

## HÀM SỐ LŨY THỪA – HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

### 1. LÝ THUYẾT: Hàm lũy thừa:

**1.1. Định nghĩa:** Hàm số  $y = x^\alpha$  với  $\alpha \in \mathbb{Q}$  được gọi là hàm số lũy thừa.

**1.2. Tập xác định:** Tập xác định của hàm số  $y = x^\alpha$  là:

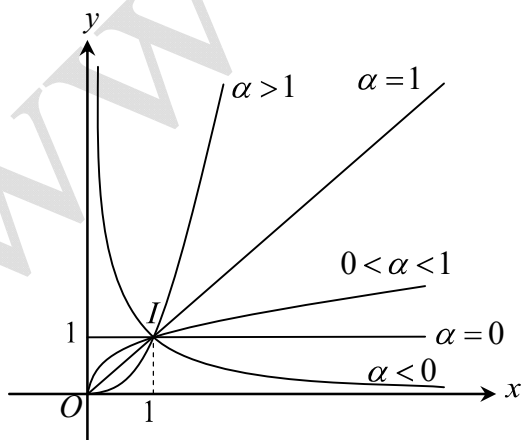
- $D = \mathbb{R}$  nếu  $\alpha$  là số nguyên dương.
- $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$  với  $\alpha$  nguyên âm hoặc bằng 0.
- $D = (0; +\infty)$  với  $\alpha$  không nguyên.

**1.3. Đạo hàm:** Hàm số  $y = x^\alpha$ , ( $\alpha \in \mathbb{Q}$ ) có đạo hàm với mọi  $x > 0$  và  $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$ .

**1.4. Tính chất của hàm số lũy thừa trên khoảng  $(0; +\infty)$ .**

$y = x^\alpha, \alpha > 0$	$y = x^\alpha, \alpha < 0$																								
<p><b>a. Tập khảo sát:</b> <math>(0; +\infty)</math></p> <p><b>b. Sự biến thiên:</b></p> <p>+ <math>y' = \alpha x^{\alpha-1} &gt; 0, \forall x &gt; 0</math>.</p> <p>+ Giới hạn đặc biệt:</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = +\infty</math>.</p> <p>+ Tiệm cận: không có</p>	<p><b>a. Tập khảo sát:</b> <math>(0; +\infty)</math></p> <p><b>b. Sự biến thiên:</b></p> <p>+ <math>y' = \alpha x^{\alpha-1} &lt; 0, \forall x &gt; 0</math>.</p> <p>+ Giới hạn đặc biệt:</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = 0</math>.</p> <p>+ Tiệm cận:</p> <p style="text-align: right;">- Trục <math>Ox</math> là tiệm cận ngang.</p> <p style="text-align: right;">- Trục <math>Oy</math> là tiệm cận đứng.</p>																								
<p><b>c. Bảng biến thiên:</b></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%; text-align: center;"><math>x</math></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%; text-align: center;"><math>0</math></td> <td style="width: 10%; text-align: center;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>y'</math></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>y</math></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="text-align: center;"><math>0</math></td> <td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$		$0$	$+\infty$	$y'$		+	+	$y$		$0$	$+\infty$	<p><b>c. Bảng biến thiên:</b></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%; text-align: center;"><math>x</math></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%; text-align: center;"><math>0</math></td> <td style="width: 10%; text-align: center;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>y'</math></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>y</math></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td> <td style="text-align: center;"><math>0</math></td> </tr> </table>	$x$		$0$	$+\infty$	$y'$		+	+	$y$		$+\infty$	$0$
$x$		$0$	$+\infty$																						
$y'$		+	+																						
$y$		$0$	$+\infty$																						
$x$		$0$	$+\infty$																						
$y'$		+	+																						
$y$		$+\infty$	$0$																						

**d. Đồ thị:**



Đồ thị của hàm số lũy thừa  $y = x^\alpha$  luôn đi qua điểm  $I(1;1)$ .

**Lưu ý:** Khi khảo sát hàm số lũy thừa với số mũ cụ thể, ta phải xét hàm số đó trên toàn bộ tập xác định của nó. Chẳng hạn:  $y = x^3, y = x^{-2}, y = x^\pi$ .

**2. Hàm số mũ:**  $y = a^x$ , ( $a > 0, a \neq 1$ ).

**2.1. Tập xác định:**  $D = \mathbb{R}$

**2.2. Tập giá trị:**  $T = (0, +\infty)$ , nghĩa là khi giải phương trình mũ mà đặt  $t = a^{f(x)}$  thì  $t > 0$ .

**2.3. Tính đơn điệu:**

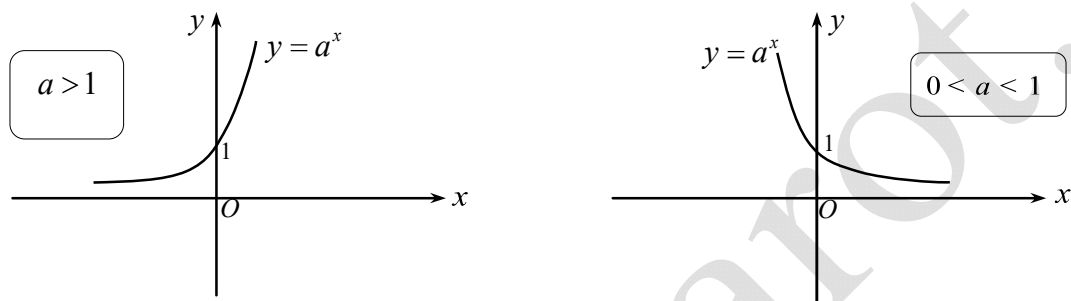
+ Khi  $a > 1$  thì hàm số  $y = a^x$  đồng biến, khi đó ta luôn có:  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$ .

+ Khi  $0 < a < 1$  thì hàm số  $y = a^x$  nghịch biến, khi đó ta luôn có:  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$ .

**2.4. Đạo hàm:**

$$\begin{aligned} (a^x)' &= a^x \cdot \ln a \Rightarrow (a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a \\ (e^x)' &= e^x \Rightarrow (e^u)' = e^u \cdot u' \\ (\sqrt[n]{u})' &= \frac{u'}{n \cdot \sqrt[n]{u^{n-1}}} \end{aligned}$$

**2.5. Đồ thị:** Nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang.



**3. Hàm số logarit:**  $y = \log_a x$ , ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ )

**3.1. Tập xác định:**  $D = (0, +\infty)$ .

**3.2. Tập giá trị:**  $T = \mathbb{R}$ , nghĩa là khi giải phương trình logarit mà đặt  $t = \log_a x$  thì  $t$  không có điều kiện.

**3.3. Tính đơn điệu:**

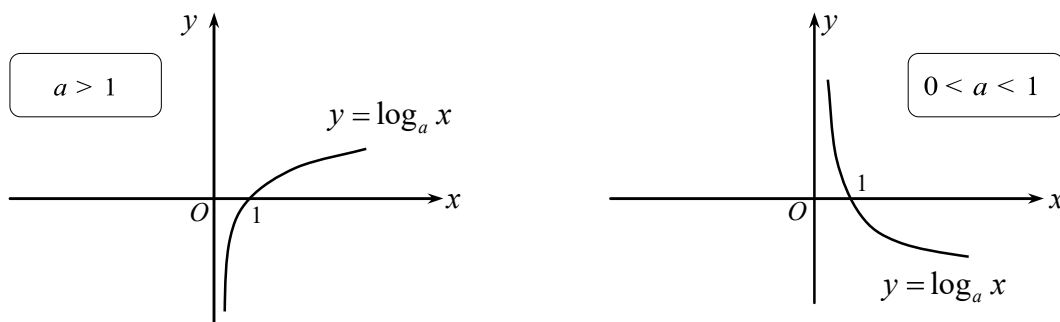
+ Khi  $a > 1$  thì  $y = \log_a x$  đồng biến trên  $D$ , khi đó nếu:  $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$ .

+ Khi  $0 < a < 1$  thì  $y = \log_a x$  nghịch biến trên  $D$ , khi đó nếu  $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$ .

**3.4. Đạo hàm:**

$$\begin{aligned} (\log_a |x|)' &= \frac{1}{x \cdot \ln a} \Rightarrow (\log_a |u|)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a} \\ (\ln x)' &= \frac{1}{x}, (x > 0) \Rightarrow (\ln |u|)' = \frac{u'}{u} \end{aligned} \Rightarrow (\ln^n |u|)' = n \cdot \frac{u'}{u} \cdot \ln^{n-1} |u|$$

**3.5. Đồ thị:** Nhận trục tung làm đường tiệm cận đứng.



## A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

### Phần 1: Nhận biết – Thông hiểu

**Câu 1.** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Đồ thị hàm số  $y = a^x$  và đồ thị hàm số  $y = \log_a x$  đối xứng nhau qua đường thẳng  $y = x$ .
- B. Hàm số  $y = a^x$  với  $0 < a < 1$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .
- C. Hàm số  $y = a^x$  với  $a > 1$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .
- D. Đồ thị hàm số  $y = a^x$  với  $a > 0$  và  $a \neq 1$  luôn đi qua điểm  $M(a;1)$ .

**Câu 2.** Tập giá trị của hàm số  $y = a^x$  ( $a > 0; a \neq 1$ ) là:

- A.  $(0; +\infty)$
- B.  $[0; +\infty)$
- C.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- D.  $\mathbb{R}$

**Câu 3.** Với  $a > 0$  và  $a \neq 1$ . Phát biểu nào sau đây không đúng?

- A. Hai hàm số  $y = a^x$  và  $y = \log_a x$  có cùng tập giá trị.
- B. Hai hàm số  $y = a^x$  và  $y = \log_a x$  có cùng tính đơn điệu.
- C. Đồ thị hai hàm số  $y = a^x$  và  $y = \log_a x$  đối xứng nhau qua đường thẳng  $y = x$ .
- D. Đồ thị hai hàm số  $y = a^x$  và  $y = \log_a x$  đều có đường tiệm cận.

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = (\sqrt{2} - 1)^x$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .
- C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là trục tung.
- D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là trục hoành.

**Câu 5.** Tập xác định của hàm số  $y = (2x - 1)^{2017}$  là:

- A.  $D = \mathbb{R}$
- B.  $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$
- C.  $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$
- D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

**Câu 6.** Tập xác định của hàm số  $y = (3x^2 - 1)^{-2}$  là:

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$
- B.  $D = \left\{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$
- C.  $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$
- D.  $D = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

**Câu 7.** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 3x + 2)^{-e}$  là:

- A.  $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$
- B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$
- C.  $D = (0; +\infty)$
- D.  $D = (1; 2)$

**Câu 8.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_{0,5}(x+1)$  là:

- A.  $D = (-1; +\infty)$
- B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$
- C.  $D = (0; +\infty)$
- D.  $D = (-\infty; -1)$

**Câu 9.** Tìm  $x$  để hàm số  $y = \log \sqrt{x^2 + x - 12}$  có nghĩa.

A.  $x \in (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$

B.  $x \in (-4; 3)$

C.  $\begin{cases} x \neq -4 \\ x \neq 3 \end{cases}$

D.  $x \in R$

**Câu 10.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$  là:

A.  $D = (-3; 2)$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}$

C.  $D = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$

D.  $D = [-3; 2]$

**Câu 11.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x-1)$  là:

A.  $D = (1; 2)$

B.  $D = (1; +\infty)$

C.  $D = (0; +\infty)$

D.  $D = [1; 2]$

**Câu 12.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{e^x}{e^x - 1}$  là:

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

B.  $(0; +\infty)$

C.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

D.  $D = (e; +\infty)$

**Câu 13.** Tập xác định  $y = \sqrt{-2x^2 + 5x - 2} + \ln \frac{1}{x^2 - 1}$  là:

A.  $D = (1; 2]$

B.  $D = [1; 2]$

C.  $D = (-1; 1)$

D.  $D = (-1; 2)$

**Câu 14.** Tập xác định của hàm số  $y = \ln(\ln x)$  là :

A.  $D = (1; +\infty)$

B.  $D = (0; +\infty)$

C.  $D = (e; +\infty)$

D.  $D = [1; +\infty)$

**Câu 15.** Tập xác định của hàm số  $y = (3^x - 9)^{-2}$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

C.  $D = (2; +\infty)$

D.  $D = (0; +\infty)$

**Câu 16.** Hàm số  $y = \log_{x-1} x$  xác định khi và chỉ khi :

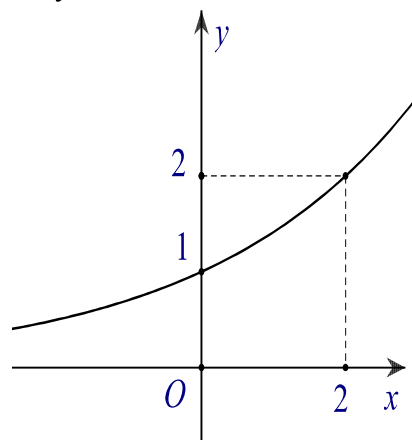
A.  $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$

B.  $x > 1$

C.  $x > 0$

D.  $x \neq 2$

**Câu 17.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = (\sqrt{2})^x$

B.  $y = x$

C.  $y = 2^x$

D.  $y = (\sqrt{2})^{-x}$

**Câu 18.** Hàm số  $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$  có đạo hàm là:

A.  $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}$       B.  $y' = \frac{1}{3\sqrt{(x-1)^3}}$       C.  $y' = \frac{\sqrt[3]{(x-1)^2}}{3}$       D.  $y' = \frac{\sqrt{(x-1)^3}}{3}$

**Câu 19.** Đạo hàm của hàm số  $y = 4^{2x}$  là:

A.  $y' = 2.4^{2x} \ln 4$       B.  $y' = 4^{2x} \cdot \ln 2$       C.  $y' = 4^{2x} \ln 4$       D.  $y' = 2.4^{2x} \ln 2$

**Câu 20.** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_5 x, x > 0$  là:

A.  $y' = \frac{1}{x \ln 5}$       B.  $y' = x \ln 5$       C.  $y' = 5^x \ln 5$       D.  $y' = \frac{1}{5^x \ln 5}$

**Câu 21.** Hàm số  $y = \log_{0,5} x^2 (x \neq 0)$  có công thức đạo hàm là:

A.  $y' = \frac{2}{x \ln 0,5}$       B.  $y' = \frac{1}{x^2 \ln 0,5}$       C.  $y' = \frac{2}{x^2 \ln 0,5}$       D.  $\frac{1}{x \ln 0,5}$

**Câu 22.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin x + \log_3 x^3 (x > 0)$  là:

A.  $y' = \cos x + \frac{3}{x \ln 3}$       B.  $y' = -\cos x + \frac{3}{x \ln 3}$   
 C.  $y' = \cos x + \frac{1}{x^3 \ln 3}$       D.  $y' = -\cos x + \frac{1}{x^3 \ln 3}$

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = \ln(x^4 + 1)$ . Đạo hàm  $f'(0)$  bằng:

A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

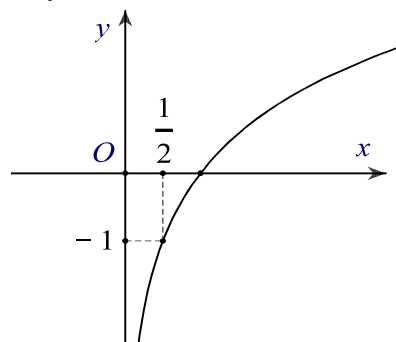
**Câu 24.** Cho hàm số  $f(x) = e^{2017x^2}$ . Đạo hàm  $f'(0)$  bằng:

A. 0      B. 1      C.  $e$       D.  $e^{2017}$

**Câu 25.** Cho hàm số  $f(x) = xe^x$ . Gọi  $f''(x)$  là đạo hàm cấp hai của  $f(x)$ . Ta có  $f''(1)$  bằng:

A.  $3e$       B.  $-3e^2$       C.  $e^3$       D.  $-5e^2$

**Câu 26.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \log_2 x$       B.  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$       C.  $y = \log_{\sqrt{2}} x$       D.  $y = \log_2 (2x)$

**Câu 27.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

A. Hàm số  $y = x^\alpha$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$ .

B. Đồ thị hàm số  $y = x^\alpha$  với  $\alpha > 0$  không có tiệm cận.

C. Hàm số  $y = x^\alpha$  với  $\alpha < 0$  nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .