Chủ đề 6 VECTƠ

BÀI 1. ĐỊNH NGHĨA

Câu 1. Chọn D.

Câu 2. Chọn B. Đó là các vectơ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AC}$.

Câu 3. Xét các vectơ có điểm A là điểm đầu thì có các vectơ thỏa mãn bài toán là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD} \longrightarrow$ có 3 vectơ.

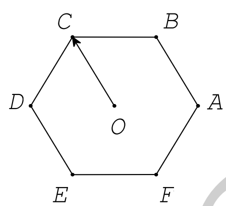
Tương tự cho các điểm còn lại B, C, D. **Chọn D.**

Câu 4. Chọn A. Vì vectơ - không cùng phương với mọi vectơ.

Câu 5. Chọn A.

Câu 6. Chọn B.

Câu 7. Chọn B. Đó là các vectơ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{FC}, \overrightarrow{CF}$.



Câu 8. Chọn D.

Câu 9. Chọn C. Vì có thể xảy ra trường hợp $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 0 \Leftrightarrow A \equiv B$.

Câu 10. Chọn D.

Câu 11. Chọn B.

Câu 12. Ta có:

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow$ $ABDC$ là hình bình hành.

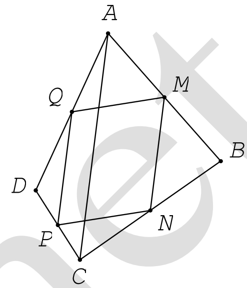
- Mặt khác, $ABDC$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Do đó, điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là $ABDC$ là hình bình hành. **Chọn B.**

Câu 13. Chọn D. Phải suy ra $ABDC$ là hình bình hành (nếu A, B, C, D không thẳng hàng) hoặc bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

Câu 14. Chọn C.

Câu 15. Chọn D.



Ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$ (do cùng song song và bằng $\dfrac{1}{2}AC$).

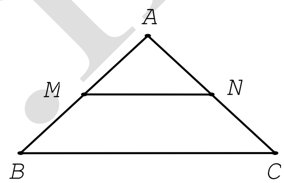
Do đó $MNPQ$ là hình bình hành.

Câu 16. Chọn C.

Vì $AB = BC \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{BC}\right|$.

Câu 17. Chọn D.

Câu 18.



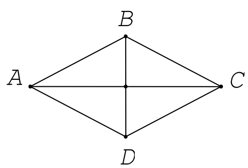
Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC .

Do đó $BC = 2MN \Rightarrow \left|\overrightarrow{BC}\right| = 2\left|\overrightarrow{MN}\right|$.

Chọn D.

Câu 19. Chọn D.

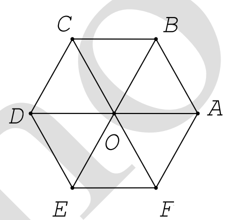
Câu 20.



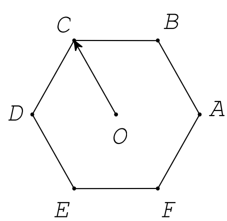
Từ giả thiết suy ra tam giác ABD đều cạnh a nên $BD = a \Rightarrow \left|\overrightarrow{BD}\right| = a$.

Chọn B.

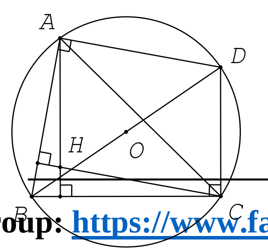
Câu 21. Chọn D.



Câu 22. Chọn A. Đó là các vectơ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}$.



Câu 23.



Ta có $AH \perp BC$ và $DC \perp BC$ (do góc $\angle DCB$ chắn nửa đường tròn).

Suy ra $AH \parallel DC$.

Tương tự ta cũng có $CH \parallel AD$.

Suy ra tứ giác $ADCH$ là hình bình hành. Do đó $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$. **Chọn B.**

Câu 24. Ta có $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{CD}\right| \Leftrightarrow AB = CD$. Suy ra tập hợp các điểm D thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường tròn tâm C, bán kính AB. **Chọn D.**

Câu 25. Chọn A.

BÀI 2. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ

Câu 1. Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{BC}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy A sai.

• Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NP}$. Vậy B đúng. **Chọn B.**

• Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = -\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}\right) = -\overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{CB}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy C sai.

• Đáp án D. Ta có $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0} \neq \overrightarrow{AB}$. Vậy D sai.

Câu 2. Chọn D.

Ta có $\vec{a} = -\vec{b}$. Do đó, $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương, cùng độ dài và ngược hướng nhau.

Câu 3. Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC}$. Vậy A sai.

• Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{BC}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy B sai.

• Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$. Vậy C đúng. **Chọn C.**

Câu 4. Ta có $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC}$. Do đó:

• $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

• $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng độ dài.

• $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ không cùng giá.

• $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

Chọn B.

Câu 5. Ta có $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{RN}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{QR}=\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{QR}+\overrightarrow{RN}=\overrightarrow{MN}$.

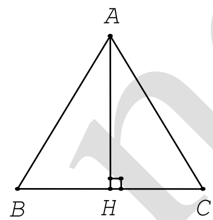
Chọn B.

Câu 6. Chọn C.

Câu 7. Điều kiện cần và đủ để I là trung điểm của đoạn thẳng AB là $\overrightarrow{IA}=-\overrightarrow{IB}\Leftrightarrow\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$. **Chọn B.**

Câu 8. Tam giác ABC cân ở A, đường cao AH. Do đó, H là trung điểm BC.

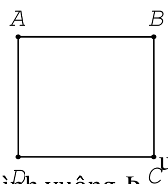
Ta có:



- $AB=AC\longrightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|$
- H là trung điểm $BC\longrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{HC}=-\overrightarrow{HB}\\ \overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{HC}\end{cases}$.

Chọn A.

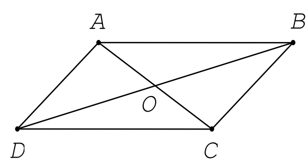
Câu 9.



$ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{CB}\longrightarrow\left|\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{CB}\right|$. **Chọn D.**

Câu 10. Chọn D. Với ba điểm phân biệt A,B,C nằm trên một đường thẳng, đẳng thức $\left|\overrightarrow{AB}\right|+\left|\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|\longleftrightarrow AB+BC=AC$ xảy ra khi B nằm giữa A và C.

Câu 11. Xét các đáp án:



- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$. Vậy A đúng.
- Đáp án B. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CB}=-\overrightarrow{AD}\\ \overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AD}\end{cases}$. Vậy B sai.
- Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$. Vậy C đúng.
- Đáp án D. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AC}\\ \overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AC}\end{cases}$. Vậy D đúng.

Chọn B.

Câu 12. Chọn A. Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$.

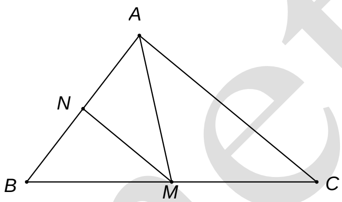
Suy ra $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$.

Câu 13. Ta có $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DA}$. **Chọn B.**

Câu 14. Độ dài các cạnh của tam giác là a thì độ dài các vectơ $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{BC}\right| = \left|\overrightarrow{CA}\right| = a$.

Chọn C.

Câu 15. Xét các đáp án:



• Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ (theo quy tắc ba điểm). **Chọn A.**

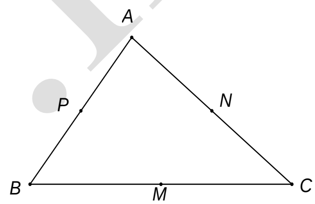
• Đáp án B, C. Ta có

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC}$

(với điểm N là trung điểm của AB).

• Đáp án D. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$.

Câu 16. Xét các đáp án:



• Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

• Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

$= \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

• Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{MM} = \vec{0}$.

• Đáp án D. Ta có $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{PM} = -\overrightarrow{MP}$.

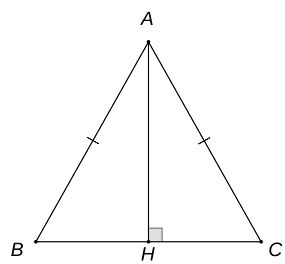
Chọn D.

Câu 17. Đáp án A chỉ đúng khi ba điểm A, B, C thẳng hàng và B nằm giữa A, C.

Đáp án B đúng theo quy tắc ba điểm. **Chọn B.**

Câu 18. Do ΔABC cân tại A,

AH là đường cao nên H là trung điểm BC.



Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AH}$.

• Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA} + \vec{0} = \overrightarrow{HA} \neq \vec{0}$.

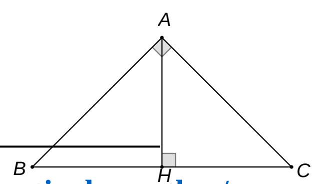
• Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$ (do H là trung điểm BC).

• Đáp án D. Do $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương nên $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{AC}$. **Chọn C.**

Câu 19. Do ΔABC cân tại A, AH là đường cao nên H là trung điểm BC.

Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\begin{cases} \left|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}\right| = \left|\overrightarrow{AB}\right| = a \\ \left|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}\right| = \left|\overrightarrow{AC}\right| = a \end{cases}$



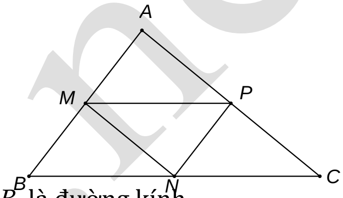
$\Rightarrow \left|\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HB}\right|=\left|\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HC}\right|$.

• Đáp án B. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AH}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BH}\\ \overrightarrow{AH}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CH}=-\overrightarrow{BH}\end{cases}$. Do đó B sai. **Chọn B.**

• Đáp án C. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AC}\\ \overrightarrow{HC}-\overrightarrow{HA}=\overrightarrow{AC}\end{cases}\longrightarrow \overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{HC}-\overrightarrow{HA}$.

• Đáp án D. Ta có $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AH}\right|=\left|\overrightarrow{HB}\right|=\left|\overrightarrow{AH}\right|$ (do ΔABC vuông cân tại A).

Câu 20.



Ta có $\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{BM}\longrightarrow \overrightarrow{MP}+\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BP}$.

Chọn B.

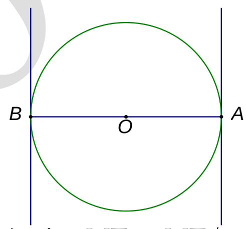
Câu 21.

Do hai tiếp tuyến song song và A, B là hai tiếp điểm nên AB là đường kính.

Do đó O là trung điểm của AB.

Suy ra $\overrightarrow{OA}=-\overrightarrow{OB}$.

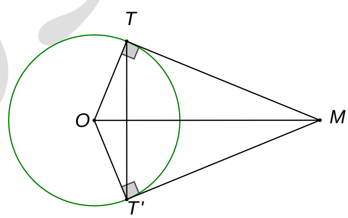
Chọn A.



Câu 22.

Do MT, MT' là hai tiếp tuyến (T và T' là hai tiếp điểm) nên $MT=MT'$.

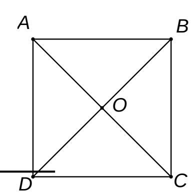
Chọn C.



Câu 23. Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}\right)+\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BD}\right)=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BD}\right)=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$.

Chọn A.

Câu 24. Xét các đáp án:



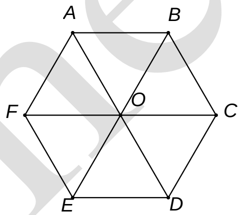
• Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{CA}$.

• Đáp án B. Ta có $-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{CA}$.

- Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DA}=-\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}\right)=-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CA}$.
- Đáp án D. Ta có $\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}=-\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CB}\right)=-\overrightarrow{CA}$.

Chọn C.

Câu 25. Ta có



· $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OE}=\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}\right)+\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OE}=\vec{0}$. Do đo A đúng.

· $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OB}=\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}\right)+\overrightarrow{OB}$

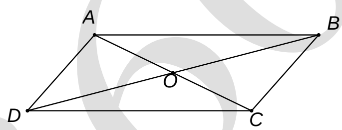
$=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{EB}$. Do đo B đúng.

· $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\right)+\overrightarrow{EF}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}\right)+\overrightarrow{EF}$

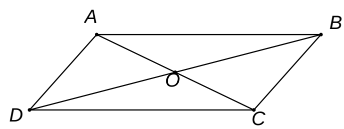
$=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$. Do đó C đúng.

Dùng phương pháp loại trừ, suy ra D sai. **Chọn D.**

Câu 26. Ta có $\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{DO}=-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$. **Chọn B.**



Câu 27. Xét các đáp án:



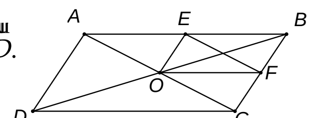
- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}\right)+\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}\right)=\vec{0}$.
- Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ (quy tắc hình bình hành).
- Đáp án C. Ta có $\begin{cases}\left|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{BD}\right|=BD\\ \left|\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}\right|=\left|\overrightarrow{DB}\right|=BD\end{cases}$.
- Đáp án D. Do $\overrightarrow{CD}\neq\overrightarrow{CB}\Rightarrow\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\right)\neq\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}\right)$.

Chọn D.

Câu 28.

Ta có OF, OE lần lượt là đường trung bình của tam giác ΔBCD và ΔABC.

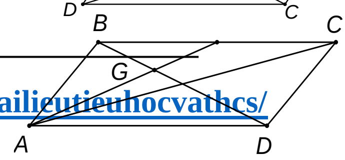
$\Rightarrow BEOF$ là hình bình hành.



$\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BO}\Rightarrow\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{BF}-\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{BO}-\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BD}$.

Chọn D.

Câu 29.



Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên

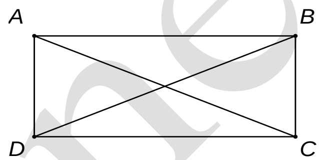
$$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{O}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}=-\overrightarrow{GB}.$$

Do đó $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{GD}-\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{BD}.$

Chọn A.

Câu 30.

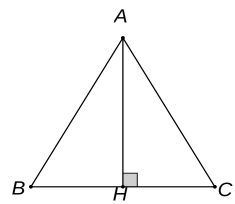


Ta có $\begin{cases}\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{DB}\right|=BD\\ \left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|=AC\end{cases}.$

Mà $BD=AC\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|.$

Chọn C.

Câu 31.

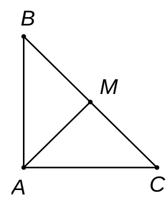


Gọi H là trung điểm của $BC\Rightarrow AH\perp BC.$

Suy ra $AH=\dfrac{BC\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.$

Ta lại có $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|2\overrightarrow{AH}\right|=2.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}.$ **Chọn A.**

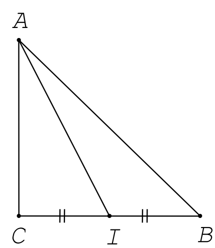
Câu 32.



Gọi M là trung điểm $BC\Rightarrow AM=\dfrac{1}{2}BC.$

Ta có $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|2\overrightarrow{AM}\right|=2AM=BC=a\sqrt{2}.$ **Chọn A.**

Câu 33.



Ta có $AB=\sqrt{2}\Rightarrow AC=CB=1.$

Gọi I là trung điểm $BC\Rightarrow AI=\sqrt{AC^2+CI^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}.$

Khi đó

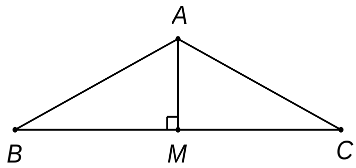
$$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AI}\Rightarrow\left|\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}\right|=2\left|\overrightarrow{AI}\right|=2.\frac{\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}.$$

Chọn A.

Câu 34. Ta có $\left|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CB}\right|=CB=\sqrt{AC^2+AB^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$. **Chọn C.**

Câu 35. Gọi M là trung điểm $BC\Rightarrow AM\perp BC.$

Trong tam giác vuông AMB, ta có $AM = AB.\sin\widehat{ABM} = a.\sin 30^0 = \dfrac{a}{2}$.

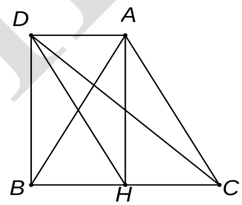


Ta có $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right| = \left|2\overrightarrow{AM}\right| = 2AM = a$. **Chọn B.**

Câu 36. Gọi D là điểm thỏa mãn tứ giác $ACHD$ là hình bình hành

$\Rightarrow$ $AHBD$ là hình chữ nhật.

$\left|\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{HC}\right| = \left|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CH}\right| = \left|\overrightarrow{CD}\right| = CD.$



Ta có $CD = \sqrt{BD^2 + BC^2} = \sqrt{AH^2 + BC^2} = \sqrt{\dfrac{3a^2}{4} + a^2} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}.$

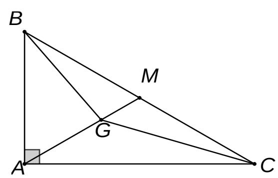
Chọn D.

Câu 37.

Gọi M là trung điểm của BC.

Ta có $\left|\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right| = \left|2\overrightarrow{GM}\right| = 2GM$

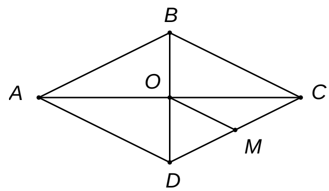
$= 2.\dfrac{1}{3}AM = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{2}BC\right) = \dfrac{BC}{3} = 4.$ **Chọn D.**



Câu 38. Gọi $O = AC \cap BD$ và M là trung điểm của CD.

Ta có $\left|\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right| = 2\left|\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right| = 2\left|2\overrightarrow{OM}\right| = 4OM$

$= 4.\dfrac{1}{2}CD = 2\sqrt{OD^2 + OC^2} = 2\sqrt{\dfrac{a^2}{4} + a^2} = a\sqrt{5}.$

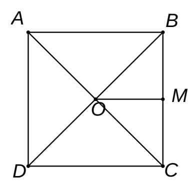


Chọn C.

Câu 39. Ta có $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DA}\right| = \left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right| = \left|\overrightarrow{AC}\right| = AC = a\sqrt{2}.$ **Chọn C.**

Câu 40. Gọi M là trung điểm của BC.

Ta có $\left|\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right| = 2\left|\overrightarrow{OM}\right| = 2OM = AB = a.$



Chọn A.

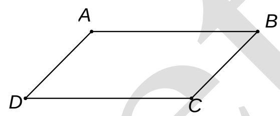
Câu 41. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.

Ta có $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow M \equiv G$. **Chọn D.**

Câu 42. Ta có $\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{BA}\right| \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{CB}\right|=\left|\overrightarrow{AM}\right| \Rightarrow AM=BC$

Mà A, B, C cố định $\Rightarrow$ Tập hợp điểm M là đường tròn tâm A, bán kính BC.

Chọn C.

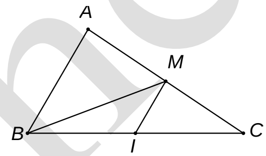


Câu 43. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MA}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AD}$: vô lí

$\Rightarrow$ Không có điểm M thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 44.

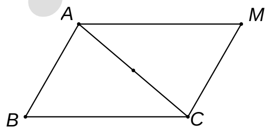


Gọi I là trung điểm của $BC \longrightarrow \overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MI}$

$\longrightarrow \overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{MI} \Rightarrow M$ là trung điểm AC.

Chọn A.

Câu 45.



Ta có $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}+\overrightarrow{MC}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AB}$

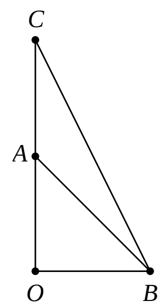
$\longrightarrow MABC$ là hình bình hành

$\longrightarrow \overrightarrow{MA}=\overrightarrow{CB}$.

Do đó D sai. **Chọn D.**

BÀI 3. TÍCH CỦA VECTƠ VỚI MỘT SỐ

Câu 1.



Gọi C là điểm đối xứng của O qua $A \Rightarrow OC=2a$.

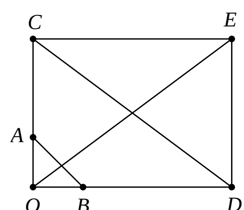
Tam giác OBC vuông tại O, có $BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=a\sqrt{5}$.

Ta có $2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BC}$, suy ra

$$\left|2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|=a\sqrt{5}.$$

Chọn C.

Câu 2. Dựa vào các đáp án, ta có nhận xét sau:



- **A đúng**, gọi C nằm trên tia đối của tia AO sao cho

  $OC=3OA \Rightarrow 3\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OC}$.

Và D nằm trên tia đối của tia BO sao cho

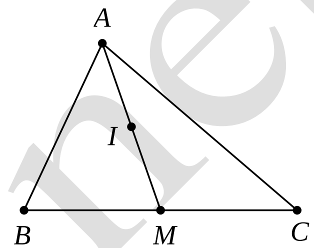
$OD=4OB \Rightarrow 4\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}$.

Dựng hình chữ nhật $OCED$ suy ra $\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OE}$ (quy tắc hình bình hành).

Ta có $\left|3\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}\right| = \left|\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right| = \left|\overrightarrow{OE}\right| = OE = CD = \sqrt{OC^2+OD^2} = 5a.$

- **B đúng**, vì $\left|2\overrightarrow{OA}\right| + \left|3\overrightarrow{OB}\right| = 2\left|\overrightarrow{OA}\right| + 3\left|\overrightarrow{OB}\right| = 2a+3a = 5a.$
- **C sai**, xử lý tương tự như ý đáp án A. **Chọn C.**
- **D đúng**, vì $\left|11\overrightarrow{OA}\right| - \left|6\overrightarrow{OB}\right| = 11\left|\overrightarrow{OA}\right| - 6\left|\overrightarrow{OB}\right| = 11a - 6a = 5a.$

Câu 3.



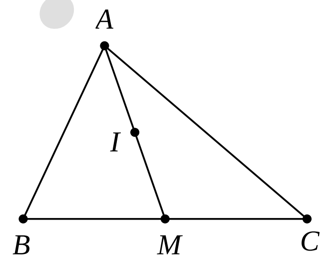
Vì M là trung điểm BC nên $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IM}.$

Mặt khác I là trung điểm AM nên $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IM} = \vec{0}.$

Suy ra $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+2\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IM}+2\overrightarrow{IA} = 2\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IA}\right) = \vec{0}.$

Chọn B.

Câu 4.



Vì M là trung điểm BC nên

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}.$ (1)

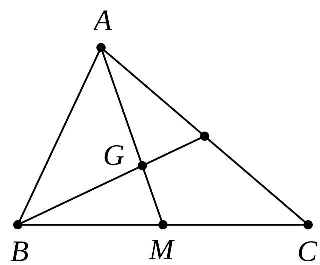
Mặt khác I là trung điểm AM nên

$2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AM}.$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).$

Chọn A.

Câu 5.



Vì G là trọng tâm của tam giác ABC

$\longrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}.$

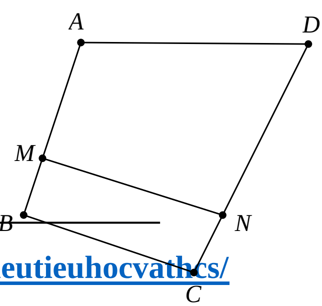
Và M là trung điểm của BC

$\longrightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).$

Do đó $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}.\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).$

Chọn B.

Câu 6.



Ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DN}$ và $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CN}.$

Suy ra $3\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DN}+2\left(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CN}\right)$

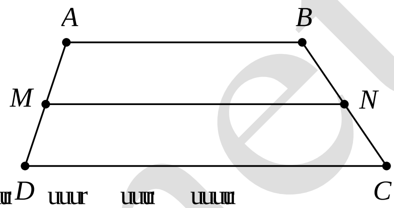
$= \left(\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right)+\overrightarrow{AD}+2\overrightarrow{BC}+\left(\overrightarrow{DN}+2\overrightarrow{CN}\right).$

Theo bài ra, ta có $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ và $\overrightarrow{DN}+2\overrightarrow{CN}=\vec{0}$.

Vậy $3\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AD}+2\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. **Chọn C.**

Câu 7.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC



$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MD}=\vec{0} \\ \overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CN}=\vec{0} \end{cases}$.

Dựa vào đáp án, ta có nhận xét sau:

· **A đúng**, vì $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{MN}=\left(\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DC}\right)+\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{MN}$.

· **B đúng**, vì $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{BN}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BN}\right)-\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MN}$.

· **C đúng**, vì $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CN}$.

Suy ra $2\overrightarrow{MN}=\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MD}\right)+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}+\left(\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CN}\right)=\vec{0}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}+\vec{0}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$

$\longrightarrow \overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)$.

· **D sai**, vì theo phân tích ở đáp án C. **Chọn D.**

Câu 8. Xét các đáp án ta thấy bài toán yêu cần phân tích vectơ $\overrightarrow{DM}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{BC}$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}$.

Và M là trung điểm AB nên $2\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{DM}=2\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}$.

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{DM}=-2\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DC}$ suy ra $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{BC}$. **Chọn C.**

Câu 9. Vì N là trung điểm AC nên $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}$.

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. **Chọn B.**

Câu 10. Ta có $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Chọn A.

Câu 11. Ta có $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AM}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. **Chọn C.**

Câu 12. Ta có $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$. **Chọn C.**

Câu 13. Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AD}=\vec{0}$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\\ \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}\end{cases}\longrightarrow 2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}+\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AD}\right)=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$

$\longrightarrow \overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. **Chọn A.**

Câu 14. Dễ thấy $-10\vec{a}-2\vec{b}=-2\left(5\vec{a}+\vec{b}\right)$

$\longrightarrow$ hai vectơ $5\vec{a}+\vec{b},\ -10\vec{a}-2\vec{b}$ cùng phương. **Chọn C.**

Câu 15. Gọi $I,\ G$ lần lượt là trung điểm BC và trọng tâm tam giác ABC.

Vì I là trung điểm BC nên $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MI}$.

Theo bài ra, ta có $\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ suy ra $\overrightarrow{MA}=2\overrightarrow{MI}\Rightarrow A,\ M,\ I$ thẳng hàng

Mặt khác G là trọng tâm của tam giác $ABC\longrightarrow G\in AI$.

Do đó, ba điểm $A,\ M,\ G$ thẳng hàng. **Chọn C.**

Câu 16. Vì I là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IB}\\ \overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IC}\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\underbrace{\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}}_{\vec{0}}+2\overrightarrow{GI}=2\overrightarrow{GI}$. **Chọn C.**

Câu 17. Vì M là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{MB}\\ \overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{MC}\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\underbrace{\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}}_{\vec{0}}+2\overrightarrow{GM}=2\overrightarrow{GM}$. **Chọn D.**

Câu 18. Vì M là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{MB}=-\overrightarrow{MC}$. **Chọn C.**

Câu 19. Vì $M,\ N$ lần lượt là trung điểm của $AB,\ AC$.

Suy ra MN là đường trung bình của tam giác $ABC\longrightarrow MN=\frac{1}{2}BC$.

Mà $\overrightarrow{BC},\ \overrightarrow{MN}$ là hai vectơ cùng hướng nên $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{MN}$. **Chọn C.**

Câu 20. Gọi E là trung điểm của $AC\longrightarrow\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BE}$. (1)

Mà G là trọng tâm của tam giác ABC $\longrightarrow \overrightarrow{BE}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{BG}.$ (2)

Từ $(1),(2)$ suy ra $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=2.\dfrac{3}{2}\overrightarrow{BG}=3\overrightarrow{BG}.$ **Chọn B.**

Câu 21. Từ giả thiết $\overrightarrow{IA}=2\overrightarrow{IB}\Rightarrow$ B là trung điểm của $IA\Rightarrow$ $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{AB};\ \overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{AB}.$

Lại có $\begin{cases}\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BI}\\ \overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AI}\end{cases}\Rightarrow 2\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AB}.$

$=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+3\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+3\left(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}\right)=-2\overrightarrow{CA}+4\overrightarrow{CB}\Leftrightarrow\overrightarrow{CI}=-\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}.$

Chọn C.

Câu 22. Ta có $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CB}-3\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}.$

Chọn C.

Câu 23. Ta có $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=-\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CB}$ (vì $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$). **Chọn C.**

Câu 24. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\\ \overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{BC}+\underbrace{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}}_{\vec{0}}=2\overrightarrow{BC}.$ **Chọn A.**

Câu 25. Ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB}\Leftrightarrow\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{BC}$

Suy ra điều trên không thể xảy ra vì $\overrightarrow{DA}=-\overrightarrow{BC}.$ **Chọn D.**

Câu 26. Ta có $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CA}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{MA}.$

$\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=-\overrightarrow{MC}\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}.$ $(*)$

Đẳng thức $(*)$ suy ra M là trọng tâm của tam giác ABC. **Chọn D.**

Câu 27. Ta có $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{BG}-\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}\right)=-\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}$ $\left(\text{do }\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}\right).$

Chọn B.

Câu 28. Do $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương nên tồn tại các số thực x,y sao cho

$\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC},\ \forall M\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}=x\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}\right)+y\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MC}\right)$

$\Leftrightarrow(1-x-y)\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{MB}+y\overrightarrow{MC}\Leftrightarrow(x+y-1)\overrightarrow{MA}=x\overrightarrow{MB}+y\overrightarrow{MC}.$

Theo bài ra, ta có $\overrightarrow{MA}=x\overrightarrow{MB}+y\overrightarrow{MC}$ suy ra $x+y-1=1\Leftrightarrow x+y=2.$ **Chọn B.**

Câu 29. Gọi I là tâm của hình chữ nhật $ABCD$, ta có $\begin{cases}2\overrightarrow{MI}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\\ 2\overrightarrow{MI}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}\end{cases},\ \forall M.$

Do đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=k \Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MI}+2\overrightarrow{MI}\right|=k \Leftrightarrow 4\left|\overrightarrow{MI}\right|=k \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{MI}\right|=\frac{k}{4}$. $(*)$

Vì I là điểm cố định nên tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $(*)$ là đường tròn tâm I, bán kính $R=\frac{k}{4}$. **Chọn C.**

Câu 30. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD.

Khi đó $\begin{cases}\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{ME}\\ \overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=2\overrightarrow{MF}\end{cases}, \forall M$.

Do đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right| \Leftrightarrow 2\left|\overrightarrow{ME}\right|=2\left|\overrightarrow{MF}\right| \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{ME}\right|=\left|\overrightarrow{MF}\right|$. $(*)$

Vì E, F là hai điểm cố định nên từ đẳng thức $(*)$ suy ra tập hợp các điểm M là trung trực của đoạn thẳng EF hay chính là trung trực của đoạn thẳng AD. **Chọn B.**

Câu 31. Vì I là trung điểm của AB suy ra $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$.

Do đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right| \Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MI}\right|=\left|\overrightarrow{BA}\right| \Leftrightarrow MI=\frac{AB}{2}$. $(*)$

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $(*)$ là đường tròn tâm I, bán kính $R=\frac{AB}{2}$. **Chọn A.**

Câu 32. Chọn điểm E thuộc đoạn AB sao cho $EB=2EA \Rightarrow 2\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}=\vec{0}$.

Chọn điểm F thuộc đoạn AB sao cho $FA=2FB \Rightarrow 2\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FA}=\vec{0}$.

Ta có

$$\left|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right| \Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{ME}+2\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EB}\right|=\left|2\overrightarrow{MF}+2\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{MF}+\overrightarrow{FA}\right|$$

$$\Leftrightarrow \left|3\overrightarrow{ME}+\underbrace{2\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}}_{\vec{0}}\right|=\left|3\overrightarrow{MF}+\underbrace{2\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}}_{\vec{0}}\right| \Leftrightarrow \left|3\overrightarrow{ME}\right|=\left|3\overrightarrow{MF}\right| \Leftrightarrow ME=MF. \quad (*)$$

Vì E, F là hai điểm cố định nên từ đẳng thức $(*)$ suy ra tập hợp các điểm M là trung trực của đoạn thẳng EF.

Gọi I là trung điểm của AB suy ra I cũng là trung điểm của EF.

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right|$ là đường trung trực của đoạn thẳng AB. **Chọn A.**

Câu 33. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, AC. Khi đó $\begin{cases}\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}\\ \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MJ}\end{cases}$.

Theo bài ra, ta có $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right| \Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MI}\right|=\left|2\overrightarrow{MJ}\right| \Leftrightarrow MI=MJ$.

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right|$ là đường trung trực của đoạn thẳng IJ, cũng chính là đường trung trực của đoạn thẳng BC vì IJ là đường trung bình của tam giác ABC. **Chọn A.**

Câu 34. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC.

Ta có $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)+4\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)$.

Chọn điểm I sao cho $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}+4\overrightarrow{IC}=\vec{0} \Leftrightarrow 3\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)+\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IA}=\vec{0}$.

Mà G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=3\overrightarrow{IG}$.

Khi đó $9\overrightarrow{IG}+\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IA}=\vec{0} \Leftrightarrow 9\overrightarrow{IG}+\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IC}=\vec{0} \Leftrightarrow 9\overrightarrow{IG}=\overrightarrow{CA}$. **(*)**

Do đó

$$\left|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right| \Leftrightarrow \left|9\overrightarrow{MI}+2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}+4\overrightarrow{IC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right| \Leftrightarrow 9MI=AB.$$

Vì I là điểm cố định thỏa mãn **(*)** nên tập hợp các điểm M cần tìm là đường tròn tâm I, bán kính $R=\frac{AB}{9}=\frac{a}{9}$. **Chọn B.**

Câu 35. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC nên G cố định duy nhất và $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

Ta có $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=3 \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}-3\overrightarrow{GM}\right|=3 \Leftrightarrow 3\left|\overrightarrow{GM}\right|=3 \Leftrightarrow GM=1$.

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn tâm G bán kính bằng 1.

Chọn D.

BÀI 4. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

Câu 1. Ta có $\vec{a}=-\frac{5}{4}\vec{b} \longrightarrow \vec{a},\ \vec{b}$ cùng hướng. **Chọn A.**

Câu 2. Ta có $\begin{cases}2\vec{a}=(4;-8)\\ -\vec{b}=(5;-3)\end{cases} \longrightarrow \vec{u}=2\vec{a}-\vec{b}=(4+5;-8-3)=(9;-11)$. **Chọn B.**

Câu 3. Ta có $\vec{a}+\vec{b}=(3+(-1);-4+2)=(2;-2)$. **Chọn B.**

Câu 4. Ta có $\vec{a}-\vec{b}=(-1-5;2-(-7))=(-6;9)$. **Chọn C.**

Câu 5. Ta có $\begin{cases} \vec{i} = (1;0) \\ \vec{j} = (0;1) \end{cases} \longrightarrow \vec{i} + \vec{j} = (1;1)$. **Chọn D.**

Câu 6. Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (4;4)$ và $\vec{u} - \vec{v} = (2;-8)$.

Xét tỉ số $\frac{4}{-4} \neq \frac{4}{4} \longrightarrow \vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4;4)$ không cùng phương. Loại A

Xét tỉ số $\frac{3}{1} \neq \frac{-2}{6} \longrightarrow \vec{u}, \vec{v}$ không cùng phương. Loại B

Xét tỉ số $\frac{2}{6} = \frac{-8}{-24} = \frac{1}{3} > 0 \longrightarrow \vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{b} = (6;-24)$ cùng hướng. **Chọn C.**

Câu 7. Ta có $\begin{cases} \vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} \longrightarrow \vec{u} = (2;-1) \\ \vec{v} = \vec{i} + x\vec{j} \longrightarrow \vec{v} = (1;x) \end{cases}$.

Để $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{-1} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$. **Chọn B.**

Câu 8. Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow -5.x = 0.4 \longrightarrow x = 0$. **Chọn C.**

Câu 9. Ta có $\begin{cases} 2\vec{a} = (2x;4) \\ 3\vec{b} = (-15;3) \end{cases} \longrightarrow 2\vec{a} + 3\vec{b} = (2x-15;7)$.

Để $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b} \longrightarrow \begin{cases} x = 2x - 15 \\ 7 = 7 \end{cases} \longrightarrow x = 15$. **Chọn C.**

Câu 10. Ta có $\left.\begin{matrix} k.\vec{a} = (2k;k) \\ h.\vec{b} = (3h;4h) \end{matrix}\right\} \longrightarrow k.\vec{a} + h.\vec{b} = (2k+3h;k+4h)$.

Theo đề bài: $\vec{c} = k.\vec{a} + h.\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 2k + 3h \\ 2 = k + 4h \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 4,4 \\ h = -0,6 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 11. Ta có $\overrightarrow{AB} = (5;6)$. **Chọn C.**

Câu 12. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-2;-1) \\ \overrightarrow{AC} = (-3;-2) \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = (-2-(-3);-1-(-2)) = (1;1)$. **Chọn B.**

Cách khác: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} = (1;1)$.

Câu 13. Ta có $\begin{cases} x_I = \frac{2+4}{2} = 3 \\ y_I = \frac{-3+7}{2} = 2 \end{cases} \longrightarrow I(3;2)$. **Chọn C.**

Câu 14. Ta có $\begin{cases} x_G = \dfrac{3+1+5}{3} = 3 \\ y_G = \dfrac{5+2+2}{3} = 3 \end{cases} \longrightarrow G(3;3)$. **Chọn D.**

Câu 15. Gọi $C(x;y)$.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \dfrac{6+(-3)+x}{3} = -1 \\ \dfrac{1+5+y}{3} = 1 \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = -3 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 16. Gọi $C(x;y)$.

Vì O là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \dfrac{-2+3+x}{3} = 0 \\ \dfrac{2+5+y}{3} = 0 \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -7 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 17. Vì C thuộc trục $Oy \longrightarrow C$ có hoành độ bằng 0. Loại B.

Trọng tâm G thuộc trục $Ox \longrightarrow G$ có tung độ bằng 0. Xét các đáp án còn lại chỉ có đáp án A thỏa mãn $\dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = 0$. **Chọn A.**

Câu 18. Vì M là trung điểm BC nên $\begin{cases} x_B = 2x_M - x_C = 2.2-(-2) = 6 \\ y_B = 2y_M - y_C = 2.0-(-4) = 4 \end{cases} \Rightarrow B(6;4)$.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} x_A = 3x_G - x_B - x_C = -4 \\ y_A = 3y_G - y_B - y_C = 12 \end{cases} \to A(-4;12)$.

Suy ra $x_A + x_B = 2$. **Chọn B.**

Câu 19. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2;2) \\ \overrightarrow{AC} = (-1;-1) \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC}$. **Chọn A.**

Câu 20. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (4;3) \\ \overrightarrow{CD} = (-8;-6) \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{CD} = -2\overrightarrow{AB} \longrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

Chọn B.

Câu 21. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (6;0) \\ \overrightarrow{AC} = (0;6) \end{cases} \longrightarrow 6.6 \neq 0.0 \longrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. **Chọn C.**

Câu 22. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(1;-2)\\ \overrightarrow{DC}=(1;-2)\end{cases}\longrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\longrightarrow ABCD$ là hình bình hành. **Chọn A.**

Câu 23. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-3;-3)\\ \overrightarrow{AC}=(6;6)\end{cases}\longrightarrow \overrightarrow{AC}=-2\overrightarrow{AB}$. Đẳng thức này chứng tỏ A ở giữa hai điểm B và C. **Chọn C.**

Câu 24. Từ giả thiết, suy ra $M_1=(3;0), M_2=(0;-4)$.

A. Sai vì $\overline{OM_1}=3$. B. Sai vì $\overline{OM_2}=-4$.

C. Sai vì $\overrightarrow{OM_1}-\overrightarrow{OM_2}=\overrightarrow{M_2M_1}=(3;4)$.

Dùng phương pháp loại trừ ta **Chọn D.**

Cách 2. Gọi I là trung điểm $M_1M_2\longrightarrow I\left(\frac{3}{2};-2\right)$.

Ta có $\overrightarrow{OM_1}+\overrightarrow{OM_2}=2\overrightarrow{OI}=\left(2.\frac{3}{2};2.(-2)\right)=(3;-4)$. **Chọn D.**

Câu 25. Từ giả thiết suy ra cạnh OC thuộc trục hoành $\longrightarrow$ cạnh AB song song với trục hoành nên $y_A=y_B\longrightarrow \overrightarrow{AB}=(x_A-x_B;0)$. Do đó loại A và B.

Nếu C có hoành độ bằng $0\longrightarrow C(0;0)\equiv O$: mâu thuẫn với giả thiết $OABC$ là hình bình hành. Loại C.

Dùng phương pháp loại trừ, ta **Chọn D.**

Cách 2. Gọi I là tâm của hình bình hành $OABC$. Suy ra

· I là trung điểm $AC\longrightarrow I\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+0}{2}\right)$

· I là trung điểm $OB\longrightarrow I\left(\frac{0+x_B}{2};\frac{0+y_B}{2}\right)$

Từ đó suy ra $\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{0+x_B}{2}\longrightarrow x_A+x_C-x_B=0$. **Chọn D.**

Câu 26. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(0;5)\\ \overrightarrow{CD}=(0;-5)\end{cases}\longrightarrow \overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{CD}$ suy ra $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ ngược hướng. Loại A.

Tọa độ trung điểm của AC là $\begin{cases}x=\frac{-5+3}{2}=-1\\ y=\frac{-2+3}{2}=\frac{1}{2}\end{cases}$. Loại C.

Ta có $\overrightarrow{OC}=(3;3)$; $\begin{cases}\overrightarrow{OA}=(-5;-2)\\ \overrightarrow{OB}=(-5;3)\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(-10;1)\ne \overrightarrow{OC}$. Loại D.

Dùng phương pháp loại trừ ta **Chọn B.**

Câu 27. Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;-2)$, $\overrightarrow{DC}=(0;-2) \xrightarrow{\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}} ABCD$ là hình bình hành.

Khi đó tọa độ trung điểm của AC là $(0;-1)$ và cũng là tọa độ trung điểm của BD.

Chọn C.

Câu 28. Gọi $D(x;y)$. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(2;1)\\ \overrightarrow{DC}=(6-x;5-y)\end{cases}$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

$\Rightarrow \begin{cases}2=6-x\\ 1=5-y\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=4\\ y=4\end{cases} \Rightarrow D(4;4)$. **Chọn C.**

Câu 29. Gọi $C(x;y)$. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(2;4)\\ \overrightarrow{DC}=(x-5;y-5)\end{cases}$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

$\Rightarrow \begin{cases}2=x-5\\ 4=y-5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=7\\ y=9\end{cases} \Rightarrow C(7;9)$. **Chọn C.**

Câu 30. Gọi M là tọa độ trung điểm của cạnh $AD \Rightarrow M(1;2)$.

Gọi $N(x_N;y_N)$ là tọa độ trung điểm của cạnh BC.

Do I là tâm của hình chữ nhật $\Rightarrow I$ là trung điểm của MN.

Suy ra $\begin{cases}x_N=2x_I-x_M=-3\\ y_N=2y_I-y_M=-2\end{cases} \Rightarrow N(-3;-2)$. **Chọn C.**

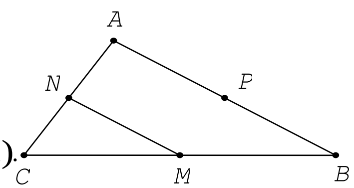
Câu 31. Ta có $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\dfrac{1}{2}(2;-8)=(1;-4)$. **Chọn B.**

Câu 32. Gọi $A(x;y)$.

Từ giả thiết, ta suy ra $\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{MN}$. (*)

Ta có $\overrightarrow{PA}=(x+1;y-6)$ và $\overrightarrow{MN}=(-2;-7)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow \begin{cases}x+1=-2\\ y-6=-7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-3\\ y=-1\end{cases} \Rightarrow A(-3;-1)$.



Chọn B.

Câu 33. Gọi $I(x;y)$. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{IA}=(1-x;2-y)\\ \overrightarrow{IB}=(-2-x;3-y)\longrightarrow 2\overrightarrow{IB}=(-4-2x;6-2y)\end{cases}$

$\longrightarrow \overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=(-3-3x;8-3y)$.

Do đó từ giả thiết $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0}\longrightarrow \begin{cases}-3-3x=0\\ 8-3y=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x=-1\\ y=\dfrac{8}{3}\end{cases}$. **Chọn C.**