

**BÀI 3: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT**

Mức độ: Vận dụng thường

**BÀI TẬP MẪU**

**BÀI 1.** Tìm GTLN và GTNN của hàm số  $y = x + \sqrt{4 - x^2}$

A.  $\text{Max}_{[-2;2]} f(x) = 2\sqrt{2}$ ;  $\text{Min}_{[-2;2]} f(x) = -\sqrt{2}$

B.  $\text{Max}_{[-2;2]} f(x) = -\sqrt{2}$ ;  $\text{Min}_{[-2;2]} f(x) = -2$

C.  $\text{Max}_D f(x) = 2\sqrt{2}$ ;  $\text{Min}_D f(x) = -2$

D.  $\text{Max}_{[-2;2]} f(x) = 2$ ;  $\text{Min}_{[-2;2]} f(x) = -2$

**Giải**

+ Hàm số xác định và liên tục trên  $D = [-2; 2]$

$$+ \forall x \in D: f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{\sqrt{4-x^2} - x}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4-x^2} - x = 0 \\ \sqrt{4-x^2} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$$

+  $f(-2) = -2$ ;  $f(2) = 2$ ;  $f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$

+ Vậy  $\text{Max}_D f(x) = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$ ;  $\text{Min}_D f(x) = -2 \Leftrightarrow x = -2$

**BÀI 2:** Gọi m giá trị nhỏ nhất, M là giá trị lớn nhất của hàm số  $y = |24x^3 - 162x^2 + 324x - 192|$  trên đoạn  $\left[-1; \frac{5}{2}\right]$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $m = 0$ ;  $M = 702$

B.  $m = -720$ ;  $M = \frac{21}{2}$

C.  $m = -30$ ;  $M = \frac{21}{2}$

D.  $m = 0$ ;  $M = \frac{21}{2}$

**Giải:**

\*  $y = |24x^3 - 162x^2 + 324x - 192| \geq 0$

Suy ra  $\min_{\left[-1; \frac{5}{2}\right]} y = 0 \Leftrightarrow 24x^3 - 162x^2 + 324x - 192 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{19 \pm \sqrt{105}}{8} \end{cases}$

$$\text{Do } x \in \left[-1; \frac{5}{2}\right] \Rightarrow x = 2; x = \frac{19 - \sqrt{105}}{8}$$

$$* \text{ Tìm GTLN: } y = 24x^3 - 162x^2 + 324x - 192 \Rightarrow y' = 72x^2 - 324x + 324 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, (1) \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \Rightarrow y(-1) = -702; y\left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{39}{2}; y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{21}{2}; y(3) = -30$$

$$\text{Suy ra } -720 \leq 24x^3 - 162x^2 + 324x - 192 \leq \frac{21}{2} \text{ trên đoạn } \left[-1; \frac{5}{2}\right].$$

$$\Rightarrow 0 \leq |24x^3 - 162x^2 + 324x - 192| \leq 720 \text{ trên đoạn } \left[-1; \frac{5}{2}\right].$$

$$\text{Suy ra } \min_{\left[-1; \frac{5}{2}\right]} y = 0; \max_{\left[-1; \frac{5}{2}\right]} y = y(-1) = 720$$

**BÀI 3:** Tìm GTNN của hàm số  $y = x(x+1)(x-2)(x-3)$ ?

A.  $-\frac{9}{4}$

B. 4

C.  $\frac{3}{2}$

D.  $\frac{9}{4}$

**Giải:**

$$y = x(x+1)(x-2)(x-3) = (x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 3) = (x^2 - 2x)^2 - 3(x^2 - 2x) = t^2 - 3t$$

$$\text{Mà } x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 2x \geq -1 \Rightarrow t \geq -1$$

$$\text{Ta chỉ cần tính } y(t_0) = y\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{9}{4}; y(-1) = 4 \Rightarrow y \geq y(t_0) = -\frac{9}{4}$$

$$\text{Đạt được khi } x^2 - 2x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}.$$

### BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = 2\sin^2x + 2\sinx - 1$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2t^2 + 2t - 1$ .

B. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2t^2 + 2t - 1$  trên  $[0;1]$ .

C. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2t^2 + 2t - 1$  trên  $[-1;1]$ .

D. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2\sin^2x + 2\sinx - 1$  trên  $[-1;1]$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\max_{[0;2]} y = y(1) = 5$  và  $\min_{[0;2]} y = y(2) = \frac{5}{2}$ .

B.  $\max_{[0;2]} y = y(1) = \frac{1}{2}$  và  $\min_{[0;2]} y = y(-1) = -\frac{1}{2}$ .

C.  $\max_{\mathbb{R}} y = y(1) = \frac{1}{2}$  và  $\min_{\mathbb{R}} y = y(-1) = -\frac{1}{2}$ .

D. không tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 2 - 2\sin x \cos x$  là:

A. 1

B. 3

C. 0.

D. 4.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x - \sin 2x$  trên  $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  là:

A.  $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $-\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $-\frac{\pi}{2}$ .

D.  $\frac{5\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Câu 5. Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 2\sin x + \sin 2x$  trên  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$  là:

A. 0

B.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ .

C. 4.

D. -2.

Câu 6. Hàm số  $y = \frac{3x^2 - 10x + 20}{x^2 - 2x + 3}$  có giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của nó bằng:

A.  $\frac{1}{4}$ .

B.  $-\frac{5}{2}$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{5}{2}$ .

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{3+x} + \sqrt{7-x}$  là:

A.  $\sqrt{10}; 2\sqrt{5}$ .

B.  $\sqrt{5}; \sqrt{10}$ .

C.  $\sqrt{3}; \sqrt{7}$ .

D.  $2\sqrt{5}; \sqrt{10}$ .

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$  trên đoạn  $[-1; 2]$  là:

A.  $-\sqrt{2}; 0$ .

B.  $0; \sqrt{2}$ .

C.  $0; \frac{3\sqrt{5}}{5}$ .

D.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}; \sqrt{2}$ .

Câu 9. Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \cos 2x + \sin^2 x$  là:

A. 1.

B. 0.

C. -2.

D. 2.

Câu 10: Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$  trên  $[-1; +\infty)$  là:

A. 2

B.  $\sqrt{2}$

C. 0

D.  $-\sqrt{2}$

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$ . Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  là

- A. 1                                      B. -1                                      C. 3                                      D. 7

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = x + 1 + \sqrt{4 - x^2}$ . Xét các mệnh đề

- (I)  $\max y = \sqrt{2}$                                       (II)  $\min y = -2$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Cả (I) và (II) đều sai  
B. Cả (I) và (II) đều đúng  
C. (I) đúng và (II) sai  
D. (I) sai và (II) đúng

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = 5 \cos x - \cos 5x$ ,  $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ . Kí hiệu  $M = \max_{x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]} y$ ,  $m = \min_{x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]} y$ . Chọn giá trị

thích hợp của  $M, n$

- A.  $M = 3\sqrt{3}, n = 4$                                       B.  $M = 32, n = 4$   
C.  $M = 3\sqrt{3}, n = 2$                                       D.  $M = 3\sqrt{3}, n = 3\sqrt{2}$

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = -x^3 - 3mx^2 + 2$ , giá trị nhỏ nhất của hàm số trên  $[0; 3]$  bằng 2 khi:

- A.  $m = \frac{31}{27}$                                       B.  $m \geq 0$                                       C.  $m = -1$                                       D.  $m > -\frac{3}{2}$

**Câu 15.** Hàm số  $y = \frac{2x - m}{x + 1}$  đạt giá trị lớn nhất trên đoạn  $[0; 1]$  bằng 1 khi :

- A.  $m = 1$                                       B.  $m = 0$                                       C.  $m = -1$                                       D.  $m = 2$

**Câu 16:** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \frac{x + m^2 + m}{x - 1}$  trên đoạn  $[0; 2]$  bằng 8.

- A.  $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$                                       B.  $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$                                       C.  $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$                                       D.  $m = 1$

**Câu 17.** Cho hàm số  $y = \frac{mx^2 + 10x + 20}{x - 3}$ . Với  $m$  bằng bao nhiêu thì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

- A.  $m = 1$                                       B.  $m = 0$                                       C.  $m \neq 1$                                       D.  $m \neq 0$

**Câu 18.** Hàm số  $y = x^3 + \frac{1}{x^3} - (x^2 + \frac{1}{x^2}) - 2(x + \frac{1}{x})$  với  $x > 0$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng:

- A.  $\text{Min} y = 5$                                       B.  $\text{Min} y = -1$                                       C.  $\text{Min} y = -4$                                       D.  $\text{Min} y = 2$

