Chủ đề 2 HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI

BÀI 1. HÀM SỐ

Câu 1. Xét đáp án A, thay $x = 2$ và $y = 1$

vào hàm số $y = \dfrac{1}{x-1}$ ta được $1 = \dfrac{1}{2-1}$: thỏa mãn. **Chọn A.**

Câu 2. Xét đáp án A, thay $x = 2$ và $y = 0$

vào hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x}$ ta được $0 = \dfrac{\sqrt{2^2-4.2+4}}{2}$: thỏa mãn.

Xét đáp án B, thay $x = 3$ và $y = \dfrac{1}{3}$

vào hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x}$ ta được $\dfrac{1}{3} = \dfrac{\sqrt{3^2-4.3+4}}{3}$: thỏa mãn.

Xét đáp án C, thay $x = 1$ và $y = -1$ vào hàm số

$y = \dfrac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x}$ ta được $-1 = \dfrac{\sqrt{1^2-4.1+4}}{1} \Leftrightarrow -1 = 1$: không thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 3. Ta có

- $f(-1) = |-5.(-1)| = |5| = 5 \longrightarrow$ A đúng.
- $f(2) = |-5.2| = |-10| = 10 \longrightarrow$ B đúng.
- $f(-2) = |-5.(-2)| = |10| = 10 \longrightarrow$ C đúng.
- $f\left(\dfrac{1}{5}\right) = \left|-5.\dfrac{1}{5}\right| = |-1| = 1 \longrightarrow$ D sai. Chọn D.

Cách khác: Vì hàm đã cho là hàm trị tuyệt đối nên không âm. Do đó D sai.

Câu 4. Do $4 \in (2;5]$ nên $f(4) = 4^2 - 1 = 15.$ **Chọn B.**

Câu 5. Khi $x \geq 2$ thì $f(2) = \dfrac{2\sqrt{2+2}-3}{2-1} = 1.$

Khi $x < 2$ thì $f(-2) = (-2)^2 + 1 = 5.$ Vậy $f(2) + f(-2) = 6.$ **Chọn C.**

Câu 6. Hàm số xác định khi $2x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. **Chọn C.**

Câu 7. Hàm số xác định khi $\begin{cases} 2x+1\neq 0 \\ x-3\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -\dfrac{1}{2} \\ x\neq 3 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2};3\right\}$. **Chọn B.**

Câu 8. Hàm số xác định khi $x^2+3x-4\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq -4 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{1;-4\}$. **Chọn B.**

Câu 9. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+1\neq 0 \\ x^2+3x+4\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\neq -1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **Chọn C.**

Câu 10. Hàm số xác định khi $x^3-3x+2\neq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2+x-2)\neq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1\neq 0 \\ x^2+x-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ \begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq -2 \end{cases}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ **Chọn B.**

Câu 11. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+2\geq 0 \\ x+3\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -2 \\ x\geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x\geq -2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[-2;+\infty)$. **Chọn B.**

Câu 12. Hàm số xác định khi $\begin{cases} 6-3x\geq 0 \\ x-1\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq 2 \\ x\geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1\leq x\leq 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[1;2]$. **Chọn B.**

Câu 13. Hàm số xác định khi $\begin{cases} 3x-2\geq 0 \\ 4-3x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \dfrac{2}{3} \\ x<\dfrac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{2}{3}\leq x<\dfrac{4}{3}$..

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left[\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$. **Chọn C.**

Câu 14. Hàm số xác định khi $x^2-16>0 \Leftrightarrow x^2>16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>4 \\ x<-4 \end{array}\right.$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 15. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x^2-2x+1\ge 0 \\ x-3\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2\ge 0 \\ x-3\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ x\ge 3\end{cases} \Leftrightarrow x\ge 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[3;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 16. Hàm số xác định khi $\begin{cases} 2-x\ge 0 \\ x+2\ge 0 \\ x\ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 2 \\ x\ge -2 \\ x\ne 0\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[-2;2]\setminus\{0\}$. **Chọn C.**

Câu 17. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+1\ge 0 \\ x^2-x-6\ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ x\ne 3 \\ x\ne -2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ x\ne 3\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[-1;+\infty)\setminus\{3\}$. **Chọn B.**

Câu 18. Hàm số xác định khi $\begin{cases} 6-x\ge 0 \\ x-1\ge 0 \\ 1+\sqrt{x-1}\ne 0 \text{ (luôn đúng)}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 6 \\ x\ge 1\end{cases} \Leftrightarrow 1\le x\le 6$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[1;6]$. **Chọn B.**

Câu 19. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x-3\ne 0 \\ 2x-1>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ne 3 \\ x>\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{3\}$. **Chọn D.**

Câu 20. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+2\ge 0 \\ x\ne 0 \\ x^2-4x+4>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2\ge 0 \\ x\ne 0 \\ (x-2)^2>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -2 \\ x\ne 0 \\ x\ne 2\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[-2;+\infty)\setminus\{0;2\}$. **Chọn A.**

Câu 21. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x\ge 0 \\ x-\sqrt{x}-6\ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ \sqrt{x}\ne 3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x\ne 9\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[0;+\infty)\setminus\{9\}$. **Chọn B.**

Câu 22. Hàm số xác định khi $x^2+x+1\ne 0$ luôn đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$. **Chọn C.**

Câu 23. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x-1\geq 0\\ 4-x\geq 0\\ x-2\neq 0\\ x-3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x\geq 1\\ x\leq 4\\ x\neq 2\\ x\neq 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 1\leq x\leq 4\\ x\neq 2\\ x\neq 3\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[1;4]\setminus\{2;3\}$. **Chọn C.**

Câu 24. Hàm số xác định khi $\sqrt{x^2+2x+2}-(x+1)\geq 0\Leftrightarrow\sqrt{(x+1)^2+1}\geq x+1$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases} x+1<0\\ (x+1)^2+1\geq 0\end{cases}\\ \begin{cases} x+1\geq 0\\ (x+1)^2+1\geq (x+1)^2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x+1<0\\ x+1\geq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$. **Chọn D.**

Câu 25. Hàm số xác định khi $\sqrt[3]{x^2-3x+2}-\sqrt[3]{x^2-7}\neq 0\Leftrightarrow\sqrt[3]{x^2-3x+2}\neq\sqrt[3]{x^2-7}$

$\Leftrightarrow x^2-3x+2\neq x^2-7\Leftrightarrow 9\neq 3x\Leftrightarrow x\neq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **Chọn A.**

Câu 26. Hàm số xác định khi $|x-2|+|x^2+2x|\neq 0$.

Xét phương trình $|x-2|+|x^2+2x|=0\Leftrightarrow\begin{cases}|x-2|=0\\ |x^2+2x|=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=2\\ x=0\vee x=-2\end{cases}\Leftrightarrow x\in\varnothing$.

Do đó, $|x-2|+|x^2+2x|\neq 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$. **Chọn A.**

Câu 27. Hàm số xác định khi $x|x-4|>0\Leftrightarrow\begin{cases}|x-4|\neq 0\\ x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x\neq 4\\ x>0\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)\setminus\{4\}$. **Chọn D.**

Câu 28. Hàm số xác định khi $\begin{cases} 5-3|x|\geq 0\\ x^2+4x+3\neq 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}|x|\leq\frac{5}{3}\\ x\neq -1\\ x\neq -3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\frac{5}{3}\leq x\leq\frac{5}{3}\\ x\neq -1\\ x\neq -3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\frac{5}{3}\leq x\leq\frac{5}{3}\\ x\neq -1\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left[-\frac{5}{3};\frac{5}{3}\right]\setminus\{-1\}$. **Chọn A.**

Câu 29. Hàm số xác định khi $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x \geq 1\\ 2-x \neq 0\end{cases}\\ \begin{cases}x<1\\ 2-x \geq 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x \geq 1\\ x \neq 2\end{cases}\\ \begin{cases}x<1\\ x \leq 2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x \geq 1\\ x \neq 2\end{cases}\\ x<1\end{array}\right.$.

Vậy xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **Chọn D.**

Câu 30. Hàm số xác định khi $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x \geq 1\\ x \neq 0\end{cases}\\ \begin{cases}x<1\\ x+1 \geq 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x \geq 1\\ \begin{cases}x<1\\ x \geq -1\end{cases}\end{array}\right.$.

Vậy xác định của hàm số là $D=[-1;+\infty)$. **Chọn D.**

Câu 31. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-m+1 \geq 0\\ -x+2m>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x \geq m-1\\ x<2m\end{cases}$.

$\longrightarrow$ Tập xác định của hàm số là $D=[m-1;2m)$ với điều kiện $m-1<2m \Leftrightarrow m>-1$.

Hàm số đã cho xác định trên $(-1;3)$ khi và chỉ khi $(-1;3) \subset [m-1;2m)$

$\Leftrightarrow m-1 \leq -1 < 3 \leq 2m \Leftrightarrow \begin{cases}m \leq 0\\ m \geq \dfrac{3}{2}\end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$. **Chọn A.**

Câu 32. Hàm số xác định khi $x-m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m$.

$\longrightarrow$ Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Hàm số xác định trên $(-1;0)$ khi và chỉ khi $m \notin (-1;0) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m \geq 0\\ m \leq -1\end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 33. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-m+2 \geq 0\\ \sqrt{x-m+2}-1 \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x \geq m-2\\ x \neq m-1\end{cases}$.

$\longrightarrow$ Tập xác định của hàm số là $D=[m-2;+\infty)\setminus\{m-1\}$.

Hàm số xác định trên $(0;1)$ khi và chỉ khi $(0;1) \subset [m-2;+\infty)\setminus\{m-1\}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m-2 \leq 0 < 1 \leq m-1\\ m-1 \leq 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m \leq 2\\ m \geq 2\end{cases}\\ m \leq 1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=2\\ m \leq 1\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 34. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-m \geq 0\\ 2x-m-1 \geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x \geq m\\ x \geq \dfrac{m+1}{2}\end{cases}$ (*).

• **TH1:** Nếu $m \ge \dfrac{m+1}{2} \Leftrightarrow m \ge 1$ thì $(*) \Leftrightarrow x \ge m$.

$\longrightarrow$ Tập xác định của hàm số là $D = [m;+\infty)$.

Khi đó, hàm số xác định trên $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $(0;+\infty) \subset [m;+\infty) \Leftrightarrow m \le 0$

$\longrightarrow$ Không thỏa mãn điều kiện $m \ge 1$.

• **TH2:** Nếu $m \le \dfrac{m+1}{2} \Leftrightarrow m \le 1$ thì $(*) \Leftrightarrow x \ge \dfrac{m+1}{2}$.

$\longrightarrow$ Tập xác định của hàm số là $D = \left[\dfrac{m+1}{2};+\infty\right)$.

Khi đó, hàm số xác định trên $(0;+\infty)$

khi và chỉ khi $(0;+\infty) \subset \left[\dfrac{m+1}{2};+\infty\right) \Leftrightarrow \dfrac{m+1}{2} \le 0 \Leftrightarrow m \le -1$

$\longrightarrow$ Thỏa mãn điều kiện $m \le 1$. Vậy $m \le -1$ thỏa yêu cầu bài toán. **Chọn D.**

Câu 35. Hàm số xác định khi $x^2 - 6x + m - 2 > 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 + m - 11 > 0$.

Hàm số xác định với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (x-3)^2 + m - 11 > 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m - 11 > 0 \Leftrightarrow m > 11$. **Chọn B.**

Câu 36. TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ và $x_1 < x_2$, ta có

$f(x_1) - f(x_2) = (4 - 3x_1) - (4 - 3x_2) = -3(x_1 - x_2) > 0.$

Suy ra $f(x_1) > f(x_2)$. Do đó, hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Mà $\left(\dfrac{4}{3};+\infty\right) \subset \mathbb{R}$ nên hàm số cũng nghịch biến trên $\left(\dfrac{4}{3};+\infty\right)$. **Chọn B.**

Câu 37. Chọn A. Ta có $f(x_1) - f(x_2) = \left(x_1^2 - 4x_1 + 5\right) - \left(x_2^2 - 4x_2 + 5\right)$

$$= \left(x_1^2 - x_2^2\right) - 4(x_1 - x_2) = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 4).$$

• Với mọi $x_1, x_2 \in (-\infty;2)$ và $x_1 < x_2$. Ta có $\begin{cases} x_1 < 2 \\ x_2 < 2 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 < 4$.

Suy ra $\dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \dfrac{(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 4)}{x_1 - x_2} = x_1 + x_2 - 4 < 0$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$.

• Với mọi $x_1, x_2 \in (2;+\infty)$ và $x_1 < x_2$. Ta có $\begin{cases} x_1 > 2 \\ x_2 > 2 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 > 4$.

Suy ra $\dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \dfrac{(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 4)}{x_1 - x_2} = x_1 + x_2 - 4 > 0$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Câu 38. Ta có $f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{3}{x_1}-\dfrac{3}{x_2}=\dfrac{3(x_2-x_1)}{x_1x_2}=-\dfrac{3(x_1-x_2)}{x_1x_2}$.

Với mọi $x_1,\ x_2\in(0;+\infty)$ và $x_1<x_2$. Ta có $\begin{cases}x_1>0\\x_2>0\end{cases}\Rightarrow x_1.x>0$.

Suy ra $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=-\dfrac{3}{x_1x_2}<0\longrightarrow f(x)$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$. **Chọn B.**

Câu 39. Ta có

$$f(x_1)-f(x_2)=\left(x_1+\frac{1}{x_1}\right)-\left(x_2+\frac{1}{x_2}\right)=(x_1-x_2)+\left(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right)=(x_1-x_2)\left(1-\frac{1}{x_1x_2}\right)$$

Với mọi $x_1,\ x_2\in(1;+\infty)$ và $x_1<x_2$. Ta có $\begin{cases}x_1>1\\x_2>1\end{cases}\Rightarrow x_1.x_1>1\Rightarrow\dfrac{1}{x_1.x_1}<1$.

Suy ra $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=1-\dfrac{1}{x_1x_2}>0\longrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$. **Chọn A.**

Câu 40. Chọn D. Ta có $f(x_1)-f(x_2)=\left(\dfrac{x_1-3}{x_1+5}\right)-\left(\dfrac{x_2-3}{x_2+5}\right)$

$$=\frac{(x_1-3)(x_2+5)-(x_2-3)(x_1+5)}{(x_1+5)(x_2+5)}=\frac{8(x_1-x_2)}{(x_1+5)(x_2+5)}.$$

- Với mọi $x_1,\ x_2\in(-\infty;-5)$ và $x_1<x_2$. Ta có $\begin{cases}x_1<-5\\x_2<-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+5<0\\x_2+5<0\end{cases}$.

Suy ra $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\dfrac{8}{(x_1+5)(x_2+5)}>0\longrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;-5)$.

- Với mọi $x_1,\ x_2\in(-5;+\infty)$ và $x_1<x_2$. Ta có $\begin{cases}x_1>-5\\x_2>-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+5>0\\x_2+5>0\end{cases}$.

Suy ra $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\dfrac{8}{(x_1+5)(x_2+5)}>0\longrightarrow f(x)$ đồng biến trên $(-5;+\infty)$.

Câu 41. TXĐ: $D=\left[\dfrac{7}{2};+\infty\right)$ nên ta loại đáp án C và D.

Xét $f(x_1)-f(x_2)=\sqrt{2x_1-7}-\sqrt{2x_2-7}=\dfrac{2(x_1-x_2)}{\sqrt{2x_1-7}+\sqrt{2x_2-7}}$.

Với mọi $x_1,\ x_2\in\left[\dfrac{7}{2};+\infty\right)$ và $x_1<x_2$, ta có $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\dfrac{2}{\sqrt{2x_1-7}+\sqrt{2x_2-7}}>0$.

Vậy hàm số đồng biến trên $\left(\frac{7}{2};+\infty\right)$. **Chọn B.**

Câu 42. Tập xác đinh $D=\mathbb{R}$.

Với mọi $x_1,x_2\in D$ và $x_1<x_2$. Ta có

$f(x_1)-f(x_2)=\left[(m+1)x_1+m-2\right]-\left[(m+1)x_2+m-2\right]=(m+1)(x_1-x_2)$.

Suy ra $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=m+1$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$m+1>0\Leftrightarrow m>-1\xrightarrow[m\in[-3;3]]{m\in\mathbb{Z}} m\in\{0;1;2;3\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 43. Với mọi $x_1\neq x_2$, ta có

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{\left[x_1^2+(m-1)x_1+2\right]-\left[x_2^2+(m-1)x_2+2\right]}{x_1-x_2}=-(x_1+x_2)+m-1.$$

Để hàm số nghịch biến trên $(1;2)\longrightarrow -(x_1+x_2)+m-1<0$, với mọi $x_1,x_2\in(1;2)$

$\Leftrightarrow m<(x_1+x_2)+1$, với mọi $x_1,x_2\in(1;2)$

$\Leftrightarrow m<(1+1)+1=3$. **Chọn C.**

Câu 44. Trên khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$ đồ thị hàm số đi lên từ trái sang phải

$\longrightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$. **Chọn A.**

Câu 45. Chọn D.

Câu 46.

- Xét $f(x)=2015x$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

  Ta có $f(-x)=2015(-x)=-2015x=-f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ.

- Xét $f(x)=2015x+2$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

  Ta có $f(-x)=2015(-x)+2=-2015x+2\neq\pm f(x)\longrightarrow f(x)$ không chẵn, không lẻ.

- Xét $f(x)=3x^2-1$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

  Ta có $f(-x)=3(-x)^2-1=3x^2-1=f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn.

- Xét $f(x)=2x^3-3x$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

  Ta có $f(-x)=2(-x)^3-3(-x)=-2x^3+3x=-f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ.

Vậy có hai hàm số lẻ. **Chọn B.**

Câu 47.

- Xét $f(x)=-2x^3+3x$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

Ta có $f(-x)=-2(-x)^3+3(-x)=2x^3-3x=-f(x)\xrightarrow{} f(x)$ là hàm số lẻ.

- Xét $g(x)=x^{2017}+3$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

Ta có $g(-x)=(-x)^{2017}+3=-x^{2017}+3\neq \pm g(x)\xrightarrow{} g(x)$ không chẵn, không lẻ.

Vậy $f(x)$ là hàm số lẻ; $g(x)$ là hàm số không chẵn, không lẻ. **Chọn D.**

Câu 48. TXĐ: $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

Ta có $f(-x)=(-x)^2-|-x|=x^2-|x|=f(x)\xrightarrow{} f(x)$ là hàm số chẵn. **Chọn B.**

Câu 49. TXĐ: $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

Ta có $f(-x)=|(-x)-2|=|x+2|\neq \pm f(x)\xrightarrow{} f(x)$ không chẵn, không lẻ. **Chọn D.**

Nhận xét: Hàm số vừa chẵn, vừa lẻ chỉ có một hàm duy nhất là $f(x)=0$.

Câu 50.

- Xét $f(x)=x^{2018}-2017$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

Ta có $f(-x)=(-x)^{2018}-2017=x^{2018}-2017=f(x)\xrightarrow{} f(x)$ là hàm số chẵn.

- Xét $f(x)=\sqrt{2x+3}$ có TXĐ: $D=\left[-\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.

Ta có $x_0=2\in D$ nhưng $-x_0=-2\notin D\xrightarrow{} f(x)$ không chẵn, không lẻ.

- Xét $f(x)=\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}$ có TXĐ: $D=[-3;3]$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

Ta có $f(-x)=\sqrt{3-x}-\sqrt{3+x}=-\left(\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}\right)=-f(x)\xrightarrow{} f(x)$ là hàm số lẻ.

Chọn C.

- Xét $f(x)=|x+3|+|x-3|$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

Ta có $f(-x)=|-x+3|+|-x-3|=|x-3|+|x+3|=f(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 51. Xét $f(x)=|x+1|+|x-1|$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

Ta có $f(-x)=|-x+1|+|-x-1|=|x-1|+|x+1|=f(x)\xrightarrow{} f(x)$ là hàm số chẵn.

Chọn A.

Bạn đọc kiểm tra được đáp án B là hàm số không chẵn, không lẻ; đáp án C là hàm số lẻ; đáp án D là hàm số không chẵn, không lẻ.

Câu 52.

- Xét $f(x)=|x+2|-|x-2|$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

Ta có $f(-x)=|(-x)+2|-|(-x)-2|=|-x+2|-|-x-2|$

$=|x-2|-|x+2|=-(|x+2|-|x-2|)=-f(x)\xrightarrow{} f(x)$ là hàm số lẻ.

- Xét $f(x)=|2x+1|+\sqrt{4x^2-4x+1}=|2x+1|+\sqrt{(2x-1)^2}=|2x+1|+|2x-1|$ có

TXĐ: $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D \Rightarrow -x\in D$.

Ta có $f(-x)=|2(-x)+1|+|2(-x)-1|=|-2x+1|+|-2x-1|$

$=|2x-1|+|2x+1|=|2x+1|+|2x-1|=f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số chẵn.

· Xét $f(x)=x(|x|-2)$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

Ta có $f(-x)=(-x)(|-x|-2)=-x(|x|-2)=-f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ.

· Xét $f(x)=\dfrac{|x+2015|+|x-2015|}{|x+2015|-|x-2015|}$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

Ta có $f(-x)=\dfrac{|-x+2015|+|-x-2015|}{|-x+2015|-|-x-2015|}=\dfrac{|x-2015|+|x+2015|}{|x-2015|-|x+2015|}$

$=-\dfrac{|x+2015|+|x-2015|}{|x+2015|-|x-2015|}=-f(x)\longrightarrow f(x)$ là hàm số lẻ.

Vậy có tất cả 3 hàm số lẻ. **Chọn C.**

Câu 53. Tập xác định $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

Ta có $f(-x)=\begin{cases}-(-x)^3-6 & ;\ (-x)\le -2\\ |-x| & ;\ -2<-x<2\\ (-x)^3-6 & ;\ (-x)\ge 2\end{cases}=\begin{cases}x^3-6 & ;\ x\ge 2\\ |x| & ;\ -2<x<2\\ -x^3-6 & ;\ x\le -2\end{cases}=f(x).$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn. **Chọn B.**

Câu 54. Tập xác định $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

Để $f(x)$ là hàm số chẵn $\Leftrightarrow f(-x)=f(x),\ \forall x\in D$

$\Leftrightarrow a(-x)^2+b(-x)+c=ax^2+bx+c,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 2bx=0, \forall x\in\mathbb{R}\longrightarrow b=0$. **Chọn B.**

Cách giải nhanh. Hàm $f(x)$ chẵn khi hệ số của mũ lẻ bằng 0 $\Leftrightarrow b=0$.

Câu 55*. Tập xác định $D=\mathbb{R}$ nên $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

Ta có $f(-x)=(-x)^3+(m^2-1)(-x)^2+2(-x)+m-1=-x^3+(m^2-1)x^2-2x+m-1$.

Để hàm số đã cho là hàm số lẻ khi $f(-x)=-f(x)$, với mọi $x\in D$

$\Leftrightarrow -x^3+(m^2-1)x^2-2x+m-1=-\left[x^3+(m^2-1)x^2+2x+m-1\right]$, với mọi $x\in D$

$\Leftrightarrow 2(m^2-1)x^2+2(m-1)=0$, với mọi $x\in D$

$\Leftrightarrow \begin{cases}m^2-1=0\\ m-1=0\end{cases}\Leftrightarrow m=1\in\left(\dfrac{1}{2};3\right)$. **Chọn A.**

Cách giải nhanh. Hàm $f(x)$ lẻ khi hệ số của mũ chẵn bằng 0 và hệ số tự do cũng bằng 0

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \in \left(\frac{1}{2}; 3\right)$

BÀI 2. HÀM SỐ $y = ax + b$

Câu 1. Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ đồng biến $\to a > 0 \to 2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$.

Chọn D.

Câu 2. Viết lại $y = m(x+2) - x(2m+1) = (-1-m)x + 2m$.

Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ nghịch biến $\to a < 0 \to -1 - m < 0 \Leftrightarrow m > -1$. **Chọn C.**

Câu 3. Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ nghịch biến $\to a < 0 \to -(m^2 + 1) < 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}$.

Chọn B.

Câu 4. Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ đồng biến $\to a > 0 \to m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$

$\xrightarrow[m \in [-2017;2017]]{m \in \mathbb{Z}} m \in \{3;4;5;\ldots;2017\}$.

Vậy có $2017 - 3 + 1 = 2015$ giá trị nguyên của m cần tìm. **Chọn D.**

Câu 5. Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ đồng biến

$\to a > 0 \to m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right.$

$\xrightarrow[m \in [-2017;2017]]{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-2017;-2016;-2015;\ldots;-3\} \cup \{3;4;5;\ldots;2017\}$.

Vậy có $2.(2017 - 3 + 1) = 2.2015 = 4030$ giá trị nguyên của m cần tìm. **Chọn A.**

Câu 6. Hai đường thẳng song song khi có hệ số góc bằng nhau. **Chọn D.**

Câu 7. Để đường thẳng $y = (m^2 - 3)x + 2m - 3$ song song với đường thẳng $y = x + 1$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m^2 - 3 = 1 \\ 2m - 3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$. **Chọn C.**

Câu 8. Để đường thẳng $y = (m^2 - 1)x + (m - 1)$ song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m^2 - 1 = 3 \\ m - 1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$. **Chọn C.**

Câu 9. Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1;4)$ nên $4 = a.1 + b$. (1)

Mặt khác, đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 2x + 1$ nên $\begin{cases} a = 2 \\ b \neq 1 \end{cases}$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases} 4 = a.1 + b \\ a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \longrightarrow a + b = 4$. **Chọn A.**

Câu 10. Đồ thị hàm số đi qua điểm $E(2;-1)$ nên $-1=a.2+b.$ (1)

Gọi $y=a'x+b'$ là đường thẳng đi qua hai điểm $O(0;0)$ và $N(1;3)$ nên

$$\begin{cases}0=a'0+b'\\3=a'1+b'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a'=3\\b'=0\end{cases}.$$

Đồ thị hàm số song song với đường thẳng ON nên $\begin{cases}a=a'=3\\b\neq b'=0\end{cases}$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases}-1=a.2+b\\a=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-7\end{cases}\longrightarrow S=a^2+b^2=58$. **Chọn D.**

Câu 11. Để đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d khi và chỉ khi

$$2(3m+2)=-1\Leftrightarrow m=-\frac{5}{6}.$$ **Chọn B.**

Câu 12. Đồ thị hàm số đi qua điểm $N(4;-1)$ nên $-1=a.4+b.$ (1)

Mặt khác, đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng $y=4x+1$ nên $4.a=-1.$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases}-1=a.4+b\\4a=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{1}{4}\\b=0\end{cases}\longrightarrow P=ab=0$. **Chọn A.**

Câu 13. Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(-2;1)$, $B(1;-2)$ nên

$$\begin{cases}1=a.(-2)+b\\-2=a.1+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=-1\end{cases}.$$ **Chọn D.**

Câu 14. Đồ thị hàm số đi qua các điểm $M(-1;3)$, $N(1;2)$ nên

$$\begin{cases}-a+b=3\\a+b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{1}{2}\\b=\dfrac{5}{2}\end{cases}\longrightarrow S=a+b=2.$$ **Chọn C.**

Câu 15. Hệ số góc bằng $-2\longrightarrow a=-2.$

Đồ thị đi qua điểm $A(-3;1)\longrightarrow -3a+b=1\xrightarrow{\quad} b=-5.$

Vậy $P=ab=(-2).(-5)=10.$ **Chọn B.**

Câu 16. Phương trình hoành độ của hai đường thẳng là

$$\frac{1-3x}{4}=-\left(\frac{x}{3}+1\right)\longleftrightarrow -\frac{5}{12}x+\frac{5}{4}=0\longleftrightarrow x=3\longrightarrow y=-2.$$ **Chọn D.**

Câu 17. Để đường thẳng $y=m^2x+2$ cắt đường thẳng $y=4x+3$ khi và chỉ khi $m^2\neq 4\Leftrightarrow m\neq\pm 2$. **Chọn B.**

Câu 18. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $3\longrightarrow A(3;0)$ thuộc đồ thị hàm số $\Rightarrow 0 = 2.3 + m + 1 \Leftrightarrow m = -7$. **Chọn C.**

Câu 19. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $-2 \Rightarrow B(0;-2)$ thuộc đồ thị hàm số $\Rightarrow -2 = 2.0 + m + 1 \Leftrightarrow m = -3$. **Chọn A.**

Câu 20. Gọi $A(0;a)$ là giao điểm hai đường thẳng nằm trên trục tung.

$\Rightarrow \begin{cases} A \in d \\ A \in \Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0.m - 3 \\ a + 0 = m \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ m = -3 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 21. Gọi $B(b;0)$ là giao điểm hai đường thẳng nằm trên trục hoành.

$\Rightarrow \begin{cases} B \in d \\ B \in \Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = m.b - 3 \\ 0 + b = m \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} b^2 = 3 \\ b = m \end{cases} \longrightarrow \left[\begin{array}{l} b = m = \sqrt{3} \\ b = m = -\sqrt{3} \end{array} \right.$. **Chọn B.**

Câu 22. Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(-1;1) \Rightarrow 1 = a.(-1) + b$. (1)

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là $5 \Rightarrow 0 = a.5 + b$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases} 1 = a.(-1) + b \\ 0 = a.5 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b = 1 \\ 5a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{1}{6} \\ b = \dfrac{5}{6} \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 23. Với $x = -2$ thay vào $y = 2x + 5$, ta được $y = 1$.

Đồ thị hàm số cắt đường thẳng Δ_1 tại điểm có hoành độ bằng -2 nên đi qua điểm $A(-2;1)$. Do đó ta có $1 = a.(-2) + b$. (1)

Với $y = -2$ thay vào $y = -3x + 4$, ta được $x = 2$.

Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = -3x + 4$ tại điểm có tung độ bằng -2 nên đi qua điểm $B(2;-2)$. Do đó ta có $-2 = a.2 + b$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases} 1 = a.(-2) + b \\ -2 = a.2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + b = 1 \\ 2a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{3}{4} \\ b = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 24. Tọa độ giao điểm A của hai đường thẳng $y = 2x$ và $y = -x - 3$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = 2x \\ y = -x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow A(-1;-2)$.

Để ba đường thẳng đồng quy thì đường thẳng $y = mx + 5$ đi qua A

$\Rightarrow -2 = -1.m + 5 \Rightarrow m = 7$.

Thử lại, với $m = 7$ thì ba đường thẳng $y = 2x$; $y = -x - 3$; $y = 7x + 5$ phân biệt và đồng quy. **Chọn D.**

Câu 25. Để ba đường thẳng phân biệt khi $m \neq 3$ và $m \neq -5$.

Tọa độ giao điểm B của hai đường thẳng $y = mx + 3$ và $y = 3x + m$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = mx + 3 \\ y = 3x + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + m \end{cases} \Rightarrow B(1;3+m)$.

Để ba đường thẳng đồng quy thì đường thẳng $y = -5(x+1)$ đi qua $B(1;3+m)$

$\Rightarrow 3 + m = -5(1+1) \Rightarrow m = -13$. **Chọn C.**

Câu 26. Giao điểm của Δ với trục hoành, trục tung lần lượt là $A(1;0), B(0;-1)$.

Ta có $OA = 1,\ OB = 1 \Rightarrow$ Diện tích tam giác OAB là $S_{OAB} = \frac{1}{2}.OA.OB = \frac{1}{2}$. **Chọn A.**

Câu 27. Đường thẳng $d: y = ax + b$ đi qua điểm $I(2;3) \Rightarrow 3 = 2a + b \quad (*)$

Ta có $d \cap Ox = A\left(-\frac{b}{a};0\right)$; $d \cap Oy = B(0;b)$.

Suy ra $OA = \left|-\frac{b}{a}\right| = -\frac{b}{a}$ và $OB = |b| = b$ (do $A,\ B$ thuộc hai tia Ox, Oy).

Tam giác OAB vuông tại O. Do đó, ΔOAB vuông cân khi $OA = OB$

$\Rightarrow -\frac{b}{a} = b \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ a = -1 \end{array}\right.$.

• Với $b = 0 \Rightarrow A \equiv B \equiv O(0;0)$: không thỏa mãn.

• Với $a = -1$, kết hợp với $(*)$ ta được hệ phương trình $\begin{cases} 3 = 2a + b \\ a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 5 \end{cases}$.

Vậy đường thẳng cần tìm là $d: y = -x + 5$. **Chọn B.**

Câu 28. Đường thẳng $d: y = ax + b$ đi qua điểm $I(1;2) \Rightarrow 2 = a + b \quad (1)$

Ta có $d \cap Ox = A\left(-\frac{b}{a};0\right)$; $d \cap Oy = B(0;b)$.

Suy ra $OA = \left|-\frac{b}{a}\right| = -\frac{b}{a}$ và $OB = |b| = b$ (do $A,\ B$ thuộc hai tia Ox, Oy).

Tam giác OAB vuông tại O.

Do đó, ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}OA.OB = 4 \Rightarrow \frac{1}{2}.\left(-\frac{b}{a}\right).b = 4 \Rightarrow b^2 = -8a \quad (2)$

Từ (1) suy ra $b = 2 - a$. Thay vào (2), ta được

$(2-a)^2 = -8a \Leftrightarrow a^2 - 4a + 4 = -8a \Leftrightarrow a^2 + 4a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = -2$.

Với $a = -2 \Rightarrow b = 4$. Vậy đường thẳng cần tìm là $d: y = -2x + 4$. **Chọn B.**

Câu 29. Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ đi qua điểm $M(-1;6) \Rightarrow \frac{-1}{a} + \frac{6}{b} = 1. \quad (1)$

Ta có $d \cap Ox = A(a;0)$; $d \cap Oy = B(0;b)$.

Suy ra $OA = |a| = a$ và $OB = |b| = b$ (do A, B thuộc hai tia Ox, Oy).

Tam giác OAB vuông tại O. Do đó, ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}OA.OB = 4 \longrightarrow \frac{1}{2}ab = 4.\quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ

$$\begin{cases} -\frac{1}{a} + \frac{6}{b} = 1 \\ \frac{1}{2}ab = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6a - b - ab = 0 \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a - b - 8 = 0 \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6a - 8 \\ a(6a-8) - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6a - 8 \\ \left[\begin{array}{l} a = 2 \\ a = -\frac{2}{3} \end{array}\right. \end{cases}.$$

Do A thuộc tia $Ox \longrightarrow a = 2$. Khi đó, $b = 6a - 8 = 4$. Suy ra $a + 2b = 10$. **Chọn C.**

Câu 30. Đường thẳng $d: y = ax + b$ đi qua điểm $I(1;3) \longrightarrow 3 = a + b.\quad (1)$

Ta có $d \cap Ox = A\left(-\frac{b}{a};0\right)$; $d \cap Oy = B(0;b)$.

Suy ra $OA = \left|-\frac{b}{a}\right| = -\frac{b}{a}$ và $OB = |b| = b$ (do A, B thuộc hai tia Ox, Oy).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng d.

Xét tam giác AOB vuông tại O, có đường cao OH nên ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{5} = \frac{a^2}{b^2} + \frac{1}{b^2} \Leftrightarrow b^2 = 5a^2 + 5.\quad (2)$$

Từ (1) suy ra $b = 3 - a$. Thay vào (2), ta được

$$(3-a)^2 = 5a^2 + 5 \Leftrightarrow 4a^2 + 6a - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -2 \\ a = \frac{1}{2} \end{array}\right..$$

• Với $a = \frac{1}{2}$, suy ra $b = \frac{5}{2}$. Suy ra $OA = \left|-\frac{b}{a}\right| = -\frac{b}{a} = -5 < 0$: Loại.

• Với $a = -2$, suy ra $b = 5$. Vậy đường thẳng cần tìm là $d: y = -2x + 5$. **Chọn D.**

Câu 31. Đồ thị đi xuống từ trái sang phải $\longrightarrow$ hệ số góc $a < 0$. Loại A, C.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;1)$. **Chọn D.**

Câu 32. Giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x - 1$ với trục hoành là $\left(\frac{1}{2};0\right)$. Loại B.

Giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x - 1$ với trục tung là $(0;-1)$. Chỉ có A thỏa mãn.

Chọn A.

Câu 33.

Đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm $A(-2;0)$ suy ra $-2a + b = 0.\quad (1)$

Đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm $B(0;3)$ suy ra $b = 3$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $\begin{cases} -2a + b = 0 \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 3 \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{3}{2} \\ b = 3 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 34. Đồ thị hàm số nằm hoàn toàn "bên trái" trục tung. Loại A, B.

Đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải $\longrightarrow a < 0$. **Chọn D.**

Câu 35. Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $(0;1)$. Loại A, D.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là $(-1;0)$ và $(1;0)$. **Chọn C.**

Câu 36. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;3)$. Loại A, D.

Đồ thị hàm số không có điểm chung với trục hoành. **Chọn B.**

Câu 37. Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $(0;2)$. Loại A và D.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là $(-2;0)$. **Chọn B.**

Câu 38. Giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là $(2;0)$. Loại A, C.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $(0;-3)$. **Chọn B.**

Câu 39. Dựa vào bảng biến thiên ta có: Đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục Ox. **Chọn B.**

Câu 40. Dựa vào bảng biến thiên ta có: $x = \dfrac{4}{3} \longrightarrow y = 0$. **Chọn C.**

BÀI 3. HÀM SỐ BẬC HAI

Câu 1. Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với $a > 0$ đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{b}{2a};+\infty\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{b}{2a}\right)$.

Áp dụng: Ta có $-\dfrac{b}{2a} = -1$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **Chọn D.**

Câu 2. Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\dfrac{b}{2a};+\infty\right)$, đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{b}{2a}\right)$.

Áp dụng: Ta có $-\dfrac{b}{2a} = 2$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$. Do đó A đúng, B sai. **Chọn B.**

Đáp án C đúng vì hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$ thì đồng biến trên khoảng con $(-\infty;-1)$.

Đáp án D đúng vì hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ thì nghịch biến trên khoảng con $(3;+\infty)$.

Câu 3. Xét đáp án A, ta có $-\dfrac{b}{2a}=0$ và có $a>0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **Chọn A.**

Câu 4. Xét đáp án D, ta có $y=-\sqrt{2}(x+1)^2=-\sqrt{2}x^2-2\sqrt{2}x-\sqrt{2}$ nên $-\dfrac{b}{2a}=-1$ và có $a<0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **Chọn D.**

Câu 5. Chọn D. Ví dụ trường hợp đồ thị có đỉnh nằm phía trên trục hoành thì khi đó đồ thị hàm số không cắt trục hoành. (hoặc xét phương trình hoành độ giao điểm $ax^2+bx+c=0$, phương trình này không phải lúc nào cũng có hai nghiệm).

Câu 6. Đồ thị hàm số đi lên trên khoảng $(-\infty;3)$ nên đồng biến trên khoảng đó. Do đó A đúng.

Dựa vào đồ thị ta thấy (P) có đỉnh có tọa độ $(3;4)$. Do đó B đúng.

(P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ -1 và 7. Do đó D đúng.

Dùng phương pháp loại trừ thì C là đáp án sai. **Chọn C.**

Cách giải tự luận. Gọi parabol cần tìm là $(P): y=ax^2+bx+c$. Do bề lõm quay xuống nên $a<0$. Vì (P) cắt trục hoành tại hai điểm $(-1;0)$ và $(7;0)$ nên $\begin{cases} a-b+c=0 \\ 49a+7b+c=0 \end{cases}$.

Mặt khác (P) có trục đối xứng $x=3\to -\dfrac{b}{2a}=3 \Leftrightarrow -b=6a$ và đi qua điểm $(3;4)$ nên $9a+3a+c=4$.

Kết hợp các điều kiện ta tìm được $a=-\dfrac{1}{4};\ b=\dfrac{3}{2};\ c=\dfrac{7}{4}$.

Vậy $y=-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{3}{2}x+\dfrac{7}{4}\longrightarrow (P)\cap Oy=\left(0;\dfrac{7}{4}\right)$

Câu 7. Hoành độ đỉnh $x=-\dfrac{b}{2a}$; tung độ đỉnh $y=-\dfrac{\Delta}{4a}$. **Chọn C.**

Câu 8. Trục đối xứng $x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{3}{2}$. **Chọn A.**

Câu 9. Trục đối xứng $x = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{5}{4}$. **Chọn D.**

Câu 10. Xét đáp án A, ta có $-\dfrac{b}{2a} = 1$. **Chọn A.**

Câu 11. Chọn D.

Câu 12. Chọn C.

Câu 13. ***Cách 1.*** Ta có $y = x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow y_{\min} = 1$. **Chọn D.**

Cách 2. Hoành độ đỉnh $x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{(-4)}{2} = 2$.

Vì hệ số $a > 0$ nên hàm số có giá trị nhỏ nhất $y_{\min} = y(2) = 2^2 - 4.2 + 5 = 1$.

Câu 14. ***Cách 1.*** Ta có $y = -\sqrt{2}x^2 + 4x = -\sqrt{2}\left(x - \sqrt{2}\right)^2 + 2\sqrt{2} \leq 2\sqrt{2} \Rightarrow y_{\max} = 2\sqrt{2}$.

Chọn B.

Cách 2. Hoành độ đỉnh $x = -\dfrac{b}{2a} = \sqrt{2}$.

Vì hệ số $a < 0$ nên hàm số có giá trị lớn nhất $y_{\max} = y\left(\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2}$.

Câu 15. Ta cần có hệ số $a > 0$ và $-\dfrac{b}{2a} = \dfrac{3}{4}$. **Chọn D.**

Câu 16. Hàm số $y = x^2 - 3x$ có $a = 1 > 0$ nên bề lõm hướng lên.

Hoành độ đỉnh $x = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{3}{2} \in [0;2]$.

Vậy $\begin{cases} m = \min y = f\left(\dfrac{3}{2}\right) = -\dfrac{9}{4} \\ M = \max y = \max\left\{f(0), f(2)\right\} = \max\{0; -2\} = 0 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 17. Hàm số $y = -x^2 - 4x + 3$ có $a = -1 < 0$ nên bề lõm hướng xuống.

Hoành độ đỉnh $x = -\dfrac{b}{2a} = -2 \notin [0;4]$.

Ta có $\begin{cases} f(4) = -29 \\ f(0) = 3 \end{cases} \Rightarrow m = \min y = f(4) = -29;\ M = \max y = f(0) = 3$. **Chọn C.**

Câu 18. Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có $a = 1 > 0$ nên bề lõm hướng lên.

Hoành độ đỉnh $x = -\dfrac{b}{2a} = 2 \notin [-2;1]$.

Ta có $\begin{cases} f(-2)=15 \\ f(1)=0 \end{cases} \longrightarrow m=\min y=f(1)=0;\ M=\max y=f(-2)=15$. **Chọn B.**

Câu 19. Ta có $x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{2m}{2m}=1$, suy ra $y=-4m-2$.

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -10 khi và chỉ khi

$\begin{cases} a>0 \\ -\dfrac{\Delta}{4a}=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ -4m-2=-10 \end{cases} \Leftrightarrow m=2$. **Chọn B.**

Câu 20. Parabol có hệ số theo x^2 là $4>0$ nên bề lõm hướng lên. Hoành độ đỉnh $x_I=\dfrac{m}{2}$.

• Nếu $\dfrac{m}{2}<-2 \Leftrightarrow m<-4$ thì $x_I<-2<0$. Suy ra $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-2;0]$.

Do đó $\min\limits_{[-2;0]} f(x)=f(-2)=m^2+6m+16$.

Theo yêu cầu bài toán: $m^2+6m+16=3$ (vô nghiệm).

• Nếu $-2\le\dfrac{m}{2}\le 0 \Leftrightarrow -4\le m\le 0$ thì $x_I\in[0;2]$.

Suy ra $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại đỉnh. Do đó $\min\limits_{[-2;0]} f(x)=f\left(\dfrac{m}{2}\right)=-2m$.

Theo yêu cầu bài toán $-2m=3 \Leftrightarrow m=-\dfrac{3}{2}$ (thỏa mãn $-4\le m\le 0$).

• Nếu $\dfrac{m}{2}>0 \Leftrightarrow m>0$ thì $x_I>0>-2$. Suy ra $f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[-2;0]$.

Do đó $\min\limits_{[-2;0]} f(x)=f(0)=m^2-2m$.

Theo yêu cầu bài toán: $m^2-2m=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \text{ (loại)} \\ m=3 \text{ (thỏa mãn)} \end{array}\right.$.

Vậy $S=\left\{-\dfrac{3}{2};3\right\} \longrightarrow T=-\dfrac{3}{2}+3=\dfrac{3}{2}$. **Chọn D.**

Câu 21. Nhận xét:

• Bảng biến thiên có bề lõm hướng lên. Loại đáp án A và C.

• Đỉnh của parabol có tọa độ là $(2;-5)$. Xét các đáp án còn lại, đáp án B thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 22. Nhận xét:

• Bảng biến thiên có bề lõm hướng xuống. Loại đáp án A và B.

• Đỉnh của parabol có tọa độ là $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. Xét các đáp án còn lại, đáp án D thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 23. Hệ số $a = -2 < 0 \longrightarrow$ bề lõm hướng xuống. Loại B, D.

Ta có $-\dfrac{b}{2a} = 1$ và $y(1) = 3$. Do đó C thỏa mãn.**Chọn C.**

Câu 24. Nhận xét:

• Parabol có bề lõm hướng lên. Loại đáp án C.

• Đỉnh của parabol là điểm $(1;-3)$. Xét các đáp án A, B và D, đáp án B thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 25. Nhận xét:

• Parabol có bề lõm hướng lên. Loại đáp án A, B.

• Parabol cắt trục hoành tại điểm $(1;0)$. Xét các đáp án C và D, đáp án C thỏa mãn.

Chọn C.

Câu 26. Nhận xét:

• Parabol có bề lõm hướng lên. Loại đáp án A, D.

• Parabol cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ âm. Xét các đáp án B và C, đáp án B thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 27. Nhận xét:

• Parabol có bề lõm hướng xuống. Loại đáp án A, C.

• Parabol cắt trục hoành tại 2 điểm $(3;0)$ và $(-1;0)$. Xét các đáp án B và D, đáp án D thỏa mãn. **Chọn D.**

Câu 28. Bề lõm quay xuống nên loại C.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt nên loại A. Vì phương trình hoành độ giao điểm của đáp án A là $-2x^2 + x - 1 = 0$ vô nghiệm.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đáp án B, ta có

$$-2x^2 + x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \dfrac{3}{2} \end{array}\right..$$

Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị hàm số không cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1. Do đó đáp án B không phù hợp.

Dùng phương pháp loại trừ, thì D là đáp án đúng. **Chọn D.**

Câu 29. Bề lõm quay xuống nên loại C, D.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$ nên chỉ có B phù hợp. **Chọn B.**

Câu 30. Bề lõm hướng lên nên $a > 0$.

Hoành độ đỉnh parabol $x = -\dfrac{b}{2a} > 0$ nên $b < 0$.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$. **Chọn B.**

Câu 31. Bề lõm hướng lên nên $a > 0$.

Hoành độ đỉnh parabol $x=-\dfrac{b}{2a}>0$ nên $b<0$.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$. **Chọn A.**

Câu 32.

Bề lõm hướng xuống nên $a<0$.

Hoành độ đỉnh parabol $x=-\dfrac{b}{2a}>0$ nên $b>0$.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$. **Chọn C.**

Câu 33.

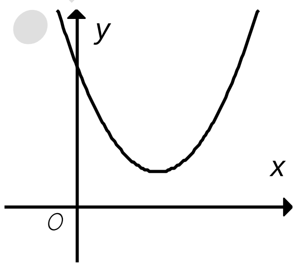
Bề lõm hướng xuống nên $a<0$.

Hoành độ đỉnh parabol $x=-\dfrac{b}{2a}<0$ nên $b<0$.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c>0$. **Chọn D.**

Câu 34.

(P) hoàn toàn nằm phía trên trục hoành khi bề lõm hướng lên và đỉnh có tung độ dương (hình vẽ)



$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ -\dfrac{\Delta}{4a}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta<0 \end{cases}.$

Chọn B.

Câu 35. (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt khi $\Delta>0$.

Đỉnh của (P) nằm phía trên trục hoành khi $-\dfrac{\Delta}{4a}>0 \xrightarrow{\Delta>0} a<0$. **Chọn D.**

Câu 36. Vì (P) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 2 nên điểm $A(2;0)$ thuộc (P). Thay $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$ vào (P), ta được $0=4a+6-2 \Leftrightarrow a=-1$.

Vậy $(P): y=-x^2+3x-2$. **Chọn D.**

Câu 37. Vì (P) có trục đối xứng $x=-3$ nên $-\dfrac{b}{2a}=-3 \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2a}=-3 \Leftrightarrow a=\dfrac{1}{2}$.

Vậy $(P): y=\dfrac{1}{2}x^2+3x-2$. **Chọn D.**

Câu 38. Vì (P) có đỉnh $I\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{11}{4}\right)$ nên ta có $\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{1}{2} \\ -\dfrac{\Delta}{4a}=-\dfrac{11}{4} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = a \\ \Delta = 11a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = a \\ 9 + 8a = 11a \end{cases} \Leftrightarrow a = 3$. Vậy $(P): y = 3x^2 + 3x - 2$. **Chọn D.**

Câu 39. Hoành độ đỉnh của (P) là $x = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{2m}{2m} = 1$.

Suy ra tung độ đỉnh $y = -4m - 2$. Do đó tọa độ đỉnh của (P) là $I(1; -4m - 2)$.

Theo giả thiết, đỉnh I thuộc đường thẳng $y = 3x - 1$ nên

$-4m - 2 = 3.1 - 1 \Leftrightarrow m = -1$. **Chọn B.**

Câu 40. Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 4x + m = 0$. $\qquad (*)$

Để (P) cắt Ox tại hai điểm phân biệt A, B thì $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' = 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4$.

Theo giả thiết $OA = 3OB \longrightarrow |x_A| = 3|x_B| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_A = 3x_B \\ x_A = -3x_B \end{array}\right.$.

- TH1: $x_A = 3x_B \xrightarrow{\text{Viet}} \begin{cases} x_A = 3x_B \\ x_A + x_B = 4 \\ x_A.x_B = m \end{cases} \longrightarrow m = x_A.x_B = 3$.

- TH2: $x_A = -3x_B \xrightarrow{\text{Viet}} \begin{cases} x_A = -3x_B \\ x_A + x_B = 4 \\ x_A.x_B = m \end{cases} \longrightarrow m = x_A.x_B = -12$: thỏa mãn $(*)$.

Do đó $S = \{-12; 3\} \longrightarrow (-12) + 3 = -9$. **Chọn D.**

Câu 41. Vì (P) đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ nên ta có hệ

$\begin{cases} a + b + 2 = 5 \\ 4a - 2b + 2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$. Vậy $(P): y = 2x^2 + x + 2$. **Chọn A.**

Câu 42. Trục đối xứng $-\dfrac{b}{2a} = -1 \longrightarrow b = 4$.

Do $I \in (P) \longrightarrow -2 = 2.(-1)^2 - 4 + c \longrightarrow c = 0$.

Vậy $(P): y = 2x^2 + 4x$. **Chọn D.**

Câu 43. Ta có $M \in (P) \longrightarrow c = 4$.

Trục đối xứng $-\dfrac{b}{2a} = 1 \longrightarrow b = -4$. Vậy $(P): y = 2x^2 - 4x + 4$. **Chọn A.**

Câu 44. Vì (P) có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua $M(-2;1)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = -3 \\ 4a + 8 + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6a \\ 4a + c = -7 \end{cases} \xrightarrow{b=-4} \begin{cases} a = -\dfrac{2}{3} \\ c = -\dfrac{13}{3} \end{cases} \longrightarrow S = a + c = -5.$$ **Chọn B.**

Câu 45. Vì (P) đi qua điểm $M(-1;6)$ và có tung độ đỉnh bằng $-\dfrac{1}{4}$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} a - b + 2 = 6 \\ -\dfrac{\Delta}{4a} = -\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 4 \\ b^2 - 4ac = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 + b \\ b^2 - 8(4+b) = 4 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 + b \\ b^2 - 9b - 36 = 0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 16 \\ b = 12 \end{cases}$ (thỏa mãn $a > 1$) hoặc $\begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \end{cases}$ (loại).

Suy ra $T = ab = 16.12 = 192$. **Chọn C.**

Câu 46. Vì (P) đi qua ba điểm $A(1;1)$, $B(-1;-3)$, $O(0;0)$ nên có hệ

$\begin{cases} a + b + c = 1 \\ a - b + c = -3 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 0 \end{cases}$. Vậy $(P): y = -x^2 + 2x$. **Chọn C.**

Câu 47. Gọi A và B là hai giao điểm cuả (P) với trục Ox có hoành độ lần lượt là -1 và 2. Suy ra $A(-1;0)$, $B(2;0)$.

Gọi C là giao điểm của (P) với trục Oy có tung độ bằng -2. Suy ra $C(0;-2)$.

Theo giả thiết, (P) đi qua ba điểm A, B, C nên ta có $\begin{cases} a - b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 0 \\ c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -2 \end{cases}$.

Vậy $(P): y = x^2 - x - 2$. **Chọn D.**

Câu 48. Vì (P) có đỉnh $I(-2;-1)$ nên ta có $\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = -2 \\ -\dfrac{\Delta}{4a} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4a \\ b^2 - 4ac = 4a \end{cases}$. (1)

Gọi A là giao điểm của (P) với Oy tại điểm có tung độ bằng -3. Suy ra $A(0;-3)$.

Theo giả thiết, $A(0;-3)$ thuộc (P) nên $a.0 + b.0 + c = -3 \Leftrightarrow c = -3$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases} b = 4a \\ 16a^2 + 8a = 0 \\ c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ (loại)} \\ b = 0 \\ c = -3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = -\dfrac{1}{2} \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$.

Vậy $(P): y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$. **Chọn B.**

Câu 49. Vì (P) đi qua điểm $A(2;3)$ nên $4a + 2b + c = 3$. (1)

Và (P) có đỉnh $I(1;2)$ nên $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -b = 2a \\ a + b + c = 2 \end{cases}$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases} 4a + 2b + c = 3 \\ -b = 2a \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ b = -2 \\ a = 1 \end{cases} \longrightarrow S = a^2 + b^2 + c^2 = 14$. **Chọn D.**

Câu 50. Vì (P) có đỉnh nằm trên trục hoành nên $-\frac{\Delta}{4a} = 0 \Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow b^2 - 4ac = 0$.

Hơn nữa, (P) đi qua hai điểm $M(0;1)$, $N(2;1)$ nên ta có $\begin{cases} c = 1 \\ 4a + 2b + c = 1 \end{cases}$.

Từ đó ta có hệ $\begin{cases} b^2 - 4ac = 0 \\ c = 1 \\ 4a + 2b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 4a = 0 \\ c = 1 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ (loại)} \\ b = 0 \\ c = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases}$.

Vậy $(P): y = x^2 - 2x + 1$. **Chọn A.**

Câu 51. Vì (P) qua $M(-5;6)$ nên ta có $6 = 25a - 5b + c$. (1)

Lại có, (P) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng -2 nên $-2 = a.0 + b.0 + c \Leftrightarrow c = -2$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $25a - 5b = 8$. **Chọn B.**

Câu 52. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = 2$ nên $\begin{cases} a > 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 4 \end{cases}$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$ nên ta có $c = 6$.

Từ đó ta có hệ $\begin{cases} a > 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 4 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b = -4a \\ b^2 - 4ac = -16a \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b = -4a \\ 16a^2 - 8a = 0 \\ c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \\ c = 6 \end{cases}$

$\longrightarrow P = abc = -6$. **Chọn A.**

Câu 53. Từ giả thiết ta có hệ $\begin{cases} a<0 \\ -\dfrac{b}{2a}=2 \\ -\dfrac{\Delta}{4a}=3 \\ c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ b=-4a \\ b^2-4ac=-12a \\ c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ b=-4a \\ 16a^2+16a=0 \\ c=-1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \text{(loại)} \\ b=0 \\ c=-1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=-1 \end{cases} \longrightarrow S=a+b+c=2.$ **Chọn D.**

Câu 54. Từ giả thiết, ta có hệ $\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=-2 \\ 4a-2b+c=5 \\ a+b+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow a=-\dfrac{2}{3};\ b=-\dfrac{8}{3};\ c=\dfrac{7}{3}$

$\longrightarrow S=a^2+b^2+c^2=13.$ **Chọn C.**

Câu 55. Hàm số $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{1}{4}$ tại $x=\dfrac{3}{2}$ nên ta có $-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{3}{2}\ (a<0)$ và điểm $\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{4}\right)$ thuộc đồ thị $\Rightarrow \dfrac{9}{4}a+\dfrac{3}{2}b+c=\dfrac{1}{4}.$

Gọi $x_1,\ x_2$ là hai nghiệm của phương trình $y=0$. Theo giả thiết: $x_1^3+x_2^3=9$

$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)=9 \xrightarrow{\text{Viet}} \left(-\dfrac{b}{a}\right)^3-3\left(\dfrac{c}{a}\right)\left(-\dfrac{b}{a}\right)=9$. Từ đó ta có hệ:

$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=\dfrac{3}{2} \\ \dfrac{9}{4}a+\dfrac{3}{2}b+c=\dfrac{1}{4} \\ \left(-\dfrac{b}{a}\right)^3-3\left(\dfrac{c}{a}\right)\left(-\dfrac{b}{a}\right)=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-3a \\ \dfrac{9}{4}a+\dfrac{3}{2}b+c=\dfrac{1}{4} \\ \dfrac{c}{a}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=3 \\ c=-2 \end{cases} \longrightarrow P=abc=6.$ **Chọn B.**

Câu 56. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $x^2-4x=-x-2$

$\longleftrightarrow x^2-3x+2=0 \longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \longrightarrow y=-3 \\ x=2 \longrightarrow y=-4 \end{array}\right.$.

Vậy tọa độ giao điểm là $M(1;-3), N(2;-4)$. **Chọn B.**

Câu 57. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và Δ là $2x-x^2=3x-6$

$\longleftrightarrow x^2+x-6=0 \longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \longrightarrow y=0 \\ x=-3 \longrightarrow y=-15 \end{array}\right. \longrightarrow \begin{cases} b=0 \\ d=-15 \end{cases} \longrightarrow b+d=-15.$

Chọn D.

Câu 58. Xét các đáp án:

• Đáp án A. Phương trình hoành độ giao điểm là $2x^2 - 5x + 3 = x + 2$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$. Vậy A sai.

• Đáp án B. Phương trình hoành độ giao điểm là $2x^2 - 5x + 3 = -x - 1$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 4 = 0$ (vô nghiệm). Vậy B sai.

• Đáp án C. Phương trình hoành độ giao điểm là $2x^2 - 5x + 3 = x + 3$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right.$. Vậy C sai.

• Đáp án D. Phương trình hoành độ giao điểm là $2x^2 - 5x + 3 = -x + 1$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Vậy D đúng.

Chọn D.

Câu 59. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành là $x^2 + 4x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Vậy (P) có 1 điểm chung với trục hoành. **Chọn B.**

Câu 60. Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol là $x^2 - 4 = 14 - x^2$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 18 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \longrightarrow y = 5 \\ x = 3 \longrightarrow y = 5 \end{array}\right.$.

Vậy có hai giao điểm là $(-3;5)$ và $(3;5)$. **Chọn C.**

Câu 61. Xét phương trình hoành độ giao điểm: $-3x^2 + bx - 3 = 0. \quad (1)$

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = b^2 - 36 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b < -6 \\ b > 6 \end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 62. Xét phương trình: $-2x^2 - 4x + 3 - m = 0. \quad (1)$

Để phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \ge 0 \Leftrightarrow -2m + 10 \ge 0 \Leftrightarrow m \le 5$. **Chọn D.**

Câu 63. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với d là $x^2 + x + 2 = ax + 1$

$\Leftrightarrow x^2 + (1 - a)x + 1 = 0. \quad (1)$

Để (P) tiếp xúc với d khi và chỉ khi (1) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = (1 - a)^2 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \\ a = 3 \end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 64. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là $x^2 - 2x + m - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 1)^2 = 2 - m. \quad (1)$

Để parabol không cắt Ox khi và chỉ khi (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow 2 - m < 0 \Leftrightarrow m > 2$. **Chọn B.**

Câu 65. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là

$$x^2-2x+m-1=0. \quad (1)$$

Để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm dương $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=2-m>0\\ S=2>0\\ P=m-1>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<2\\ m>1\end{cases} \Leftrightarrow 1<m<2$. **Chọn A.**

Câu 66. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với d là $x^3-6x^2+9x=mx$

$$\longleftrightarrow x\left(x^2-6x+9-m\right)=0 \longleftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2-6x+9-m=0. \quad (1)\end{array}\right.$$

Để (P) cắt d tại ba điểm phân biệt khi và chỉ (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ 0^2-6.0+9-m\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>0\\ 9-m\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>0\\ m\neq 9\end{cases}.$$ **Chọn A.**

Câu 67. Ta thấy $2x^2-3x+2>0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên $\left|2x^2-3x+2\right|=2x^2-3x+2$.

Do đó phương trình đã cho tương đương với $4x^2+5x+2-5m=0. \quad (*)$

Khi đó để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta=0 \Leftrightarrow 25-16(2-5m)=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{7}{80}$. **Chọn D.**

Câu 68. Đặt $t=x^2 \ (t\geq 0)$.

Khi đó, phương trình đã cho trở thành: $t^2-2t+3-m=0. \quad (*)$

Để phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $(*)$ có nghiệm không âm.

• Phương trình $(*)$ vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta'<0 \Leftrightarrow m-2<0 \Leftrightarrow m<2$.

• Phương trình $(*)$ có hai nghiệm âm khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta'=m-2\geq 0\\ S=2<0\\ P=3-m>0\end{cases} \Leftrightarrow m\in\varnothing$.

Do đó, phương trình $(*)$ có nghiệm không âm khi và chỉ khi $m\geq 2$. **Chọn C.**

Câu 69. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $x^2-4x+3=mx+3$

$$\longleftrightarrow x\left(x-(m+4)\right)=0 \longleftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=m+4\end{array}\right..$$

Để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi $4+m\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -4$.

Với $x=0 \Rightarrow y=3 \longrightarrow A(0;3)\in Oy$.

Với $x = 4 + m \Rightarrow y = m^2 + 4m + 3 \longrightarrow B(4+m; m^2+4m+3)$.

Gọi H là hình chiếu của B lên OA. Suy ra $BH = |x_B| = |4+m|$.

Theo giả thiết bài toán, ta có $S_{\Delta OAB} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}OA.BH = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}.3.|m+4| = \frac{9}{2}$

$\Leftrightarrow |m+4| = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-7 \end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 70. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $x^2 - 4x + 3 = mx + 3$

$\longleftrightarrow x(x-(m+4)) = 0 \longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=m+4 \end{array}\right.$.

Để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi $4 + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -4$.

Khi đó, ta có $x_1^3 + x_2^3 = 8 \Leftrightarrow 0 + (4+m)^3 = 8 \Leftrightarrow 4 + m = 2 \Leftrightarrow m = -2$. **Chọn B.**

Câu 71. Phương trình $f(x) - 1 = m \longleftrightarrow f(x) = m + 1$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m + 1$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm khi và chỉ khi $m + 1 > -1 \Leftrightarrow m > -2$. **Chọn C.**

Câu 72. Ta có $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 7 = -2m$. (*)

Phương trình (*) là phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P): x^2 - 5x + 7$ và đường thẳng $y = -2m$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 - 5x + 7$ trên $[1;5]$ như sau:

x	$-\infty$	1	$\frac{5}{2}$	5	$+\infty$
y	$+\infty$ ↘	3 ↘	$\frac{3}{4}$ ↗	7 ↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến ta thấy $x \in [1;5]$ thì $y \in \left[\frac{3}{4}; 7\right]$.

Do đo để phương trình (*) có nghiệm $x \in [1;5] \Leftrightarrow \frac{3}{4} \le -2m \le 7 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \ge m \ge -\frac{7}{2}$.

Chọn B.

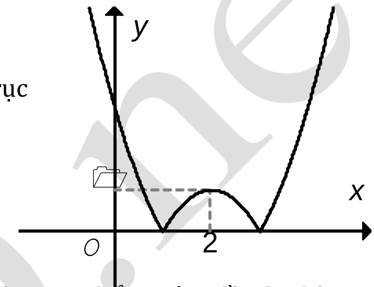
Câu 73. Phương trình $f(x)+m-2018=0 \Leftrightarrow f(x)=2018-m$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2018-m$ (có phương song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào đồ thị, ta có yêu cầu bài toán $2018-m=2 \Leftrightarrow m=2016$. **Chọn B.**

Câu 74. Ta có $y=|f(x)|=\begin{cases} f(x) & ; f(x)\geq 0 \\ -f(x) & ; f(x)<0 \end{cases}$. Từ đó suy ra cách vẽ đồ thị hàm số (C) từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị $y=f(x)$ phía trên trục hoành.
- Lấy đối xứng phần đồ thị $y=f(x)$ phía dưới trục hoành qua trục hoành (bỏ phần dưới).

Kết hợp hai phần ta được đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như hình vẽ.



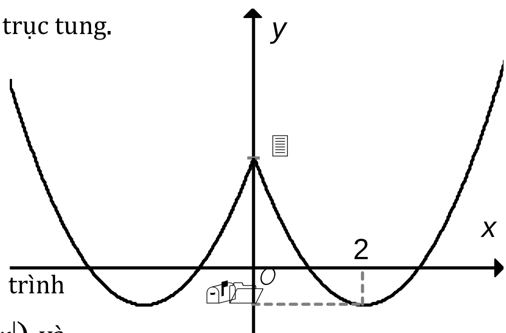
Phương trình $|f(x)|=m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào đồ thị, ta có yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 0<m<1$. **Chọn A.**

Câu 75. Ta có $f(|x|)=f(x)$ nếu $x\geq 0$. Hơn nữa hàm $f(|x|)$ là hàm số chẵn. Từ đó suy ra cách vẽ đồ thị hàm số (C) từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị $y=f(x)$ phía bên phải trục tung.
- Lấy đối xứng phần đồ thị $y=f(x)$ phía bên phải trục tung qua trục tung.

Kết hợp hai phần ta được đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như hình vẽ.



Phương trình $f(|x|)-1=m \Leftrightarrow f(|x|)=m+1$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ và đường thẳng $y=m+1$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào đồ thị, ta có yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m+1=3 \Leftrightarrow m=2$. **Chọn A.**

Chủ đề 3 PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH

BÀI 1. ĐẠI CƯƠNG VỀ PHƯƠNG TRÌNH

Câu 1. Chọn D. Vì $x^2+1\neq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Câu 2. Phương trình xác định khi $\begin{cases} x-1\geq 0 \\ x-2\geq 0 \\ x-3\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 1 \\ x\geq 2 \\ x\geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x\geq 3.$ **Chọn D.**

Câu 3. Phương trình xác định khi $\begin{cases} x-2\geq 0 \\ 7-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 2 \\ x<7 \end{cases} \Leftrightarrow 2\leq x<7.$ **Chọn D.**

Câu 4. Phương trình xác định khi $\begin{cases} x>0 \\ x^2-1\geq 0 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 5. Phương trình xác định khi $x-2>0 \Leftrightarrow x>2$. **Chọn D.**

Câu 6. Phương trình xác định khi $\begin{cases} x^2-4\neq 0 \\ x+3\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq \pm 2 \\ x\geq -3 \end{cases}$. **Chọn A.**