Các dạng toán liên quan đến hàm số lượng giác

***DẠNG*. Xét tính đơn điệu của hàm số lượng giác**

Phương pháp chung:

Ở phần lý thuyết, với các hàm số lượng giác cơ bản, ta đã biết rằng:

1. Hàm số $y=\sin x$:

   * Đồng biến trên các khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{\pi}{2}+k2\pi\right),k\in\mathbb{Z}.$

   * Nghịch biến trên các khoảng $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{3\pi}{2}+k2\pi\right),k\in\mathbb{Z}.$

2. Hàm số $y=\cos x$:

   * Đồng biến trên các khoảng $\left(-\pi+k2\pi;\,k2\pi\right),k\in\mathbb{Z}.$

   * Nghịch biến trên các khoảng $\left(k2\pi;\,\pi+k2\pi\right),k\in\mathbb{Z}.$

3. Hàm số $y=\tan x$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi\right),k\in\mathbb{Z}.$

4. Hàm số $y=\cot x$ nghịch biến trên các khoảng $\left(k\pi;\,\pi+k\pi\right),k\in\mathbb{Z}.$

Với các hàm số lượng giác phức tạp, để xét tính đơn điệu của nó ta sử dụng định nghĩa.

Ví dụ 1. Xét hàm số $y=\sin x$ trên đoạn $\left[-\pi;0\right]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\pi;-\frac{\pi}{2}\right)$ và $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\pi;-\frac{\pi}{2}\right)$; nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\pi;-\frac{\pi}{2}\right)$; đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\pi;-\frac{\pi}{2}\right)$ và $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$.

Lời giải

Chọn A.

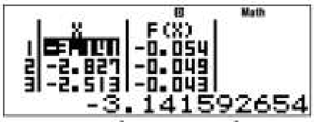
Cách 1: Từ lý thuyết về các hàm số lượng giác cơ bản ở trên ta có hàm số $y=\sin x$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\pi;-\frac{\pi}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$.

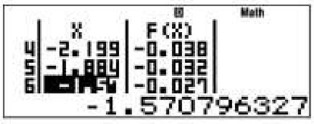
Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay.

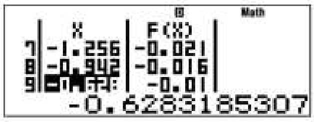
Do ở đề bài, các phương án A, B, C, D chỉ xuất hiện hai khoảng là $\left(-\pi;-\frac{\pi}{2}\right)$ và $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$ nên ta sẽ dùng máy tính cầm tay chức năng MODE 7: TABLE để giải bài toán.

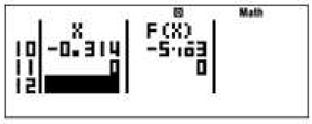
Ấn MODE 7

Máy hiện $f\left(X\right)=$ thì ta nhập $\sin X$. START? Nhập $-\pi$; END? Nhập 0. STEP? Nhập $\frac{\pi}{10}$.









Lúc này từ bảng giá trị của hàm số ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\pi;-\frac{\pi}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$.

Ví dụ 2. Xét hàm số $y=\cos x$ trên đoạn $\left[-\pi;\pi\right]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\pi;0\right)$ và $\left(0;\pi\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\pi;0\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(0;\pi\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\pi;0\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(0;\pi\right)$.

D. Hàm số luôn đồng biến trên các khoảng $\left(-\pi;0\right)$ và $\left(0;\pi\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Theo lý thuyết ta có hàm số $y=\cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\pi+k2\pi;k2\pi\right),k\in\mathbb{Z}$ và nghịch biến trên khoảng $\left(k2\pi;\pi+k2\pi\right),k\in\mathbb{Z}$. Từ đây ta có với $k=0$ hàm số $y=\cos x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\pi;0\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(0;\pi\right)$.

Tiếp theo ta đến với hàm số $y=\tan nx;\left(n\in\mathbb{Z}\right),\ldots$ Ta có ví dụ 3.

Ví dụ 3. Xét sự biến thiên của hàm số $y=\tan 2x$ trên một chu kì tuần hoàn. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$ và $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số đã cho luôn đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định của hàm số đã cho là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hàm số $y=\tan 2x$ tuần hoàn với chu kì $\frac{\pi}{2}$, dựa vào các phương án A; B; C; D thì ta sẽ xét tính đơn điệu của hàm số trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\setminus\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$.

Dựa theo kết quả khảo sát sự biến thiên của hàm số $y=\tan x$ ở phần lý thuyết ta có thể suy ra với hàm số $y=\tan 2x$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$ và $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$.

STUDY TIP

Ở đây ta không chọn C vì hàm số không liên tục trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$, hàm số bị gián đoạn tại $x=\frac{\pi}{4}$ (tức là hàm số không xác định tại $x=\frac{\pi}{4}$).

Ví dụ 4. Xét sự biến thiên của hàm số $y=1-\sin x$ trên một chu kì tuần hoàn của nó. Trong các kết luận sau, kết luận nào sai?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số đã cho tuần hoàn với chu kỳ 2π và kết hợp với các phương án đề bài thì ta sẽ xét sự biến thiên của hàm số trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ta có hàm số $y=\sin x$:

* Đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

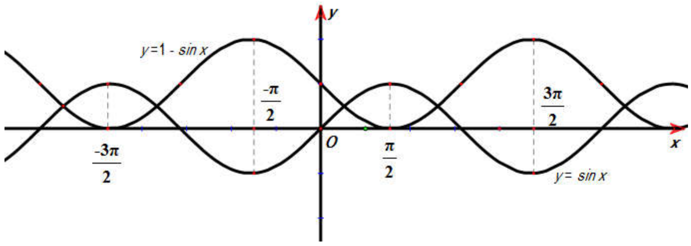
* Nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$.

Từ đây suy ra hàm số $y=1-\sin x$:

* Nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

* Đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$. Từ đây ta chọn D.

Dưới đây là đồ thị của hàm số $y=1-\sin x$ và hàm số $y=\sin x$ trên $\mathbb{R}$.



Ví dụ 5. Xét sự biến thiên của hàm số $y=\sin x-\cos x$. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right)$.

C. Hàm số đã cho có tập giá trị là $\left[-1;1\right]$.

D. Hàm số đã cho luôn nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1:

Ta có $y=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$.

Từ đây ta có thể loại đáp án C, do tập giá trị của hàm số là $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

Hàm số đã cho tuần hoàn với chu kỳ 2π do vậy ta xét sự biến thiên của hàm số trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right]$.

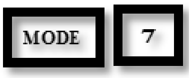
Ta có:

* Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right)$.

* Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right)$. Từ đây ta chọn A.

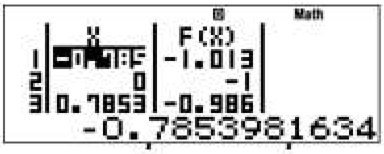
Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

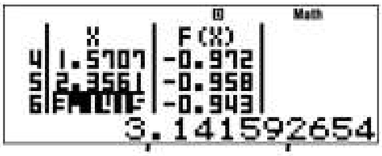
Tương tự như ở ví dụ 1, ta sẽ sử dụng máy tính cầm tay chức năng MODE 7: TABLE để giải bài toán.

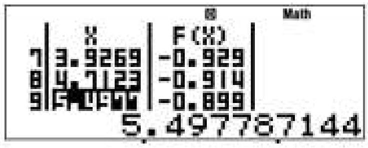
Ấn 

Máy hiện $f\left(X\right)=$ thì ta nhập $\sin X-\cos X$. Chọn STAR; TEND; STEP

phù hợp ta sẽ có kết quả như hình dưới:







Từ bảng giá trị của hàm số $f\left(x\right)$ trên ta thấy khi x chạy từ $-\frac{\pi}{4}\approx -0,785$ đến $\frac{3\pi}{4}\approx 2,3561$ thì giá trị của hàm số tăng dần, tức là hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right)$.

Phân tích thêm: Khi x chạy từ $\frac{3\pi}{4}$ đến $\frac{7\pi}{4}\approx 5,49778$ thì giá trị của hàm số giảm dần, tức là hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right)$.

STUDY TIP

Ta chú ý ở đây có $-\frac{\pi}{4}+\pi=\frac{3\pi}{4}$, $-\frac{\pi}{4}+2\pi=\frac{7\pi}{4}$ nên ta có thể suy ra STEP phù hợp. Trong bài gán STEP $=\frac{\pi}{4}$.

Ví dụ 6. Chọn câu đúng?

A. Hàm số $y=\tan x$ luôn luôn tăng.

B. Hàm số $y=\tan x$ luôn luôn tăng trên từng khoảng xác định.

C. Hàm số $y=\tan x$ tăng trong các khoảng $\left(\pi+k2\pi;2\pi+k2\pi\right),k\in\mathbb{Z}$.

D. Hàm số $y=\tan x$ tăng trong các khoảng $\left(k2\pi;\pi+k2\pi\right),k\in\mathbb{Z}$.

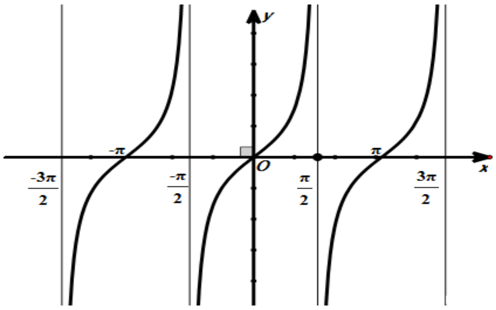
Lời giải

Chọn B.

Với A ta thấy hàm số $y=\tan x$ không xác định tại mọi điểm $x\in\mathbb{R}$ nên tồn tại các điểm làm cho hàm số bị gián đoạn nên hàm số không thể luôn tăng.

Với B ta thấy B đúng vì hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

Từ đây loại C và D.



Ví dụ 7. Xét hai mệnh đề sau:

(I) $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$: Hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ giảm.

(II) $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$: Hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$ giảm.

Mệnh đề đúng trong hai mệnh đề trên là:

A. Chỉ (I) đúng . **B.** Chỉ (II) đúng . **C.** Cả 2 sai . **D.** Cả 2 đúng .

Lời giải

Chọn B.

Cách 1:

Như bài toán xét xem hàm số tăng hay giảm. Ta lấy $x_1 < x_2 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

Lúc này ta có $f(x_2) - f(x_1) = \frac{1}{\sin x_2} - \frac{1}{\sin x_1} \frac{\sin x_1 - \sin x_2}{\sin x_1 \sin x_2}$

Ta thấy $x_1 < x_2 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ thì $\sin x_1 > \sin x_2 \Rightarrow \sin x_1 - \sin x_2 > 0$

$0 > \sin x_1 > \sin x_2 \Rightarrow \frac{\sin x_1 - \sin x_2}{\sin x_1 . \sin x_2} > 0 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$. Vậy $y = \frac{1}{\sin x}$ là hàm tăng.

Tương tự ta có $y = \frac{1}{\cos x}$ là hàm giảm. Vậy I sai, II đúng.

Cách 2:

Sử dụng lệnh TABLE để xét xem hàm số tăng hay giảm trên máy tính.

Với hàm $\frac{1}{\sin x}$ ta nhập MODE 7: TABLE ( ) MODE 7

Nhập hàm $f(x)$ như hình bên:

$\frac{\blacklozenge}{\blacklozenge}$ 1 ∇ SIN ALPHA)) =

START? π ; END? $\frac{3\pi}{2}$. STEP? $\frac{\pi}{10}$.

Của hàm số $y=\frac{1}{\sin x}$ như hình bên. Ta thấy giá trị của hàm số tăng dần khi x chạy từ π đến $\frac{3\pi}{2}$. Nên ta kết luận trên $\left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$ hàm số $y=\frac{1}{\sin x}$ tăng.

Tương tự với II và kết luận.

Ví dụ 8. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $y=|\tan x|$ đồng biến trong $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

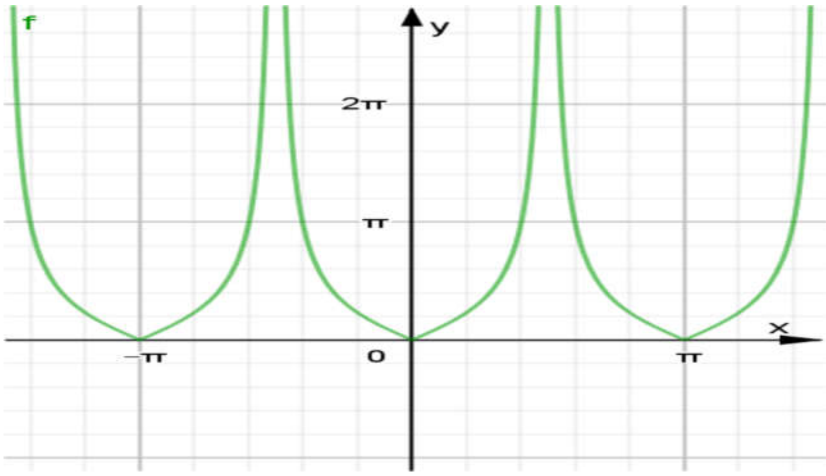
B. $y=|\tan x|$ là hàm số chẵn trên $D=R\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in Z\right\}$.

C. $y=|\tan x|$ có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

D. $y=|\tan x|$ luôn nghịch biến trong $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.



Ta được đồ thị như hình vẽ trên. Ta thấy hàm số $y=|\tan x|$ nghịch biến trên $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$ và đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$. Nên ta loại A và D.

Với B ta có $f(-x)=|\tan(-x)|=|\tan x|=f(x)$ $\Rightarrow$ hàm số $y=|\tan x|$ là hàm số chẵn.

Với C ta thấy đồ thị hàm số đã cho không đối xứng qua gốc tọa độ, từ đây ta chọn B.

STUDY TIP

Ta suy diễn đồ thị hàm hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ từ đó suy ra khoảng đơn điệu của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

- Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ nằm phía trên trục Ox .
- Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ phía dưới trục Ox qua Ox .
- Hợp hai phần trên ta được đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

STUDY TIP

Với bài toán này ta có thể không suy diễn đồ thị mà làm theo hướng tư duy sau:

- Với A: $y=\left|\tan x\right|$ không xác định tại $x=\pm\frac{\pi}{2}$ nên không thể đồng biến trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$
- Từ B suy ra C;D sai.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG

DẠNG : XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 1. Trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$, hàm số $y=\sin x-\cos x$ là hàm số:

A. Đồng biến. **B.** Nghịch biến.

C. Không đổi. **D.** Vừa đồng biến vừa nghịch biến.

Câu 2. Hàm số $y=\sin 2x$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây $\left(k\in Z\right)$?

A. $\left(k2\pi;\pi+k2\pi\right)$. **B.** $\left(\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{3\pi}{4}+k\pi\right)$.

C. $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{3\pi}{2}+k2\pi\right)$. **D.** $\left(-\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{\pi}{4}+k\pi\right)$.

Câu 3. Hàm số $y=\cos 2x$ nghịch biến trên khoảng $\left(k\in Z\right)$?

A. $\left(k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi\right)$. **B.** $\left(\frac{\pi}{2}+k\pi;\pi+k\pi\right)$.

C. $\left(-\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{\pi}{2}+k2\pi\right)$. **D.** $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{3\pi}{2}+k2\pi\right)$.

Câu 4. Xét các mệnh đề sau:

(I): $\forall x\in\left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$:Hàm số $y=\frac{1}{\sin x}$ giảm.

(II): $\forall x\in\left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$:Hàm số $y=\frac{1}{\cos x}$ giảm.

Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên:

A. Chỉ (I) đúng . **B.** Chỉ (II) đúng . **C.** Cả hai đúng. **D.** Cả hai sai.

Câu 5. Cho hàm số $y=4\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-\sin 2x$. Kết luận nào sau đây là đúng về sự biến thiên của hàm số đã cho?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$ và $\left(\frac{3\pi}{4};\pi\right)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $(0;\pi)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{3\pi}{4}\right)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4};\pi\right)$.

Câu 6. Với $k\in Z$, kết luận nào sau đây về hàm số $y=\tan 2x$ là sai?

A. Hàm số $y=\tan 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T=\frac{\pi}{2}$.

B. Hàm số $y=\tan 2x$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+\frac{k\pi}{2};\frac{\pi}{2}+\frac{k\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số $y=\tan 2x$ nhận đường thẳng $x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}$ là một đường tiệm cận.

D. Hàm số $y=\tan 2x$ là hàm số lẻ.

Câu 7. Để hàm số $y=\sin x+\cos x$ tăng, ta chọn x thuộc khoảng nào?

A. $\left(-\frac{3\pi}{4}+k2\pi;\frac{\pi}{4}+k2\pi\right)$.

B. $\left(-\frac{3\pi}{4}+k\pi;\frac{\pi}{4}+k\pi\right)$.

C. $\left(-\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{\pi}{2}+k2\pi\right)$.

D. $(\pi+\mathrm{k}2\pi;2\pi+\mathrm{k}2\pi)$.

Câu 8. Xét hai mệnh đề sau:

(I): $\forall x\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$:Hàm số $y=\tan^2 x$ tăng.

(II): $\forall x\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$:Hàm số $y=\sin^2 x$ tăng.

Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên:

A. Chỉ (I) đúng . **B.** Chỉ (II) đúng . **C.** Cả hai đúng. **D.** Cả hai sai.

Câu 9. Hãy chọn câu sai: Trong khoảng $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi;\pi+k2\pi\right),k\in Z$ thì:

A. Hàm số $y=\sin x$ là hàm số nghịch biến .

B. Hàm số $y=\cos x$ là hàm số nghịch biến.

C. Hàm số $y=\tan x$ là hàm số đồng biến.

D. Hàm số $y=\cot x$ là hàm số đồng biến .

Câu 10. Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)=\cos 2x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$ là:

A.

x	$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$
y	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1

B.

x	$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$
y	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1

C.

x	$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$
y	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2

D.

x	$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$
y	2	$\searrow$	2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2

Câu 11. Cho hàm số $y=\cos\frac{x}{2}$. Bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[-\pi;\pi]$ là:

A.

x	$-\pi$		$\frac{-\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
y	-1	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	-1

B.

x	$-\pi$		$\frac{-\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
y	1	$\searrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1

C.

x	$-\pi$		$\frac{-\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
y	0	$\nearrow$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\searrow$	0

D.

x	$-\pi$		$\frac{-\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
y	1	$\searrow$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\nearrow$	1

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Dạng: Xét tính đơn điệu của hàm số lượng giác.

Câu 1. **Đáp án A.**

Cách 1 : Ta thấy trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ hàm $f(x)=\sin x$ đồng biến và hàm $g(x)=-\cos x$ đồng biến , suy ra trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ hàm số $y=\sin x-\cos x$ đồng biến.

Cách 2 : Sử dụng máy tính . Dùng TABLE ta xác định được hàm số $y=\sin x-\cos x$ tăng trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

Câu 2. **Đáp án C .**

Ta thấy hàm số $y=\sin 2x$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{3\pi}{2}+k2\pi\right), k\in\mathbb{Z}$, suy ra hàm số

$y=\sin 2x$ nghịch biến khi $\frac{\pi}{2}+k2\pi<2x<\frac{3\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{\pi}{4}+k\pi<x<\frac{3\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Vậy hàm số $y=\sin 2x$ nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{3\pi}{4}+k\pi\right), k\in\mathbb{Z}$

Câu 3. **Đáp án A.**

Hàm số $y=\cos 2x$ nghịch biến khi $k2\pi<2x<\pi+k2\pi \Leftrightarrow k\pi<x<\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Câu 4. **Đáp án B.**

$\forall x\in\left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$: Hàm $y=\sin x$ giảm và $\sin x<0$, $\forall x\in\left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$ suy ra $y=\frac{1}{\sin x}$ tăng :

Câu (I) sai, $\forall x\in\left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$: Hàm $y=\cos x$ tăng và $\cos x<0$, $\forall x\in\left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$, suy ra hàm $y=\frac{1}{\cos x}$ giảm.

Câu (II) đúng.

Câu 5. **Đáp án A.**

Ta có $y=4\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-\sin 2x = 2\left(\sin 2x+\sin\frac{\pi}{3}\right)-\sin 2x=\sin 2x+\sqrt{3}$. Xét sự biến thiên của hám số $y=\sin 2x+\sqrt{3}$, ta sử dụng TABLE để xét các mệnh đề .

Ta thấy với A. Trên $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$ thì giá trị của hàm số luôn tăng.

Tương tự trên $\left(\frac{3\pi}{4};\pi\right)$ thì giá trị của hàm số cũng luôn tăng.

Câu 6. **Đáp án B.**

Ta thấy hàm số $y=\tan x$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi\right)$, suy ra hàm số $y=\tan 2x$ luôn đồng biến tren mỗi khoảng $-\frac{\pi}{2}+k\pi<2x<\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}<x<\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}$.

Vậy B là sai.

Câu 7. **Đáp án A.**

Ta có $y=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$. Để hàm số $y=\sin x+\cos x$ tăng thì

$-\frac{\pi}{2}+k2\pi<x+\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}. \Leftrightarrow -\frac{3\pi}{4}+k2\pi<x<\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 8. **Đáp án C.**

Bài toán có hai hàm số mà cùng xét trên một khoảng nên ta sẽ sử dụng chức năng TABLE cho hai hàm Ấn MODE7 : Nhập $f(x)$ là hàm $\tan^2 x$. nhập $g(x)$ là hàm $\sin^2 x$ thì ta có kết quả .

Ta thấy cả hai hàm số đều không là hàm tăng trên cả khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$. Vì khi x chạy từ $-\frac{\pi}{2}$ đến 0 thì giá trị của hai hàm số đều giảm . Khi x chạy từ 0 đến $\frac{\pi}{2}$ thì giá trị của hai hàm số đều tăng , vậy cả hai mệnh đề đều sai.

Câu 9. **Đáp án D.**

D sai , thật vậy với $\frac{2\pi}{3};\frac{3\pi}{4}\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$, ta có : $\frac{2\pi}{3}<\frac{3\pi}{4}\Rightarrow\cot\frac{2\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{3}>-1=\cot\frac{3\pi}{4}$

Câu 10. **Đáp án A.**

Ta có thể loại phương án $B;C;D$ luôn do tại $f(0)=\cos 0=1$ và $f(\pi)=\cos 2\pi=1$. Các bảng biến thiên $B;C;D$ đều không thỏa mãn.

Câu 11. **Đáp án C.**

Tương tự như câu 70 thì ta có thể loại A và B do $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$. tiếp theo xét giá trị hàm số tại hai đâu mút thì ta loại được D.