - 7x$

A. Luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$

B. Luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R}$

C. Có khoảng đồng biến và nghịch biến.

D. Đồng biến trên khoảng  $(-1; 3)$ .

**Câu 3.** Hàm số  $y = -x^3 + x^2 + x$  có khoảng đồng biến là

- A.  $(1;3)$       **B.**  $\left(\frac{-1}{3};1\right)$       C.  $(-1;3)$       D.  $(-\infty;\frac{-1}{3})\cup(1;+\infty)$

**Câu 4.** Hàm số  $y = \frac{x-5}{-2x+2}$  luôn

- A. Đồng biến trên  $\mathbb{R}$       B. Nghịch biến trên  $\mathbb{R}$   
C. Nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.      D. Đồng biến trên khoảng  $(-4;6)$ .

**Câu 5.** Hàm số  $y = \sqrt{25-x^2}$

- A. Đồng biến trên khoảng  $(-5;0)$  và  $(0;5)$ .  
**B.** Đồng biến trên khoảng  $(-5;0)$  và nghịch biến trên khoảng  $(0;5)$ .  
C. Nghịch biến trên khoảng  $(-5;0)$  và đồng biến trên khoảng  $(0;5)$ .  
D. Nghịch biến trên khoảng  $(-6;6)$ .

**Câu 6:** Hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 - 3$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(-\infty;-1)$  và  $(0;1)$       B.  $(-1;0)$  và  $(1;+\infty)$       C.  $(-\infty;0)$       D.  $(-1;1)$

**Câu 7 :** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \frac{x-1}{x+3}$       **B.**  $y = x^3 + x^2 + 2x + 1$   
C.  $y = x^4 + 2x^2 + 3$       D.  $y = -x^3 - x - 2$

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = \frac{x-1}{x-3}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty;3)$  và  $(3;+\infty)$   
**B.** Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty;3)$  và  $(3;+\infty)$   
C. Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$   
D. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là  $y = 3$

**Câu 9:** Khoảng đồng biến của hàm số  $y = -x^4 + 8x^2 - 1$  là:

- A.**  $(-\infty;-2)$  và  $(0;2)$       **B.**  $(-\infty;0)$  và  $(0;2)$       C.  $(-\infty;-2)$  và  $(2;+\infty)$       D.  $(-2;0)$  và  $(2;+\infty)$

**Câu 10:** Khoảng đồng biến của hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$  là:

- A.**  $(-1;3)$       **B.**  $(0;2)$       C.  $(-2;0)$       D.  $(0;1)$

**Câu 11:** Trong các khẳng định sau về hàm số  $y = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - 3$ , khẳng định nào là đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$ ;      B. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$ ;  
C. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -1$ ;      D. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$ .

**Câu 12:** Hàm số:  $y = x^3 + 3x^2 - 4$  nghịch biến khi  $x$  thuộc khoảng nào sau đây:

- A.  $(-2; 0)$       B.  $(-3; 0)$       C.  $(-\infty; -2)$       D.  $(0; +\infty)$

**Câu 13:** Trong các hàm số sau, những hàm số nào luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó:

- A. (I) và (II)      B. Chỉ (I)      C. (II) và (III)      **D. (I) và (III)**

**Câu 14:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$

- A.  $y = \frac{2x}{x+1}$       B.  $y = x^4 + 2x^2 - 1$       **C.  $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$**       D.  $y = \sin x - 2x$

**Câu 15:** Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  là đúng?

- A. Hàm số luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  ;  
B. Hàm số luôn đồng biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  ;  
C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ ;  
**D. Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .**

**Câu 16.** Hàm số  $y = x^3 - 4$  đồng biến trên:

- A.  $\mathbb{R}$       B.  $(0; +\infty)$       C.  $(3; +\infty)$       D.  $(-\infty; 0)$

**Câu 17.** Hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  nghịch biến trên:

- A.  $(-\infty; -1); (1; +\infty)$       B.  $(1; +\infty)$       C.  $(-1; 1)$       D.  $\mathbb{R}$ .

**Câu 18:** Đồ thị của hàm số nào luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ :

- A.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$       B.  $y = 3x^2 - 4x + 1$       C.  $y = (2x + 1)^2$       D.  $y = -3x^3 - 2x + 1$

**Câu 19.** Hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 + 2$  nghịch biến trên:

- A.  $(-\infty; -1); (0; 1)$       B.  $(-1; 0); (1; +\infty)$       C.  $(-1; 1)$       D.  $\mathbb{R}$ .

**Câu 20.** Hàm số  $y = x^4 + x^2 - 4$  đồng biến trên:

- A.  $(0; +\infty)$                       B.  $(-\infty; 0)$                       C.  $(-1; 1)$                       D.  $\mathbb{R}$ .

**Câu 21.** Khoảng nghịch biến của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x - 2$  là:

- A.  $(-\infty; -3)$                       **B.**  $(-3; -1)$                       C.  $(-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$                       D.  $(-\infty; 3)$

**Câu 22.** Hàm số  $y = \frac{x+3}{2x-1}$  :

- A. Đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$                       B. Nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$   
C. Đồng biến trên từng khoảng xác định                      **D.** Nghịch biến trên từng khoảng xác định

**Câu 23 .** Hàm số  $y = 2x^2 - 4x + 3$  tăng trên khoảng nào?

- A.**  $(1; +\infty)$                       B.  $(-\infty; 1)$                       C.  $(-\infty; +\infty)$                       D. Một kết quả khác

**Câu 24.** Hàm số nào sau đây luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$

- A.  $y = 2x^4 + x^2 - 3$                       **B.**  $y = 2x^3 + x + 1$                       C.  $y = x^3 + x^2 - 7$                       D.  $y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - x + 2$

**Câu 25.** Hàm số  $y = \frac{-x^2 + mx - 2}{x+1}$  giảm trên từng khoảng xác định khi:

- A.  $m < -3$                       B.  $m \geq 3$                       **C.**  $m \leq -3$                       D.  $m \in \emptyset$

**Câu 26.** Trong các hàm số sau, những hàm số nào luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó:

$y = \frac{2x+1}{x+3}$  (I),  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$  (II),  $y = 3x^3 + x - 3$  (III)

- A. (I) và (II)                      B. Chỉ (I)                      C. (II) và (III)                      **D.** (I) và (III)

**Câu 27.** Hàm số nào trong các hàm số sau đây nghịch biến trên khoảng  $(1; 3)$

- A.**  $y = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 6x + 1$                       B.  $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$                       C.  $y = x^2 - 4x + 2$                       D.

$y = \frac{2x+1}{x+1}$

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ sau: