

CHƯƠNG: VECTOR

BÀI
1.

ĐỊNH NGHĨA

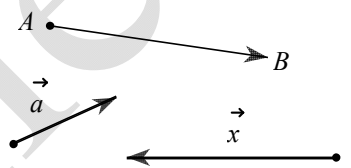
1. Khái niệm vector

Cho đoạn thẳng AB . Nếu ta chọn điểm A làm điểm đầu, điểm B là điểm cuối thì đoạn thẳng AB có hướng từ A đến B . Khi đó ta nói AB là một đoạn thẳng có hướng.

Định nghĩa. Vector là một đoạn thẳng có hướng.

Vector có điểm đầu A , điểm cuối B được kí hiệu là \overrightarrow{AB} và đọc là "vector AB ". Để vẽ được vector \overrightarrow{AB} ta vẽ đoạn thẳng AB và đánh dấu mũi tên ở đầu nút B .

Vector còn được kí hiệu là $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$ khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của nó.



2. Vector cùng phương, vector cùng hướng

Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của một vector được gọi là giá của vector đó.

Định nghĩa. Hai vector được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.

Nhận xét. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi hai vector \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} cùng phương.

3. Hai vector bằng nhau

Mỗi vector có một độ dài, đó là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vector đó. Độ dài của \overrightarrow{AB} được kí hiệu là $|\overrightarrow{AB}|$, như vậy $|\overrightarrow{AB}| = AB$.

Vector có độ dài bằng 1 gọi là vector đơn vị.

Hai vector \vec{a} và \vec{b} được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng hướng và có cùng độ dài, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$

Chú ý. Khi cho trước vector \vec{a} và điểm O , thì ta luôn tìm được một điểm A duy nhất sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$.

4. Vector – không

Ta biết rằng mỗi vector có một điểm đầu và một điểm cuối và hoàn toàn được xác định khi biết điểm đầu và điểm cuối của nó.

Bây giờ với một điểm A bất kì ta quy ước có một vector đặc biệt mà điểm đầu và điểm cuối đều là A . Vector này được kí hiệu là \overrightarrow{AA} và được gọi là vector – không.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. XÁC ĐỊNH VECTOR

Câu 1. Vector có điểm đầu là D , điểm cuối là E được kí hiệu là

- A. DE . B. $|\overrightarrow{DE}|$. C. \overrightarrow{ED} . D. \overrightarrow{DE} .

Câu 2. Cho tam giác ABC . Có bao nhiêu vector khác vector - không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh A, B, C ?

- A. 3. B. 6. C. 4. D. 9.

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$. Có bao nhiêu vector khác vector - không có điểm đầu và cuối là các đỉnh của tứ giác?

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 12.

Vấn đề 2. HAI VECTƠ CÙNG PHƯƠNG

Câu 4. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Có duy nhất một vectơ cùng phương với mọi vectơ.
- B. Có ít nhất hai vectơ có cùng phương với mọi vectơ.
- C. Có vô số vectơ cùng phương với mọi vectơ.
- D. Không có vectơ nào cùng phương với mọi vectơ.

Câu 5. Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Khi đó:

- A. Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là \overrightarrow{AB} cùng phương với \overrightarrow{AC} .
- B. Điều kiện đủ để A, B, C thẳng hàng là với mọi M, \overrightarrow{MA} cùng phương với \overrightarrow{AB} .
- C. Điều kiện cần để A, B, C thẳng hàng là với mọi M, \overrightarrow{MA} cùng phương với \overrightarrow{AB} .
- D. Điều kiện cần để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 6. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Hỏi cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?

- A. \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{CB} .
- B. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{MB} .
- C. \overrightarrow{MA} và \overrightarrow{MB} .
- D. \overrightarrow{AN} và \overrightarrow{CA} .

Câu 7. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vectơ khác vectơ - không, cùng phương với \overrightarrow{OC} có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

- A. 4.
- B. 6.
- C. 7.
- D. 9.

Vấn đề 3. HAI VECTƠ BẰNG NHAU

Câu 8. Với \overrightarrow{DE} (khác vectơ - không) thì độ dài đoạn ED được gọi là

- A. Phương của \overrightarrow{ED} .
- B. Hướng của \overrightarrow{ED} .
- C. Giá của \overrightarrow{ED} .
- D. Độ dài của \overrightarrow{ED} .

Câu 9. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.
- B. $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vectơ.
- C. $|\overrightarrow{AB}| > 0$.
- D. $\vec{0}$ cùng phương với mọi vectơ.

Câu 10. Hai vectơ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi

- A. Giá của chúng trùng nhau và độ dài của chúng bằng nhau.
- B. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một hình bình hành.
- C. Chúng trùng với một trong các cặp cạnh đối của một tam giác đều.
- D. Chúng cùng hướng và độ dài của chúng bằng nhau.

Câu 12. Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D . Điều kiện nào trong các đáp án A, B, C, D sau đây là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?

- A. $ABCD$ là hình bình hành.
- B. $ABDC$ là hình bình hành.
- C. $AC = BD$.
- D. $AB = CD$.

Câu 13. Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. \vec{AB} cùng hướng \vec{CD} . B. \vec{AB} cùng phương \vec{CD} .
C. $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$. D. $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 14. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\vec{AB} = \vec{DC}$. B. $\vec{OB} = \vec{DO}$. C. $\vec{OA} = \vec{OC}$. D. $\vec{CB} = \vec{DA}$.

Câu 15. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\vec{MN} = \vec{QP}$. B. $|\vec{QP}| = |\vec{MN}|$. C. $\vec{MQ} = \vec{NP}$. D. $|\vec{MN}| = |\vec{AC}|$.

Câu 16. Cho hình vuông $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{AC} = \vec{BD}$. B. $\vec{AB} = \vec{CD}$.
C. $|\vec{AB}| = |\vec{BC}|$. D. Hai vectơ \vec{AB}, \vec{AC} cùng hướng.

Câu 17. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình chữ nhật $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\vec{OA} = \vec{OC}$. B. \vec{OB} và \vec{OD} cùng hướng.
C. \vec{AC} và \vec{BD} cùng hướng. D. $|\vec{AC}| = |\vec{BD}|$.

Câu 18. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\vec{MA} = \vec{MB}$. B. $\vec{AB} = \vec{AC}$. C. $\vec{MN} = \vec{BC}$. D. $|\vec{BC}| = 2|\vec{MN}|$.

Câu 19. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Gọi M là trung điểm BC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{MB} = \vec{MC}$. B. $\vec{AM} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\vec{AM} = a$. D. $|\vec{AM}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 20. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\vec{AB} = \vec{AD}$. B. $|\vec{BD}| = a$. C. $\vec{BD} = \vec{AC}$. D. $\vec{BC} = \vec{DA}$.

Câu 21. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\vec{AB} = \vec{ED}$. B. $|\vec{AB}| = |\vec{AF}|$. C. $\vec{OD} = \vec{BC}$. D. $\vec{OB} = \vec{OE}$.

Câu 22. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vectơ bằng \vec{OC} có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 23. Cho tam giác ABC có trực tâm H . Gọi D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{HA} = \vec{CD}$ và $\vec{AD} = \vec{CH}$. B. $\vec{HA} = \vec{CD}$ và $\vec{AD} = \vec{HC}$.
C. $\vec{HA} = \vec{CD}$ và $\vec{AC} = \vec{CH}$. D. $\vec{HA} = \vec{CD}$ và $\vec{AD} = \vec{HC}$ và $\vec{OB} = \vec{OD}$.

Câu 24. Cho $\vec{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

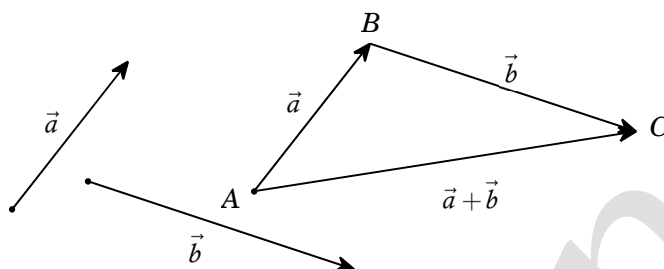
Câu 25. Cho $\vec{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $\vec{AB} = \vec{CD}$?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

1. Tổng của hai vectơ

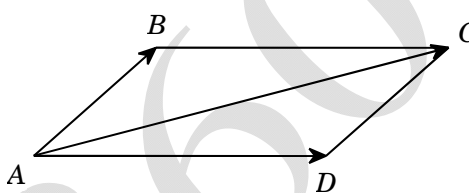
Định nghĩa. Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} . Lấy một điểm A tùy ý, vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Vectơ \overrightarrow{AC} được gọi là tổng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} . Ta kí hiệu tổng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là $\vec{a} + \vec{b}$. Vậy $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.

Phép toán tìm tổng của hai vectơ còn được gọi là **phép cộng vectơ**.



2. Quy tắc hình bình hành

Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.



3. Tính chất của phép cộng các vectơ

Với ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ tùy ý ta có

- $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (tính chất giao hoán);
- $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ (tính chất kết hợp);
- $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$ (tính chất của vectơ - không).

4. Hiệu của hai vectơ

a) Vectơ đối

Cho vectơ \vec{a} . Vectơ có cùng độ dài và ngược hướng với \vec{a} được gọi là vectơ đối của vectơ \vec{a} , kí hiệu là $-\vec{a}$.

Mỗi vectơ đều có vectơ đối, chẳng hạn vectơ đối của \overrightarrow{AB} là \overrightarrow{BA} , nghĩa là $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.

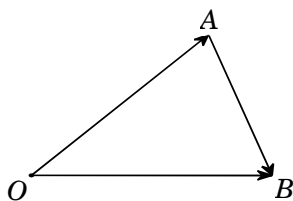
Đặc biệt, vectơ đối của vectơ $\vec{0}$ là vectơ $\vec{0}$.

b) Định nghĩa hiệu của hai vectơ

Định nghĩa. Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} . Ta gọi hiệu của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là vectơ $\vec{a} + (-\vec{b})$, kí hiệu $\vec{a} - \vec{b}$.

Như vậy $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

Từ định nghĩa hiệu của hai vectơ, suy ra với ba điểm O, A, B tùy ý ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$.



Chú ý

1) Phép toán tìm hiệu của hai vectơ còn được gọi là phép trừ vectơ.

2) Với ba điểm tùy ý A, B, C ta luôn có

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} \text{ (quy tắc ba điểm);}$$

$$\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB} \text{ (quy tắc trừ).}$$

Thực chất hai quy tắc trên được suy ra từ phép cộng vectơ.

5. Áp dụng

a) Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$.

b) Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

**Vấn đề 1. TÍNH TỔNG CÁC VECTƠ
CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTƠ**

Câu 1. Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$. B. $\vec{MP} + \vec{NM} = \vec{NP}$. C. $\vec{CA} + \vec{BA} = \vec{CB}$. D. $\vec{AA} + \vec{BB} = \vec{AB}$.

Câu 2. Cho \vec{a} và \vec{b} là các vectơ khác $\vec{0}$ với \vec{a} là vectơ đối của \vec{b} . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng phương. B. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} ngược hướng.
C. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng độ dài. D. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} chung điểm đầu.

Câu 3. Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\vec{CA} - \vec{BA} = \vec{BC}$. B. $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$.
C. $\vec{AB} + \vec{CA} = \vec{CB}$. D. $\vec{AB} - \vec{BC} = \vec{CA}$.

Câu 4. Cho $\vec{AB} = -\vec{CD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. \vec{AB} và \vec{CD} cùng hướng. B. \vec{AB} và \vec{CD} cùng độ dài.
C. $ABCD$ là hình bình hành. D. $\vec{AB} + \vec{DC} = \vec{0}$.

Câu 5. Tính tổng $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR}$.

- A. \vec{MR} . B. \vec{MN} . C. \vec{PR} . D. \vec{MP} .

Câu 6. Cho hai điểm A và B phân biệt. Điều kiện để I là trung điểm AB là:

- A. $IA = IB$. B. $\vec{IA} = \vec{IB}$. C. $\vec{IA} = -\vec{IB}$. D. $\vec{AI} = \vec{BI}$.

Câu 7. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để I là trung điểm của đoạn thẳng AB ?

- A. $IA = IB$. B. $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$. C. $\vec{IA} - \vec{IB} = \vec{0}$. D. $\vec{IA} = \vec{IB}$.

Câu 8. Cho tam giác ABC cân ở A , đường cao AH . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overline{AB} = \overline{AC}$. B. $\overline{HC} = -\overline{HB}$. C. $|\overline{AB}| = |\overline{AC}|$. D. $\overline{BC} = 2\overline{HC}$.

Câu 9. Cho hình vuông $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overline{AB} = \overline{BC}$. B. $\overline{AB} = \overline{CD}$. C. $\overline{AC} = \overline{BD}$. D. $|\overline{AD}| = |\overline{CB}|$.

Câu 10. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Nếu M là trung điểm đoạn thẳng AB thì $\overline{MA} + \overline{MB} = \vec{0}$.
 B. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \vec{0}$.
 C. Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overline{CB} + \overline{CD} = \overline{CA}$.
 D. Nếu ba điểm phân biệt A, B, C nằm tùy ý trên một đường thẳng thì

$$|\overline{AB}| + |\overline{BC}| = |\overline{AC}|.$$

Câu 11. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overline{OA} - \overline{OB} = \overline{CD}$. B. $\overline{OB} - \overline{OC} = \overline{OD} - \overline{OA}$.
 C. $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{DB}$. D. $\overline{BC} - \overline{BA} = \overline{DC} - \overline{DA}$.

Câu 12. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overline{AB} - \overline{BC} = \overline{DB}$. B. $\overline{AB} - \overline{BC} = \overline{BD}$.
 C. $\overline{AB} - \overline{BC} = \overline{CA}$. D. $\overline{AB} - \overline{BC} = \overline{AC}$.

Câu 13. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính $\overline{OB} - \overline{OC}$.

A. $\overline{OB} - \overline{OC} = \overline{BC}$. B. $\overline{OB} - \overline{OC} = \overline{DA}$.
 C. $\overline{OB} - \overline{OC} = \overline{OD} - \overline{OA}$. D. $\overline{OB} - \overline{OC} = \overline{AB}$.

Câu 14. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$. B. $\overline{CA} = -\overline{AB}$.
 C. $|\overline{AB}| = |\overline{BC}| = |\overline{CA}| = a$. D. $\overline{CA} = -\overline{BC}$.

Câu 15. Cho tam giác ABC với M là trung điểm BC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overline{AM} + \overline{MB} + \overline{BA} = \vec{0}$. B. $\overline{MA} + \overline{MB} = \overline{AB}$.
 C. $\overline{MA} + \overline{MB} = \overline{MC}$. D. $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AM}$.

Câu 16. Cho tam giác ABC với M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \vec{0}$. B. $\overline{AP} + \overline{BM} + \overline{CN} = \vec{0}$.
 C. $\overline{MN} + \overline{NP} + \overline{PM} = \vec{0}$. D. $\overline{PB} + \overline{MC} = \overline{MP}$.

Câu 17. Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$. B. $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \vec{0}$.
 C. $\overline{AB} = \overline{BC} \Leftrightarrow |\overline{CA}| = |\overline{BC}|$. D. $\overline{AB} - \overline{CA} = \overline{BC}$.

Câu 18. Cho tam giác ABC có $AB = AC$ và đường cao AH . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AH}$. B. $\overline{HA} + \overline{HB} + \overline{HC} = \vec{0}$.
 C. $\overline{HB} + \overline{HC} = \vec{0}$. D. $\overline{AB} = \overline{AC}$.

Câu 19. Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh A , đường cao AH . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $|\overline{AH} + \overline{HB}| = |\overline{AH} + \overline{HC}|$. B. $\overline{AH} - \overline{AB} = \overline{AH} - \overline{AC}$.

C. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{HC} - \overrightarrow{HA}$. D. $|\overrightarrow{AH}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AH}|$.

Câu 20. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC . Hỏi vector $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng vector nào trong các vector sau?

A. \overrightarrow{AP} . B. \overrightarrow{BP} . C. \overrightarrow{MN} . D. $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NB}$.

Câu 21. Cho đường tròn O và hai tiếp tuyến song song với nhau tiếp xúc với (O) tại hai điểm A và B . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OB}$. B. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{OB}$. C. $OA = -OB$. D. $AB = -BA$.

Câu 22. Cho đường tròn O và hai tiếp tuyến MT, MT' (T và T' là hai tiếp điểm). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MT} = \overrightarrow{MT'}$. B. $MT + MT' = TT'$. C. $MT = MT'$. D. $\overrightarrow{OT} = -\overrightarrow{OT'}$.

Câu 23. Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 24. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Vector nào trong các vector dưới đây bằng \overrightarrow{CA} ?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$. B. $-\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$. C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA}$. D. $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB}$.

Câu 25. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 26. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Hỏi vector $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vector nào trong các vector sau?

A. \overrightarrow{BA} . B. \overrightarrow{BC} . C. \overrightarrow{DC} . D. \overrightarrow{AC} .

Câu 27. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 28. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, BC . Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EO}$. B. $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EO}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Câu 29. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{CD}$.
C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 30. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.
C. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$. D. $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}|$.

Vấn đề 2. TÍNH ĐỘ DÀI VECTO

Câu 31. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$. B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$. D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a\sqrt{3}$.

Câu 32. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$. B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$. D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Câu 33. Cho tam giác ABC vuông cân tại C và $AB = \sqrt{2}$. Tính độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{5}$. B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{5}$.
C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}$. D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{3}$.

Câu 34. Cho tam giác ABC vuông tại A và có $AB = 3, AC = 4$. Tính $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}|$.

- A. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = 2$. B. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{13}$. C. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = 5$. D. $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = \sqrt{13}$.

Câu 35. Tam giác ABC có $AB = AC = a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$. B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.
C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a}{2}$. D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

Câu 36. Cho tam giác ABC đều cạnh a , H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

- A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{a}{2}$. B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{3a}{2}$. C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$. D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Câu 37. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tính độ dài của vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

- A. $|\vec{v}| = 2$. B. $|\vec{v}| = 2\sqrt{3}$. C. $|\vec{v}| = 8$. D. $|\vec{v}| = 4$.

Câu 38. Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 2a$ và $BD = a$. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$.

- A. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 3a$. B. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = a\sqrt{3}$.
C. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = a\sqrt{5}$. D. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 5a$.

Câu 39. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}|$.

- A. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = 0$. B. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = a$. C. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = a\sqrt{2}$. D. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = 2a$.

Câu 40. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}|$.

- A. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a$. B. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a\sqrt{2}$. C. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{a}{2}$. D. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vấn đề 3. XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA MÃN ĐẲNG THỨC VECTOR

Câu 41. Cho tam giác ABC có M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Xác định vị trí điểm M .

- A. M là điểm thứ tư của hình bình hành $ACBM$.
- B. M là trung điểm của đoạn thẳng AB .
- C. M trùng với C .
- D. M là trọng tâm tam giác ABC .

Câu 42. Cho tam giác ABC . Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}|$ là

- A. đường thẳng AB .
- B. trung trực đoạn BC .
- C. đường tròn tâm A , bán kính BC .
- D. đường thẳng qua A và song song với BC .

Câu 43. Cho hình bình hành $ABCD$. Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn đẳng thức

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD}$$

- A. một đường tròn.
- B. một đường thẳng.
- C. tập rỗng.
- D. một đoạn thẳng.

Câu 44. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$. Tìm vị trí điểm M .

- A. M là trung điểm của AC .
- B. M là trung điểm của AB .
- C. M là trung điểm của BC .
- D. M là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCM$.

Câu 45. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $MABC$ là hình bình hành.
- B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.
- C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.
- D. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}$.

**BÀI
3.**

TÍCH CỦA VECTOR VỚI MỘT SỐ

1. Định nghĩa

Cho số $k \neq 0$ và vector $\vec{a} \neq \vec{0}$. Tích của vector \vec{a} với số k là một vector, kí hiệu là $k\vec{a}$, cùng hướng với \vec{a} nếu $k > 0$, ngược hướng với \vec{a} nếu $k < 0$ và có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.

2. Tính chất

Với hai vector \vec{a} và \vec{b} bất kì, với mọi số h và k , ta có

- $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$;
- $(h + k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$;
- $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$;
- $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}, (-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}$.

3. Trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác

a) Nếu I là trung điểm của đoạn thẳng AB thì với mọi điểm M thì ta có

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}.$$

b) Nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì với mọi điểm M thì ta có

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{MG}.$$

4. Điều kiện để hai vector cùng phương

Điều kiện cần và đủ để hai vector \vec{a} và \vec{b} ($\vec{b} \neq \vec{0}$) cùng phương là có một số k để

$$\vec{a} = k\vec{b}.$$

Nhận xét. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi có số k khác 0 để

$$\vec{AB} = k\vec{AC}.$$

5. Phân tích một vector theo hai vector không cùng phương

Cho hai vector \vec{a} và \vec{b} không cùng phương. Khi đó mọi vector \vec{x} đều phân tích được một cách duy nhất theo hai vector \vec{a} và \vec{b} , nghĩa là có duy nhất cặp số h, k sao cho $\vec{x} = h\vec{a} + k\vec{b}$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. TÍNH ĐỘ DÀI VECTOR

Câu 1. Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = a$. Tính $|2\vec{OA} - \vec{OB}|$.

- A. a . B. $(1 + \sqrt{2})a$. C. $a\sqrt{5}$. D. $2a\sqrt{2}$.

Câu 2. Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = a$. Khẳng định nào sau đây sai ?

- A. $|3\vec{OA} + 4\vec{OB}| = 5a$. B. $|2\vec{OA}| + |3\vec{OB}| = 5a$.
C. $|7\vec{OA} - 2\vec{OB}| = 5a$. D. $|11\vec{OA}| - |6\vec{OB}| = 5a$.

Vấn đề 2. PHÂN TÍCH VECTOR

Câu 3. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , I là trung điểm của AM . Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $\vec{IB} + 2\vec{IC} + \vec{IA} = \vec{0}$. B. $\vec{IB} + \vec{IC} + 2\vec{IA} = \vec{0}$.
C. $2\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA} = \vec{0}$. D. $\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA} = \vec{0}$.

Câu 4. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , I là trung điểm của AM . Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $\vec{AI} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC})$. B. $\vec{AI} = \frac{1}{4}(\vec{AB} - \vec{AC})$.
C. $\vec{AI} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$. D. $\vec{AI} = \frac{1}{4}\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AC}$.

Câu 5. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , G là trọng tâm của tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC})$. B. $\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC})$.
C. $\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$. D. $\vec{AI} = \frac{2}{3}\vec{AB} + 3\vec{AC}$.

Câu 6. Cho tứ giác $ABCD$. Trên cạnh AB, CD lấy lần lượt các điểm M, N sao cho $3\vec{AM} = 2\vec{AB}$ và $3\vec{DN} = 2\vec{DC}$. Tính vector \vec{MN} theo hai vector \vec{AD}, \vec{BC} .

- A. $\vec{MN} = \frac{1}{3}\vec{AD} + \frac{1}{3}\vec{BC}$. B. $\vec{MN} = \frac{1}{3}\vec{AD} - \frac{2}{3}\vec{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Câu 7. Cho hình thang $ABCD$ có đáy là AB và CD . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây sai ?

A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DC}$. B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BN}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$. D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

Câu 8. Cho hình bình hành $ABCD$ có M là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC , điểm M thuộc cạnh AB sao cho $3AM = AB$ và N là trung điểm của AC .

Tính \overrightarrow{MN} theo \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} .

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

Câu 10. Cho tam giác ABC . Hai điểm M, N chia cạnh BC theo ba phần bằng nhau $BM = MN = NC$.

Tính \overrightarrow{AM} theo \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} .

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 11. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC . Tính \overrightarrow{AB} theo \overrightarrow{AM} và \overrightarrow{BC} .

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

Câu 12. Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm AB và N là một điểm trên cạnh AC sao cho $NC = 2NA$. Gọi K là trung điểm của MN . Khi đó

A. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

Câu 13. Cho hình bình hành $ABCD$. Tính \overrightarrow{AB} theo \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{BD} .

A. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.

Câu 14. Cho tam giác ABC và đặt $\vec{a} = \overrightarrow{BC}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$. Cặp vectơ nào sau đây cùng phương?

A. $2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} + 2\vec{b}$. B. $2\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{a} - 2\vec{b}$. C. $5\vec{a} + \vec{b}$, $-10\vec{a} - 2\vec{b}$. D. $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$.

Câu 15. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Ba điểm C, M, B thẳng hàng. B. AM là phân giác trong của góc \widehat{BAC} .

C. A, M và trọng tâm tam giác ABC thẳng hàng.

D. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Vấn đề 3. CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VECTO

Câu 16. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm và I là trung điểm của BC . Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GI}$. B. $\overrightarrow{IG} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$. C. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$. D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA}$.

Câu 17. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm và M là trung điểm BC . Khẳng định nào sau đây sai ?

A. $\overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$. C. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}$. D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GM}$.

Câu 18. Cho tam giác ABC vuông tại A , M là trung điểm của BC . Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$. B. $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.
C. $\overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MC}$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{BC}}{2}$.

Câu 19. Cho tam giác ABC . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Khẳng định nào sau đây sai ?

A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{NC}$. C. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{MN}$. D. $\overrightarrow{CN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Câu 20. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG}$. B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BG}$.
C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CG}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Câu 21. Cho tam giác đều ABC và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{CI} = \frac{\overrightarrow{CA} - 2\overrightarrow{CB}}{3}$. B. $\overrightarrow{CI} = \frac{\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}}{3}$.
C. $\overrightarrow{CI} = -\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{CI} = \frac{\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}}{-3}$.

Câu 22. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$. B. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.
C. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$. D. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$.

Câu 23. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O . Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{AB}$.

Câu 24. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$.
C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 25. Cho hình bình hành $ABCD$ có M là giao điểm của hai đường chéo. Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$.

Vấn đề 4. XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA MÃN ĐẲNG THỨC VECTO

Câu 35. Cho tam giác ABC . Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

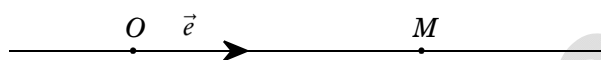
**BÀI
4.**

HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

1. Trục và độ dài đại số trên trục

a) Trục tọa độ (hay gọi tắt là trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm O gọi là điểm gốc và một vectơ đơn vị \vec{e} .

Ta kí hiệu trục đó là $(O; \vec{e})$.



b) Cho M là một điểm tùy ý trên trục $(O; \vec{e})$. Khi đó có duy nhất một số k sao cho $\overrightarrow{OM} = k\vec{e}$. Ta gọi số k đó là tọa độ của điểm M đối với trục đã cho.

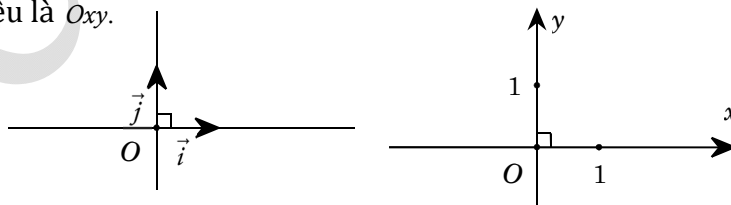
c) Cho hai điểm A và B trên trục $(O; \vec{e})$. Khi đó có duy nhất số a sao cho $\overrightarrow{AB} = a\vec{e}$. Ta gọi số a là độ dài đại số của vectơ \overrightarrow{AB} đối với trục đã cho và kí hiệu $a = \overline{AB}$.

Nhận xét.

- Nếu \overrightarrow{AB} cùng hướng với \vec{e} thì $\overline{AB} = AB$, còn nếu \overrightarrow{AB} ngược hướng với \vec{e} thì $\overline{AB} = -AB$.
- Nếu hai điểm A và B trên trục $(O; \vec{e})$ có tọa độ lần lượt là a và b thì $\overline{AB} = b - a$.

2. Hệ trục tọa độ

a) Định nghĩa. Hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ gồm hai trục $(O; \vec{i})$ và $(O; \vec{j})$ vuông góc với nhau. Điểm gốc O chung của hai trục gọi là gốc tọa độ. Trục $(O; \vec{i})$ được gọi là trục hoành và kí hiệu là Ox , trục $(O; \vec{j})$ được gọi là trục tung và kí hiệu là Oy . Các vectơ \vec{i} và \vec{j} là các vectơ đơn vị trên Ox và Oy và $|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$. Hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ còn được kí hiệu là Oxy .



Mặt phẳng mà trên đó đã cho một hệ trục tọa độ Oxy còn được gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy hay gọi tắt là mặt phẳng Oxy .

b) Tọa độ của vectơ

Trong mặt phẳng Oxy cho một vectơ \vec{u} tùy ý. Vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$ và gọi A_1, A_2 lần lượt là hình chiếu của vuông góc của A lên Ox và Oy . Ta có $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2}$ và cặp số duy nhất $(x; y)$ để $\overrightarrow{OA_1} = x\vec{i}$, $\overrightarrow{OA_2} = y\vec{j}$. Như vậy $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

Cặp số $(x; y)$ duy nhất đó được gọi là tọa độ của vectơ \vec{u} đối với hệ tọa độ Oxy và viết $\vec{u} = (x; y)$ hoặc $\vec{u}(x; y)$. Số thứ nhất x gọi là hoành độ, số thứ hai y gọi là tung độ của vectơ \vec{u} .

Như vậy

$$\vec{u} = (x; y) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

Nhận xét. Từ định nghĩa tọa độ của vectơ, ta thấy hai vectơ bằng nhau khi và chỉ khi chúng có hoành độ bằng nhau và tung độ bằng nhau.

Nếu $\vec{u} = (x; y)$ và $\vec{u}' = (x'; y')$ thì $\vec{u} = \vec{u}' \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$.

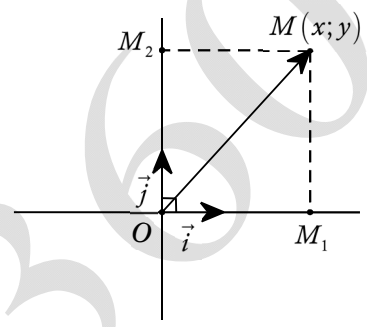
Như vậy, mỗi vectơ được hoàn toàn xác định khi biết tọa độ của nó.

c) Tọa độ của một điểm

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho một điểm M tùy ý. Tọa độ của vectơ \vec{OM} đối với hệ trục Oxy được gọi là tọa độ của điểm M đối với hệ trục đó.

Như vậy, cặp số $(x; y)$ là tọa độ của điểm M khi và chỉ khi $\vec{OM} = (x; y)$. Khi đó ta viết $M(x; y)$ hoặc $M = (x; y)$. Số x được gọi là hoành độ, còn số y được gọi là tung độ của điểm M . Hoành độ của điểm M còn được kí hiệu là x_M , tung độ của điểm M còn được kí hiệu là y_M .

$$M = (x; y) \Leftrightarrow \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$$



Chú ý rằng, nếu $MM_1 \perp Ox$, $MM_2 \perp Oy$ thì $x = \vec{OM}_1$, $y = \vec{OM}_2$.

d) Liên hệ giữa tọa độ của điểm và tọa độ của vectơ trong mặt phẳng

Cho hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Ta có

$$\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A).$$

3. Tọa độ của các vectơ $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $k\vec{u}$

Ta có các công thức sau:

Cho $\vec{u} = (u_1; u_2)$, $\vec{v} = (v_1; v_2)$
 Khi đó:

- $\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + u_2; v_1 + v_2)$;
- $\vec{u} - \vec{v} = (u_1 - u_2; v_1 - v_2)$;
- $k\vec{u} = (ku_1; ku_2)$, $k \in \mathbb{R}$.

Nhận xét. Hai vectơ $\vec{u} = (u_1; u_2)$, $\vec{v} = (v_1; v_2)$ với $\vec{v} \neq \vec{0}$ cùng phương khi và chỉ khi có một số k sao cho $u_1 = kv_1$ và $u_2 = kv_2$.

4. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng. Tọa độ trọng tâm của tam giác

a) Cho đoạn thẳng AB có $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$. Ta dễ dàng chứng minh được tọa độ trung điểm $I(x_I; y_I)$ của đoạn thẳng AB là

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2}, y_I = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

b) Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C)$. Khi đó tọa độ của trọng tâm $G(x_G; y_G)$ của tam giác ABC được tính theo công thức

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}.$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. TỌA ĐỘ VECTO

Câu 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{a} = (-5; 0), \vec{b} = (-4; 0)$ cùng hướng. B. $\vec{c} = (7; 3)$ là vector đối của $\vec{d} = (-7; 3)$.

C. $\vec{u} = (4; 2), \vec{v} = (8; 3)$ cùng phương. D. $\vec{a} = (6; 3), \vec{b} = (2; 1)$ ngược hướng.

Câu 2. Cho $\vec{a} = (2; -4), \vec{b} = (-5; 3)$. Tìm tọa độ của $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

A. $\vec{u} = (7; -7)$. B. $\vec{u} = (9; -11)$. C. $\vec{u} = (9; -5)$. D. $\vec{u} = (-1; 5)$.

Câu 3. Cho $\vec{a} = (3; -4), \vec{b} = (-1; 2)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a} + \vec{b}$.

A. $(-4; 6)$. B. $(2; -2)$. C. $(4; -6)$. D. $(-3; -8)$.

Câu 4. Cho $\vec{a} = (-1; 2), \vec{b} = (5; -7)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a} - \vec{b}$.

A. $(6; -9)$. B. $(4; -5)$. C. $(-6; 9)$. D. $(-5; -14)$.

Câu 5. Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, tọa độ của vector $\vec{i} + \vec{j}$ là

A. $(0; 1)$. B. $(1; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; 1)$.

Câu 6. Cho $\vec{u} = (3; -2), \vec{v} = (1; 6)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ ngược hướng. B. \vec{u}, \vec{v} cùng phương.

C. $\vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{b} = (6; -24)$ cùng hướng. D. $2\vec{u} + \vec{v}, \vec{v}$ cùng phương.

Câu 7. Cho $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ và $\vec{v} = \vec{i} + x\vec{j}$. Xác định x sao cho \vec{u} và \vec{v} cùng phương.

A. $x = -1$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $x = \frac{1}{4}$. D. $x = 2$.

Câu 8. Cho $\vec{a} = (-5; 0), \vec{b} = (4; x)$. Tìm x để hai vector \vec{a}, \vec{b} cùng phương.

A. $x = -5$. B. $x = 4$. C. $x = 0$. D. $x = -1$.

Câu 9. Cho $\vec{a} = (x; 2), \vec{b} = (-5; 1), \vec{c} = (x; 7)$. Tìm x biết $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$.

A. $x = -15$. B. $x = 3$. C. $x = 15$. D. $x = 5$.

Câu 10. Cho ba vector $\vec{a} = (2; 1), \vec{b} = (3; 4), \vec{c} = (7; 2)$. Giá trị của k, h để $\vec{c} = k\vec{a} + h\vec{b}$ là

A. $k = 2, 5; h = -1, 3$. B. $k = 4, 6; h = -5, 1$.

C. $k = 4, 4; h = -0, 6$. D. $k = 3, 4; h = -0, 2$.

Vấn đề 2. TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM

- Câu 11.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(5;2)$, $B(10;8)$. Tìm tọa độ của vectơ \overline{AB} ?
- A. $\overline{AB} = (15;10)$. B. $\overline{AB} = (2;4)$. C. $\overline{AB} = (5;6)$. D. $\overline{AB} = (50;16)$.
- Câu 12.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;3)$, $B(-1;2)$, $C(-2;1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\overline{AB} - \overline{AC}$.
- A. $(-5;-3)$. B. $(1;1)$. C. $(-1;2)$. D. $(-1;1)$.
- Câu 13.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;-3)$, $B(4;7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .
- A. $I(6;4)$. B. $I(2;10)$. C. $I(3;2)$. D. $I(8;-21)$.
- Câu 14.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3;5)$, $B(1;2)$, $C(5;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?
- A. $G(-3;-3)$. B. $G\left(\frac{9}{2};\frac{9}{2}\right)$. C. $G(9;9)$. D. $G(3;3)$.
- Câu 15.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(6;1)$, $B(-3;5)$ và trọng tâm $G(-1;1)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?
- A. $C(6;-3)$. B. $C(-6;3)$. C. $C(-6;-3)$. D. $C(-3;6)$.
- Câu 16.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2;2)$, $B(3;5)$ và trọng tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?
- A. $C(-1;-7)$. B. $C(2;-2)$. C. $C(-3;-5)$. D. $C(1;7)$.
- Câu 17.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;-1)$, $N(5;-3)$ và C thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác thuộc trục Ox . Tìm tọa độ điểm C .
- A. $C(0;4)$. B. $C(2;4)$. C. $C(0;2)$. D. $C(0;-4)$.
- Câu 18.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $C(-2;-4)$, trọng tâm $G(0;4)$ và trung điểm cạnh BC là $M(2;0)$. Tổng hoành độ của điểm A và B là
- A. -2 . B. 2 . C. 4 . D. 8 .
- Câu 19.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1;1)$, $B(1;3)$, $C(-2;0)$. Khẳng định nào sau đây sai?
- A. $\overline{AB} = 2\overline{AC}$. B. A, B, C thẳng hàng.
C. $\overline{BA} = \frac{2}{3}\overline{BC}$. D. $\overline{BA} + 2\overline{CA} = \vec{0}$.
- Câu 20.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(3;-2)$, $B(7;1)$, $C(0;1)$, $D(-8;-5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\overline{AB}, \overline{CD}$ là hai vectơ đối nhau. B. $\overline{AB}, \overline{CD}$ ngược hướng.
C. $\overline{AB}, \overline{CD}$ cùng hướng. D. A, B, C, D thẳng hàng.
- Câu 21.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(-1;5)$, $B(5;5)$, $C(-1;11)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. A, B, C thẳng hàng. B. $\overline{AB}, \overline{AC}$ cùng phương.
C. $\overline{AB}, \overline{AC}$ không cùng phương. D. $\overline{AB}, \overline{AC}$ cùng hướng.
- Câu 22.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(1;1)$, $B(2;-1)$, $C(4;3)$, $D(3;5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. **B.** $G(9;7)$ là trọng tâm tam giác BCD .
C. $\overline{AB} = \overline{CD}$. **D.** $\overline{AC}, \overline{AD}$ cùng phương.
- Câu 23.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;1), B(-2;-2), C(7;7)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $G(2;2)$ là trọng tâm tam giác ABC . **B.** B ở giữa hai điểm A và C .
C. A ở giữa hai điểm B và C . **D.** $\overline{AB}, \overline{AC}$ cùng hướng.
- Câu 24.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(3;-4)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox, Oy . Khẳng định nào đúng?
A. $\overline{OM_1} = -3$. **B.** $\overline{OM_2} = 4$.
C. $\overline{OM_1} - \overline{OM_2} = (-3;-4)$. **D.** $\overline{OM_1} + \overline{OM_2} = (3;-4)$.
- Câu 25.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình bình hành $OABC$, điểm C thuộc trục hoành. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. \overline{AB} có tung độ khác 0. **B.** Hai điểm A, B có tung độ khác nhau.
C. C có hoành độ bằng 0. **D.** $x_A + x_C - x_B = 0$.
- Câu 26.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(-5;-2), B(-5;3), C(3;3), D(3;-2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $\overline{AB}, \overline{CD}$ cùng hướng. **B.** $ABCD$ là hình chữ nhật.
C. $I(-1;1)$ là trung điểm AC . **D.** $\overline{OA} + \overline{OB} = \overline{OC}$.
- Câu 27.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(2;1), B(2;-1), C(-2;-3), D(-2;-1)$. Xét hai mệnh đề:
(I). $ABCD$ là hình bình hành. (II). AC cắt BD tại $M(0;-1)$.
Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng.
C. Cả (I) và (II) đều đúng. **D.** Cả (I) và (II) đều sai.
- Câu 28.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;1), B(3;2), C(6;5)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $D(4;3)$. **B.** $D(3;4)$. **C.** $D(4;4)$. **D.** $D(8;6)$.
- Câu 29.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(0;-3), B(2;1), D(5;5)$ Tìm tọa độ điểm C để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $C(3;1)$. **B.** $C(-3;-1)$. **C.** $C(7;9)$. **D.** $C(-7;-9)$.
- Câu 30.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có $A(0;3), D(2;1)$ và $I(-1;0)$ là tâm của hình chữ nhật. Tìm tọa độ tung điểm của cạnh BC .
A. $(1;2)$. **B.** $(-2;-3)$. **C.** $(-3;-2)$. **D.** $(-4;-1)$.
- Câu 31.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $B(9;7), C(11;-1)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tìm tọa độ vector \overline{MN} ?
A. $\overline{MN} = (2;-8)$. **B.** $\overline{MN} = (1;-4)$. **C.** $\overline{MN} = (10;6)$. **D.** $\overline{MN} = (5;3)$.
- Câu 32.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M(2;3), N(0;-4), P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm của

các cạnh BC, CA, AB . Tìm tọa độ đỉnh A ?

- A. $A(1;5)$. B. $A(-3;-1)$. C. $A(-2;-7)$. D. $A(1;-10)$.

Câu 33. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2), B(-2;3)$. Tìm tọa độ điểm I sao cho $\vec{IA} + 2\vec{IB} = \vec{0}$.

- A. $I(1;2)$. B. $I\left(1;\frac{2}{5}\right)$. C. $I\left(-1;\frac{8}{3}\right)$. D. $I(2;-2)$.

Câu 34. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;-3), B(3;4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

- A. $M(1;0)$. B. $M(4;0)$. C. $M\left(-\frac{5}{3};-\frac{1}{3}\right)$. D. $M\left(\frac{17}{7};0\right)$.

Câu 35. Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;0), B(0;3)$ và $C(-3;-5)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho biểu thức $P = |2\vec{MA} - 3\vec{MB} + 2\vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(4;0)$. B. $M(-4;0)$. C. $M(16;0)$. D. $M(-16;0)$.



TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ VÀ ỨNG DỤNG

**BÀI
1.**

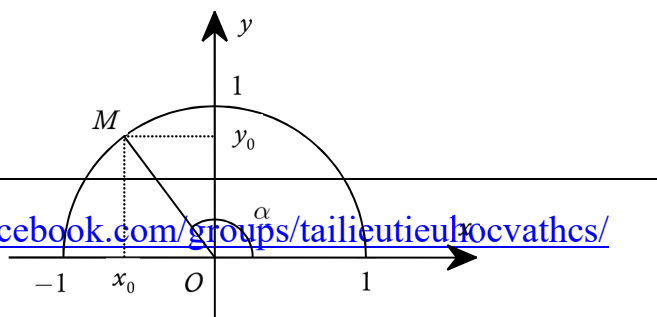
**GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT KỲ
TỪ 0° ĐẾN 180°**

1. Định nghĩa

Với mỗi góc α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) ta xác định một điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ và giả sử điểm M có tọa độ $M(x_0; y_0)$.

Khi đó ta có định nghĩa:

- sin của góc α là y_0 , kí hiệu $\sin \alpha = y_0$;



- cosin của góc α là x_0 , kí hiệu $\cos \alpha = x_0$;
- tang của góc α là $\frac{y_0}{x_0}$ ($x_0 \neq 0$),
kí hiệu $\tan \alpha = \frac{y_0}{x_0}$;
- cotang của góc α là $\frac{x_0}{y_0}$ ($y_0 \neq 0$), kí hiệu $\cot \alpha = \frac{x_0}{y_0}$.

ĐÁP ÁN:

Câu 1. Chọn D.

Câu 2. Chọn B. Đó là các vectơ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AC}$.

Câu 3. Xét các vectơ có điểm A là điểm đầu thì có các vectơ thỏa mãn bài toán là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ — có 3 vectơ.

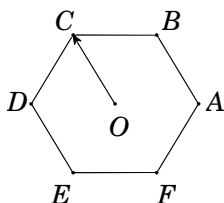
Tương tự cho các điểm còn lại B, C, D . **Chọn D.**

Câu 4. Chọn A. Vì vectơ - không cùng phương với mọi vectơ.

Câu 5. Chọn A.

Câu 6. Chọn B.

Câu 7. Chọn B. Đó là các vectơ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{FC}, \overrightarrow{CF}$.



Câu 8. Chọn D.

Câu 9. Chọn C. Vì có thể xảy ra trường hợp $|\overrightarrow{AB}| = 0 \Leftrightarrow A \equiv B$.

Câu 10. Chọn D.

Câu 11. Chọn B.

Câu 12. Ta có:

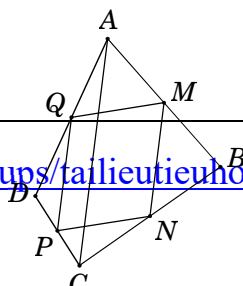
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC$ là hình bình hành.
- Mặt khác, $ABDC$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Do đó, điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là $ABDC$ là hình bình hành. **Chọn B.**

Câu 13. Chọn D. Phải suy ra $ABDC$ là hình bình hành (nếu A, B, C, D không thẳng hàng) hoặc bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

Câu 14. Chọn C.

Câu 15. Chọn D.



Ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$ (do cùng song song và bằng $\frac{1}{2}AC$).

Do đó $MNPQ$ là hình bình hành.

Câu 16. Chọn C.

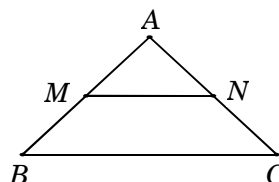
Vì $AB = BC \Leftrightarrow |\overline{AB}| = |\overline{BC}|$.

Câu 17. Chọn D.

Câu 18.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC .

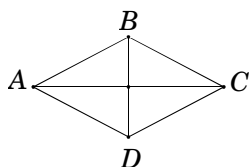
Do đó $BC = 2MN \longrightarrow |\overline{BC}| = 2|\overline{MN}|$.



Chọn D.

Câu 19. Chọn D.

Câu 20.

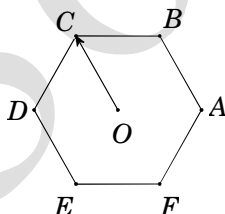
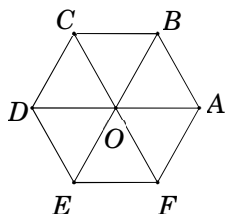


Từ giả thiết suy ra tam giác ABD đều cạnh a nên $BD = a \longrightarrow |\overline{BD}| = a$.

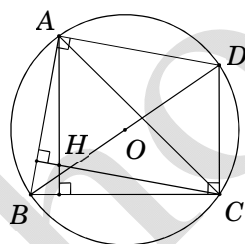
Chọn B.

Câu 21. Chọn D.

Câu 22. Chọn A. Đó là các vector: $\overline{AB}, \overline{ED}$.



Câu 23.



Ta có $AH \perp BC$ và $DC \perp BC$ (do góc \widehat{DCB} chắn nửa đường tròn).

Suy ra $AH \parallel DC$.

Tương tự ta cũng có $CH \parallel AD$.

Suy ra tứ giác $ADCH$ là hình bình hành. Do đó $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{HC}$. **Chọn B.**

Câu 24. Ta có $|\overline{AB}| = |\overline{CD}| \Leftrightarrow AB = CD$. Suy ra tập hợp các điểm D thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường tròn tâm C , bán kính AB . **Chọn D.**

Câu 25. Chọn A.

**BÀI
2.**

TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ

Câu 1. Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD} \neq \vec{BC}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy A sai.
- Đáp án B. Ta có $\vec{MP} + \vec{NM} = \vec{NM} + \vec{MP} = \vec{NP}$. Vậy B đúng. **Chọn B.**
- Đáp án C. Ta có $\vec{CA} + \vec{BA} = -(\vec{AC} + \vec{AB}) = -\vec{AD} \neq \vec{CB}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy C sai.
- Đáp án D. Ta có $\vec{AA} + \vec{BB} = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0} \neq \vec{AB}$. Vậy D sai.

Câu 2. Chọn D.

Ta có $\vec{a} = -\vec{b}$. Do đó, \vec{a} và \vec{b} cùng phương, cùng độ dài và ngược hướng nhau.

Câu 3. Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\vec{CA} - \vec{BA} = \vec{CA} + \vec{AB} = \vec{CB} = -\vec{BC}$. Vậy A sai.
- Đáp án B. Ta có $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD} \neq \vec{BC}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy B sai.
- Đáp án C. Ta có $\vec{AB} + \vec{CA} = \vec{CA} + \vec{AB} = \vec{CB}$. Vậy C đúng. **Chọn C.**

Câu 4. Ta có $\vec{AB} = -\vec{CD} = \vec{DC}$. Do đó:

- \vec{AB} và \vec{CD} ngược hướng.
- \vec{AB} và \vec{CD} cùng độ dài.
- $ABCD$ là hình bình hành nếu \vec{AB} và \vec{CD} không cùng giá.
- $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0}$.

Chọn B.

Câu 5. Ta có $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR} = \vec{MN} + \vec{NP} + \vec{PQ} + \vec{QR} + \vec{RN} = \vec{MN}$.

Chọn B.

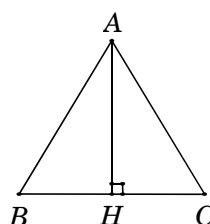
Câu 6. Chọn C.

Câu 7. Điều kiện cần và đủ để I là trung điểm của đoạn thẳng AB là $\vec{IA} = -\vec{IB} \Leftrightarrow \vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$. **Chọn B.**

Câu 8. Tam giác ABC cân ở A , đường cao AH . Do đó, H là trung điểm BC .

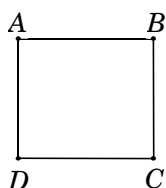
Ta có:

- $AB = AC \longrightarrow |\vec{AB}| = |\vec{AC}|$
- H là trung điểm $BC \longrightarrow \begin{cases} \vec{HC} = -\vec{HB} \\ \vec{BC} = 2\vec{HC} \end{cases}$.



Chọn A.

Câu 9.



$ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow \vec{AD} = \vec{BC} = -\vec{CB} \longrightarrow |\vec{AD}| = |\vec{CB}|$. **Chọn D.**

Câu 10. Chọn D. Với ba điểm phân biệt A, B, C nằm trên một đường thẳng, đẳng thức

$$|\overline{AB}| + |\overline{BC}| = |\overline{AC}| \iff AB + BC = AC \text{ xảy ra khi } B \text{ nằm giữa } A \text{ và } C.$$

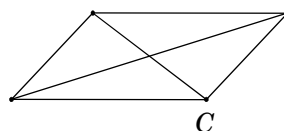
Câu 11. Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\overline{OA} - \overline{OB} = \overline{BA} = \overline{CD}$. Vậy A đúng.

• Đáp án B. Ta có $\begin{cases} \overline{OB} - \overline{OC} = \overline{CB} = -\overline{AD} \\ \overline{OD} - \overline{OA} = \overline{AD} \end{cases}$. Vậy B sai.

• Đáp án C. Ta có $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{DB}$. Vậy C đúng.

• Đáp án D. Ta có $\begin{cases} \overline{BC} - \overline{BA} = \overline{AC} \\ \overline{DC} - \overline{DA} = \overline{AC} \end{cases}$. Vậy D đúng.



Chọn B.

Câu 12. Chọn A. Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overline{BC} = \overline{AD}$.

$$\text{Suy ra } \overline{AB} - \overline{BC} = \overline{AB} - \overline{AD} = \overline{DB}.$$

Câu 13. Ta có $\overline{OB} - \overline{OC} = \overline{CB} = \overline{DA}$. **Chọn B.**

Câu 14. Độ dài các cạnh của tam giác là a thì độ dài các vector $|\overline{AB}| = |\overline{BC}| = |\overline{CA}| = a$.

Chọn C.

Câu 15. Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\overline{AM} + \overline{MB} + \overline{BA} = \vec{0}$ (theo quy tắc ba điểm).

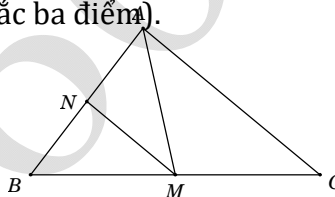
Chọn A.

• Đáp án B, C. Ta có

$$\overline{MA} + \overline{MB} = 2\overline{MN} = \overline{AC}$$

(với điểm N là trung điểm của AB).

• Đáp án D. Ta có $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AM}$.



Câu 16. Xét các đáp án:

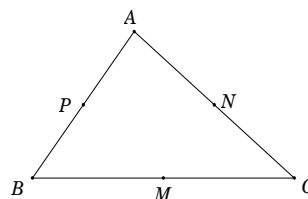
• Đáp án A. Ta có $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AA} = \vec{0}$.

• Đáp án B. Ta có $\overline{AP} + \overline{BM} + \overline{CN} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BC} + \frac{1}{2}\overline{CA}$

$$= \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) = \frac{1}{2}\overline{AA} = \vec{0}.$$

• Đáp án C. Ta có $\overline{MN} + \overline{NP} + \overline{PM} = \overline{MM} = \vec{0}$.

• Đáp án D. Ta có $\overline{PB} + \overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \overline{AN} = \overline{PM} = -\overline{MP}$.



Chọn D.

Câu 17. Đáp án A chỉ đúng khi ba điểm A, B, C thẳng hàng và B nằm giữa A, C .

Đáp án B đúng theo quy tắc ba điểm. **Chọn B.**

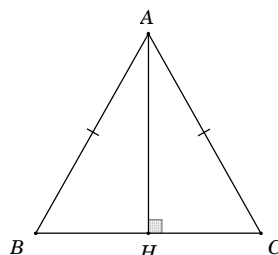
Câu 18. Do $\triangle ABC$ cân tại A ,

AH là đường cao nên H là trung điểm BC .

Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AH}$.

• Đáp án B. Ta có $\overline{HA} + \overline{HB} + \overline{HC} = \overline{HA} + \vec{0} = \overline{HA} \neq \vec{0}$.



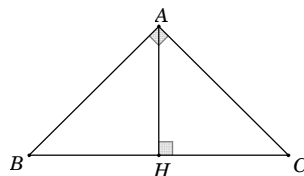
- Đáp án C. Ta có $\vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0}$ (do H là trung điểm BC).
- Đáp án D. Do \vec{AB} và \vec{AC} không cùng phương nên $\vec{AB} \neq \vec{AC}$. **Chọn C.**

Câu 19. Do $\triangle ABC$ cân tại A , AH là đường cao nên H là trung điểm BC .

Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có
$$\begin{cases} |\vec{AH} + \vec{HB}| = |\vec{AB}| = a \\ |\vec{AH} + \vec{HC}| = |\vec{AC}| = a \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\vec{AH} + \vec{HB}| = |\vec{AH} + \vec{HC}|.$$



- Đáp án B. Ta có
$$\begin{cases} \vec{AH} - \vec{AB} = \vec{BH} \\ \vec{AH} - \vec{AC} = \vec{CH} = -\vec{BH} \end{cases}$$
. Do đó B sai. **Chọn B.**

- Đáp án C. Ta có
$$\begin{cases} \vec{BC} - \vec{BA} = \vec{AC} \\ \vec{HC} - \vec{HA} = \vec{AC} \end{cases} \longrightarrow \vec{BC} - \vec{BA} = \vec{HC} - \vec{HA}.$$

- Đáp án D. Ta có $|\vec{AB} - \vec{AH}| = |\vec{HB}| = |\vec{AH}|$ (do $\triangle ABC$ vuông cân tại A).

Câu 20.

$$\text{Ta có } \vec{NP} = \vec{BM} \longrightarrow \vec{MP} + \vec{NP} = \vec{MP} + \vec{BM} = \vec{BP}.$$

Chọn B.

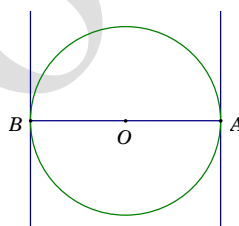
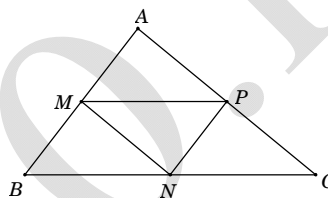
Câu 21.

Do hai tiếp tuyến song song và A, B là hai tiếp điểm nên AB là đường kính.

Do đó O là trung điểm của AB .

$$\text{Suy ra } \vec{OA} = -\vec{OB}.$$

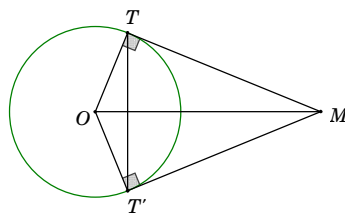
Chọn A.



Câu 22.

Do MT, MT' là hai tiếp tuyến (T và T' là hai tiếp điểm) nên $MT = MT'$.

Chọn C.

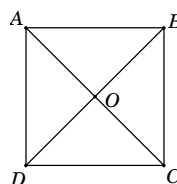


Câu 23. Ta có $\vec{AB} + \vec{CD} = (\vec{AD} + \vec{DB}) + (\vec{CB} + \vec{BD}) = (\vec{AD} + \vec{CB}) + (\vec{DB} + \vec{BD}) = \vec{AD} + \vec{CB}$.

Chọn A.

Câu 24. Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\vec{BC} + \vec{AB} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} = -\vec{CA}$.
- Đáp án B. Ta có $-\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OC} - \vec{OA} = \vec{AC} = -\vec{CA}$.
- Đáp án C. Ta có $\vec{BA} + \vec{DA} = -(\vec{AD} + \vec{AB}) = -\vec{AC} = \vec{CA}$.



• Đáp án D. Ta có $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = -(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}) = -\overrightarrow{CA}$.

Chọn C.

Câu 25. Ta có

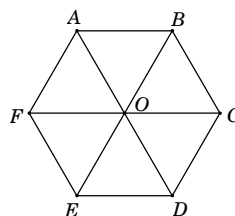
• $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$. Do đó A đúng.

• $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + \overrightarrow{OB}$

$= \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB}$. Do đó B đúng.

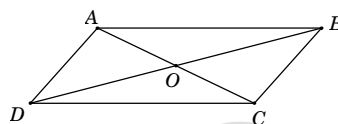
• $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{EF} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO}) + \overrightarrow{EF}$

$= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$. Do đó C đúng.



Dùng phương pháp loại trừ, suy ra D sai. **Chọn D.**

Câu 26. Ta có $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. **Chọn B.**



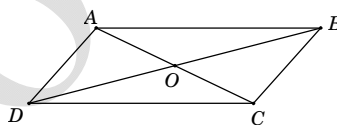
Câu 27. Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}) = \vec{0}$.

• Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ (quy tắc hình bình hành).

• Đáp án C. Ta có $\begin{cases} |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD}| = BD \\ |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{DB}| = BD \end{cases}$

• Đáp án D. Do $\overrightarrow{CD} \neq \overrightarrow{CB} \Rightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) \neq (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB})$.



Chọn D.

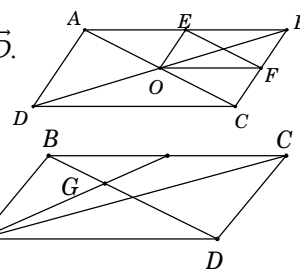
Câu 28.

Ta có OF, OE lần lượt là đường trung bình của tam giác $\triangle BCD$ và $\triangle ABC$.

$\Rightarrow BEOF$ là hình bình hành.

$\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BO} \Rightarrow \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BD}$.

Chọn D.



Câu 29.

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

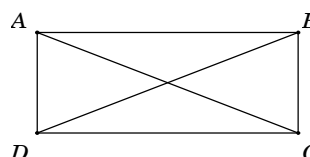
$$\longrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GB}$$

Do đó $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GD} - \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{BD}$.

Chọn A.

Câu 30.

Ta có $\begin{cases} |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{DB}| = BD \\ |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC \end{cases}$



Mà $BD = AC \longrightarrow |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

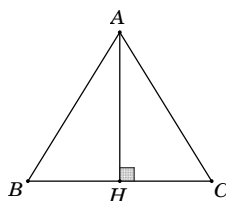
Chọn C.

Câu 31.

Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow AH \perp BC$.

$$\text{Suy ra } AH = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

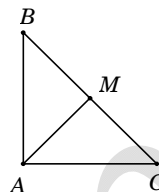
Ta lại có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AH}| = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$. **Chọn A.**



Câu 32.

Gọi M là trung điểm $BC \longrightarrow AM = \frac{1}{2}BC$.

Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2AM = BC = a\sqrt{2}$. **Chọn A.**



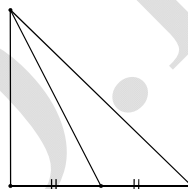
Câu 33.

Ta có $AB = \sqrt{2} \longrightarrow AC = CB = 1$.

Gọi I là trung điểm $BC \longrightarrow AI = \sqrt{AC^2 + CI^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Khi đó

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI} \longrightarrow |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}| = 2|\overrightarrow{AI}| = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}.$$

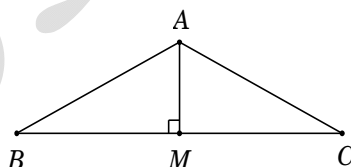


Chọn A.

Câu 34. Ta có $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CB}| = CB = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. **Chọn C.**

Câu 35. Gọi M là trung điểm $BC \longrightarrow AM \perp BC$.

Trong tam giác vuông AMB , ta có $AM = AB \cdot \sin \widehat{ABM} = a \cdot \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$.



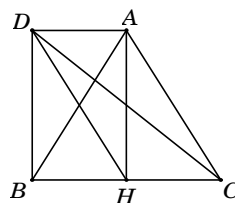
Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2AM = a$. **Chọn B.**

Câu 36. Gọi D là điểm thỏa mãn tứ giác $ACHD$ là hình bình hành

$\Rightarrow AHBD$ là hình chữ nhật.

$$|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH}| = |\overrightarrow{CD}| = CD.$$

$$\text{Ta có } CD = \sqrt{BD^2 + BC^2} = \sqrt{AH^2 + BC^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + a^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

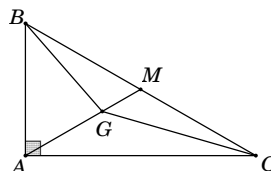


Chọn D.

Câu 37.

Gọi M là trung điểm của BC .

Ta có $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |2\overrightarrow{GM}| = 2GM$

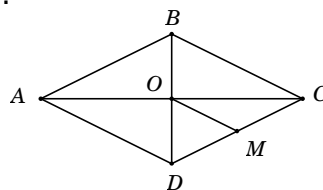


$$= 2 \cdot \frac{1}{3} AM = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2} BC \right) = \frac{BC}{3} = 4. \text{ Chọn D.}$$

Câu 38. Gọi $O = AC \cap BD$ và M là trung điểm của CD .

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 2|\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 2|2\overrightarrow{OM}| = 4OM$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{2} CD = 2\sqrt{OD^2 + OC^2} = 2\sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} = a\sqrt{5}.$$



Chọn C.

Câu 39. Ta có $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{2}$. **Chọn C.**

Câu 40. Gọi M là trung điểm của BC .

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 2|\overrightarrow{OM}| = 2OM = AB = a.$$

Chọn A.

Câu 41. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow M \equiv G. \text{ Chọn D.}$$

Câu 42. Ta có $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AM}| \Rightarrow AM = BC$

Mà A, B, C cố định \Rightarrow Tập hợp điểm M là đường tròn tâm A , bán kính BC .

Chọn C.

Câu 43. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MA}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD} : \text{ vô lí}$$

\Rightarrow Không có điểm M thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 44.

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm của } BC \longrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI}$$

$$\longrightarrow \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow M \text{ là trung điểm } AC.$$

Chọn A.

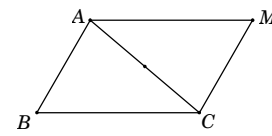
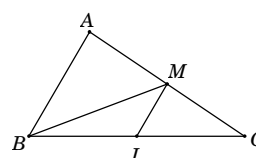
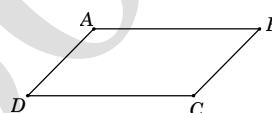
Câu 45.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$$

$\longrightarrow MABC$ là hình bình hành

$$\longrightarrow \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CB}.$$

Do đó D sai. **Chọn D.**



**BÀI
3.**

TÍCH CỦA VECTƠ VỚI MỘT SỐ

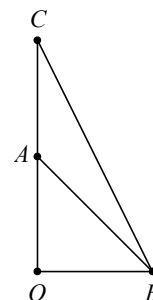
Câu 1.

Gọi C là điểm đối xứng của O qua $A \Rightarrow OC = 2a$.

Tam giác OBC vuông tại O , có $BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = a\sqrt{5}$.

Ta có $2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BC}$, suy ra

$$|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{BC}| = a\sqrt{5}.$$



Chọn C.

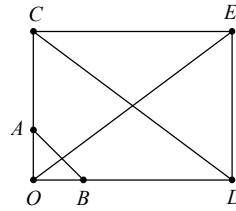
Câu 2. Dựa vào các đáp án, ta có nhận xét sau:

- **A đúng**, gọi C nằm trên tia đối của tia AO sao cho

$$OC = 3OA \Rightarrow 3\vec{OA} = \vec{OC}.$$

Và D nằm trên tia đối của tia BO sao cho

$$OD = 4OB \Rightarrow 4\vec{OB} = \vec{OD}.$$



Dựng hình chữ nhật $OCED$ suy ra $\vec{OC} + \vec{OD} = \vec{OE}$ (quy tắc hình bình hành).

$$\text{Ta có } |3\vec{OA} + 4\vec{OB}| = |\vec{OC} + \vec{OD}| = |\vec{OE}| = OE = CD = \sqrt{OC^2 + OD^2} = 5a.$$

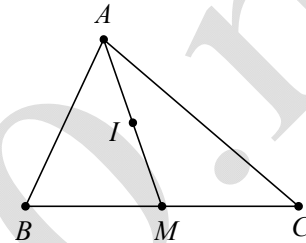
- **B đúng**, vì $|2\vec{OA}| + |3\vec{OB}| = 2|\vec{OA}| + 3|\vec{OB}| = 2a + 3a = 5a.$
- **C sai**, xử lý tương tự như ý đáp án A. **Chọn C.**
- **D đúng**, vì $|11\vec{OA}| - |6\vec{OB}| = 11|\vec{OA}| - 6|\vec{OB}| = 11a - 6a = 5a.$

Câu 3.

Vì M là trung điểm BC nên $\vec{IB} + \vec{IC} = 2\vec{IM}.$

Mặt khác I là trung điểm AM nên $\vec{IA} + \vec{IM} = \vec{0}.$

$$\text{Suy ra } \vec{IB} + \vec{IC} + 2\vec{IA} = 2\vec{IM} + 2\vec{IA} = 2(\vec{IM} + \vec{IA}) = \vec{0}.$$



Chọn B.

Câu 4.

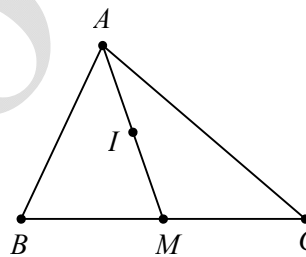
Vì M là trung điểm BC nên

$$\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AM}. \quad (1)$$

Mặt khác I là trung điểm AM nên

$$2\vec{AI} = \vec{AM}. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) suy ra } \vec{AB} + \vec{AC} = 4\vec{AI} \Leftrightarrow \vec{AI} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC}).$$



Chọn A.

Câu 5.

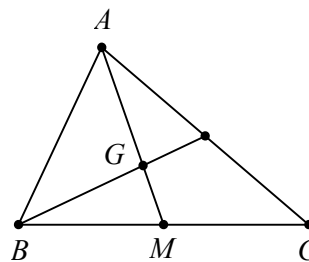
Vì G là trọng tâm của tam giác ABC

$$\longrightarrow \vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AM}.$$

Và M là trung điểm của BC

$$\longrightarrow \vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AM} \Leftrightarrow \vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}).$$

$$\text{Do đó } \vec{AG} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC}).$$



Chọn B.

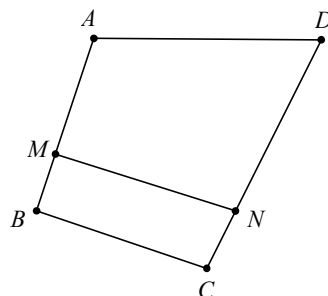
Câu 6.

Ta có $\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AD} + \vec{DN}$ và $\vec{MN} = \vec{MB} + \vec{BC} + \vec{CN}.$

$$\text{Suy ra } 3\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AD} + \vec{DN} + 2(\vec{MB} + \vec{BC} + \vec{CN})$$

$$= (\vec{MA} + 2\vec{MB}) + \vec{AD} + 2\vec{BC} + (\vec{DN} + 2\vec{CN}).$$

Theo bài ra, ta có $\vec{MA} + 2\vec{MB} = \vec{0}$ và $\vec{DN} + 2\vec{CN} = \vec{0}.$

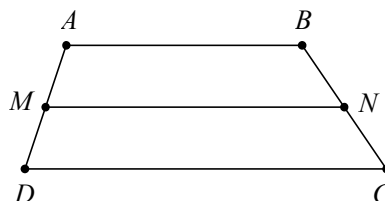


Vậy $3\overline{MN} = \overline{AD} + 2\overline{BC} \Leftrightarrow \overline{MN} = \frac{1}{3}\overline{AD} + \frac{2}{3}\overline{BC}$. **Chọn C.**

Câu 7.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC

$$\Rightarrow \begin{cases} \overline{MA} + \overline{MD} = \vec{0} \\ \overline{BN} + \overline{CN} = \vec{0} \end{cases}$$



Dựa vào đáp án, ta có nhận xét sau:

• **A đúng**, vì $\overline{MD} + \overline{CN} + \overline{DC} = \overline{MN} = (\overline{MD} + \overline{DC}) + \overline{CN} = \overline{MC} + \overline{CN} = \overline{MN}$.

• **B đúng**, vì $\overline{AB} - \overline{MD} + \overline{BN} = (\overline{AB} + \overline{BN}) - \overline{MD} = \overline{AN} - \overline{AM} = \overline{MN}$.

• **C đúng**, vì $\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{AB} + \overline{BN}$ và $\overline{MN} = \overline{MD} + \overline{DC} + \overline{CN}$.

Suy ra $2\overline{MN} = (\overline{MA} + \overline{MD}) + \overline{AB} + \overline{DC} + (\overline{BN} + \overline{CN}) = \vec{0} + \overline{AB} + \overline{DC} + \vec{0} = \overline{AB} + \overline{DC}$

$$\longrightarrow \overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{DC}).$$

• **D sai**, vì theo phân tích ở đáp án C. **Chọn D.**

Câu 8. Xét các đáp án ta thấy bài toán yêu cầu phân tích vector \overline{DM} theo hai vector \overline{DC} và \overline{BC} .

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overline{DB} = \overline{DA} + \overline{DC}$.

Và M là trung điểm AB nên $2\overline{DM} = \overline{DA} + \overline{DB} \Leftrightarrow 2\overline{DM} = 2\overline{DA} + \overline{DC}$.

$$\Leftrightarrow 2\overline{DM} = -2\overline{BC} + \overline{DC} \text{ suy ra } \overline{DM} = \frac{1}{2}\overline{DC} - \overline{BC}. \text{ **Chọn C.**}$$

Câu 9. Vì N là trung điểm AC nên $2\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{MC} = \overline{MA} + \overline{MA} + \overline{AC}$.

$$\Leftrightarrow 2\overline{MN} = 2\overline{MA} + \overline{AC} = -\frac{2}{3}\overline{AB} + \overline{AC}.$$

Suy ra $\overline{MN} = -\frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC}$. **Chọn B.**

Câu 10. Ta có $\overline{AM} = \overline{AB} + \overline{BM} = \overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{BC} = \overline{AB} + \frac{1}{3}(\overline{AC} - \overline{AB}) = \frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$.

Chọn A.

Câu 11. Ta có $\overline{AB} = \overline{AM} + \overline{MB} = \overline{AM} - \frac{1}{2}\overline{BC}$. **Chọn C.**

Câu 12. Ta có $\overline{AK} = \frac{1}{2}(\overline{AM} + \overline{AN}) = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}\right) = \frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{1}{6}\overline{AC}$. **Chọn C.**

Câu 13. Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overline{CB} + \overline{AD} = \vec{0}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB} \\ \overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} \end{cases} \longrightarrow 2\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{DB} + (\overline{CB} + \overline{AD}) = \overline{AC} + \overline{DB}$$

$$\longrightarrow \overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{AC} + \frac{1}{2}\overline{DB}. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 14. Dễ thấy $-10\vec{a} - 2\vec{b} = -2(5\vec{a} + \vec{b})$

\longrightarrow hai vector $5\vec{a} + \vec{b}, -10\vec{a} - 2\vec{b}$ cùng phương. **Chọn C.**

Câu 15. Gọi I, G lần lượt là trung điểm BC và trọng tâm tam giác ABC .

Vì I là trung điểm BC nên $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI}$.

Theo bài ra, ta có $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ suy ra $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow A, M, I$ thẳng hàng

Mặt khác G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow G \in AI$.

Do đó, ba điểm A, M, G thẳng hàng. **Chọn C.**

Câu 16. Vì I là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IB} \\ \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IC} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \underbrace{\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}}_{\vec{0}} + 2\overrightarrow{GI} = 2\overrightarrow{GI}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 17. Vì M là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MB} \\ \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MC} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \underbrace{\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}}_{\vec{0}} + 2\overrightarrow{GM} = 2\overrightarrow{GM}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 18. Vì M là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MC}$. **Chọn C.**

Câu 19. Vì M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC .

Suy ra MN là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow MN = \frac{1}{2}BC$.

Mà $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{MN}$ là hai vectơ cùng hướng nên $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$. **Chọn C.**

Câu 20. Gọi E là trung điểm của $AC \Rightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BE}$. (1)

Mà G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow \overrightarrow{BE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BG}$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2 \cdot \frac{3}{2}\overrightarrow{BG} = 3\overrightarrow{BG}$. **Chọn B.**

Câu 21. Từ giả thiết $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB} \Rightarrow B$ là trung điểm của $IA \Rightarrow \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB}$.

Lại có
$$\begin{cases} \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BI} \\ \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AI} \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB}$$

$= \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + 3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + 3(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) = -2\overrightarrow{CA} + 4\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = -\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB}$.

Chọn C.

Câu 22. Ta có $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.

Chọn C.

Câu 23. Ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB}$ (vì $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$). **Chọn C.**

Câu 24. Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC} + \underbrace{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}}_{\vec{0}} = 2\overrightarrow{BC}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 25. Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BC}$

Suy ra điều trên không thể xảy ra vì $\overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{BC}$. **Chọn D.**

Câu 26. Ta có $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MA}$.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}. (*)$

Đẳng thức (*) suy ra M là trọng tâm của tam giác ABC . **Chọn D.**

Câu 27. Ta có $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{BG} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}) = -\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB}$ (do $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$).

Chọn B.

Câu 28. Do \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} không cùng phương nên tồn tại các số thực x, y sao cho

$$\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}, \forall M \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = x(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}) + y(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC})$$

$$\Leftrightarrow (1-x-y)\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{MB} + y\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow (x+y-1)\overrightarrow{MA} = x\overrightarrow{MB} + y\overrightarrow{MC}.$$

Theo bài ra, ta có $\overrightarrow{MA} = x\overrightarrow{MB} + y\overrightarrow{MC}$ suy ra $x+y-1=1 \Leftrightarrow x+y=2$. **Chọn B.**

Câu 29. Gọi I là tâm của hình chữ nhật $ABCD$, ta có $\begin{cases} 2\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} \\ 2\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} \end{cases}, \forall M.$

$$\text{Do đó } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = k \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{MI}| = k \Leftrightarrow 4|\overrightarrow{MI}| = k \Leftrightarrow |\overrightarrow{MI}| = \frac{k}{4}. (*)$$

Vì I là điểm cố định nên tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức (*) là đường

tròn tâm I , bán kính $R = \frac{k}{4}$. **Chọn C.**

Câu 30. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{ME} \\ \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MF} \end{cases}, \forall M.$$

$$\text{Do đó } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| \Leftrightarrow 2|\overrightarrow{ME}| = 2|\overrightarrow{MF}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{ME}| = |\overrightarrow{MF}|. (*)$$

Vì E, F là hai điểm cố định nên từ đẳng thức (*) suy ra tập hợp các điểm M là trung trực của đoạn thẳng EF hay chính là trung trực của đoạn thẳng AD . **Chọn B.**

Câu 31. Vì I là trung điểm của AB suy ra $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

$$\text{Do đó } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MI}| = |\overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow MI = \frac{AB}{2}. (*)$$

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức (*) là đường tròn tâm I , bán kính

$$R = \frac{AB}{2}. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 32. Chọn điểm E thuộc đoạn AB sao cho $EB = 2EA \Rightarrow 2\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$.

Chọn điểm F thuộc đoạn AB sao cho $FA = 2FB \Rightarrow 2\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$.

Ta có

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{2MA} + \overrightarrow{MB}| &= |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{ME} + 2\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EB}| = |2\overrightarrow{MF} + 2\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{FA}| \\ \Leftrightarrow |3\overrightarrow{ME} + \underbrace{2\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB}}_{\vec{0}}| &= |3\overrightarrow{MF} + \underbrace{2\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB}}_{\vec{0}}| \Leftrightarrow |3\overrightarrow{ME}| = |3\overrightarrow{MF}| \Leftrightarrow ME = MF. (*) \end{aligned}$$

Vì E, F là hai điểm cố định nên từ đẳng thức (*) suy ra tập hợp các điểm M là trung trực của đoạn thẳng EF .

Gọi I là trung điểm của AB suy ra I cũng là trung điểm của EF .

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{2MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ là đường trung trực của đoạn thẳng AB .

Chọn A.

Câu 33. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, AC . Khi đó $\begin{cases} \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI} \\ \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MJ} \end{cases}$.

Theo bài ra, ta có $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MI}| = |2\overrightarrow{MJ}| \Leftrightarrow MI = MJ$.

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}|$ là đường trung trực của đoạn thẳng IJ , cũng chính là đường trung trực của đoạn thẳng BC vì IJ là đường trung bình của tam giác ABC . **Chọn A.**

Câu 34. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Ta có $2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + 4(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})$.

Chọn điểm I sao cho $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 3(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}) + \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IA} = \vec{0}$.

Mà G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 3\overrightarrow{IG}$.

Khi đó $9\overrightarrow{IG} + \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IA} = \vec{0} \Leftrightarrow 9\overrightarrow{IG} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 9\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{CA}$. (*)

Do đó

$|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}| \Leftrightarrow |9\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC}| = |\overrightarrow{AB}| \Leftrightarrow 9MI = AB$.

Vì I là điểm cố định thỏa mãn (*) nên tập hợp các điểm M cần tìm là đường tròn tâm I , bán kính $R = \frac{AB}{9} = \frac{a}{9}$. **Chọn B.**

Câu 35. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC nên G cố định duy nhất và

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}.$$

Ta có $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3 \Leftrightarrow |\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} - 3\overrightarrow{GM}| = 3 \Leftrightarrow 3|\overrightarrow{GM}| = 3 \Leftrightarrow GM = 1$.

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn tâm G bán kính bằng 1.

Chọn D.

**BÀI
4.**

HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

Câu 1. Ta có $\vec{a} = \frac{5}{4}\vec{b} \rightarrow \vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng. **Chọn A.**

Câu 2. Ta có $\begin{cases} 2\vec{a} = (4; -8) \\ -\vec{b} = (5; -3) \end{cases} \rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b} = (4 + 5; -8 - 3) = (9; -11)$. **Chọn B.**

Câu 3. Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (3 + (-1); -4 + 2) = (2; -2)$. **Chọn B.**

Câu 4. Ta có $\vec{a} - \vec{b} = (-1 - 5; 2 - (-7)) = (-6; 9)$. **Chọn C.**

Câu 5. Ta có $\begin{cases} \vec{i} = (1; 0) \\ \vec{j} = (0; 1) \end{cases} \rightarrow \vec{i} + \vec{j} = (1; 1)$. **Chọn D.**

Câu 6. Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (4; 4)$ và $\vec{u} - \vec{v} = (2; -8)$.

Xét tỉ số $\frac{4}{-4} \neq \frac{4}{4} \rightarrow \vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ không cùng phương. Loại A

Xét tỉ số $\frac{3}{1} \neq \frac{-2}{6} \rightarrow \vec{u}, \vec{v}$ không cùng phương. Loại B

Xét tỉ số $\frac{2}{6} = \frac{-8}{-24} = \frac{1}{3} > 0 \longrightarrow \vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{b} = (6; -24)$ cùng hướng. **Chọn C.**

Câu 7. Ta có $\begin{cases} \vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} \longrightarrow \vec{u} = (2; -1) \\ \vec{v} = \vec{i} + x\vec{j} \longrightarrow \vec{v} = (1; x) \end{cases}$.

Để \vec{u} và \vec{v} cùng phương $\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{-1} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$. **Chọn B.**

Câu 8. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng phương $\Leftrightarrow -5 \cdot x = 0.4 \longrightarrow x = 0$. **Chọn C.**

Câu 9. Ta có $\begin{cases} 2\vec{a} = (2x; 4) \\ 3\vec{b} = (-15; 3) \end{cases} \longrightarrow 2\vec{a} + 3\vec{b} = (2x - 15; 7)$.

Để $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b} \longleftarrow \begin{cases} x = 2x - 15 \\ 7 = 7 \end{cases} \longrightarrow x = 15$. **Chọn C.**

Câu 10. Ta có $\begin{cases} k \cdot \vec{a} = (2k; k) \\ h \cdot \vec{b} = (3h; 4h) \end{cases} \longrightarrow k \cdot \vec{a} + h \cdot \vec{b} = (2k + 3h; k + 4h)$.

Theo đề bài: $\vec{c} = k \cdot \vec{a} + h \cdot \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 2k + 3h \\ 2 = k + 4h \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 4, 4 \\ h = -0, 6 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 11. Ta có $\overrightarrow{AB} = (5; 6)$. **Chọn C.**

Câu 12. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-2; -1) \\ \overrightarrow{AC} = (-3; -2) \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = (-2 - (-3); -1 - (-2)) = (1; 1)$. **Chọn B.**

Cách khác: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} = (1; 1)$.

Câu 13. Ta có $\begin{cases} x_I = \frac{2+4}{2} = 3 \\ y_I = \frac{-3+7}{2} = 2 \end{cases} \longrightarrow I(3; 2)$. **Chọn C.**

Câu 14. Ta có $\begin{cases} x_G = \frac{3+1+5}{3} = 3 \\ y_G = \frac{5+2+2}{3} = 3 \end{cases} \longrightarrow G(3; 3)$. **Chọn D.**

Câu 15. Gọi $C(x; y)$.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \frac{6+(-3)+x}{3} = -1 \\ \frac{1+5+y}{3} = 1 \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = -3 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 16. Gọi $C(x; y)$.

Vì O là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \frac{-2+3+x}{3} = 0 \\ \frac{2+5+y}{3} = 0 \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -7 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 17. Vì C thuộc trục $Oy \longrightarrow C$ có hoành độ bằng 0. Loại B.

Trọng tâm G thuộc trục $Ox \longrightarrow G$ có tung độ bằng 0. Xét các đáp án còn lại chỉ có đáp án A thỏa mãn $\frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 0$. **Chọn A.**

Câu 18. Vì M là trung điểm BC nên $\begin{cases} x_B = 2x_M - x_C = 2 \cdot 2 - (-2) = 6 \\ y_B = 2y_M - y_C = 2 \cdot 0 - (-4) = 4 \end{cases} \Rightarrow B(6;4).$

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} x_A = 3x_G - x_B - x_C = -4 \\ y_A = 3y_G - y_B - y_C = 12 \end{cases} \rightarrow A(-4;12).$

Suy ra $x_A + x_B = 2$. **Chọn B.**

Câu 19. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2;2) \\ \overrightarrow{AC} = (-1;-1) \end{cases} \rightarrow \overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC}$. **Chọn A.**

Câu 20. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (4;3) \\ \overrightarrow{CD} = (-8;-6) \end{cases} \rightarrow \overrightarrow{CD} = -2\overrightarrow{AB} \rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

Chọn B.

Câu 21. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (6;0) \\ \overrightarrow{AC} = (0;6) \end{cases} \rightarrow 6 \cdot 6 \neq 0 \cdot 0 \rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. **Chọn C.**

Câu 22. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1;-2) \\ \overrightarrow{DC} = (1;-2) \end{cases} \rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \rightarrow ABCD$ là hình bình hành. **Chọn A.**

Câu 23. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-3;-3) \\ \overrightarrow{AC} = (6;6) \end{cases} \rightarrow \overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$. Đẳng thức này chứng tỏ A ở giữa hai điểm B và C . **Chọn**

C.

Câu 24. Từ giả thiết, suy ra $M_1 = (3;0), M_2 = (0;-4)$.

A. Sai vì $\overline{OM_1} = 3$.

B. Sai vì $\overline{OM_2} = -4$.

C. Sai vì $\overline{OM_1} - \overline{OM_2} = \overline{M_2M_1} = (3;4)$.

Dùng phương pháp loại trừ ta **Chọn D.**

Cách 2. Gọi I là trung điểm $M_1M_2 \rightarrow I\left(\frac{3}{2}; -2\right)$.

Ta có $\overline{OM_1} + \overline{OM_2} = 2\overline{OI} = \left(2 \cdot \frac{3}{2}; 2 \cdot (-2)\right) = (3; -4)$. **Chọn D.**

Câu 25. Từ giả thiết suy ra cạnh OC thuộc trục hoành \rightarrow cạnh AB song song với trục hoành nên $y_A = y_B \rightarrow \overrightarrow{AB} = (x_A - x_B; 0)$. Do đó loại A và B.

Nếu C có hoành độ bằng 0 $\rightarrow C(0;0) \equiv O$: mâu thuẫn với giả thiết $OABC$ là hình bình hành. Loại C.

Dùng phương pháp loại trừ, ta **Chọn D.**

Cách 2. Gọi I là tâm của hình bình hành $OABC$. Suy ra

- I là trung điểm $AC \rightarrow I\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + 0}{2}\right)$.

- I là trung điểm $OB \rightarrow I\left(\frac{0 + x_B}{2}; \frac{0 + y_B}{2}\right)$.

Từ đó suy ra $\frac{x_A + x_C}{2} = \frac{0 + x_B}{2} \rightarrow x_A + x_C - x_B = 0$. **Chọn D.**

Câu 26. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (0;5) \\ \overrightarrow{CD} = (0;-5) \end{cases} \rightarrow \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$ suy ra $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ ngược hướng. Loại A.

Tọa độ trung điểm của AC là $\begin{cases} x = \frac{-5+3}{2} = -1 \\ y = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$. Loại C.

Ta có $\overline{OC} = (3;3)$; $\begin{cases} \overline{OA} = (-5;-2) \\ \overline{OB} = (-5;3) \end{cases} \longrightarrow \overline{OA} + \overline{OB} = (-10;1) \neq \overline{OC}$. Loại D.

Dùng phương pháp loại trừ ta **Chọn B**.

Câu 27. Ta có $\overline{AB} = (0;-2)$, $\overline{DC} = (0;-2) \xrightarrow{\overline{AB}=\overline{DC}} ABCD$ là hình bình hành.

Khi đó tọa độ trung điểm của AC là $(0;-1)$ và cũng là tọa độ trung điểm của BD .

Chọn C.

Câu 28. Gọi $D(x;y)$. Ta có $\begin{cases} \overline{AB} = (2;1) \\ \overline{DC} = (6-x;5-y) \end{cases}$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{DC}$

$\longrightarrow \begin{cases} 2 = 6-x \\ 1 = 5-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases} \longrightarrow D(4;4)$. **Chọn C**.

Câu 29. Gọi $C(x;y)$. Ta có $\begin{cases} \overline{AB} = (2;4) \\ \overline{DC} = (x-5;y-5) \end{cases}$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{DC}$

$\longrightarrow \begin{cases} 2 = x-5 \\ 4 = y-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 9 \end{cases} \longrightarrow C(7;9)$. **Chọn C**.

Câu 30. Gọi M là tọa độ trung điểm của cạnh $AD \longrightarrow M(1;2)$.

Gọi $N(x_N;y_N)$ là tọa độ trung điểm của cạnh BC .

Do I là tâm của hình chữ nhật $\longrightarrow I$ là trung điểm của MN .

Suy ra $\begin{cases} x_N = 2x_I - x_M = -3 \\ y_N = 2y_I - y_M = -2 \end{cases} \longrightarrow N(-3;-2)$. **Chọn C**.

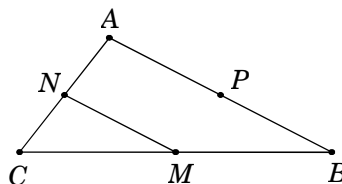
Câu 31. Ta có $\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2}(2;-8) = (1;-4)$. **Chọn B**.

Câu 32. Gọi $A(x;y)$.

Từ giả thiết, ta suy ra $\overline{PA} = \overline{MN}$. (*)

Ta có $\overline{PA} = (x+1;y-6)$ và $\overline{MN} = (-2;-7)$.

Khi đó (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = -2 \\ y-6 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases} \longrightarrow A(-3;-1)$.



Chọn B.

Câu 33. Gọi $I(x;y)$. Ta có $\begin{cases} \overline{IA} = (1-x;2-y) \\ \overline{IB} = (-2-x;3-y) \end{cases} \longrightarrow 2\overline{IB} = (-4-2x;6-2y)$

$\longrightarrow \overline{IA} + 2\overline{IB} = (-3-2x;8-2y)$.

Do đó từ giả thiết $\vec{IA} + 2\vec{IB} = \vec{0} \longrightarrow \begin{cases} -3 - 3x = 0 \\ 8 - 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{8}{3} \end{cases}$. **Chọn C.**

hoc360.net