

PHÉP ĐỐI XỨNG TRỰC. PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM

A. LÝ THUYẾT

I. Phép đối xứng trục

1. Định nghĩa

Phép đối xứng qua một đường thẳng  $a$  là phép biến hình biến điểm  $M$  thành điểm  $M'$  đối xứng với  $M$  qua đường thẳng  $a$ .

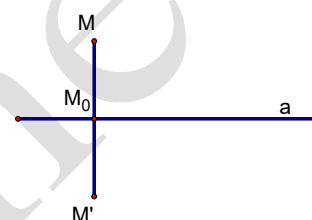
Kí hiệu :  $D_a$  ( $a$  là trục đối xứng)

$$D_a(M) = M' \Leftrightarrow \overline{M_0M'} = -\overline{M_0M} \text{ với } M_0 \text{ là hình chiếu của } M \text{ trên } a.$$

$$D_a(M) = M \Leftrightarrow M \in a$$

$$D_a(M) = M' \Leftrightarrow D_a(M') = M$$

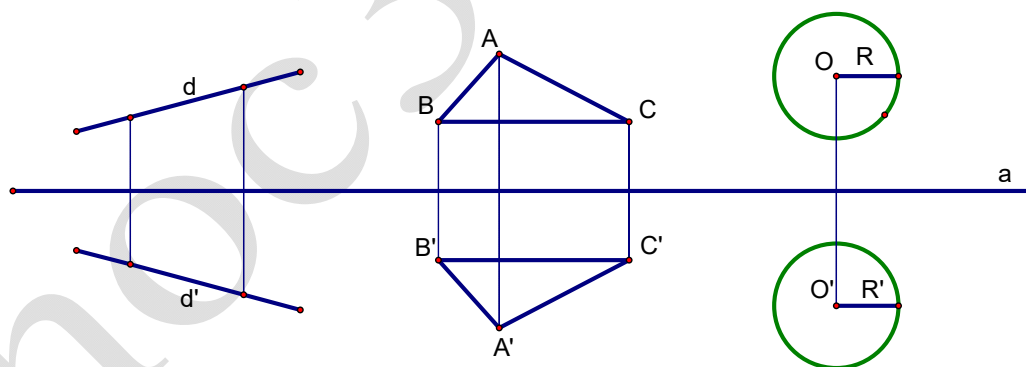
$a$  là trung trực của đoạn  $MM'$ .



2. Tính chất

**Tính chất 1 :** Phép đối xứng trục bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.

**Tính chất 2 :** Phép đối xứng trục biến đường thẳng thành đường thẳng, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.



Phép đối xứng trục biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.

3. Trục đối xứng của một hình

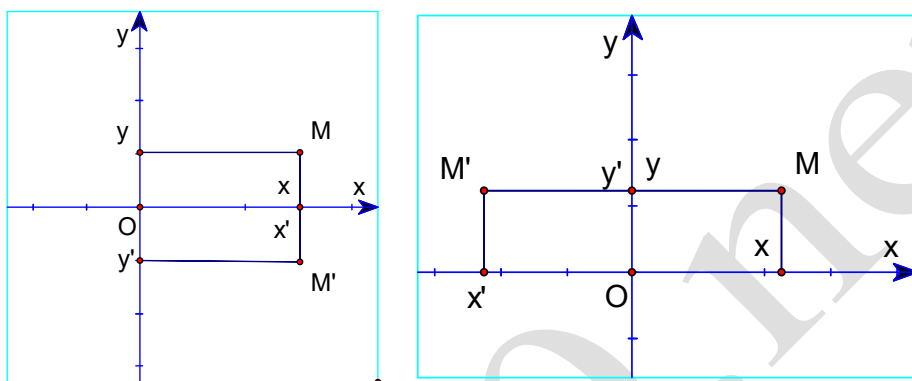
Đường thẳng  $a$  gọi là trục đối xứng của hình H nếu  $D_a$  biến hình H thành chính nó. Khi đó H được gọi là hình có trục đối xứng.

4. Biểu thức tọa độ

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ :  $D_a : M(x; y) \rightarrow M'(x'; y')$

Nếu  $a \equiv Ox \Rightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = -y' \end{cases}$

Nếu  $a \equiv Oy \Rightarrow \begin{cases} x = -x' \\ y = y' \end{cases}$



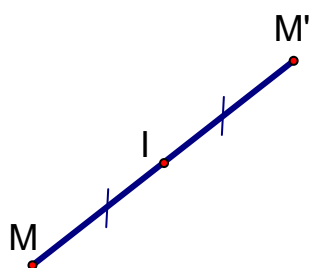
## II. Phép đối xứng tâm

### 1. Định nghĩa

Cho điểm  $I$ . Phép biến hình biến điểm  $I$  thành chính nó, biến mỗi điểm  $M$  khác  $I$  thành  $M'$  sao cho  $I$  là trung điểm  $MM'$  được gọi là phép đối xứng tâm  $I$ .

Kí hiệu:  $D_I$  ( $I$  là tâm đối xứng)

$$D_I(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM}$$



Nếu  $M \equiv I \Leftrightarrow M' \equiv I$ .

Nếu  $M \neq I \Leftrightarrow I$  là trung điểm của  $MM'$ .

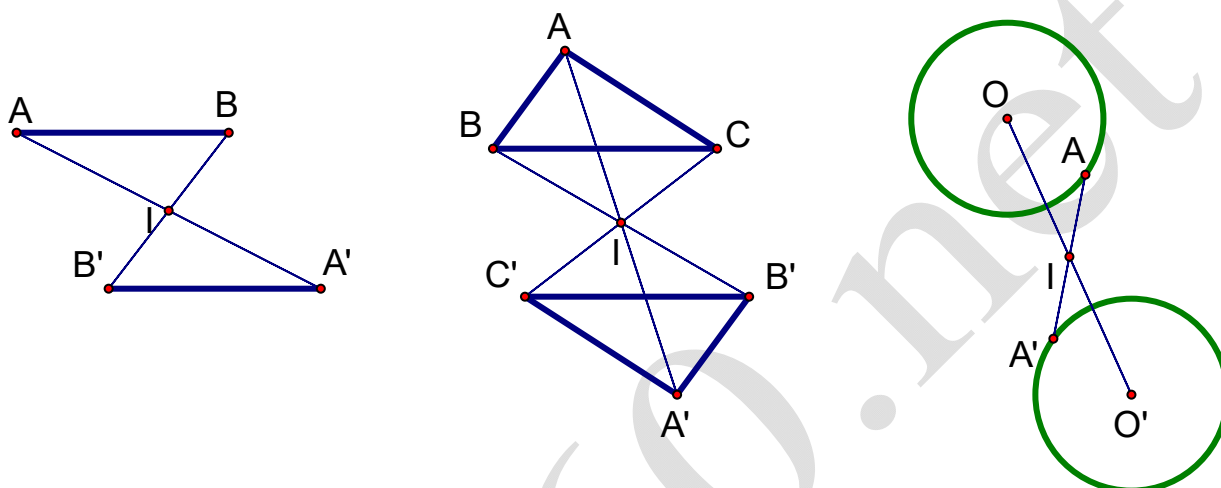
### 2. Tính chất

**Tính chất 1** : Nếu  $D_I(M) = M'$  và  $D_I(N) = N'$  thì  $\overrightarrow{M'N'} = -\overrightarrow{MN}$ , từ đó suy ra  $M'N' = MN$ .

**Tính chất 2 :** Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

Phép đối xứng tâm biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.

Phép đối xứng tâm bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.



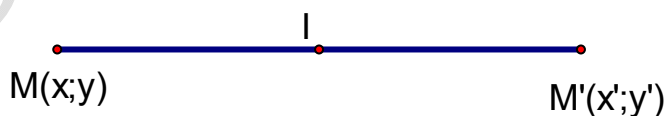
### 3. Tâm đối xứng của một hình.

Điểm  $I$  được gọi là tâm đối xứng của hình  $H$  nếu phép đối xứng tâm  $I$  biến hình  $H$  thành chính nó. Khi đó  $H$  được gọi là hình có tâm đối xứng.

### 4. Biểu thức tọa độ

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $I_0(x_0; y_0)$ , gọi  $M(x; y)$  và  $M'(x'; y')$  với

$$D_{I_0}(M) = M' \Rightarrow \begin{cases} x' = 2x_0 - x \\ y' = 2y_0 - y \end{cases}$$



## B. CÁC DẠNG TOÁN VỀ PHÉP ĐỐI XỨNG TRỤC, ĐỐI XỨNG TÂM

### DẠNG 1. KHAI THÁC ĐỊNH NGHĨA, TÍNH CHẤT VÀ ỨNG DỤNG CỦA PHÉP ĐỐI XỨNG TRỤC VÀ ĐỐI XỨNG TÂM.

Phương pháp :

- Sử dụng định nghĩa hoặc tính chất của phép đối xứng trục, đối xứng tâm.

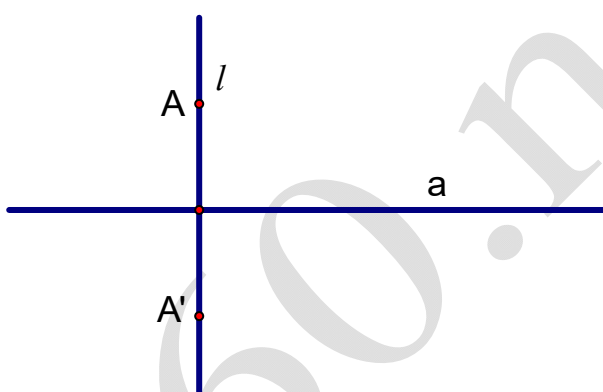
- Xác định ảnh của một điểm, một hình qua phép đối xứng trục, đối xứng tâm.
- Tìm quỹ tích điểm thông qua phép đối xứng trục, đối xứng tâm.
- Vận dụng đối xứng trục, đối xứng tâm để giải các bài toán hình học khác...

**Ví dụ 1:** Cho đường thẳng  $a$ . Qua phép đối xứng trục  $a$ , đường thẳng nào biến thành chính nó.

- A. Các đường thẳng song song với  $a$ .
- B. Các đường thẳng vuông góc với  $a$ .
- C. Các đường thẳng hợp với  $a$  một góc  $60^\circ$ .
- D. Các đường thẳng hợp với  $a$  một góc  $30^\circ$ .

**Đáp án B.**

**Lời giải:**



Giả sử  $l$  là đường thẳng vuông góc với  $a$ .

Lấy  $A \in l$  và  $D_a(A) = A' \Rightarrow AA' \perp a \Rightarrow A' \in l$  và ngược lại vẫn thỏa mãn  $\Rightarrow D_a(l) = l$ .

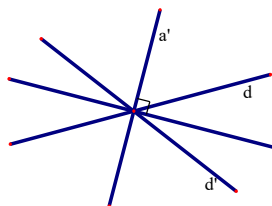
**Ví dụ 2:** Cho hai đường thẳng cắt nhau  $d$  và  $d'$ . Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến đường thẳng này thành đường thẳng kia?

- A. Không có.
- B. Một.
- C. Hai.
- D. Vô số.

**Lời giải:**

**Đáp án C.**

Có 2 phép đối xứng trục với các trục là hai đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng cắt nhau  $d$  và  $d'$ .



**Ví dụ 3:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hình vuông có vô số trục đối xứng.

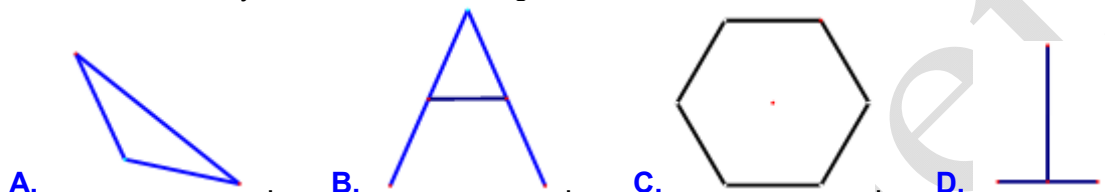
- B. Hình chữ nhật có 4 trục đối xứng.
- C. Tam giác đều có vô số trục đối xứng.
- D. Tam giác cân nhưng không đều có 1 trục đối xứng.

**Lời giải:**

**Đáp án D.**

Tam giác cân nhưng không đều có một trục đối xứng là đường cao ứng với đỉnh của tam giác cân đó.

**Ví dụ 4:** Hình nào dưới đây có một tâm đối xứng?



**Lời giải:**

**Đáp án C.**

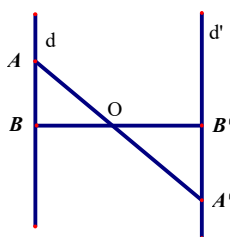
Hình C có một tâm đối xứng tại giao điểm của hai đường chéo.

**Ví dụ 5:** Giả sử phép đối xứng tâm  $O$  biến đường thẳng  $d$  thành  $d_1$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.  $d_1$  cắt  $d$ .
- B. Nếu  $O \notin d$  thì  $d \parallel d_1$ .
- C. Nếu  $d$  qua  $O$  thì  $d$  cắt  $d_1$ .
- D.  $d$  và  $d_1$  cắt nhau tại  $O$ .

**Lời giải:**

**Đáp án B**



Thật vậy,  $A, B \in d$ . Qua phép đối xứng tâm  $O \notin d$  ta được ảnh là  $A', B' \in d_1$ ,  $AB \parallel A'B'$ .

**Ví dụ 6:** Mệnh đề nào sau đây là sai:

- A. Hình gồm hai đường thẳng cắt nhau có một tâm đối xứng.
- B. Hình vuông có một tâm đối xứng.
- C. Hình gồm hai đường tròn bằng nhau có một tâm đối xứng.
- D. Đường elip có vô số tâm đối xứng.

**Lời giải:**

**Đáp án D**

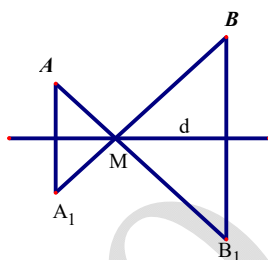
Đường elip có một tâm đối xứng.

**Ví dụ 7:** Cho đường thẳng  $d$  và hai điểm  $A, B$  nằm cùng phía với  $d$ . Gọi  $A_1$  đối xứng với  $A$ ,  $B_1$  đối xứng với  $B$  qua  $d$ .  $M$  là điểm trên  $d$  thỏa mãn  $MA + MB$  nhỏ nhất. Chọn mệnh đề sai:

- A. Góc giữa  $AM$  và  $d$  bằng góc giữa  $BM$  và  $d$ .
- B.  $M$  là giao điểm của  $A_1B$  và  $d$ .
- C.  $M$  là giao điểm của  $AB_1$  và  $d$ .
- D.  $M$  là giao điểm của  $AB$  và  $d$ .

**Lời giải:**

**Đáp án D**



Với  $\forall N \in d: A_1N + BN \geq A_1B$  do  $A_1N = AN, A_1M = AM$

$\Rightarrow AN + BN = A_1N + BN \geq A_1B = A_1M + MB = AM + MB$ .

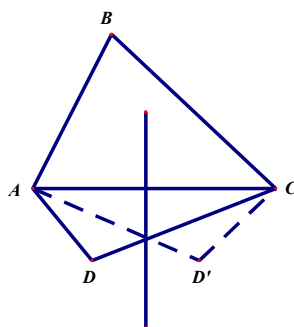
Đẳng thức xảy ra khi  $M \equiv N$ . Vậy  $A_1B \cap d$ .

**Ví dụ 8:** Với mọi tứ giác  $ABCD$ , kí hiệu  $S$  là diện tích tứ giác  $ABCD$ . Chọn mệnh đề đúng:

- A.  $S = \frac{1}{2}(AB \cdot CD + BC \cdot AD)$
- B.  $S \leq \frac{1}{2}(AB \cdot CD + BC \cdot AD)$
- C.  $S > AB \cdot CD + BC \cdot AD$
- D.  $S \geq \frac{1}{2}(AB \cdot CD + BC \cdot AD)$ .

**Lời giải:**

**Đáp án B.**



Sử dụng phép đối xứng trục qua đường trung trực  $AC \Rightarrow S_{ABC} \leq \frac{1}{2} AB \cdot AC$ . Gọi  $D'$  đối xứng với  $D$  qua trung trực của  $AC \Rightarrow S_{ABCD} = S_{ABCD'} = S_{BAD'} + S_{BCD'}$

$$\text{Do } S_{ABD'} \leq \frac{1}{2} AB \cdot AD', S_{BCD'} \leq \frac{1}{2} BC \cdot CD'$$

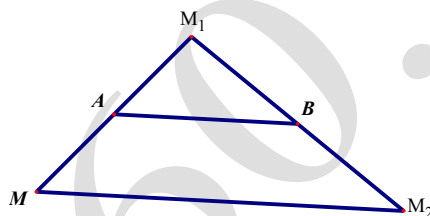
$$\Rightarrow S_{ABCD} \leq \frac{1}{2} AB \cdot AD' + \frac{1}{2} BC \cdot CD' = \frac{1}{2} (AB \cdot CD + BC \cdot AD)$$

**Ví dụ 9:** Cho hai điểm  $A, B$  phân biệt. Gọi  $S_A, S_B$  là phép đối xứng qua  $A, B$ . Với điểm  $M$  bất kì, gọi  $M_1 = S_A(M), M_2 = S_B(M_1)$ . Gọi  $F$  là phép biến hình biến  $M$  thành  $M_2$ . Chọn mệnh đề đúng:

- A.**  $F$  không là phép dời hình **B.**  $F$  là phép đối xứng trục.  
**C.**  $F$  là phép đối xứng tâm. **D.**  $F$  là phép tịnh tiến.

**Lời giải:**

**Đáp án D**



Ta có:  $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AM_1}, \overrightarrow{M_1B} = \overrightarrow{BM_2}$ .

$$\overrightarrow{MM_2} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AM_1} + \overrightarrow{M_1B} + \overrightarrow{BM_2} = \overrightarrow{AM_1} + \overrightarrow{AM_1} + \overrightarrow{M_1B} + \overrightarrow{M_1B} = 2\overrightarrow{AM_1} + 2\overrightarrow{M_1B} = 2\overrightarrow{AB}.$$

Vậy  $F$  là phép tịnh tiến theo vector  $2\overrightarrow{AB}$ .

**Ví dụ 10:** Cho  $\Delta ABC$  và đường tròn tâm  $O$ . Trên đoạn  $AB$ , lấy điểm  $E$  sao cho  $BE = 2AE$ ,  $F$  là trung điểm của  $AC$  và  $I$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $AEIF$ . Với mỗi điểm  $P$  trên  $(O)$  ta dựng điểm  $Q$  sao cho  $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = 6\overrightarrow{IQ}$ . Khi đó tập hợp điểm  $Q$  khi  $P$  thay đổi là:

- A.** Đường tròn tâm  $O'$  là ảnh của đường tròn  $(O)$  qua  $D_I$ .  
**B.** Đường tròn tâm  $O'$  là ảnh của đường tròn  $(O)$  qua  $D_E$ .  
**C.** Đường tròn tâm  $O'$  là ảnh của đường tròn  $(O)$  qua phép đối xứng tâm  $D_F$ .  
**D.** Đường tròn tâm  $O'$  là ảnh của đường tròn  $(O)$  qua phép đối xứng tâm  $D_B$ .

**Lời giải:**

**Đáp án A**

Gọi  $K$  là điểm xác định bởi  $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} + 3\overrightarrow{KC} = \vec{0}$ .

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{KA} + 2(\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AB}) + 3(\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AC}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.$$

Mặt khác  $AEIF$  là hình bình hành nên  $\overline{AI} = \overline{AE} + \overline{AF} = \frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC}$  nên  $K \equiv I$ .

Từ giả thiết  $\Rightarrow 6\overline{PK} + (\overline{KA} + 2\overline{KB} + 3\overline{KC}) = 6\overline{IQ} \Leftrightarrow \overline{PK} = \overline{IQ}$  hay  $\overline{PI} = \overline{IQ}$

$\Rightarrow D_I(P) = Q \Rightarrow$  khi  $P$  di động trên  $(O)$  thì  $Q$  di động trên đường  $(O')$  là ảnh của  $(O)$  qua phép đối xứng tâm  $I$ .

## DẠNG 2. TÌM ẢNH CỦA ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG QUA PHÉP ĐỐI XỨNG TRỰC, ĐỐI XỨNG TÂM BẰNG PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ

**Phương pháp:**

**1. Xác định ảnh của một điểm qua phép đối xứng trục, đối xứng tâm.**

- Sử dụng biểu thức tọa độ.

**2. Xác định ảnh  $\Delta'$  của đường thẳng  $\Delta$  qua hình qua phép đối xứng trục, đối xứng tâm.**

**Cách 1:** Chọn hai điểm  $A, B$  phân biệt trên  $\Delta$ , xác định ảnh  $A', B'$  tương ứng qua phép đối xứng trục, đối xứng tâm. Đường thẳng  $\Delta'$  cần tìm là đường thẳng qua hai ảnh  $A', B'$ .

**Cách 2:**

Dựa vào vị trí tương đối của đường thẳng  $\Delta$  và trục đối xứng để tìm ảnh  $\Delta'$ .

Áp dụng tính chất phép đối xứng tâm biến đường thẳng  $\Delta$  thành đường thẳng  $\Delta'$  song song hoặc trùng với nó.

**Cách 3:** Sử dụng quỹ tích

Với mọi điểm  $M(x; y) \in \Delta$  qua phép đối xứng trục hoặc đối xứng tâm sẽ biến  $M$  thành  $M'(x'; y') \in \Delta'$ .

Từ biểu thức tọa độ rút  $x, y$  thế vào phương trình đường thẳng  $\Delta$  ta được phương trình đường thẳng ảnh  $\Delta'$ .

**3. Xác định ảnh của một hình  $\mathcal{H}$  (đường tròn, elips, parabol..)**

Sử dụng quỹ tích: với mọi điểm  $M(x; y)$  thuộc hình  $\mathcal{H}$ , qua phép đối xứng trục hoặc đối xứng tâm sẽ biến  $M$  thành  $M'(x'; y')$  thì  $M'$  thuộc ảnh  $\mathcal{H}'$  của hình  $\mathcal{H}$ .

Với đường tròn áp dụng tính chất phép đối xứng trục hoặc đối xứng tâm biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính hoặc sử dụng quỹ tích.

**Ví dụ 1.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho phép biến hình  $F: M(x; y) \rightarrow M'(y; x)$ .

Chọn mệnh đề đúng:

A.  $F$  là phép đối xứng trục  $Oy$ .

B.  $F$  là phép đối xứng trục  $Ox$ .

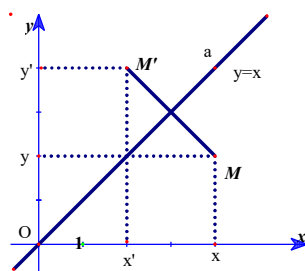
C.  $F$  là phép đối xứng với trục đối xứng là đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

D.  $F$  là phép đối xứng trục với trục là đường phân giác của góc phần tư thứ hai.



Lời giải:

Đáp án C

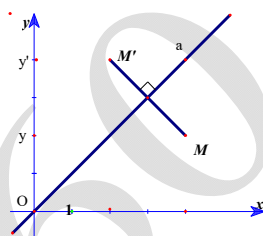


**Ví dụ 2.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho phép đối xứng trục  $D_a$ , với  $a$  là đường thẳng có phương trình:  $2x - y = 0$ . Lấy  $A(2;2)$ ;  $D_a(A)$  thành điểm có tọa độ bao nhiêu?

- A.  $(-2;2)$  .      B.  $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$  .      C.  $(\frac{2}{5}; \frac{14}{5})$  .      D.  $(\frac{14}{5}; \frac{2}{5})$  .

Lời giải:

Đáp án C



Ta có  $D_a(A) = A'(x;y)$ . Gọi  $H$  là trung điểm  $AA' \Rightarrow H(\frac{x+2}{2}; \frac{y+2}{2})$

$\vec{n} = (2;-1)$  là vectơ pháp tuyến của  $a$ ,  $\overrightarrow{AA'}$  và  $\vec{n}$  cùng phương và  $H \in a$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-2) \cdot 1 + 2(y-2) = 0 \\ 2 \cdot \frac{x+2}{2} - \frac{y+2}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y = 6 \\ 2x-y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = \frac{14}{5} \end{cases}$$

**Ví dụ 3.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(-1;3)$ . Tìm ảnh của  $A$  qua phép đối xứng tâm  $O$ .

- A.  $A'(-1;-3)$  .      B.  $A'(-1;3)$  .      C.  $A'(1;-3)$  .      D.  $A'(1;3)$  .

Lời giải:

Đáp án C

$$\text{Ta có: } D_o(A) = A' \Rightarrow \begin{cases} x' = 1 \\ y' = -3 \end{cases} \Rightarrow A'(1;-3)$$

**Ví dụ 4.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , phép đối xứng tâm  $I$  biến  $A(1;3)$  thành  $A'(5;1)$  thì  $I$  có tọa độ là:

- A.  $I(6;4)$  .                      B.  $I(4;-2)$  .                      C.  $I(12;8)$  .                      D.  $I(3;2)$  .

**Lời giải:**

**Đáp án D**

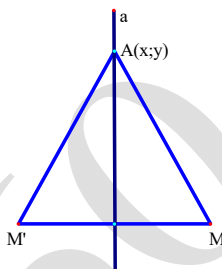
Ta có: 
$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_I - x_A \\ y_{A'} = 2y_I - y_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 3 \\ y_I = 2 \end{cases}$$

**Ví dụ 5.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $M(1;3)$  và  $M'(-1;1)$ . Phép đối xứng trục  $D_a$  biến điểm  $M$  thành  $M'$  có trục  $a$  có phương trình:

- A.  $x - y + 2 = 0$  .                      B.  $x - y - 2 = 0$  .                      C.  $x + y + 2 = 0$  .                      D.  $x + y - 2 = 0$  .

**Lời giải:**

**Đáp án D**



Ta có:  $a$  là trung trực của  $MM'$

Gọi  $A(x;y) \in a \Leftrightarrow AM^2 = AM'^2$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 = (x+1)^2 + (y-1)^2 \Leftrightarrow x + y - 2 = 0$$

**Ví dụ 6.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng  $d: x - y - 2 = 0$ . Ảnh của  $d$  qua phép đối xứng trục tung có phương trình:

- A.  $x - y + 2 = 0$  .                      B.  $x + y + 2 = 0$  .                      C.  $x + y - 2 = 0$  .                      D.  $x + 2y - 2 = 0$  .

**Lời giải:**

**Đáp án B**

Lấy  $M(x;y) \Rightarrow M'(-x;y)$  đối xứng với  $M$  qua  $Oy$ .

Vậy ảnh của  $d$  qua phép đối xứng trục tung là:

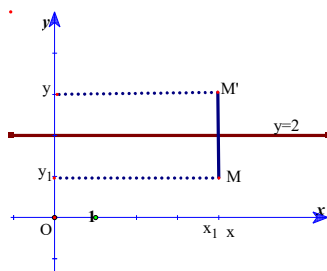
$$-x - y - 2 = 0 \Rightarrow x + y + 2 = 0$$

**Ví dụ 7.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai đường thẳng  $l: y - 2 = 0$ ,  $d: x + 2y + 2 = 0$ . Gọi  $d'$  là ảnh của  $d$  qua phép đối xứng trục  $l$ . Phương trình của  $d'$  là:

- A.  $x - 2y + 10 = 0$  .                      B.  $x + 2y + 10 = 0$  .                      C.  $x - 2y - 10 = 0$  .                      D.  $x + 2y - 10 = 0$  .

**Lời giải:**

**Đáp án A**



Lấy  $M(x; y)$  qua phép đối xứng trục  $l$  là  $M(x_1; y_1)$ .

$$\text{Với } \begin{cases} x_1 = x \\ y_1 = 4 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ y = 4 - y_1 \end{cases}$$

$$M \in d \Leftrightarrow x + 2y + 2 = 0 \Leftrightarrow x_1 - 2y_1 + 10 = 0$$

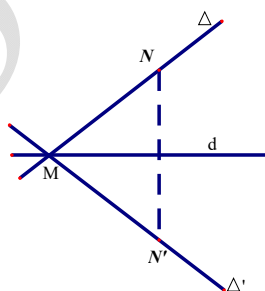
$$\Leftrightarrow M' \in d' \text{ có phương trình } x - 2y + 10 = 0$$

**Ví dụ 8.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng  $\Delta: x + y - 2 = 0$ . Tìm ảnh  $\Delta'$  đối xứng với  $\Delta$  qua đường thẳng  $d: 3x + y - 4 = 0$ .

- A.**  $7x - y + 6 = 0$ .      **B.**  $x - 7y + 5 = 0$ .      **C.**  $7x + y + 6 = 0$ .      **D.**  $5x - 2y - 6 = 0$ .

**Lời giải:**

**Đáp án A**



$$\text{Xét hệ phương trình: } \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 3x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \Delta \cap d = M(1; 1)$$

Chọn  $N(2; 0) \in \Delta$ . Gọi  $N'$  là ảnh của  $N$  qua  $D_d$  ta tìm được  $N'(\frac{4}{5}; -\frac{2}{5})$

$$\Rightarrow \overrightarrow{N'M} = \left(\frac{1}{5}; \frac{7}{5}\right) \Rightarrow \vec{n} = (7; -1) \text{ là vectơ pháp tuyến của } \Delta'.$$

Vậy phương trình đường thẳng  $\Delta'$  là:  $7x - y - 6 = 0$

**Ví dụ 11:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , ảnh của đường thẳng  $d: x + 2y - 3 = 0$  qua phép đối xứng tâm  $I(4;3)$  là:

- A.**  $x + 2y - 17 = 0$ .      **B.**  $x + 2y + 17 = 0$ .      **C.**  $x + 2y - 7 = 0$ .      **D.**  $x + 2y - 15 = 0$ .

**Lời giải:**

**Đáp án A.**

Sử dụng phương pháp quỹ tích, ta có:

$$D_d: M(x; y) \rightarrow M'(x'; y') \Rightarrow \begin{cases} x' = 8 - x \\ y' = 6 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 - x' \\ y = 6 - y' \end{cases}$$

Thế vào phương trình  $d$  ta có:  
 $8 - x' + 2(6 - y') - 3 = 0 \Leftrightarrow -x' - 2y' + 17 = 0 \Leftrightarrow x' + 2y' - 17 = 0$ .

**Ví dụ 12:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C)$  có phương trình:  $x^2 + y^2 - 4x + 5y + 1 = 0$ . Tìm ảnh đường tròn  $(C')$  của  $(C)$  qua phép đối xứng trục  $Oy$ .

- A.**  $x^2 + y^2 - 4x - 5y + 1 = 0$ .      **B.**  $x^2 + y^2 + 4x + 5y + 1 = 0$ .  
**C.**  $2x^2 + 2y^2 + 8x + 10y - 2 = 0$ .      **D.**  $x^2 + y^2 + 4x - 5y + 1 = 0$ .

**Lời giải:**

**Đáp án B.**

Phương pháp quỹ tích: từ biểu thức tọa độ  $D_{Oy}: M(x; y) \rightarrow M'(x'; y') \in (C')$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -x' \\ y = y' \end{cases} \Rightarrow (-x')^2 + (y')^2 + 4x' + 5y' + 1 = 0.$$

Vậy phương trình đường tròn  $(C')$  là  $x^2 + y^2 + 4x + 5y + 1 = 0$ .

**Study tip:** Phép đối xứng trục  $Oy: D_{Oy}: M(x; y) \rightarrow M'(x'; y') \in (C') \Rightarrow \begin{cases} x = -x' \\ y = y' \end{cases}$

**Ví dụ 13:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C)$  có phương trình:  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ . Tìm ảnh đường tròn  $(C')$  của  $(C)$  qua phép đối xứng tâm  $I(1;3)$ .

- A.**  $x^2 + y^2 - 10x - 16 = 0$ .      **B.**  $x^2 + y^2 - 10y - 16 = 0$ .  
**C.**  $x^2 + y^2 - 10y + 16 = 0$ .      **D.**  $x^2 + y^2 - x - 10y + 9 = 0$ .

**Lời giải:**

**Đáp án C.**

**Cách 1:**  $D_I((C)) = (C')$ : Với mọi  $M(x; y)$  qua phép đối xứng tâm  $I$  ta được

$$M'(x'; y') \in (C') \Rightarrow \begin{cases} x' = 2x_I - x = 2 - x \\ y' = 2y_I - y = 6 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - x' \\ y = 6 - y' \end{cases}. \text{ Thế vào } (C) \text{ ta có:}$$

$$(2 - x')^2 + (6 - y')^2 - 4(2 - x') - 2(6 - y') - 4 = 0 \Leftrightarrow (x')^2 + (y')^2 - 10y' + 16 = 0$$

Vậy đường tròn  $(C')$ :  $x^2 + y^2 - 10y + 16 = 0$ .

**Cách 2:** Đường tròn  $(C)$  có tâm  $M(2;1)$ , bán kính  $R = 3$ ,  $D_I(M) = M' \Rightarrow M'(0;5)$ .

Vậy đường tròn  $(C')$ :  $x^2 + y^2 - 10y + 16 = 0$ .

hoc360.net