

BÀI 3. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

PHIẾU 1. MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Tìm giá trị lớn nhất , giá trị nhỏ nhất của hàm số

Phương pháp .

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D .

$$M = \max_{x \in D} f(x) \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D, f(x) \leq M \\ \exists x_1 \in D, f(x_1) = M \end{cases} \quad m = \min_{x \in D} f(x) \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D, f(x) \geq m \\ \exists x_2 \in D, f(x_2) = m \end{cases}$$

Nếu hàm số f liên tục trên $[a;b]$ thì f đạt giá trị lớn nhất , giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó.

Nếu hàm số f liên tục trên $[a,b]$ và có đạo hàm trên khoảng (a,b) thì giá trị lớn nhất , giá trị nhỏ nhất của f trên $[a;b]$ luôn tồn tại , hơn nữa các giá trị này chỉ đạt được tại các điểm cực trị hoặc tại hai biên a,b . Do đó trong trường hợp này để tìm $\max_{x \in [a,b]} f(x)$, $\min_{x \in [a,b]} f(x)$, ta có thể tiến hành một cách đơn giản hơn như sau:

- Tính $f'(x)$ và tìm các nghiệm x_1, x_2, \dots, x_n thuộc $(a;b)$ của phương trình $f'(x) = 0$.
- Tính $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a), f(b)$.
- Giá trị lớn nhất , giá trị nhỏ nhất trong các giá trị trên là giá trị lớn nhất , giá trị nhỏ nhất của hàm số f trên $[a,b]$.

Các ví dụ

Ví dụ 1 : Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số: $y = x^4 - 2x^2 + 5, x \in [-2;3]$

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định $D = \mathbb{R}$, xét $x \in [-2;3]$

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm 1$

$y(0) = 5; y(-1) = 4; y(1) = 4; y(-2) = 13; y(3) = 68$.

Vậy, $\max_{x \in [-2;3]} y = 68$ khi $x = 3$ và $\min_{x \in [-2;3]} y = 4$ khi $x = \pm 1$

Ví dụ 2 :

Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số: $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 2, x \in [-1;2]$

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định $D = \mathbb{R}$, xét $x \in [-1;2]$

Ta có: $y' = 5x^4 - 20x^3 + 15x^2$ và $y' = 0 \Leftrightarrow 5x^4 - 20x^3 + 15x^2 = 0 \Rightarrow x = 0, x = 1, x = 3 \notin [-1;2]$

$y(0) = 2; y(1) = 3; y(-1) = -9; y(2) = -6.$

Vậy, $\max_{x \in [-1;2]} y = 3$ khi $x = 1$ và $\min_{x \in [-1;2]} y = -9$ khi $x = -1$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Trên đoạn $[-1;1]$, hàm số $y = 4x^2 - 3x + 5$ có giá trị lớn nhất là:

- A. 12. B. 6. C. $\frac{71}{16}$. D. 14.

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-1;1]$ là:

- A. -4. B. 0. C. 2. D. -2.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -2x^4 - 4x^2 + 3$ là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. -5.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1-x}{2x-3}$ trên đoạn $[0;2]$ là:

- A. 0 B. $-\frac{1}{3}$ C. -1 D. 2

Câu 5. Sản lượng hàng tháng S của một sản phẩm được tính xấp xỉ bởi công thức $S = 74,5 + 43,75 \sin \frac{\pi t}{6}$ với t là tháng, $t = 1$ ứng với tháng 1. Tháng có sản lượng cao nhất là

- A. $t = 1$ B. $t = 12$ C. $t = 6$ D. $t = 15$

Câu 6: Cho hàm số có bảng biến thiên dưới đây.

X	-1	0	1	2
y'	+	0	-	0
$y = f(x)$	-4	1	0	5

GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn $[-1;2]$ là:

- A. -1 và 2 B. -4 và 5 C. 0 và 1 D. 0 và 5

Câu 7: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 3x + 4$ trên tập xác định của nó?

- A. $\frac{7}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{7}{4}$ D. $\frac{43}{4}$

Câu 8: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -2x^2 - x + 4$ trên tập xác định của nó?

- A. $\frac{33}{8}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{29}{8}$ D. 4

Câu 9: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 1$ trên đoạn $[-1; 3]$?

- A. -43 B. 82 C. -26 D. 38

Câu 10: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 9x^2 - 48x + 52$ trên đoạn $[-5; 12]$ là:

- A. -396 B. -92 C. 104 D. -58

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ trên $[-2; 2]$ là:

- A. -22 B. -17 C. 3 D. -1

Câu 12: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 1 + 4x^2 - 3x^3$ trên $[0; 1]$ là:

- A. 10 B. $\frac{8}{9}$ C. $\frac{499}{243}$ D. 2

Câu 13: Giá trị lớn nhất M, giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x$ trên $[-4; 6]$ là:

- A. $M = 5, m = -27$ B. $M = 54, m = -76$ C. $M = 6, m = -4$ D. $M = 6, m = -4$

Câu 15: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ trên đoạn $[2; 3]$ là

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 17 : Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2}{x^2 + 2}$ là:

- A. Không có B. 1 C. 0 D. 2

Câu 18: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{16}{x}$ trên $[\frac{1}{3}; 1]$ là:

- A. 12 B. $\frac{433}{9}$ C. 17 D. 15

Câu 19: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ trên đoạn $[0; 1]$ là

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 20: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 3x - 2$ trên đoạn $[0; 4]$ là:

- A. 73 B. 74 C. 75 D. 76

Câu 21. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$ là:

$$\frac{1}{3}$$

B. 1

C. -5

D. 0

Câu 22. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ trên đoạn $[-1;0]$.

A. $\max_{[-1;0]} y = 0$

B. $\max_{[-1;0]} y = 2$

C. $\max_{[-1;0]} y = -1$

D. $\min_{[-1;0]} y = -2$

Câu 23. Hình dưới đây là bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$ phát biểu nào sau đây đúng.

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	- 0 +	+
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{3}{2}$	0

A. $\min_{(0;+\infty)} f(x) = -\frac{3}{2}$

B. $\min_{(0;+\infty)} f(x) = -\frac{3}{2}$ và $\max_{(0;+\infty)} f(x) = 0$

C. Giá trị cực tiểu của hàm số là $x = 1$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$

Câu 24. Tìm GTLN và GTNN của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ trên đoạn $[-1;1]$

A. $\max_{[-1;1]} f(x) = 5 \Leftrightarrow x = 0$; $\min_{[-1;1]} f(x) = 1 \Leftrightarrow x = -1$

B. $\max_{[-1;1]} f(x) = 3$; $\min_{[-1;1]} f(x) = 1$

C. $\max_{[-1;1]} f(x) = 1$; $\min_{[-1;1]} f(x) = -1$

D. $\max_{[-1;1]} f(x) = 2$; $\min_{[-1;1]} f(x) = 0$

Câu 25: Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có GTNN trên đoạn $[2; 3]$ là:

A. 0

B. $\frac{2}{3}$

C. 1

D. 2

Câu 26: Hàm số $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - 1$ có GTLN trên đoạn $[0;2]$ là:

A. -1/3

B. -13/6

C. -1

D. 0

Câu 27: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2$ trên đoạn $[-1;2]$ là:

A. $\max_{[-1;2]} f(x) = 25$ tại $x = 2$; $\min_{[-1;2]} f(x) = -1$ tại $x = 0$

B. $\max_{[-1;2]} f(x) = 26$ tại $x = 2$; $\min_{[-1;2]} f(x) = -2$ tại $x = 0$

C. $\max_{[-1;2]} f(x) = 26$ tại $x = 0$; $\min_{[-1;2]} f(x) = -2$ tại $x = 2$

D. $\max_{[-1;2]} f(x) = -1$ tại $x = -1$; $\min_{[-1;2]} f(x) = -2$ tại $x = 0$

Câu 28: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = -x^4 + 2x^2 - 3$ trên đoạn $[-2;0]$ là:

A. $\max_{[-2;0]} f(x) = -2$ tại $x = -1$; $\min_{[-2;0]} f(x) = -11$ tại $x = -2$

B. $\max_{[-2;0]} f(x) = -2$ tại $x = -2$; $\min_{[-2;0]} f(x) = -11$ tại $x = -1$

C. $\max_{[-2;0]} f(x) = -2$ tại $x = -1$; $\min_{[-2;0]} f(x) = -3$ tại $x = 0$

D. $\max_{[-2;0]} f(x) = -3$ tại $x = 0$; $\min_{[-2;0]} f(x) = -11$ tại $x = -2$

Câu 29: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ trên đoạn $[2;5]$ là:

A. $\max_{[2;5]} f(x) = \frac{8}{7}$ tại $x = 2$; $\min_{[2;5]} f(x) = \frac{3}{4}$ tại $x = 5$

B. $\max_{[2;5]} f(x) = \frac{8}{7}$ tại $x = 2$; $\min_{[2;5]} f(x) = \frac{5}{4}$ tại $x = 5$

C. $\max_{[2;5]} f(x) = \frac{9}{7}$ tại $x = 2$; $\min_{[2;5]} f(x) = \frac{3}{4}$ tại $x = 5$

D. $\max_{[2;5]} f(x) = \frac{9}{7}$ tại $x = 2$; $\min_{[2;5]} f(x) = \frac{5}{4}$ tại $x = 5$

Câu 30: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$ là:

A. $\max_{[1;3]} f(x) = 5$ tại $x = 1$; $\min_{[1;3]} f(x) = 4$ tại $x = 3$

B. $\max_{[1;3]} f(x) = 5$ tại $x = 2$; $\min_{[1;3]} f(x) = 4$ tại $x = 1$

C. $\max_{[1;3]} f(x) = 5$ tại $x = 1$; $\min_{[1;3]} f(x) = 4$ tại $x = 2$

D. $\max_{[1;3]} f(x) = 7$ tại $x = 1$; $\min_{[1;3]} f(x) = 3$ tại $x = 2$

Câu 31: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 2 \sin x + 1$ trên đoạn $[0; \pi]$ là:

A. $\max_{[0;\pi]} f(x) = 3$ tại $x = 0$; $\min_{[0;\pi]} f(x) = 1$ tại $x = \frac{\pi}{2}, x = \pi$

B. $\max_{[0;\pi]} f(x) = 2$ tại $x = \frac{\pi}{2}$; $\min_{[0;\pi]} f(x) = -1$ tại $x = 0, x = \pi$

C. $\max_{[0;\pi]} f(x) = 3$ tại $x = \frac{\pi}{2}$; $\min_{[0;\pi]} f(x) = 1$ tại $x = 0, x = \pi$

D. $\max_{[0;\pi]} f(x) = 5$ tại $x = \frac{\pi}{2}$; $\min_{[0;\pi]} f(x) = 1$ tại $x = 0, x = \pi$

Câu 32: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -x^4 - 3x^2 + 2017$ trên \mathbb{R} là:

A. $\max_{\mathbb{R}} f(x) = 2017$ tại $x = 0$; hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên \mathbb{R} .

B. $\min_{\mathbb{R}} f(x) = 2017$ tại $x = 0$; hàm số không có giá trị lớn nhất trên \mathbb{R} .

C. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên \mathbb{R} .

D. $\max_{\mathbb{R}} f(x) = 2017$ tại $x = 1$.

Câu 33: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ trên $[-1;5]$ là:

A.-5

B.-6

C.-4

D.-3

Câu 34: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ trên $[-2;2]$ là:

A.-22

B.-17

C.3

D.-1

Câu 35: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 1 + 4x^2 - 3x^3$ trên $[0;1]$ là:

A.10

B. $\frac{8}{9}$

C. $\frac{499}{243}$

D. 2

Câu 36: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ trên đoạn $[2; 3]$ là

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Câu 37 : Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2}{x^2 + 2}$ là:

A.Không có

B. 1

C.0

D. 2

Câu 38: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{16}{x}$ trên $\left[\frac{1}{3}; 1\right]$ là:

A.12 B. $\frac{433}{9}$ C.17 D. 15

Câu 39: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ trên đoạn $[0; 1]$ là:

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 40: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 3x - 2$ trên đoạn $[0; 4]$ là:

A. 73 B. 74 C. 75 D. 76

Câu 41: Cho hàm số $y = -x^2 - 4x + 3$. GTLN của hàm số trên $[0; 4]$ là:

A. 7 B. -29 C. Không có GTLN D. 3

Câu 42: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ là:

A. 6 B. 10 C. 15 D. 11

Câu 43: Hàm số $y = -x^4 + 8x^2 + 3$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-3; 1]$ tại:

A. $x = -3$ B. $x = -2$ C. $x = 0$ D. $x = 1$

Câu 44: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{5x+3}{x-2}$ trên đoạn $[3; 5]$ là:

A. $\frac{28}{3}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. -2 D. 5

Câu 45: Cho hàm số $y = 2 - \frac{1}{5-3x}$. GTLN, GTNN của hàm số trên $[-1; 1]$ lần lượt là:

A. $\frac{9}{5}, -\frac{5}{2}$ B. $\frac{7}{8}, -\frac{5}{2}$ C. -1, 1 D. $\frac{5}{2}, \frac{7}{8}$

Câu 46: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$. Xét hàm số trên $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ khi đó:

A. $\min y = 4$ B. $\min y = 5$ C. $\min y = \frac{73}{16}$ D. Không có GTNN
 $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Câu 47: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là:

A. 2 B. 4 C. $\frac{3}{2}$ D. Không tồn tại

Câu 48: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$. GTLN - GTNN của hàm số trên $[-2; 2]$ ta có các mệnh đề sau:

(I) $\max_{[-2;2]} y = 13$ khi $x = 2$, $\min_{[-2;2]} y = 4$ khi $x = -1$

(II) $\max_{[-2;2]} y = 13$ khi $x = -2$, $\min_{[-2;2]} y = 5$ khi $x = 0$

(III) $\max_{[-2;2]} y = 13$ khi $x = -2$, $\min_{[-2;2]} y = 4$ khi $x = 1$

(IV) $\max_{[-2;2]} y = 5$ khi $x = 0$, $\min_{[-2;2]} y = 4$ khi $x = -1$

Mệnh đề nào đúng?

A. I, II

B. I, III

C. II, IV

D. II, III

Câu 49: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ lần lượt là:

A. 20; -2

B. 10; -11

C. 40; -41

D. 40; 31

Câu 50: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x + \sqrt{5 - x^2}$

A. 5

B. $-2\sqrt{5}$

C. 6

D. $-2\sqrt{6}$

Câu 51: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1-x}{2x-3}$ trên $[0; 2]$ là:

0

B. $-\frac{1}{3}$

C. -1

D. Không tồn tại

Câu 52: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$

A. GTNN của hàm số trên đoạn $[-2; 0]$ là -1

B. GTNN của hàm số trên đoạn $[-2; 0]$ là -2

C. GTNN của hàm số trên đoạn $[-2; 0]$ là 0

D. GTNN của hàm số trên đoạn $[-2; 0]$ là 0,5