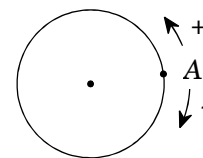


CHƯƠNG 6: CUNG VÀ GÓC LƯỢNG GIÁC, CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

I – KHÁI NIỆM CUNG VÀ GÓC LƯỢNG GIÁC

1. Đường tròn định hướng và cung lượng giác

Đường tròn định hướng là một đường tròn trên đó ta chọn một chiều chuyển động gọi là chiều dương, chiều ngược lại là chiều âm. Ta quy ước chọn chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ làm chiều dương.

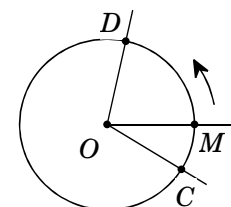


Trên đường tròn định hướng cho hai điểm A và B . Một điểm M di động trên đường tròn luôn theo một chiều (âm hoặc dương) từ A đến B tạo nên một **cung lượng giác** có điểm đầu A điểm cuối B .

Với hai điểm A, B đã cho trên đường tròn định hướng ta có vô số cung lượng giác điểm đầu A , điểm cuối B . Mỗi cung như vậy đều được kí hiệu là $\overset{b}{AB}$.

2. Góc lượng giác

Trên đường tròn định hướng cho một cung lượng giác $\overset{b}{CD}$. Một điểm M chuyển động trên đường tròn từ C tới D tạo nên cung lượng giác $\overset{b}{CD}$, nói trên. Khi đó tia OM quay xung quanh gốc O từ vị trí OC tới vị trí OD . Ta nói tia OM tạo ra một **góc lượng giác**, có tia đầu là OC , tia cuối là OD .



Kí hiệu góc lượng giác đó là (OC, OD) .

3. Đường tròn lượng giác

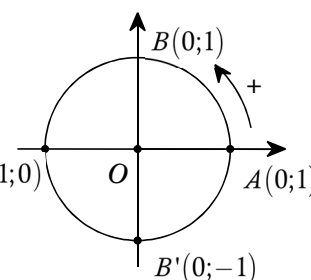
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ đường tròn định hướng tâm O bán kính $R = 1$.

Đường tròn này cắt hai trục tọa độ tại bốn điểm

$$A(1;0), A'(-1;0), B(0;1), B'(0;-1).$$

Ta lấy $A(1;0)$ làm điểm gốc của đường tròn đó.

Đường tròn xác định như trên được gọi là **đường tròn lượng giác** (gốc A).



II – SỐ ĐO CỦA CUNG VÀ GÓC LƯỢNG GIÁC

1. Độ và radian

a) Đơn vị radian

Trên đường tròn tùy ý, cung có độ dài bằng bán kính được gọi là cung có số đo 1 rad.

b) Quan hệ giữa độ và radian

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad và } 1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ.$$

c) Độ dài của một cung tròn

Trên đường tròn bán kính R , cung nửa đường tròn có số đo là $\pi \text{ rad}$ và có độ dài là πR . Vậy cung có số đo $\alpha \text{ rad}$ của đường tròn bán kính R có độ dài

$$\boxed{l = R\alpha.}$$

2. Số đo của một cung lượng giác

Số đo của một cung lượng giác $\overset{b}{AM}$ ($A \neq M$) là một số thực âm hay dương.

Kí hiệu số đo của cung $\overset{b}{AM}$ là $sđ \overset{b}{AM}$.

Ghi nhớ

Số đo của các cung lượng giác có cùng điểm đầu và điểm cuối sai khác nhau một bội của 2π .

Ta viết

$$sđ \overset{b}{AM} = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

trong đó α là số đo của một cung lượng giác tùy ý có điểm đầu là A , điểm cuối là M .

3. Số đo của một góc lượng giác

Số đo của góc lượng giác (OA, OC) là số đo của cung lượng giác $\overset{b}{AC}$ tương ứng.

Chú ý Vì mỗi cung lượng giác ứng với một góc lượng giác và ngược lại, đồng thời số đo của các cung và góc lượng giác tương ứng là trùng nhau, nên từ nay về sau khi ta nói về cung thì điều đó cũng đúng cho góc và ngược lại.

4. Biểu diễn cung lượng giác trên đường tròn lượng giác

Chọn điểm gốc $A(1;0)$ làm điểm đầu của tất cả các cung lượng giác trên đường tròn lượng giác. Để biểu diễn cung lượng giác có số đo α trên đường tròn lượng giác ta cần chọn điểm cuối M của cung này. Điểm cuối M được xác định bởi hệ thức $sđ \overset{b}{AM} = \alpha$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. LÝ THUYẾT

Câu 1. Khẳng định nào sau đây là **đúng** khi nói về "đường tròn định hướng"?

- A. Mỗi đường tròn là một đường tròn định hướng.
- B. Mỗi đường tròn đã chọn một điểm là gốc đều là một đường tròn định hướng.
- C. Mỗi đường tròn đã chọn một chiều chuyển động và một điểm là gốc đều là một đường tròn định hướng.
- D. Mỗi đường tròn trên đó ta đã chọn một chiều chuyển động gọi là chiều dương và chiều ngược lại được gọi là chiều âm là một đường tròn định hướng.

Câu 2. Quy ước chọn chiều dương của một đường tròn định hướng là:

- A. Luôn cùng chiều quay kim đồng hồ.
- B. Luôn ngược chiều quay kim đồng hồ.
- C. Có thể cùng chiều quay kim đồng hồ mà cũng có thể là ngược chiều quay kim đồng hồ.
- D. Không cùng chiều quay kim đồng hồ và cũng không ngược chiều quay kim đồng hồ.

Câu 3. Trên đường tròn định hướng, mỗi cung lượng giác $\overset{b}{AB}$ xác định:

- A. Một góc lượng giác tia đầu OA , tia cuối OB .
- B. Hai góc lượng giác tia đầu OA , tia cuối OB .
- C. Bốn góc lượng giác tia đầu OA , tia cuối OB .
- D. Vô số góc lượng giác tia đầu OA , tia cuối OB .

Câu 4. Khẳng định nào sau đây là **đúng** khi nói về "góc lượng giác"?

- A. Trên đường tròn tâm O bán kính $R=1$, góc hình học AOB là góc lượng giác.
- B. Trên đường tròn tâm O bán kính $R=1$, góc hình học AOB có phân biệt điểm đầu A và điểm cuối

B là góc lượng giác.

C. Trên đường tròn định hướng, góc hình học AOB là góc lượng giác.

D. Trên đường tròn định hướng, góc hình học AOB có phân biệt điểm đầu A và điểm cuối B là góc lượng giác.

Câu 5. Khẳng định nào sau đây là **đúng** khi nói về "đường tròn lượng giác"?

A. Mỗi đường tròn là một đường tròn lượng giác.

B. Mỗi đường tròn có bán kính $R=1$ là một đường tròn lượng giác.

C. Mỗi đường tròn có bán kính $R=1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.

D. Mỗi đường tròn định hướng có bán kính $R=1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng giác.

Vấn đề 2. ĐỔI TỪ ĐỘ SANG RADIAN VÀ NGƯỢC LẠI

Câu 6. Trên đường tròn cung có số đo 1 rad là?

A. Cung có độ dài bằng 1. B. Cung tương ứng với góc ở tâm 60° .

C. Cung có độ dài bằng đường kính. D. Cung có độ dài bằng nửa đường kính.

Câu 7. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\pi \text{ rad} = 1^\circ$. B. $\pi \text{ rad} = 60^\circ$. C. $\pi \text{ rad} = 180^\circ$. D. $\pi \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$.

Câu 8. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $1 \text{ rad} = 1^\circ$. B. $1 \text{ rad} = 60^\circ$. C. $1 \text{ rad} = 180^\circ$. D. $1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$.

Câu 9. Nếu một cung tròn có số đo là a° thì số đo radian của nó là:

A. $180\pi a$. B. $\frac{180\pi}{a}$. C. $\frac{a\pi}{180}$. D. $\frac{\pi}{180a}$.

Câu 10. Nếu một cung tròn có số đo là $3a^\circ$ thì số đo radian của nó là:

A. $\frac{a\pi}{60}$. B. $\frac{a\pi}{180}$. C. $\frac{180}{a\pi}$. D. $\frac{60}{a\pi}$.

Câu 11. Đổi số đo của góc 70° sang đơn vị radian.

A. $\frac{70}{\pi}$. B. $\frac{7}{18}$. C. $\frac{7\pi}{18}$. D. $\frac{7}{18\pi}$.

Câu 12. Đổi số đo của góc 108° sang đơn vị radian.

A. $\frac{3\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{10}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 13. Đổi số đo của góc $45^\circ 32'$ sang đơn vị radian với độ chính xác đến hàng phần nghìn.

A. 0,7947. B. 0,7948. C. 0,795. D. 0,794.

Câu 14. Đổi số đo của góc $40^\circ 25'$ sang đơn vị radian với độ chính xác đến hàng phần trăm.

A. 0,705. B. 0,70. C. 0,7054. D. 0,71.

Câu 15. Đổi số đo của góc $-125^\circ 45'$ sang đơn vị radian.

A. $-\frac{503\pi}{720}$. B. $\frac{503\pi}{720}$. C. $\frac{251\pi}{360}$. D. $-\frac{251\pi}{360}$.

Câu 16. Đổi số đo của góc $\frac{\pi}{12}$ rad sang đơn vị độ, phút, giây.

- A. 15° . B. 10° . C. 6° . D. 5° .

Câu 17. Đổi số đo của góc $-\frac{3\pi}{16}$ rad sang đơn vị độ, phút, giây.

- A. $33^\circ 45'$. B. $-29^\circ 30'$. C. $-33^\circ 45'$. D. $-32^\circ 55'$.

Câu 18. Đổi số đo của góc -5 rad sang đơn vị độ, phút, giây.

- A. $-286^\circ 44' 28''$. B. $-286^\circ 28' 44''$. C. -286° . D. $286^\circ 28' 44''$.

Câu 19. Đổi số đo của góc $\frac{3}{4}$ rad sang đơn vị độ, phút, giây.

- A. $42^\circ 97' 18''$. B. $42^\circ 58'$. C. $42^\circ 97'$. D. $42^\circ 58' 18''$.

Câu 20. Đổi số đo của góc -2 rad sang đơn vị độ, phút, giây.

- A. $-114^\circ 59' 15''$. B. $-114^\circ 35'$. C. $-114^\circ 35' 29''$. D. $-114^\circ 59'$.

Vấn đề 3. ĐỘ DÀI CUNG TRÒN

Câu 21. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Số đo của cung tròn tỉ lệ với độ dài cung đó.
B. Độ dài của cung tròn tỉ lệ với bán kính của nó.
C. Số đo của cung tròn tỉ lệ với bán kính của nó.
D. Độ dài của cung tròn tỉ lệ nghịch với số đo của cung đó.

Câu 22. Tính độ dài ℓ của cung trên đường tròn có bán kính bằng 20cm và số đo $\frac{\pi}{16}$.

- A. $\ell = 3,93\text{cm}$. B. $\ell = 2,94\text{cm}$. C. $\ell = 3,39\text{cm}$. D. $\ell = 1,49\text{cm}$.

Câu 23. Tính độ dài của cung trên đường tròn có số đo 1,5 và bán kính bằng 20 cm.

- A. 30cm. B. 40cm. C. 20cm. D. 60cm.

Câu 24. Một đường tròn có đường kính bằng 20 cm. Tính độ dài của cung trên đường tròn có số đo 35° (lấy 2 chữ số thập phân).

- A. 6,01cm. B. 6,11cm. C. 6,21cm. D. 6,31cm.

Câu 25. Tính số đo cung có độ dài của cung bằng $\frac{40}{3}\text{cm}$ trên đường tròn có bán kính 20 cm.

- A. 1,5 rad. B. 0,67 rad. C. 80° . D. 88° .

Câu 26. Một cung tròn có độ dài bằng 2 lần bán kính. Số đo radian của cung tròn đó là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 27. Trên đường tròn bán kính R , cung tròn có độ dài bằng $\frac{1}{6}$ độ dài nửa đường tròn thì có số đo (tính bằng radian) là:

- A. $\pi/2$ B. $\pi/3$ C. $\pi/4$ D. $\pi/6$.

Câu 28. Một cung có độ dài 10cm, có số đo bằng radian là 2,5 thì đường tròn của cung đó có bán kính là:

- A. 2,5cm. B. 3,5cm. C. 4cm. D. 4,5cm.

Câu 29. Bánh xe đạp của người đi xe đạp quay được 2 vòng trong 5 giây. Hỏi trong 2 giây, bánh xe quay được 1 góc bao nhiêu độ.

- A. $\frac{8}{5}\pi$. B. $\frac{5}{8}\pi$. C. $\frac{3}{5}\pi$. D. $\frac{5}{3}\pi$.

Câu 30. Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là:
A. 30° . B. 40° . C. 50° . D. 60° .

Vấn đề 5. GÓC LƯỢNG GIÁC

Câu 31. Cho góc lượng giác $(Ox, Oy) = 22^\circ 30' + k360^\circ$. Với giá trị k bằng bao nhiêu thì góc $(Ox, Oy) = 1822^\circ 30'$?

- A. $k \in \emptyset$. B. $k = 3$. C. $k = -5$. D. $k = 5$.

Câu 32. Cho góc lượng giác $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. Tìm k để $10\pi < \alpha < 11\pi$.

- A. $k = 4$. B. $k = 5$. C. $k = 6$. D. $k = 7$.

Câu 33. Một chiếc đồng hồ, có kim chỉ giờ OG chỉ số 9 và kim phút OP chỉ số 12. Số đo của góc lượng giác (OG, OP) là

- A. $\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $-270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
C. $270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. D. $\frac{9\pi}{10} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 34. Trên đường tròn lượng giác có điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 45° . Gọi N là điểm đối xứng với M qua trục Ox , số đo cung lượng giác AN bằng

- A. -45° . B. 315° .
C. 45° hoặc 315° . D. $-45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 35. Trên đường tròn với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 60° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục Oy , số đo cung AN là:

- A. 120° . B. -240° .
C. -120° hoặc 240° . D. $120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 36. Trên đường tròn lượng giác với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 75° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua gốc tọa độ O , số đo cung lượng giác AN bằng:

- A. 255° . B. -105° .
C. -105° hoặc 255° . D. $-105^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 37. Cho bốn cung (trên một đường tròn định hướng): $\alpha = -\frac{5\pi}{6}$, $\beta = \frac{\pi}{3}$, $\gamma = \frac{25\pi}{3}$, $\delta = \frac{19\pi}{6}$. Các cung nào có điểm cuối trùng nhau:

- A. α và β ; γ và δ . B. β và γ ; α và δ .
C. α, β, γ . D. β, γ, δ .

Câu 38. Các cặp góc lượng giác sau ở trên cùng một đường tròn đơn vị, cùng tia đầu và tia cuối. Hãy nêu kết quả SAI trong các kết quả sau đây:

- A. $\frac{\pi}{3}$ và $-\frac{35\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{10}$ và $\frac{152\pi}{5}$.
C. $-\frac{\pi}{3}$ và $\frac{155\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{7}$ và $\frac{281\pi}{7}$.

Câu 39. Trên đường tròn lượng giác gốc A , cung lượng giác nào có các điểm biểu diễn tạo thành tam giác đều ?

- A. $\frac{k2\pi}{3}$. B. $k\pi$. C. $\frac{k\pi}{2}$. D. $\frac{k\pi}{3}$.

Câu 40. Trên đường tròn lượng giác gốc A , cung lượng giác nào có các điểm biểu diễn tạo thành hình vuông

- A. $\frac{k\pi}{2}$. B. $k\pi$. C. $\frac{k2\pi}{3}$. D. $\frac{k\pi}{3}$.

**BÀI
2.**

GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT CUNG

I – GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CUNG α

1. Định nghĩa

Trên đường tròn lượng giác cho cung $\overset{b}{AM}$ có số $\overset{b}{AM} = \alpha$ (còn viết $\overset{b}{AM} = \alpha$)

- Tung độ $y = \overline{OK}$ của điểm M gọi là sin của α và kí hiệu là $\sin \alpha$.

$$\boxed{\sin \alpha = \overline{OK}.}$$

- Hoành độ $x = \overline{OH}$ của điểm M gọi là cosin của α và kí hiệu là $\cos \alpha$.

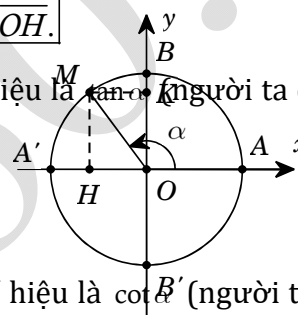
$$\boxed{\cos \alpha = \overline{OH}.}$$

- Nếu $\cos \alpha \neq 0$, tỉ số $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ gọi là tang của α và kí hiệu là $\tan \alpha$ (người ta còn dùng kí hiệu $\operatorname{tg} \alpha$)

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

- Nếu $\sin \alpha \neq 0$, tỉ số $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ gọi là cotang của α và kí hiệu là $\cot \alpha$ (người ta còn dùng kí hiệu $\operatorname{cotg} \alpha$)

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}.$$



Các giá trị $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$ được gọi là các **giá trị lượng giác của cung α** .

Ta cũng gọi trục tung là **trục sin**, còn trục hoành là **trục cosin**

2. Hệ quả

- 1) $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$ xác định với mọi $\alpha \in \mathbb{R}$. Hơn nữa, ta có

$$\boxed{\begin{aligned} \sin(\alpha + k2\pi) &= \sin \alpha, \forall k \in \mathbb{Z}; \\ \cos(\alpha + k2\pi) &= \cos \alpha, \forall k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}}$$

- 2) Vì $-1 \leq \overline{OK} \leq 1$; $-1 \leq \overline{OH} \leq 1$ nên ta có

$$\boxed{\begin{aligned} -1 &\leq \sin \alpha \leq 1 \\ -1 &\leq \cos \alpha \leq 1. \end{aligned}}$$

- 3) Với mọi $m \in \mathbb{R}$ mà $-1 \leq m \leq 1$ đều tồn tại α và β sao cho $\sin \alpha = m$ và $\cos \beta = m$.

- 4) $\tan \alpha$ xác định với mọi $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

- 5) $\cot \alpha$ xác định với mọi $\alpha \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

6) Dấu của các giá trị lượng giác của góc α phụ thuộc vào vị trí điểm cuối của cung $\overset{b}{AM} = \alpha$ trên đường tròn lượng giác.

Bảng xác định dấu của các giá trị lượng giác

Góc phần tư Giá trị lượng giác	I	II	III	IV
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-

3. Giá trị lượng giác của các cung đặc biệt

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Không xác định
$\cot \alpha$	Không xác định	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

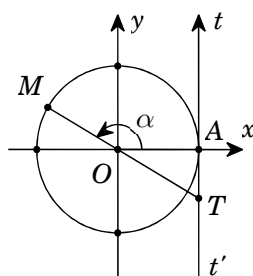
II – Ý NGHĨA HÌNH HỌC CỦA TANG VÀ CÔTANG

1. Ý nghĩa hình học của $\tan \alpha$

Từ A vẽ tiếp tuyến $t'At$ với đường tròn lượng giác. Ta coi tiếp tuyến này là một trục số bằng cách chọn gốc tại A .

Gọi T là giao điểm của OM với trục $t'At$.

$\tan \alpha$ được biểu diễn bởi độ dài đại số của vectơ \overrightarrow{AT} trên trục $t'At$. Trục $t'At$ được gọi là **trục tang**.

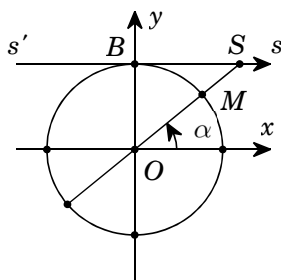


2. Ý nghĩa hình học của $\cot \alpha$

Từ B vẽ tiếp tuyến $s'Bs$ với đường tròn lượng giác. Ta coi tiếp tuyến này là một trục số bằng cách chọn gốc tại B .

Gọi S là giao điểm của OM với trục $s'Bs$

$\cot \alpha$ được biểu diễn bởi độ dài đại số của vectơ \overrightarrow{BS} trên trục $s'Bs$. Trục $s'Bs$ được gọi là **trục cotang**.



III – QUAN HỆ GIỮA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

1. Công thức lượng giác cơ bản

Đối với các giá trị lượng giác, ta có các hằng đẳng thức sau

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \quad \alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1, \quad \alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

2. Giá trị lượng giác của các cung có liên quan đặc biệt

1) Cung đối nhau: α và $-\alpha$

$$\begin{aligned} \cos(-\alpha) &= \cos \alpha \\ \sin(-\alpha) &= -\sin \alpha \\ \tan(-\alpha) &= -\tan \alpha \\ \cot(-\alpha) &= -\cot \alpha \end{aligned}$$

2) Cung bù nhau: α và $\pi - \alpha$

$$\begin{aligned} \sin(\pi - \alpha) &= \sin \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha \\ \tan(\pi - \alpha) &= -\tan \alpha \\ \cot(\pi - \alpha) &= -\cot \alpha \end{aligned}$$

3) Cung hơn kém π : α và $(\alpha + \pi)$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \pi) &= -\sin \alpha \\ \cos(\alpha + \pi) &= -\cos \alpha \\ \tan(\alpha + \pi) &= \tan \alpha \\ \cot(\alpha + \pi) &= \cot \alpha \end{aligned}$$

4) Cung phụ nhau: α và $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$
$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$$
$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. XÁC ĐỊNH DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 1. Cho α thuộc góc phần tư thứ nhất của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\cos \alpha < 0$. C. $\tan \alpha < 0$. D. $\cot \alpha < 0$.

Câu 2. Cho α thuộc góc phần tư thứ hai của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

- A. $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha > 0$. B. $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha < 0$.
C. $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha < 0$. D. $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha > 0$.

Câu 3. Cho α thuộc góc phần tư thứ ba của đường tròn lượng giác. Khẳng định nào sau đây là sai ?

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\cos \alpha < 0$. C. $\tan \alpha > 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 4. Cho α thuộc góc phần tư thứ tư của đường tròn lượng giác. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\cos \alpha > 0$. C. $\tan \alpha > 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 5. Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ cùng dấu?

- A. Thứ II. B. Thứ IV. C. Thứ II hoặc IV. D. Thứ I hoặc III.

Câu 6. Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sin \alpha$, $\tan \alpha$ trái dấu?

- A. Thứ I. B. Thứ II hoặc IV. C. Thứ II hoặc III. D. Thứ I hoặc IV.

Câu 7. Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$.

- A. Thứ II. B. Thứ I hoặc II. C. Thứ II hoặc III. D. Thứ I hoặc IV.

Câu 8. Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sqrt{\sin^2 \alpha} = \sin \alpha$.

- A. Thứ III. B. Thứ I hoặc III. C. Thứ I hoặc II. D. Thứ III hoặc IV.

Câu 9. Cho $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\tan \alpha > 0$; $\cot \alpha > 0$. B. $\tan \alpha < 0$; $\cot \alpha < 0$.
C. $\tan \alpha > 0$; $\cot \alpha < 0$. D. $\tan \alpha < 0$; $\cot \alpha > 0$.

Câu 10. Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin(\alpha - \pi) \geq 0$. B. $\sin(\alpha - \pi) \leq 0$. C. $\sin(\alpha - \pi) < 0$. D. $\sin(\alpha - \pi) > 0$.

Câu 11. Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0$. B. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \geq 0$. C. $\tan(\alpha + \pi) < 0$. D. $\tan(\alpha + \pi) > 0$.

Câu 12. Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị lượng giác nào sau đây luôn dương?

A. $\sin(\pi + \alpha)$. B. $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$. C. $\cos(-\alpha)$. D. $\tan(\pi + \alpha)$.

Câu 13. Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0$. B. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0$.

C. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \leq 0$. D. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \geq 0$.

Câu 14. Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xác định dấu của biểu thức $M = \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \tan(\pi - \alpha)$.

A. $M \geq 0$. B. $M > 0$. C. $M \leq 0$. D. $M < 0$.

Câu 15. Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Xác định dấu của biểu thức $M = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cot(\pi + \alpha)$.

A. $M \geq 0$. B. $M > 0$. C. $M \leq 0$. D. $M < 0$.

Vấn đề 2. TÍNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 16. Tính giá trị của $\sin\frac{47\pi}{6}$.

A. $\sin\frac{47\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sin\frac{47\pi}{6} = \frac{1}{2}$. C. $\sin\frac{47\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\sin\frac{47\pi}{6} = -\frac{1}{2}$.

Câu 17. Tính giá trị của $\cot\frac{89\pi}{6}$.

A. $\cot\frac{89\pi}{6} = \sqrt{3}$. B. $\cot\frac{89\pi}{6} = -\sqrt{3}$. C. $\cot\frac{89\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\cot\frac{89\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 18. Tính giá trị của $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right]$.

A. $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = -\frac{1}{2}$. D. $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 19. Tính giá trị của $\cos\left[\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi\right]$.

A. $\cos\left[\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi\right] = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\cos\left[\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi\right] = \frac{1}{2}$.

C. $\cos\left[\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi\right] = -\frac{1}{2}$. D. $\cos\left[\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi\right] = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 20. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 226^\circ) \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \cot 72^\circ \cot 18^\circ$.

- A. $P = -1$. B. $P = 1$. C. $P = -\frac{1}{2}$. D. $P = \frac{1}{2}$.

Câu 21. Tính giá trị biểu thức $P = \sin\left(-\frac{14\pi}{3}\right) + \frac{1}{\sin^2 \frac{29\pi}{4}} - \tan^2 \frac{3\pi}{4}$.

- A. $P = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $P = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $P = 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $P = 3 - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22. Tính giá trị biểu thức $P = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$.

- A. $P = -1$. B. $P = 0$. C. $P = 1$. D. $P = 2$.

Câu 23. Tính giá trị biểu thức $P = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ$.

- A. $P = 0$. B. $P = 2$. C. $P = 4$. D. $P = 8$.

Câu 24. Tính giá trị biểu thức $P = \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \dots \tan 80^\circ$.

- A. $P = 0$. B. $P = 1$. C. $P = 4$. D. $P = 8$.

Câu 25. Tính giá trị biểu thức $P = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$.

- A. $P = 0$. B. $P = 1$. C. $P = 2$. D. $P = 3$.

Vấn đề 3. TÍNH ĐÚNG SAI

Câu 26. Với góc α bất kì. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$. B. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.
C. $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = 1$. D. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1$.

Câu 27. Với góc α bất kì. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin 2\alpha^2 + \cos^2 2\alpha = 1$. B. $\sin(\alpha^2) + \cos(\alpha^2) = 1$.
C. $\sin^2 \alpha + \cos^2(180^\circ - \alpha) = 1$. D. $\sin^2 \alpha - \cos^2(180^\circ - \alpha) = 1$.

Câu 28. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$; $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$. B. $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ($\cos \alpha \neq 0$).
C. $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ ($\sin \alpha \neq 0$). D. $\sin^2(2018\alpha) + \cos^2(2018\alpha) = 2018$.

Câu 29. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$. B. $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.
C. $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$. D. $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$.

Câu 30. Để $\tan x$ có nghĩa khi

- A. $x = \pm \frac{\pi}{2}$. B. $x = 0$. C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. D. $x \neq k\pi$.

Câu 32. Điều kiện trong đẳng thức $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ là

- A. $\alpha \neq k\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$. B. $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
C. $\alpha \neq k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. D. $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 33. Điều kiện để biểu thức $P = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \cot\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ xác định là

- A. $\alpha \neq \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
B. $\alpha \neq \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\alpha \neq \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
D. $\alpha \neq -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 34. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\sin 60^\circ < \sin 150^\circ$.
B. $\cos 30^\circ < \cos 60^\circ$.
C. $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$.
D. $\cot 60^\circ > \cot 240^\circ$.

Câu 35. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\tan 45^\circ > \tan 46^\circ$.
B. $\cos 142^\circ > \cos 143^\circ$.
C. $\sin 90^\circ 13' < \sin 90^\circ 14'$.
D. $\cot 128^\circ > \cot 126^\circ$.

Vấn đề 4. CÁC CUNG LIÊN QUAN ĐẶC BIỆT

Câu 36. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$.
B. $\sin(\pi + \alpha) = \sin \alpha$.
C. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$.
D. $\tan(\pi + 2\alpha) = \cot(2\alpha)$.

Câu 37. Với mọi số thực α , ta có $\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right)$ bằng

- A. $-\sin \alpha$.
B. $\cos \alpha$.
C. $\sin \alpha$.
D. $-\cos \alpha$.

Câu 38. Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Khi đó $\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$.
B. $-\frac{1}{3}$.
C. $\frac{1}{3}$.
D. $\frac{2}{3}$.

Câu 39. Với mọi $\alpha \in \mathbb{R}$ thì $\tan(2017\pi + \alpha)$ bằng

- A. $-\tan \alpha$.
B. $\cot \alpha$.
C. $\tan \alpha$.
D. $-\cot \alpha$.

Câu 40. Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)$, ta được

- A. $A = \cos \alpha + \sin \alpha$.
B. $A = 2 \sin \alpha$.
C. $A = \sin \alpha - \cos \alpha$.
D. $A = 0$.

Câu 41. Rút gọn biểu thức $S = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\sin(\pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\cos(\pi - x)$ ta được

- A. $S = 0$.
B. $S = \sin^2 x - \cos^2 x$.
C. $S = 2 \sin x \cos x$.
D. $S = 1$.

Câu 42. Cho $P = \sin(\pi + \alpha) \cdot \cos(\pi - \alpha)$ và $Q = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $P + Q = 0$.
B. $P + Q = -1$.
C. $P + Q = 1$.
D. $P + Q = 2$.

Câu 43. Biểu thức lượng giác $\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(10\pi + x)\right]^2 + \left[\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(8\pi - x)\right]^2$ có giá trị bằng?

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 44. Giá trị biểu thức $P = \left[\tan \frac{17\pi}{4} + \tan \left(\frac{7\pi}{2} - x \right) \right]^2 + \left[\cot \frac{13\pi}{4} + \cot (7\pi - x) \right]^2$ bằng

- A. $\frac{1}{\sin^2 x}$. B. $\frac{1}{\cos^2 x}$. C. $\frac{2}{\sin^2 x}$. D. $\frac{2}{\cos^2 x}$.

Câu 45. Biết rằng $\sin \left(x - \frac{\pi}{2} \right) + \sin \frac{13\pi}{2} = \sin \left(x + \frac{\pi}{2} \right)$ thì giá trị đúng của $\cos x$ là

- A. 1. B. -1. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 46. Nếu $\cot 1,25 \cdot \tan (4\pi + 1,25) - \sin \left(x + \frac{\pi}{2} \right) \cdot \cos (6\pi - x) = 0$ thì $\tan x$ bằng

- A. 1. B. -1. C. 0. D. Một giá trị khác.

Câu 47. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng:

- A. $\sin(A+C) = -\sin B$. B. $\cos(A+C) = -\cos B$.
C. $\tan(A+C) = \tan B$. D. $\cot(A+C) = \cot B$.

Câu 48. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó

- A. $\sin C = -\sin(A+B)$. B. $\cos C = \cos(A+B)$.
C. $\tan C = \tan(A+B)$. D. $\cot C = -\cot(A+B)$.

Câu 49. Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là sai ?

- A. $\sin \frac{A+C}{2} = \cos \frac{B}{2}$. B. $\cos \frac{A+C}{2} = \sin \frac{B}{2}$.
C. $\sin(A+B) = \sin C$. D. $\cos(A+B) = \cos C$.

Câu 50. A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy tìm hệ thức sai:

- A. $\sin A = -\sin(2A+B+C)$. B. $\sin A = -\cos \frac{3A+B+C}{2}$.
C. $\cos C = \sin \frac{A+B+3C}{2}$. D. $\sin C = \sin(A+B+2C)$.

Vấn đề 5. TÍNH BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 51. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos \alpha$.

- A. $\cos \alpha = \frac{1}{13}$. B. $\cos \alpha = \frac{5}{13}$. C. $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$. D. $\cos \alpha = -\frac{1}{13}$.

Câu 52. Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính $\tan \alpha$.

- A. $\tan \alpha = -\frac{3}{\sqrt{5}}$. B. $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\tan \alpha = -\frac{4}{\sqrt{5}}$. D. $\tan \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 53. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$ và $\frac{2017\pi}{2} < \alpha < \frac{2019\pi}{2}$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$. B. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. C. $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$. D. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.

Câu 54. Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\tan \alpha$.

A. $\tan \alpha = -\frac{12}{5}$. B. $\tan \alpha = \frac{5}{12}$. C. $\tan \alpha = -\frac{5}{12}$. D. $\tan \alpha = \frac{12}{5}$.

Câu 55. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Tính $P = \cos \alpha + \sin \alpha$.

A. $P = -\frac{3\sqrt{5}}{5}$. B. $P = 1 - \sqrt{5}$. C. $P = \frac{3\sqrt{5}}{2}$. D. $P = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

Câu 56. Cho góc α thỏa $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cot \alpha = -\frac{4}{5}$. B. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. C. $\tan \alpha = \frac{5}{4}$. D. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 57. Cho góc α thỏa $\cot \alpha = \frac{3}{4}$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$. B. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. C. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. D. $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 58. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $P = \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$.

A. $P = -3$. B. $P = \frac{3}{7}$. C. $P = \frac{12}{25}$. D. $P = -\frac{12}{25}$.

Câu 59. Cho góc α thỏa $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $P = \frac{2 \tan \alpha + 3 \cot \alpha + 1}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

A. $P = \frac{19 + 2\sqrt{2}}{9}$. B. $P = \frac{19 - 2\sqrt{2}}{9}$. C. $P = \frac{26 - 2\sqrt{2}}{9}$. D. $P = \frac{26 + 2\sqrt{2}}{9}$.

Câu 60. Cho góc α thỏa mãn $\sin(\pi + \alpha) = -\frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $P = \tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$.

A. $P = 2\sqrt{2}$. B. $P = -2\sqrt{2}$. C. $P = \frac{\sqrt{2}}{4}$. D. $P = -\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 61. Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ và $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Tính $P = \sqrt{5 + 3 \tan \alpha} + \sqrt{6 - 4 \cot \alpha}$.

A. $P = 4$. B. $P = -4$. C. $P = 6$. D. $P = -6$.

Câu 62. Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $P = \sqrt{\tan^2 \alpha - 2 \tan \alpha + 1}$.

A. $P = -\frac{1}{3}$. B. $P = \frac{1}{3}$. C. $P = \frac{7}{3}$. D. $P = -\frac{7}{3}$.

Câu 63. Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ và $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 1$. Tính $P = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin \alpha$.

A. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $P = \frac{\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{4}$. C. $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $P = \frac{\sqrt{6} - 3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 64. Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ và $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$. Tính giá trị của biểu thức

$P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) + \cos \alpha$.

A. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $P = 1$. C. $P = -1$. D. $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 65. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $P = \frac{\sin^2 \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos^2 \alpha}$.

A. $P = \frac{30}{11}$. B. $P = \frac{31}{11}$. C. $P = \frac{32}{11}$. D. $P = \frac{34}{11}$.

Câu 66. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2$. Tính $P = \frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{5 \cos \alpha + 7 \sin \alpha}$.

A. $P = -\frac{4}{9}$. B. $P = \frac{4}{9}$. C. $P = -\frac{4}{19}$. D. $P = \frac{4}{19}$.

Câu 67. Cho góc α thỏa mãn $\cot \alpha = \frac{1}{3}$. Tính $P = \frac{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$.

A. $P = -\frac{15}{13}$. B. $P = \frac{15}{13}$. C. $P = -13$. D. $P = 13$.

Câu 68. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2$. Tính $P = \frac{2 \sin^2 \alpha + 3 \sin \alpha \cdot \cos \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{5 \sin^2 \alpha + 6 \cos^2 \alpha}$.

A. $P = \frac{9}{13}$. B. $P = \frac{9}{65}$. C. $P = -\frac{9}{65}$. D. $P = \frac{24}{29}$.

Câu 69. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $P = \frac{2 \sin^2 \alpha + 3 \sin \alpha \cdot \cos \alpha - 4 \cos^2 \alpha}{5 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$.

A. $P = -\frac{8}{13}$. B. $P = \frac{2}{19}$. C. $P = -\frac{2}{19}$. D. $P = -\frac{8}{19}$.

Câu 70. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 5$. Tính $P = \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$.

A. $P = \frac{9}{13}$. B. $P = \frac{10}{13}$. C. $P = \frac{11}{13}$. D. $P = \frac{12}{13}$.

Câu 71. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{5}{4}$. Tính $P = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

A. $P = \frac{9}{16}$. B. $P = \frac{9}{32}$. C. $P = \frac{9}{8}$. D. $P = \frac{1}{8}$.

Câu 72. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{12}{25}$ và $\sin \alpha + \cos \alpha > 0$. Tính $P = \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$.

A. $P = \frac{91}{125}$. B. $P = \frac{49}{25}$. C. $P = \frac{7}{5}$. D. $P = \frac{1}{9}$.

Câu 73. Cho góc α thỏa mãn $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ và $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Tính $P = \sin \alpha - \cos \alpha$.

A. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = -\frac{1}{2}$. D. $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 74. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha + \cos \alpha = m$. Tính $P = |\sin \alpha - \cos \alpha|$.

A. $P = 2 - m$. B. $P = 2 - m^2$. C. $P = m^2 - 2$. D. $P = \sqrt{2 - m^2}$.

Câu 75. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$. Tính $P = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$.

A. $P = 1$. B. $P = 2$. C. $P = 3$. D. $P = 4$.

Câu 76. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha + \cot \alpha = 5$. Tính $P = \tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha$.

A. $P = 100$. B. $P = 110$. C. $P = 112$. D. $P = 115$.

Câu 77. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Tính $P = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$.

- A. $P = 12$. B. $P = 14$. C. $P = 16$. D. $P = 18$.

Câu 78. Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\tan \alpha - \cot \alpha = 1$. Tính $P = \tan \alpha + \cot \alpha$.

- A. $P = 1$. B. $P = -1$. C. $P = -\sqrt{5}$. D. $P = \sqrt{5}$.

Câu 79. Cho góc α thỏa mãn $3 \cos \alpha + 2 \sin \alpha = 2$ và $\sin \alpha < 0$. Tính $\sin \alpha$.

- A. $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$. B. $\sin \alpha = -\frac{7}{13}$. C. $\sin \alpha = -\frac{9}{13}$. D. $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$.

Câu 80. Cho góc α thỏa mãn $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ và $\sin \alpha - 2 \cos \alpha = 1$. Tính $P = 2 \tan \alpha - \cot \alpha$.

- A. $P = \frac{1}{2}$. B. $P = \frac{1}{4}$. C. $P = \frac{1}{6}$. D. $P = \frac{1}{8}$.

Vấn đề 6. RÚT GỌN BIỂU THỨC

Câu 81. Rút gọn biểu thức $M = (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$.

- A. $M = 1$. B. $M = 2$. C. $M = 4$. D. $M = 4 \sin x \cdot \cos x$.

Câu 82. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cos 4x$. B. $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x$.
C. $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x$. D. $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 4x$.

Câu 83. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2 \cos^2 x$. B. $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$.
C. $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x$. D. $\sin^4 x - \cos^4 x = 2 \cos^2 x - 1$.

Câu 84. Rút gọn biểu thức $M = \sin^6 x + \cos^6 x$.

- A. $M = 1 + 3 \sin^2 x \cos^2 x$. B. $M = 1 - 3 \sin^2 x$.
C. $M = 1 - \frac{3}{2} \sin^2 2x$. D. $M = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$.

Câu 85. Rút gọn biểu thức $M = 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 x \sin^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x)$.

- A. $M = 1$. B. $M = -1$. C. $M = 2$. D. $M = -2$.

Câu 86. Rút gọn biểu thức $M = \tan^2 x - \sin^2 x$.

- A. $M = \tan^2 x$. B. $M = \sin^2 x$. C. $M = \tan^2 x \cdot \sin^2 x$. D. $M = 1$.

Câu 87. Rút gọn biểu thức $M = \cot^2 x - \cos^2 x$.

- A. $M = \cot^2 x$. B. $M = \cos^2 x$. C. $M = 1$. D. $M = \cot^2 x \cdot \cos^2 x$.

Câu 88. Rút gọn biểu thức $M = (1 - \sin^2 x) \cot^2 x + (1 - \cot^2 x)$.

- A. $M = \sin^2 x$. B. $M = \cos^2 x$. C. $M = -\sin^2 x$. D. $M = -\cos^2 x$.

Câu 89. Rút gọn biểu thức $M = \sin^2 \alpha \tan^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha - \tan^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha$.

- A. $M = 1 + \sin^2 \alpha$. B. $M = \sin \alpha$. C. $M = 2 \sin \alpha$. D. $M = 3$.

Câu 90. Rút gọn biểu thức $M = (\sin^4 x + \cos^4 x - 1)(\tan^2 x + \cot^2 x + 2)$.

- A. $M = -4$. B. $M = -2$. C. $M = 2$. D. $M = 4$.

Câu 91. Đơn giản biểu thức $P = \sqrt{\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$.

- A. $P = |\sin \alpha|$. B. $P = \sin \alpha$. C. $P = \cos \alpha$. D. $P = |\cos \alpha|$.

Câu 92. Đơn giản biểu thức $P = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$.

- A. $P = 1 + 2 \tan^2 \alpha$. B. $P = 1 - 2 \tan^2 \alpha$.
C. $P = -1 + 2 \tan^2 \alpha$. D. $P = -1 - 2 \tan^2 \alpha$.

Câu 93. Đơn giản biểu thức $P = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{1}{1 + \cos \alpha}$.

- A. $P = -\frac{2 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}$. B. $P = \frac{2}{\sin^2 \alpha}$. C. $P = \frac{2}{1 + \cos \alpha}$. D. $P = 0$.

Câu 94. Đơn giản biểu thức $P = \frac{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \cos^2 \alpha$.

- A. $P = \tan^2 \alpha$. B. $P = 1$. C. $P = -\cos^2 \alpha$. D. $P = \cot^2 \alpha$.

Câu 95. Đơn giản biểu thức $P = \frac{2 \cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$.

- A. $P = \cos x + \sin x$. B. $P = \cos x - \sin x$.
C. $P = \cos 2x - \sin 2x$. D. $P = \cos 2x + \sin 2x$.

Câu 96. Đơn giản biểu thức $P = \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}{\cot \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}$.

- A. $P = 2 \tan^2 \alpha$. B. $P = \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha}$. C. $P = 2 \cot^2 \alpha$. D. $P = \frac{2}{\cos^2 \alpha}$.

Câu 97. Đơn giản biểu thức $P = \left(\frac{\sin \alpha + \tan \alpha}{\cos \alpha + 1} \right)^2 + 1$.

- A. $P = 2$. B. $P = 1 + \tan \alpha$. C. $P = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$. D. $P = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$.

Câu 98. Đơn giản biểu thức $P = \tan \alpha \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - \sin \alpha \right)$.

- A. $P = 2$. B. $P = 2 \cos \alpha$. C. $P = 2 \tan \alpha$. D. $P = 2 \sin \alpha$.

Câu 99. Đơn giản biểu thức $P = \frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cos x}{\cot x}$.

- A. $P = 1$. B. $P = -1$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = -\frac{1}{2}$.

Câu 100. Hệ thức nào sau đây là sai?

A. $\frac{\sin^2 \alpha + 1}{2(1 - \sin^2 \alpha)} + \frac{1 + \cos^2 \alpha}{2(1 - \cos^2 \alpha)} + 1 = (\tan \alpha + \cot \alpha)^2$.

B. $\frac{1 - 4 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}{4 \sin^2 x \cdot \cos^2 x} = \frac{1 + \tan^4 x - 2 \tan^2 x}{4 \tan^2 x}$.

C. $\frac{\sin x + \tan x}{\tan x} = 1 + \sin x + \cot x$.

D. $\tan x + \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1}{\cos x}$.

**BÀI
3.**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

I – CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

II – CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

III – CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG,

TỔNG THÀNH TÍCH

1. Công thức biến đổi tích thành tổng

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)].$$

2. Công thức biến đổi tổng thành tích

$$\cos u + \cos v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$$

$$\cos u - \cos v = -2 \sin \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$$

$$\sin u + \sin v = 2 \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$$

$$\sin u - \sin v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. TÍNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 1. Rút gọn biểu thức $M = \cos^4 15^\circ - \sin^4 15^\circ$.

- A. $M = 1$. B. $M = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $M = \frac{1}{4}$. D. $M = 0$.

Câu 2. Tính giá trị của biểu thức $M = \cos^4 15^\circ - \sin^4 15^\circ + \cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$.

- A. $M = \sqrt{3}$. B. $M = \frac{1}{2}$. C. $M = \frac{1}{4}$. D. $M = 0$.

Câu 3. Tính giá trị của biểu thức $M = \cos^6 15^\circ - \sin^6 15^\circ$.

- A. $M = 1$. B. $M = \frac{1}{2}$. C. $M = \frac{1}{4}$. D. $M = \frac{15\sqrt{3}}{32}$.

Câu 4. Giá trị của biểu thức $\cos \frac{\pi}{30} \cos \frac{\pi}{5} + \sin \frac{\pi}{30} \sin \frac{\pi}{5}$ là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 5. Giá trị của biểu thức $P = \frac{\sin \frac{5\pi}{18} \cos \frac{\pi}{9} - \sin \frac{\pi}{9} \cos \frac{5\pi}{18}}{\cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{12}}$ là

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 6. Giá trị đúng của biểu thức $\frac{\tan 225^\circ - \cot 81^\circ \cdot \cot 69^\circ}{\cot 261^\circ + \tan 201^\circ}$ bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\sqrt{3}$. D. $-\sqrt{3}$.

Câu 7. Giá trị của biểu thức $M = \sin \frac{\pi}{24} \sin \frac{5\pi}{24} \sin \frac{7\pi}{24} \sin \frac{11\pi}{24}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{16}$.

Câu 8. Giá trị của biểu thức $A = \sin \frac{\pi}{48} \cdot \cos \frac{\pi}{48} \cdot \cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{6}$ là

- A. $\frac{1}{32}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{16}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{32}$.

Câu 9. Tính giá trị của biểu thức $M = \cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$.

- A. $M = \frac{1}{16} \cos 10^\circ$. B. $M = \frac{1}{2} \cos 10^\circ$.
C. $M = \frac{1}{4} \cos 10^\circ$. D. $M = \frac{1}{8} \cos 10^\circ$.

Câu 10. Tính giá trị của biểu thức $M = \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$.

- A. $M = 0$. B. $M = -\frac{1}{2}$. C. $M = 1$. D. $M = 2$.

Vấn đề 2. TÍNH ĐÚNG SAI

Câu 11. Công thức nào sau đây sai?

- A. $\cos(a-b) = \sin a \sin b + \cos a \cos b$. B. $\cos(a+b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$.
C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. D. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

Câu 12. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin(2018a) = 2018 \sin a \cdot \cos a$. B. $\sin(2018a) = 2018 \sin(1009a) \cdot \cos(1009a)$.
C. $\sin(2018a) = 2 \sin a \cos a$. D. $\sin(2018a) = 2 \sin(1009a) \cdot \cos(1009a)$.

Câu 13. Khẳng định nào sai trong các khẳng định sau?

- A. $\cos 6a = \cos^2 3a - \sin^2 3a$. B. $\cos 6a = 1 - 2 \sin^2 3a$.
C. $\cos 6a = 1 - 6 \sin^2 a$. D. $\cos 6a = 2 \cos^2 3a - 1$.

Câu 14. Khẳng định nào sai trong các khẳng định sau?

- A. $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$. B. $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$.
C. $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$. D. $\cos 3x = \cos^3 x - \sin^3 x$.

Câu 15. Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

- A. $\sin a + \cos a = \sqrt{2} \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$. B. $\sin a + \cos a = \sqrt{2} \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$.
C. $\sin a + \cos a = -\sqrt{2} \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$. D. $\sin a + \cos a = -\sqrt{2} \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 16. Có bao nhiêu đẳng thức dưới đây là đồng nhất thức?

- 1) $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. 2) $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
3) $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. 4) $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 17. Công thức nào sau đây đúng?

- A. $\cos 3a = 3 \cos a - 4 \cos^3 a$. B. $\cos 3a = 4 \cos^3 a - 3 \cos a$.
C. $\cos 3a = 3 \cos^3 a - 4 \cos a$. D. $\cos 3a = 4 \cos a - 3 \cos^3 a$.

Câu 18. Công thức nào sau đây đúng?

- A. $\sin 3a = 3 \sin a - 4 \sin^3 a$. B. $\sin 3a = 4 \sin^3 a - 3 \sin a$.
C. $\sin 3a = 3 \sin^3 a - 4 \sin a$. D. $\sin 3a = 4 \sin a - 3 \sin^3 a$.

Câu 19. Nếu $\cos(a+b) = 0$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $|\sin(a+2b)| = |\sin a|$. B. $|\sin(a+2b)| = |\sin b|$.
C. $|\sin(a+2b)| = |\cos a|$. D. $|\sin(a+2b)| = |\cos b|$.

Câu 20. Nếu $\sin(a+b) = 0$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $|\cos(a+2b)| = |\sin a|$. B. $|\cos(a+2b)| = |\sin b|$.
C. $|\cos(a+2b)| = |\cos a|$. D. $|\cos(a+2b)| = |\cos b|$.

Vấn đề 3. VẬN DỤNG CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 21. Rút gọn $M = \sin(x-y)\cos y + \cos(x-y)\sin y$.

- A. $M = \cos x$. B. $M = \sin x$. C. $M = \sin x \cos 2y$. D. $M = \cos x \cos 2y$.

Câu 22. Rút gọn $M = \cos(a+b)\cos(a-b) - \sin(a+b)\sin(a-b)$.

A. $M = 1 - 2\cos^2 a$.

B. $M = 1 - 2\sin^2 a$.

C. $M = \cos 4a$.

D. $M = \sin 4a$.

Câu 23. Rút gọn $M = \cos(a + b)\cos(a - b) + \sin(a + b)\sin(a - b)$.

A. $M = 1 - 2\sin^2 b$.

B. $M = 1 + 2\sin^2 b$.

C. $M = \cos 4b$.

D. $M = \sin 4b$.

Câu 24. Giá trị nào sau đây của x thỏa mãn $\sin 2x \cdot \sin 3x = \cos 2x \cdot \cos 3x$?

A. 18° .

B. 30° .

C. 36° .

D. 45° .

Câu 25. Đẳng thức nào sau đây đúng:

A. $\cot a + \cot b = \frac{\sin(b-a)}{\sin a \cdot \sin b}$.

B. $\cos^2 a = \frac{1}{2}(1 + \cos 2a)$.

C. $\sin(a+b) = \frac{1}{2}\sin 2(a+b)$.

D. $\tan(a+b) = \frac{\sin(a+b)}{\cos a \cdot \cos b}$.

Câu 26. Chọn công thức đúng trong các công thức sau:

A. $\sin a \cdot \sin b = -\frac{1}{2}[\cos(a+b) - \cos(a-b)]$.

B. $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.

C. $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan a}$.

D. $\cos 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$.

Câu 27. Rút gọn $M = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $M = \sqrt{2} \sin x$.

B. $M = -\sqrt{2} \sin x$.

C. $M = \sqrt{2} \cos x$.

D. $M = -\sqrt{2} \cos x$.

Câu 28. Tam giác ABC có $\cos A = \frac{4}{5}$ và $\cos B = \frac{5}{13}$. Khi đó $\cos C$ bằng

A. $\frac{56}{65}$.

B. $-\frac{56}{65}$.

C. $\frac{16}{65}$.

D. $\frac{33}{65}$.

Câu 29. Cho A, B, C là ba góc nhọn thỏa mãn $\tan A = \frac{1}{2}$, $\tan B = \frac{1}{5}$, $\tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A + B + C$ bằng

A. $\frac{\pi}{6}$.

B. $\frac{\pi}{5}$.

C. $\frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 30. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC . Khi đó $P = \sin A + \sin B + \sin C$ tương đương với:

A. $P = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$.

B. $P = 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$.

C. $P = 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$.

D. $P = 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$.

Câu 31. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC . Khi đó $P = \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C$ tương đương với:

A. $P = 4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

B. $P = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$.

C. $P = -4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

D. $P = -4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$.

Câu 32. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không phải tam giác vuông). Khi đó $P = \tan A + \tan B + \tan C$ tương đương với :

A. $P = \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$.

B. $P = -\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$.

C. $P = -\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$.

D. $P = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$.

Câu 33. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC .

Khi đó $P = \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2}$ tương đương với:

A. $P = 1$.

B. $P = -1$.

C. $P = \left(\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} \right)^2$.

D. Đáp án khác.

Câu 34. Trong $\triangle ABC$, nếu $\frac{\sin B}{\sin C} = 2 \cos A$ thì $\triangle ABC$ là tam giác có tính chất nào sau đây?

A. Cân tại B .

B. Cân tại A .

C. Cân tại C .

D. Vuông tại B .

Câu 35. Trong $\triangle ABC$, nếu $\frac{\tan A}{\tan C} = \frac{\sin^2 A}{\sin^2 C}$ thì $\triangle ABC$ là tam giác gì?

A. Tam giác vuông.

B. Tam giác cân.

C. Tam giác đều.

D. Tam giác vuông hoặc cân.

Vấn đề 4. TÍNH BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 36. Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Tính $P = \sin 2(\alpha + \pi)$.

A. $P = -\frac{24}{25}$.

B. $P = \frac{24}{25}$.

C. $P = -\frac{12}{25}$.

D. $P = \frac{12}{25}$.

Câu 37. Cho góc α thỏa mãn $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. Tính $P = \frac{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$.

A. $P = -\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

B. $P = \frac{3}{2}$.

C. $P = -\frac{3}{2}$.

D. $P = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.

Câu 38. Biết $\sin(\pi - \alpha) = -\frac{3}{5}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính $P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$.

A. $P = -\frac{3}{5}$.

B. $P = \frac{3}{5}$.

C. $P = \frac{-4 - 3\sqrt{3}}{10}$.

D. $P = \frac{4 - 3\sqrt{3}}{10}$.

Câu 39. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Tính $P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$.

A. $P = \frac{11}{100}$.

B. $P = -\frac{11}{100}$.

C. $P = \frac{7}{25}$.

D. $P = \frac{10}{11}$.

Câu 40. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Tính $P = \cos 4\alpha$.

A. $P = \frac{527}{625}$.

B. $P = -\frac{527}{625}$.

C. $P = \frac{524}{625}$.

D. $P = -\frac{524}{625}$.

Câu 41. Cho góc α thỏa mãn $\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$ và $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$. Tính $P = \sin \alpha - \cos \alpha$.

A. $P = \frac{3}{\sqrt{5}}$.

B. $P = -\frac{3}{\sqrt{5}}$.

C. $P = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $P = -\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 42. Cho góc α thỏa mãn $\sin 2\alpha = \frac{2}{3}$. Tính $P = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$.

A. $P = 1$. B. $P = \frac{17}{81}$. C. $P = \frac{7}{9}$. D. $P = \frac{9}{7}$.

Câu 43. Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Tính $P = \tan 2\alpha$.

A. $P = -\frac{120}{119}$. B. $P = -\frac{119}{120}$. C. $P = \frac{120}{119}$. D. $P = \frac{119}{120}$.

Câu 44. Cho góc α thỏa mãn $\cos 2\alpha = -\frac{2}{3}$. Tính $P = (1 + 3\sin^2 \alpha)(1 - 4\cos^2 \alpha)$.

A. $P = 12$. B. $P = \frac{21}{2}$. C. $P = 6$. D. $P = 21$.

Câu 45. Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Tính $P = \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$.

A. $P = \frac{3 + \sqrt{21}}{8}$. B. $P = \frac{3 - \sqrt{21}}{8}$. C. $P = \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{7}}{8}$. D. $P = \frac{3\sqrt{3} - \sqrt{7}}{8}$.

Câu 46. Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính $P = \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $P = -\frac{1}{7}$. B. $P = \frac{1}{7}$. C. $P = -7$. D. $P = 7$.

Câu 47. Cho góc α thỏa mãn $\cos 2\alpha = -\frac{4}{5}$ và $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $P = \cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $P = \frac{\sqrt{2}}{10}$. B. $P = -\frac{\sqrt{2}}{10}$. C. $P = -\frac{1}{5}$. D. $P = \frac{1}{5}$.

Câu 48. Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính $P = \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{3\alpha}{2}$.

A. $P = -\frac{39}{50}$. B. $P = \frac{49}{50}$. C. $P = -\frac{49}{50}$. D. $P = \frac{39}{50}$.

Câu 49. Cho góc α thỏa mãn $\cot\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) = 2$. Tính $P = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $P = \frac{1}{2}$. B. $P = -\frac{1}{2}$. C. $P = 3$. D. $P = 4$.

Câu 50. Cho góc α thỏa mãn $\cot \alpha = 15$. Tính $P = \sin 2\alpha$.

A. $P = \frac{11}{113}$. B. $P = \frac{13}{113}$. C. $P = \frac{15}{113}$. D. $P = \frac{17}{113}$.

Câu 51. Cho góc α thỏa mãn $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $P = \tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2}$.

A. $P = 2\sqrt{19}$. B. $P = -2\sqrt{19}$. C. $P = \sqrt{19}$. D. $P = -\sqrt{19}$.

Câu 52. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$ và $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$. Tính $P = \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}$.

A. $P = \sqrt{5}$. B. $P = -\sqrt{5}$. C. $P = -\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $P = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 53. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = -2$. Tính $P = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 4\alpha + 1}$.

A. $P = \frac{10}{9}$. B. $P = \frac{9}{10}$. C. $P = -\frac{10}{9}$. D. $P = -\frac{9}{10}$.

Câu 54. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha + \cot \alpha < 0$ và $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. Tính $P = \sin 2\alpha$.

- A. $P = \frac{4\sqrt{6}}{25}$. B. $P = -\frac{4\sqrt{6}}{25}$. C. $P = \frac{2\sqrt{6}}{25}$. D. $P = -\frac{2\sqrt{6}}{25}$.

Câu 55. Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \alpha + 2 \cos \alpha = -1$. Tính $P = \sin 2\alpha$.

- A. $P = \frac{24}{25}$. B. $P = \frac{2\sqrt{6}}{5}$. C. $P = -\frac{24}{25}$. D. $P = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

Câu 56. Biết $\sin a = \frac{5}{13}$; $\cos b = \frac{3}{5}$; $\frac{\pi}{2} < a < \pi$; $0 < b < \frac{\pi}{2}$. Hãy tính $\sin(a+b)$.

- A. $\frac{56}{65}$. B. $\frac{63}{65}$. C. $-\frac{33}{65}$. D. 0.

Câu 57. Nếu biết rằng $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ ($\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$), $\cos \beta = \frac{3}{5}$ ($0 < \beta < \frac{\pi}{2}$) thì giá trị đúng của biểu thức $\cos(\alpha - \beta)$ là

- A. $\frac{16}{65}$. B. $-\frac{16}{65}$. C. $\frac{18}{65}$. D. $-\frac{18}{65}$.

Câu 58. Cho hai góc nhọn a ; b và biết rằng $\cos a = \frac{1}{3}$; $\cos b = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$.

- A. $-\frac{113}{144}$. B. $-\frac{115}{144}$. C. $-\frac{117}{144}$. D. $-\frac{119}{144}$.

Câu 59. Nếu a, b là hai góc nhọn và $\sin a = \frac{1}{3}$; $\sin b = \frac{1}{2}$ thì $\cos 2(a+b)$ có giá trị bằng

- A. $\frac{7-2\sqrt{6}}{18}$. B. $\frac{7+2\sqrt{6}}{18}$. C. $\frac{7+4\sqrt{6}}{18}$. D. $\frac{7-4\sqrt{6}}{18}$.

Câu 60. Cho $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}$ và thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{1}{7}$, $\tan \beta = \frac{3}{4}$. Góc $\alpha + \beta$ có giá trị bằng

- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 61. Cho x, y là các góc nhọn và dương thỏa mãn $\cot x = \frac{3}{4}$, $\cot y = \frac{1}{7}$. Tổng $x+y$ bằng

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. π .

Câu 62. Nếu α, β, γ là ba góc nhọn thỏa mãn $\tan(\alpha + \beta) \cdot \sin \gamma = \cos \gamma$ thì

- A. $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{4}$. B. $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{3}$. C. $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$. D. $\alpha + \beta + \gamma = \frac{3\pi}{4}$.

Câu 63. Biết rằng $\tan a = \frac{1}{2}$ ($0 < a < 90^\circ$) và $\tan b = -\frac{1}{3}$ ($90^\circ < b < 180^\circ$) thì biểu thức $\cos(2a - b)$ có giá trị bằng

- A. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 64. Nếu $\sin a - \cos a = \frac{1}{5}$ ($135^\circ < a < 180^\circ$) thì giá trị của biểu thức $\tan 2a$ bằng

- A. $-\frac{20}{7}$. B. $\frac{20}{7}$. C. $\frac{24}{7}$. D. $-\frac{24}{7}$.

Câu 65. Nếu $\tan(a+b) = 7$, $\tan(a-b) = 4$ thì giá trị đúng của $\tan 2a$ là

- A. $-\frac{11}{27}$. B. $\frac{11}{27}$. C. $-\frac{13}{27}$. D. $\frac{13}{27}$.

Câu 66. Nếu $\sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta$ với $\alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + l\pi$, ($k, l \in \mathbb{Z}$) thì

- A. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \alpha$. B. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \beta$.
C. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$. D. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha$.

Câu 67. Nếu $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$ và $\cot \alpha + \cot \gamma = 2 \cot \beta$ thì $\cot \alpha \cdot \cot \gamma$ bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $-\sqrt{3}$. C. 3. D. -3.

Câu 68. Nếu $\tan \alpha$ và $\tan \beta$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 + px + q = 0$ ($q \neq 1$) thì $\tan(\alpha + \beta)$ bằng

- A. $\frac{p}{q-1}$. B. $-\frac{p}{q-1}$. C. $\frac{2p}{1-q}$. D. $-\frac{2p}{1-q}$.

Câu 69. Nếu $\tan \alpha$; $\tan \beta$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 - px + q = 0$ ($p, q \neq 0$). Và $\cot \alpha$; $\cot \beta$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 - rx + s = 0$ thì tích $P = rs$ bằng

- A. pq . B. $\frac{p}{q^2}$. C. $\frac{1}{pq}$. D. $\frac{q}{p^2}$.

Câu 70. Nếu $\tan \alpha$ và $\tan \beta$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 - px + q = 0$ ($q \neq 0$) thì giá trị biểu thức $P = \cos^2(\alpha + \beta) + p \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta) + q \sin^2(\alpha + \beta)$ bằng:

- A. p . B. q . C. 1. D. $\frac{p}{q}$.

Vấn đề 5. RÚT GỌN BIỂU THỨC

Câu 71. Rút gọn biểu thức $M = \tan x - \tan y$.

- A. $M = \tan(x - y)$. B. $M = \frac{\sin(x + y)}{\cos x \cdot \cos y}$.
C. $M = \frac{\sin(x - y)}{\cos x \cdot \cos y}$. D. $M = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$.

Câu 72. Rút gọn biểu thức $M = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$.

- A. $M = \sin 2\alpha$. B. $M = \cos 2\alpha$. C. $M = -\cos 2\alpha$. D. $M = -\sin 2\alpha$.

Câu 73. Chọn đẳng thức đúng.

- A. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \sin a}{2}$. B. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \sin a}{2}$.
C. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \cos a}{2}$. D. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \cos a}{2}$.

Câu 74. Gọi $M = \frac{\sin(y - x)}{\sin x \cdot \sin y}$ thì

- A. $M = \tan x - \tan y$. B. $M = \cot x - \cot y$

C. $M = \cot y - \cot x$. D. $M = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\sin y}$.

Câu 75. Gọi $M = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$ thì

A. $M = 2 \cos 2x (\cos x + 1)$. B. $M = 4 \cos 2x \cdot \left(\frac{1}{2} + \cos x\right)$.
C. $M = \cos 2x (2 \cos x - 1)$. D. $M = \cos 2x (2 \cos x + 1)$.

Câu 76. Rút gọn biểu thức $M = \frac{\sin 3x - \sin x}{2 \cos^2 x - 1}$.

A. $\tan 2x$ B. $\sin x$. C. $2 \tan x$. D. $2 \sin x$.

Câu 77. Rút gọn biểu thức $A = \frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{2 \cos^2 x + \cos x - 1}$.

A. $\cos x$. B. $2 \cos x - 1$. C. $2 \cos x$. D. $\cos x - 1$.

Câu 78. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\tan \alpha - \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} + \cos 2\alpha$.

A. 0. B. $2 \cos^2 x$. C. 2. D. $\cos 2x$.

Câu 79. Rút gọn biểu thức $A = \frac{1 + \sin 4\alpha - \cos 4\alpha}{1 + \sin 4\alpha + \cos 4\alpha}$.

A. $\sin 2\alpha$. B. $\cos 2\alpha$. C. $\tan 2\alpha$. D. $\cot 2\alpha$.

Câu 80. Biểu thức $A = \frac{3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}$ có kết quả rút gọn bằng:

A. $-\tan^4 \alpha$. B. $\tan^4 \alpha$. C. $-\cot^4 \alpha$. D. $\cot^4 \alpha$.

Câu 81. Khi $\alpha = \frac{\pi}{6}$ thì biểu thức $A = \frac{\sin^2 2\alpha + 4 \sin^4 \alpha - 4 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{4 - \sin^2 2\alpha - 4 \sin^2 \alpha}$ có giá trị bằng:

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{12}$.

Câu 82. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin 2\alpha + \sin \alpha}{1 + \cos 2\alpha + \cos \alpha}$.

A. $\tan \alpha$. B. $2 \tan \alpha$. C. $\tan 2\alpha + \tan \alpha$. D. $\tan 2\alpha$.

Câu 83. Rút gọn biểu thức $A = \frac{1 - \sin a - \cos 2a}{\sin 2a - \cos a}$.

A. 1. B. $\tan \alpha$. C. $\frac{5}{2}$. D. $2 \tan \alpha$.

Câu 84. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin \frac{x}{2}}{1 + \cos x + \cos \frac{x}{2}}$ được:

A. $\tan \frac{x}{2}$. B. $\cot x$. C. $\tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - x\right)$. D. $\sin x$.

Câu 85. Rút gọn biểu thức $A = \sin \alpha \cdot \cos^5 \alpha - \sin^5 \alpha \cdot \cos \alpha$.

A. $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$. B. $-\frac{1}{2} \sin 4\alpha$. C. $\frac{3}{4} \sin 4\alpha$. D. $\frac{1}{4} \sin 4\alpha$.

Vấn đề 6. TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

Câu 86. Tìm giá trị lớn nhất M và nhỏ nhất m của biểu thức $P = 3 \sin x - 2$.

- A. $M = 1, m = -5$. B. $M = 3, m = 1$.
C. $M = 2, m = -2$. D. $M = 0, m = -2$.

Câu 87. Cho biểu thức $P = -2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $P \geq -4, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $P \geq 4, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $P \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $P \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 88. Biểu thức $P = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin x$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 89. Tìm giá trị lớn nhất M và nhỏ nhất m của biểu thức $P = \sin^2 x + 2 \cos^2 x$.

- A. $M = 3, m = 0$. B. $M = 2, m = 0$. C. $M = 2, m = 1$. D. $M = 3, m = 1$.

Câu 90. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 8 \sin^2 x + 3 \cos 2x$. Tính $T = 2M - m^2$.

- A. $T = 1$. B. $T = 2$. C. $T = 112$. D. $T = 130$.

Câu 91. Cho biểu thức $P = \cos^4 x + \sin^4 x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $P \leq 2, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $P \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$. C. $P \leq \sqrt{2}, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $P \leq \frac{\sqrt{2}}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 92. Tìm giá trị lớn nhất M và nhỏ nhất m của biểu thức $P = \sin^4 x - \cos^4 x$.

- A. $M = 2, m = -2$. B. $M = \sqrt{2}, m = -\sqrt{2}$.
C. $M = 1, m = -1$. D. $M = 1, m = \frac{1}{2}$.

Câu 93. Tìm giá trị lớn nhất M và nhỏ nhất m của biểu thức $P = \sin^6 x + \cos^6 x$.

- A. $M = 2, m = 0$. B. $M = 1, m = \frac{1}{2}$. C. $M = 1, m = \frac{1}{4}$. D. $M = \frac{1}{4}, m = 0$.

Câu 94. Tìm giá trị lớn nhất M và nhỏ nhất m của biểu thức $P = 1 - 2|\cos 3x|$.

- A. $M = 3, m = -1$. B. $M = 1, m = -1$. C. $M = 2, m = -2$. D. $M = 0, m = -2$.

Câu 95. Tìm giá trị lớn nhất M của biểu thức $P = 4 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $M = \sqrt{2}$. B. $M = \sqrt{2} - 1$. C. $M = \sqrt{2} + 1$. D. $M = \sqrt{2} + 2$.

ĐÁP ÁN:

Câu 1. Theo SGK cơ bản trang 134 ở dòng 2, ta **chọn D**.

Câu 2. Theo SGK cơ bản trang 134 ở dòng 6, ta **chọn B**.

Câu 3. Theo SGK cơ bản trang 134 ở dòng cuối, ta **chọn D**.

Câu 4. Theo SGK cơ bản trang 135, mục 2, ta **chọn D**.

Câu 5. Theo SGK cơ bản trang 135, mục 3, ta **chọn D**.

Câu 6. Cung có độ dài bằng bán kính (nửa đường kính) thì có số đo bằng 1 rad. **Chọn D**.

Câu 7. π rad tương ứng với 180° . **Chọn C**.

Câu 8. Ta có π rad tương ứng với 180° .

Suy ra 1 rad tương ứng với x° . Vậy $x = \frac{180.1}{\pi}$. **Chọn D**.

Câu 9. Áp dụng công thức $\alpha = \frac{a.\pi}{180}$ với α tính bằng radian, a tính bằng độ. **Chọn C**.

Câu 10. Áp dụng công thức $\alpha = \frac{a.\pi}{180}$ với α tính bằng radian, a tính bằng độ.

Trong trường hợp này là $3a \rightarrow \alpha = \frac{3a.\pi}{180} = \frac{a\pi}{60}$. **Chọn A**.

Câu 11. Cách 1. Áp dụng công thức $\alpha = \frac{a.\pi}{180}$ với α tính bằng radian, a tính bằng độ.

Ta có $\alpha = \frac{a.\pi}{180} = \frac{70\pi}{180} = \frac{7\pi}{18}$. **Chọn C**.

Cách 2. Bấm máy tính:

Bước 1. Bấm q w 4 để chuyển về chế độ radian.

Bước 2. Bấm $70 \times \pi \div 180 =$. Màn hình hiện ra kết quả bất ngờ.

Câu 12. Tương tự như câu trên. **Chọn A**.

Câu 13. Áp dụng công thức $\alpha = \frac{a.\pi}{180}$ với α tính bằng radian, a tính bằng độ.

Trước tiên ta đổi $45^\circ 32' = \left(45 + \frac{32}{60}\right)^\circ$.

Áp dụng công thức, ta được $\alpha = \frac{\left(45 + \frac{32}{60}\right).\pi}{180} = 0,7947065861$. **Chọn C**.

Cách 2. Bấm máy tính:

Bước 1. Bấm q w 4 để chuyển về chế độ radian.

Bước 2. Bấm $45 \times 32 \times \pi \div 180 =$. Màn hình hiện ra kết quả bất ngờ.

Câu 14. Cách 1. Áp dụng công thức $\alpha = \frac{a.\pi}{180}$ với α tính bằng radian, a tính bằng độ.

Trước tiên ta đổi $40^\circ 25' = \left(40 + \frac{25}{60}\right)^\circ$.

Áp dụng công thức, ta được $\alpha = \frac{\left(40 + \frac{25}{60}\right).\pi}{180} = \frac{97\pi}{432} = 0,705403906$. **Chọn D**.

Cách 2. Bấm máy tính:

Bước 1. Bấm q w 4 để chuyển về chế độ radian.

Bước 2. Bấm $40 \times 25 \times =$ q B 1 = n. Màn hình hiện ra kết quả bất ngờ.

Câu 15. Tương tự như câu trên. **Chọn A.**

Câu 16. Cách 1. Từ công thức $\alpha = \frac{a \cdot \pi}{180} \longrightarrow a = \left(\frac{\alpha \cdot 180}{\pi} \right)^0$ với α tính bằng radian, a tính bằng độ.

$$\text{Ta có } a = \left(\frac{\alpha \cdot 180}{\pi} \right)^0 = \left(\frac{\pi}{12} \cdot 180 \right)^0 = 15^0. \text{ Chọn A.}$$

Cách 2. Bấm máy tính:

Bước 1. Bấm qw3 để chuyển về chế độ độ, phút, giây.

Bước 2. Bấm (qLP12)qB2=.

Màn hình hiện ra kết quả bất ngờ.

Câu 17. Ta có $a = \left(\frac{\alpha \cdot 180}{\pi} \right)^0 = \left(\frac{-3\pi}{16} \cdot 180 \right)^0 = \left(-\frac{135}{4} \right)^0 = -33^0 45'. \text{ Chọn C.}$

Cách 2. Bấm máy tính:

Bước 1. Bấm qw3 để chuyển về chế độ độ, phút, giây.

Bước 2. Bấm (z3qLP16)qB2=nx.

Câu 18. Ta có $a = \left(\frac{\alpha \cdot 180}{\pi} \right)^0 = \left(\frac{-5 \cdot 180}{\pi} \right)^0 = -286^0 28' 44". \text{ Chọn B.}$

Cách 2. Bấm máy tính:

Bước 1. Bấm qw3 để chuyển về chế độ độ, phút, giây.

Bước 2. Bấm z 5 qB2=x.

Câu 19. Tương tự như câu trên. **Chọn D.**

Câu 20. Tương tự như câu trên. **Chọn C.**

Câu 21. Từ công thức $\ell = R\alpha \longrightarrow \ell$ là α tỷ lệ nhau. **Chọn A.**

Câu 22. Áp dụng công thức $\ell = R\alpha = 20 \cdot \frac{\pi}{16} \approx 3,93\text{cm. Chọn A.}$

Câu 23. Ta có $\ell = \alpha R = 1,5 \cdot 20 = 30 \text{ cm. Chọn A.}$

Câu 24. Cung có số đo 35^0 thì có số đo radian là $\alpha = \frac{a\pi}{180} = \frac{35\pi}{180} = \frac{7\pi}{36}$.

$$\text{Bán kính đường tròn } R = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm.}$$

$$\text{Suy ra } \ell = \alpha R = \frac{7\pi}{36} \cdot 10 \approx 6,11 \text{ cm. Chọn B.}$$

Câu 25. Ta có $\ell = \alpha R \Leftrightarrow \alpha = \frac{\ell}{R} = \frac{40}{20} = \frac{2}{3} \approx 0,67 \text{ rad. Chọn B.}$

Câu 26. $\ell = \alpha R \Leftrightarrow \alpha = \frac{\ell}{R} = \frac{2R}{R} = 2 \text{ rad. Chọn B.}$

Câu 27. Ta có $\ell = \alpha R \Leftrightarrow \alpha = \frac{\ell}{R} = \frac{1}{6} \frac{\pi R}{R} = \frac{\pi}{6}. \text{ Chọn D.}$

Câu 28. Ta có $l = R\alpha \Leftrightarrow R = \frac{l}{\alpha} = \frac{10}{2,5} = 4$. **Chọn C.**

Câu 29. Trong 2 giây bánh xe đạp quay được $\frac{2 \cdot 2}{5} = \frac{4}{5}$ vòng tức là quay được cung có độ dài là

$$l = \frac{4}{5} \cdot 2\pi R = \frac{8}{5}\pi R.$$

Ta có $l = R\alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{l}{R} = \frac{\frac{8}{5}\pi R}{R} = \frac{8}{5}\pi$. **Chọn A.**

Câu 30. 72 răng có chiều dài là $2\pi R$ nên 10 răng có chiều dài $l = \frac{10 \cdot 2\pi R}{72} = \frac{5\pi}{18}R$

Theo công thức $l = R\alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{l}{R} = \frac{\frac{5}{18}\pi R}{R} = \frac{5}{18}\pi$ mà $a = \frac{180\alpha}{\pi} = \frac{180 \cdot \frac{5}{18}\pi}{\pi} = 50^\circ$.

Chọn C.

Cách khác: 72 răng tương ứng với 360° nên 10 răng tương ứng với $\frac{10 \cdot 360}{72} = 50^\circ$.

Câu 31. Theo đề $(Ox, Oy) = 1822^\circ 30' \longrightarrow 22^\circ 30' + k \cdot 360^\circ = 1822^\circ 30' \longrightarrow k = 5$.

Chọn D.

Câu 32. Ta có $10\pi < \alpha < 11\pi \longrightarrow \frac{19\pi}{2} < k2\pi < \frac{21\pi}{2} \longrightarrow k = 5$. **Chọn B.**

Câu 33. Góc lượng giác (OG, OP) chiếm $\frac{1}{4}$ đường tròn. Số đo là $\frac{1}{4} \cdot 2\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn A.

Câu 34. Vì số đo cung AM bằng 45° nên $\widehat{AOM} = 45^\circ$, N là điểm đối xứng với M qua trục Ox nên $\widehat{AON} = 45^\circ$. Do đó số đo cung AN bằng 45° nên số đo cung lượng giác AN có số đo là $-45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

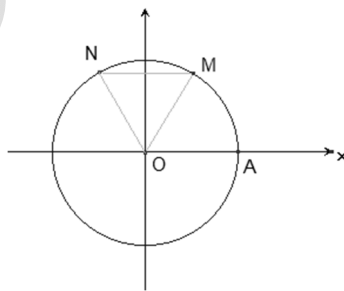
Chọn D.

Câu 35. Ta có $\widehat{AOM} = 60^\circ, \widehat{MON} = 60^\circ$

Nên $\widehat{AON} = 120^\circ$.

Khi đó số đo cung AN bằng 120° .

Chọn A.

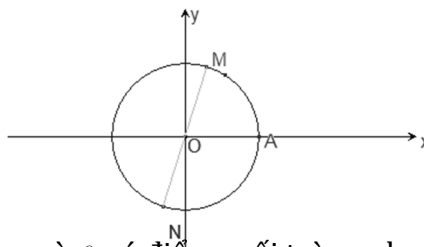


Câu 36. Ta có $\widehat{AOM} = 75^\circ, \widehat{MON} = 180^\circ$

Nên cung lượng giác AN có số đo bằng

$$-105^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn D.



Câu 37. Cách 1. Ta có $\delta - \alpha = 4\pi \Rightarrow$ hai cung α và δ có điểm cuối trùng nhau.

Và $\gamma - \beta = 8\pi \Rightarrow$ hai cung β và γ có điểm cuối trùng nhau.

Cách 2. Gọi A, B, C, D là điểm cuối của các cung $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

Biểu diễn các cung trên đường tròn lượng giác ta có $B \equiv C, A \equiv D$. **Chọn B.**

Câu 38. Cặp góc lượng giác a và b ở trên cùng một đường tròn đơn vị, cùng tia đầu và tia cuối. Khi đó

$$a = b + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ hay } k = \frac{a-b}{2\pi}.$$

Để thấy, ở **đáp án B** vì $k = \frac{\pi - 152\pi}{2\pi} = -\frac{303}{20} \notin \mathbb{Z}$. **Chọn B.**

Câu 39. Tam giác đều có góc ở đỉnh là 60° nên góc ở tâm là 120° tương ứng $\frac{k2\pi}{3}$.

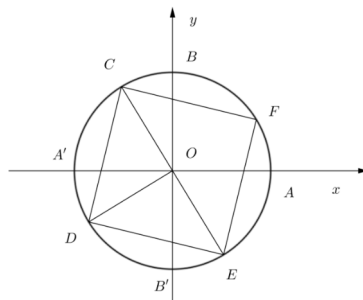
Chọn A.

Câu 40. Hình vẽ tham khảo (hình vẽ bên).

Hình vuông $CDEF$ có góc \widehat{DCE} là 45°

nên góc ở tâm là 90° tương ứng $\frac{k\pi}{2}$.

Chọn A.



**BÀI
2.**

GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT CUNG

Câu 1. α thuộc góc phần tư thứ nhất $\rightarrow \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha > 0 \\ \tan \alpha > 0 \\ \cot \alpha > 0 \end{cases} \rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 2. α thuộc góc phần tư thứ hai $\rightarrow \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{cases} \rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 3. α thuộc góc phần tư thứ hai $\rightarrow \begin{cases} \sin \alpha < 0 \\ \cos \alpha < 0 \\ \tan \alpha > 0 \\ \cot \alpha > 0 \end{cases} \rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 4. α thuộc góc phần tư thứ hai $\rightarrow \begin{cases} \sin \alpha < 0 \\ \cos \alpha > 0 \\ \tan \alpha < 0 \\ \cot \alpha < 0 \end{cases} \rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 5. Chọn D.

Câu 6. Chọn C.

Câu 7. Ta có $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos \alpha = \sqrt{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos \alpha = |\cos \alpha| \Leftrightarrow \cos \alpha$.

Đẳng thức $|\cos \alpha| \Leftrightarrow \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha \geq 0 \rightarrow$ điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ I hoặc IV. **Chọn D.**

Câu 8. Ta có $\sqrt{\sin^2 \alpha} \Leftrightarrow \sin \alpha \Leftrightarrow |\sin \alpha| = \sin \alpha$.

Đẳng thức $|\sin \alpha| = \sin \alpha \rightarrow \sin \alpha \geq 0 \rightarrow$ điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ I hoặc II. **Chọn C.**

Câu 9. Ta có $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2} \rightarrow$ điểm cuối cung $\alpha - \pi$ thuộc góc phần tư thứ I

$$\rightarrow \begin{cases} \tan \alpha > 0 \\ \cot \alpha > 0 \end{cases} \text{ Chọn A.}$$

Câu 10. Ta có $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow -\pi < \alpha - \pi < -\frac{\pi}{2} \rightarrow$ điểm cuối cung $\alpha - \pi$ thuộc góc phần tư thứ III $\rightarrow \sin(\alpha - \pi) < 0$. **Chọn D.**

Câu 11. Ta có $\begin{cases} 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} < \alpha + \frac{\pi}{2} < \pi \rightarrow \cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \pi < \alpha + \pi < \frac{3\pi}{2} \rightarrow \tan(\alpha + \pi) > 0 \end{cases}$ **Chọn D.**

Câu 12. Ta có

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha; \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha; \cos(-\alpha) = \cos \alpha; \tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha.$$

$$\text{Do } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \rightarrow \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \\ \tan \alpha < 0 \end{cases} \rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 13. Ta có $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \rightarrow 0 < \frac{3\pi}{2} - \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0 \\ \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0 \end{cases} \rightarrow \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0.$

Chọn B.

Câu 14. Ta có $\begin{cases} \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \rightarrow 0 < -\frac{\pi}{2} + \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) > 0 \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \rightarrow 0 < \pi - \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \tan(\pi - \alpha) > 0 \end{cases}$

$\rightarrow M > 0$. **Chọn B.**

Câu 15. Ta có $\begin{cases} \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \rightarrow -\frac{3\pi}{2} < -\alpha < -\pi \rightarrow -\pi < \frac{\pi}{2} - \alpha < -\frac{\pi}{2} \rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) < 0 \\ \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \rightarrow 2\pi < \pi + \alpha < \frac{5\pi}{2} \rightarrow \cot(\pi + \alpha) > 0 \end{cases}$

$\rightarrow M < 0$. **Chọn D.**

Câu 16. Ta có $\sin \frac{47\pi}{6} = \sin\left(8\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$. **Chọn D.**

Câu 17. Cách 1. Ta có $\cot \frac{89\pi}{6} = \cot\left(\frac{5\pi}{6} + 14\pi\right) = \cot \frac{5\pi}{6} = -\sqrt{3}$.

Cách 2. Hướng dẫn bấm máy tính.

Bấm lên màn hình $\frac{1}{\tan\left(\frac{89\pi}{6}\right)}$ và bấm dấu =. Màn hình hiện ra kết quả.

Câu 18. Ta có $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = \cos\left(\frac{5\pi}{4} + 2k\pi\right) = \cos \frac{5\pi}{4}$

$$= \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 19. Ta có $\cos\left[\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi\right] = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \pi + k2\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \pi\right) = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$.

Chọn C.

Câu 20. Sử dụng mối quan hệ của các cung có liên quan đặc biệt, ta có

$$P = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 46^\circ)\cos 46^\circ}{\cos 44^\circ} - 1 = \frac{2 \tan 46^\circ \cos 46^\circ}{\sin 46^\circ} - 1 = 2 - 1 = 1. \text{ Chọn B.}$$

Câu 21. Ta có $P = \sin\left(-4\pi - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{\sin^2\left(6\pi + \pi + \frac{\pi}{4}\right)} - \tan^2\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right)$

$$= \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{\sin^2\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)} - \tan^2\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} - (-1)^2 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 22. Ta có $\begin{cases} \frac{\pi}{8} + \frac{7\pi}{8} = \pi \longrightarrow \cos\frac{\pi}{8} = -\cos\frac{7\pi}{8} \longrightarrow \cos^2\frac{\pi}{8} = \cos^2\frac{7\pi}{8} \\ \frac{3\pi}{8} + \frac{5\pi}{8} = \pi \longrightarrow \cos\frac{3\pi}{8} = -\cos\frac{5\pi}{8} \longrightarrow \cos^2\frac{3\pi}{8} = \cos^2\frac{5\pi}{8} \end{cases}$

$$\longrightarrow P = 2\left(\cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8}\right).$$

Vì $\frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2} \longrightarrow \cos\frac{\pi}{8} = \sin\frac{3\pi}{8} \longrightarrow \cos^2\frac{\pi}{8} = \sin^2\frac{3\pi}{8}$.

Do đó $\longrightarrow P = 2\left(\sin^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8}\right) = 2.1 = 2. \text{ Chọn D.}$

Câu 23. Do $10^\circ + 80^\circ = 20^\circ + 70^\circ = 30^\circ + 60^\circ = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$ nên các cung lượng giác tương ứng đôi một phụ nhau. Áp dụng công thức $\sin(90^\circ - x) = \cos x$, ta được

$$P = (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ)$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 = 4. \text{ Chọn C.}$$

Câu 24. Áp dụng công thức $\tan x \cdot \tan(90^\circ - x) = \tan x \cdot \cot x = 1$.

Do đó $P = 1. \text{ Chọn B.}$

Câu 25. Áp dụng công thức $\tan x \cdot \tan(90^\circ - x) = \tan x \cdot \cot x = 1$.

Do đó $P = 1. \text{ Chọn B.}$

Câu 26. Chọn B.

Câu 27. Ta có $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha \longrightarrow \cos^2(180^\circ - \alpha) = \cos^2 \alpha$.

Do đó $\sin^2 \alpha + \cos^2(180^\circ - \alpha) = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1. \text{ Chọn C.}$

Câu 28. Chọn D. Vì $\sin^2(2018\alpha) + \cos^2(2018\alpha) = 1$.

Câu 29. Chọn C.

Câu 30. Chọn C.

Câu 31. $\cot\left(x - \frac{\pi}{2018}\right)$ có nghĩa khi $x - \frac{\pi}{2018} \neq k\pi \longleftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2018} + k\pi. \text{ Chọn D.}$

Câu 32. Ta có $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Leftrightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1$.

Đẳng thức xác định khi $\begin{cases} \cos \alpha \neq 0 \\ \sin \alpha \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \alpha \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \alpha \neq k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$. **Chọn A.**

Câu 33. Biểu thức xác định khi $\begin{cases} \alpha + \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \alpha - \frac{\pi}{6} \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \alpha \neq \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **Chọn C.**

Câu 34. Dùng MTCT kiểm tra từng đáp án. **Chọn C.**

Câu 35. Chọn B. Trong khoảng giá trị từ 90° đến 180° , khi giá trị góc tăng thì giá trị cos của góc tương ứng giảm.

Câu 36. Chọn A.

Câu 37. Ta có $\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$. **Chọn B.**

Câu 38. Ta có $\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2} - 2\pi\right) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha = \frac{1}{3}$. **Chọn C.**

Câu 39. Ta có $\tan(2017\pi + \alpha) = \tan \alpha$. **Chọn C.**

Câu 40. Ta có $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha - \sin \alpha = 0$.

Chọn D.

Câu 41. Ta có $S = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \sin(\pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \cos(\pi - x)$
 $= \sin x \cdot \sin x - \cos x \cdot (-\cos x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$. **Chọn D.**

Câu 42. Ta có $P = \sin(\pi + \alpha) \cdot \cos(\pi - \alpha) = -\sin \alpha \cdot (-\cos \alpha) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Và $Q = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha \cdot (-\sin \alpha) = -\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Khi đó $P + Q = \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0$. **Chọn A.**

Câu 43. Ta có $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$; $\sin(10\pi + x) = \sin x$.

Và $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$; $\cos(8\pi - x) = \cos x$.

Khi đó $\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(10\pi + x)\right]^2 + \left[\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(8\pi - x)\right]^2$
 $= (\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$
 $= \cos^2 x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \cdot \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x = 2$. **Chọn B.**

Câu 44. Ta có $\tan \frac{17\pi}{4} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + 4\pi\right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1$ và $\tan\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) = \cot x$.

Và $\cot \frac{13\pi}{4} = \cot\left(\frac{\pi}{4} + 3\pi\right) = \cot \frac{\pi}{4} = 1$; $\cot(7\pi - x) = -\cot x$.

Suy ra $P = (1 + \cot x)^2 + (1 - \cot x)^2 = 2 + 2 \cot^2 x = \frac{2}{\sin^2 x}$. **Chọn C.**

Câu 45. Ta có $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x$ và $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$.

Kết hợp với giá trị $\sin\frac{13\pi}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 6\pi\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$.

Suy ra $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\frac{13\pi}{2} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow -\cos x + 1 = \cos x \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2}$. **Chọn C.**

Câu 46. Ta có $\tan(4\pi + 1,25) = \tan 1,25$ suy ra $\cot 1,25 \cdot \tan 1,25 = 1$

Và $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$; $\cos(6\pi - x) = \cos(x - 6\pi) = \cos x$.

Khi đó $\cot 1,25 \cdot \tan(4\pi + 1,25) - \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos(6\pi - x) = 1 - \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0$.

Mặt khác $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \longrightarrow \tan x = 0$. **Chọn C.**

Câu 47. Vì A, B, C là ba góc của một tam giác suy ra $A + C = \pi - B$.

Khi đó $\sin(A + C) = \sin(\pi - B) = \sin B$; $\cos(A + C) = \cos(\pi - B) = -\cos B$.

$\tan(A + C) = \tan(\pi - B) = -\tan B$; $\cot(A + C) = \cot(\pi - B) = -\cot B$. **Chọn B.**

Câu 48. Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $C = 180^\circ - (A + B)$.

Do đó C và $A + B$ là 2 góc bù nhau $\Rightarrow \sin C = \sin(A + B)$; $\cos C = -\cos(A + B)$.

Và $\tan C = -\tan(A + B)$; $\cot C = \cot(A + B)$.

Câu 49. Ta có $A + B + C = \pi \Leftrightarrow A + B = \pi - C$

Do đó $\cos(A + B) = \cos(\pi - C) = -\cos C$. **Chọn D.**

Câu 50. A, B, C là ba góc của một tam giác $\Rightarrow A + B + C = 180^\circ \Leftrightarrow A + B = 180^\circ - C$.

Ta có $\sin(A + B + 2C) = \sin(180^\circ - C + 2C) = \sin(180^\circ + C) = -\sin C$. **Chọn D.**

Câu 51. Ta có $\begin{cases} \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{5}{13} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \end{cases} \longrightarrow \cos \alpha = -\frac{5}{13}$. **Chọn D.**

Câu 52. Ta có $\begin{cases} \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \frac{2}{3} \\ \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \end{cases} \longrightarrow \sin \alpha = -\frac{2}{3} \longrightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Chọn B.

Câu 53. Ta có $\begin{cases} 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\ \frac{2017\pi}{2} < \alpha < \frac{2019\pi}{2} \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} 1 + \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\ \frac{\pi}{2} + 504.2\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} + 504.2\pi \end{cases}$

$\longrightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$. Mà $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \longleftrightarrow -\frac{4}{3} = \frac{\sin \alpha}{-\frac{3}{5}} \longrightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$. **Chọn D.**

Câu 54. Ta có
$$\begin{cases} \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \frac{5}{13} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi. \end{cases} \longrightarrow \sin \alpha = \frac{5}{13} \longrightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{5}{12}.$$

Chọn C.

Câu 55. Ta có
$$\begin{cases} \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{5} \longrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} \\ 180^\circ < \alpha < 270^\circ \end{cases} \longrightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\longrightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}. \text{ Do đó, } \sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{3}{\sqrt{5}} = -\frac{3\sqrt{5}}{5}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 56. Ta có
$$\begin{cases} \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{4}{5} \\ 90^\circ < \alpha < 180^\circ \end{cases} \longrightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 57. Ta có
$$\begin{cases} \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} \\ 0^\circ < \alpha < 90^\circ \end{cases} \longrightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 58. Ta có
$$\begin{cases} \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{4}{5} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \end{cases} \longrightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5} \longrightarrow \tan \alpha = -\frac{3}{4}.$$

Thay $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ vào P , ta được $P = -\frac{12}{25}$. **Chọn D.**

Câu 59. Ta có
$$\begin{cases} \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ 90^\circ < \alpha < 180^\circ \end{cases} \longrightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \longrightarrow \begin{cases} \tan \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{4} \\ \cot \alpha = -2\sqrt{2} \end{cases}.$$

Thay $\begin{cases} \tan \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{4} \\ \cot \alpha = -2\sqrt{2} \end{cases}$ vào P , ta được $P = \frac{26 - 2\sqrt{2}}{9}$. **Chọn C.**

Câu 60. Ta có
$$P = \tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left(3\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

Theo giả thiết: $\sin(\pi + \alpha) = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow -\sin \alpha = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{1}{3}.$

Ta có
$$\begin{cases} \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \end{cases} \longrightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \longrightarrow P = -2\sqrt{2}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 61. Ta có
$$\begin{cases} \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \frac{4}{5} \\ -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \end{cases} \longrightarrow \sin \alpha = -\frac{4}{5} \longrightarrow \begin{cases} \tan \alpha = -\frac{4}{3} \\ \cot \alpha = -\frac{3}{4} \end{cases}.$$

Thay $\begin{cases} \tan \alpha = -\frac{4}{3} \\ \cot \alpha = -\frac{3}{4} \end{cases}$ vào P , ta được $P = 4$. **Chọn A.**

Câu 62. Ta có $P = \sqrt{(\tan \alpha - 1)^2} = |\tan \alpha - 1|$.

Vì $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \tan \alpha > 1 \rightarrow P = \tan \alpha - 1$.

Theo giả thiết:
$$\begin{cases} \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \frac{4}{5} \\ \frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{cases} \rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5} \rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{3} \rightarrow P = \frac{1}{3}$$

Chọn B.

Câu 63. Ta có
$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi \leftrightarrow \frac{3\pi}{4} < \alpha + \frac{\pi}{4} < \frac{9\pi}{4} \\ \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \end{cases} \rightarrow \alpha + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \rightarrow \alpha = \pi$$

Thay $\alpha = \pi$ vào P , ta được $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Chọn C.**

Câu 64. Ta có
$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi \leftrightarrow \frac{5\pi}{6} < \alpha + \frac{\pi}{3} < \frac{7\pi}{3} \\ \cot\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3} \end{cases} \rightarrow \alpha + \frac{\pi}{3} = \frac{11\pi}{6} \rightarrow \alpha = \frac{3\pi}{2}$$

Thay $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ vào P , ta được $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Chọn D.**

Câu 65. Ta có
$$\begin{cases} \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{9}{25} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \end{cases} \rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

$\rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{4}{5}$.

Thay $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ và $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ vào P , ta được $P = \frac{31}{11}$. **Chọn B.**

Câu 66. Chia cả tử và mẫu của P cho $\cos \alpha$ ta được $P = \frac{3 \tan \alpha - 2}{5 + 7 \tan \alpha} = \frac{3 \cdot 2 - 2}{5 + 7 \cdot 2} = \frac{4}{19}$.

Chọn D.

Câu 67. Chia cả tử và mẫu của P cho $\sin \alpha$ ta được $P = \frac{3 + 4 \cot \alpha}{2 - 5 \cot \alpha} = \frac{3 + 4 \cdot \frac{1}{3}}{2 - 5 \cdot \frac{1}{3}} = 13$.

Chọn D.

Câu 68. Chia cả tử và mẫu của P cho $\cos^2 \alpha$ ta được

$$P = \frac{2 \tan^2 \alpha + 3 \tan \alpha + 4}{5 \tan^2 \alpha + 6} = \frac{2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 4}{5 \cdot 2^2 + 6} = \frac{9}{13} \quad \text{Chọn A.}$$

Câu 69. Chia cả tử và mẫu của P cho $\cos^2 \alpha$ ta được

$$P = \frac{2 \tan^2 \alpha + 3 \tan \alpha - 4}{5 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{2} - 4}{5 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = -\frac{8}{19} \quad \text{Chọn D.}$$

Câu 70. Ta có $P = (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$. (*)

Chia hai vế của (*) cho $\cos^2 \alpha$ ta được $\frac{P}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 1$

$$\Leftrightarrow P(1 + \tan^2 \alpha) = \tan^2 \alpha - 1 \Leftrightarrow P = \frac{\tan^2 \alpha - 1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{5^2 - 1}{1 + 5^2} = \frac{12}{13}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 71. Từ giả thiết, ta có $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{25}{16} \Leftrightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{25}{16}$

$$\longrightarrow P = \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{9}{32}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 72. Áp dụng $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$, ta có

$$P = \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^3 - 3 \sin \alpha \cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha).$$

$$\text{Ta có } (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 1 + \frac{24}{25} = \frac{49}{25}.$$

Vì $\sin \alpha + \cos \alpha > 0$ nên ta chọn $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5}$.

$$\text{Thay } \begin{cases} \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5} \\ \sin \alpha \cos \alpha = \frac{12}{25} \end{cases} \text{ vào } P, \text{ ta được } P = \left(\frac{7}{5}\right)^3 - 3 \cdot \frac{12}{25} \cdot \frac{7}{5} = \frac{91}{125}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 73. Ta có $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 2$.

$$\text{Suy ra } (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 2 - (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 2 - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}.$$

Do $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ suy ra $\sin \alpha < \cos \alpha$ nên $\sin \alpha - \cos \alpha < 0$. Vậy $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Chọn D.**

Câu 74. Ta có $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 2$.

$$\text{Suy ra } (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 2 - (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 2 - m^2$$

$$\longrightarrow P = |\sin \alpha - \cos \alpha| = \sqrt{2 - m^2}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 75. Ta có $P = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - 2 \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 2^2 - 2 \cdot 1 = 2$.

Chọn B.

Câu 76. Ta có $P = \tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)^3 - 3 \tan \alpha \cot \alpha (\tan \alpha + \cot \alpha)$

$$= 5^3 - 3 \cdot 5 = 110. \text{ Chọn B.}$$

Câu 77. Ta có $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{4}$.

$$\text{Khi đó } P = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}$$

$$= \frac{(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = \frac{1 - 2(\sin \alpha \cos \alpha)^2}{(\sin \alpha \cos \alpha)^2} = 14. \text{ Chọn B.}$$

Câu 78. Ta có

$$\tan \alpha - \cot \alpha = 1 \Leftrightarrow \tan \alpha - \frac{1}{\tan \alpha} = 1 \Leftrightarrow \tan^2 \alpha - \tan \alpha - 1 = 0 \Leftrightarrow \tan \alpha = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ suy ra $\tan \alpha < 0$ nên $\tan \alpha = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{2}{1 - \sqrt{5}}$.

Thay $\tan \alpha = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ và $\cot \alpha = \frac{2}{1-\sqrt{5}}$ vào P , ta được $P = \frac{1-\sqrt{5}}{2} + \frac{2}{1-\sqrt{5}} = -\sqrt{5}$.

Chọn C.

Câu 79. Ta có $3 \cos \alpha + 2 \sin \alpha = 2 \Leftrightarrow (3 \cos \alpha + 2 \sin \alpha)^2 = 4$

$$\Leftrightarrow 9 \cos^2 \alpha + 12 \cos \alpha \sin \alpha + 4 \sin^2 \alpha = 4 \Leftrightarrow 5 \cos^2 \alpha + 12 \cos \alpha \sin \alpha = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha (5 \cos \alpha + 12 \sin \alpha) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 0 \\ 5 \cos \alpha + 12 \sin \alpha = 0 \end{cases}$$

• $\cos \alpha = 0 \Rightarrow \sin \alpha = 1$: loại (vì $\sin \alpha < 0$).

• $5 \cos \alpha + 12 \sin \alpha = 0$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} 5 \cos \alpha + 12 \sin \alpha = 0 \\ 3 \cos \alpha + 2 \sin \alpha = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = -\frac{5}{13} \\ \cos \alpha = \frac{12}{13} \end{cases}$.

Chọn A.

Câu 80. Với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ suy ra $\begin{cases} \sin \alpha < 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{cases}$.

Ta có $\begin{cases} \sin \alpha - 2 \cos \alpha = 1 \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases} \Rightarrow (1 + 2 \cos \alpha)^2 + \cos^2 \alpha = 1$

$$\Leftrightarrow 5 \cos^2 \alpha + 4 \cos \alpha = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 0 \text{ (loại)} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

Từ hệ thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, suy ra $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ (do $\sin \alpha < 0$)

$$\longrightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{4} \text{ và } \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{4}{3}$$

Thay $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ và $\cot \alpha = \frac{4}{3}$ vào P , ta được $P = \frac{1}{6}$. **Chọn C.**

Câu 81. Ta có $\begin{cases} (\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1 + 2 \sin x \cos x \\ (\sin x - \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = 1 - 2 \sin x \cos x \end{cases}$

Suy ra $M = 2$. **Chọn B.**

Câu 82. Ta có $\sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x)^2 + 2 \sin^2 x \cos^2 x + (\cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$

$$= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - \frac{1}{2} (2 \sin x \cos x)^2 = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x$$

Chọn C.

Câu 83. Ta có $\sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x)^2 - (\cos^2 x)^2 = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x)$

$$= \sin^2 x - \cos^2 x = (1 - \cos^2 x) - \cos^2 x = 1 - 2 \cos^2 x. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 84. Ta có $M = \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3$

$$= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$$

Chọn D.

Câu 85. Ta có

$$\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 x \sin^2 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - \cos^2 x \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \sin^2 x$$

Suy ra $M = 2(1 - \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x)$

$$= 2(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x \cos^4 x) - (\sin^8 x + \cos^8 x)$$

$$= 2 - 4\sin^2 x \cos^2 x + 2\sin^4 x \cos^4 x - (\sin^8 x + \cos^8 x)$$

$$= 2 - 4\sin^2 x \cos^2 x - (\sin^4 x - \cos^4 x)^2 = 2 - 4\sin^2 x \cos^2 x - (\sin^2 x - \cos^2 x)^2$$

$$= 2 - 2\sin^2 x \cos^2 x - \sin^4 x - \cos^4 x$$

$$= 2 - (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 = 2 - 1 = 1. \text{ Chọn A.}$$

Câu 86. Ta có $M = \tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x = \sin^2 x \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = \sin^2 x \cdot \tan^2 x.$

Chọn C.

Câu 87. Ta có $M = \cot^2 x - \cos^2 x = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \cos^2 x = \cos^2 x \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1 \right) = \cos^2 x \cdot \cot^2 x.$

Chọn D.

Câu 88. Ta biến đổi: $M = (\cot^2 x - \cos^2 x) + (1 - \cot^2 x) = 1 - \cos^2 x = \sin^2 x. \text{ Chọn A.}$

Câu 89. Ta có $M = \tan^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1) + 4\sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha$

$$= \tan^2 \alpha (-\cos^2 \alpha) + 4\sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha$$

$$= -\sin^2 \alpha + 4\sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha = 3(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 3. \text{ Chọn D.}$$

Câu 90. Ta có $M = (1 - 2\sin^2 x \cos^2 x - 1) \left(\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + 2 \right)$

$$= (-2\sin^2 x \cos^2 x) \left(\frac{\sin^4 x + \cos^4 x + 2\sin^2 x \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} \right) = (-2) \cdot (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 = -2.$$

Chọn D.

Câu 91. Ta có $P = \sqrt{\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \sqrt{\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)} = \sqrt{\sin^2 \alpha} = |\sin \alpha|.$

Chọn A.

Câu 92. Ta có $P = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \tan^2 \alpha = 1 + 2\tan^2 \alpha. \text{ Chọn A.}$

Câu 93. Ta có $P = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{1}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} - \frac{1}{1 + \cos \alpha}$

$$= \frac{1 - \cos \alpha}{(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)} - \frac{1}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{1 + \cos \alpha} - \frac{1}{1 + \cos \alpha} = 0. \text{ Chọn D.}$$

Câu 94. Ta có $P = \frac{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \cos^4 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1 - \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{\cos^2 \alpha}$

$$= \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha. \text{ Chọn A.}$$

Câu 95. Ta có $P = \frac{2\cos^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x + \cos x} = \cos x - \sin x. \text{ Chọn B.}$

Câu 96. Ta có $P = \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}{\cot \alpha - \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha - 1}{\cos \alpha \left(\frac{1}{\sin \alpha} - \sin \alpha \right)}$

$$= \frac{1 + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha - 1}{\cos \alpha \cdot \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\frac{\cos^3 \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{2 \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 2 \tan^2 \alpha. \text{ Chọn A.}$$

Câu 97. Ta có $\frac{\sin \alpha + \tan \alpha}{\cos \alpha + 1} = \frac{\sin \alpha \left(1 + \frac{1}{\cos \alpha}\right)}{\cos \alpha + 1} = \frac{\sin \alpha \left(\frac{\cos \alpha + 1}{\cos \alpha}\right)}{\cos \alpha + 1} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha.$

Suy ra $P = \tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$. **Chọn C.**

Câu 98. Ta có $P = \tan \alpha \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - \sin \alpha \right) = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - \sin \alpha \right)$
 $= \frac{1}{\cos \alpha} + \cos \alpha - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha} = \frac{(1 - \sin^2 \alpha) + \cos^2 \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2 \cos^2 \alpha}{\cos \alpha} = 2 \cos \alpha.$

Chọn B.

Câu 99. Ta có $\frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} = 1 - \frac{\cos^2 x}{\cot^2 x} = 1 - \cos^2 x \cdot \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = 1 - \sin^2 x.$

Và $\frac{\sin x \cdot \cos x}{\cot x} = \sin x \cdot \cos x \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = \sin^2 x.$

Suy ra $P = 1 - \sin^2 x + \sin^2 x = 1$. **Chọn A.**

Câu 100. Ta có $\frac{\sin x + \tan x}{\tan x} = \frac{\sin x}{\tan x} + 1 = \sin x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} + 1 = 1 + \cos x \neq 1 + \sin x + \cot x.$

Chọn C.

**BÀI
3.**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 1. Ta có $M = \cos^4 15^\circ - \sin^4 15^\circ = (\cos^2 15^\circ)^2 - (\sin^2 15^\circ)^2$
 $= (\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ)(\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ)$
 $= \cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos(2 \cdot 15^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **Chọn B.**

Câu 2. Áp dụng công thức nhân đôi $\cos^2 a - \sin^2 a = \cos 2a$.

Ta có $M = (\cos^4 15^\circ - \sin^4 15^\circ) + (\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ)$
 $= (\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ)(\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ) + (\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ)$
 $= (\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ) + (\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ) = \cos 30^\circ + \cos 30^\circ = \sqrt{3}$. **Chọn A.**

Câu 3. Ta có

$$\begin{aligned} \cos^6 \alpha - \sin^6 \alpha &= (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^4 \alpha + \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha) \\ &= \cos 2\alpha \cdot \left[(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)^2 - \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha \right] \\ &= \cos 2\alpha \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \sin^2 2\alpha \right). \end{aligned}$$

Vậy $M = \cos 30^\circ \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \sin^2 30^\circ \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \right) = \frac{15\sqrt{3}}{32}$. **Chọn D.**

Câu 4. Ta có $\cos \frac{\pi}{30} \cos \frac{\pi}{5} + \sin \frac{\pi}{30} \sin \frac{\pi}{5} = \cos \left(\frac{\pi}{30} - \frac{\pi}{5} \right) = \cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **Chọn A.**

Câu 5. Áp dụng công thức $\begin{cases} \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b = \sin(a-b) \\ \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b = \cos(a+b) \end{cases}$.

Khi đó $\sin \frac{5\pi}{18} \cos \frac{\pi}{9} - \sin \frac{\pi}{9} \cos \frac{5\pi}{18} = \sin \left(\frac{5\pi}{18} - \frac{\pi}{9} \right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.

Và $\cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{12} = \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12} \right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$. Vậy $P = \frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 1$. **Chọn A.**

Câu 6. Ta có $\frac{\tan 225^\circ - \cot 81^\circ \cdot \cot 69^\circ}{\cot 261^\circ + \tan 201^\circ} = \frac{\tan(180^\circ + 45^\circ) - \tan 9^\circ \cdot \cot 69^\circ}{\cot(180^\circ + 81^\circ) + \tan(180^\circ + 21^\circ)}$
 $= \frac{1 - \tan 9^\circ \cdot \tan 21^\circ}{\tan 9^\circ + \tan 21^\circ} = \frac{1}{\tan(9^\circ + 21^\circ)} = \frac{1}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}$. **Chọn C.**

Câu 7. Ta có $\sin \frac{7\pi}{24} = \cos \frac{5\pi}{24}$ và $\sin \frac{11\pi}{24} = \cos \frac{\pi}{24}$.

Do đó $M = \sin \frac{\pi}{24} \sin \frac{5\pi}{24} \cos \frac{5\pi}{24} \cos \frac{\pi}{24} = \frac{1}{4} \cdot \left(2 \cdot \sin \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{24} \right) \cdot \left(2 \cdot \sin \frac{5\pi}{24} \cdot \cos \frac{5\pi}{24} \right)$
 $= \frac{1}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{12} \cdot \sin \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \left(\cos \frac{6\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{8} \cdot \left(0 + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{16}$. **Chọn D.**

Câu 8. Áp dụng công thức $\sin 2a = 2 \cdot \sin a \cdot \cos a$, ta có

$A = \sin \frac{\pi}{48} \cdot \cos \frac{\pi}{48} \cdot \cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{6}$
 $= \frac{1}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{8} \cdot \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{16} \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{32}$. **Chọn D.**

Câu 9. Vì $\sin 10^\circ \neq 0$ nên suy ra

$M = \frac{16 \sin 10^\circ \cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ}{16 \sin 10^\circ} = \frac{8 \sin 20^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ}{16 \sin 10^\circ}$
 $\Rightarrow M = \frac{4 \sin 40^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ}{16 \sin 10^\circ} = \frac{2 \sin 80^\circ \cos 80^\circ}{16 \sin 10^\circ} = \frac{\sin 160^\circ}{16 \sin 10^\circ}$
 $\Rightarrow M = \frac{\sin 20^\circ}{16 \sin 10^\circ} = \frac{2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ}{16 \sin 10^\circ} = \frac{1}{8} \cos 10^\circ$. **Chọn D.**

Câu 10. Áp dụng công thức $\sin a - \sin b = 2 \cdot \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$.

Ta có $2 \sin \frac{\pi}{7} \cdot M = 2 \cdot \cos \frac{2\pi}{7} \cdot \sin \frac{\pi}{7} + 2 \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \sin \frac{\pi}{7} + 2 \cdot \cos \frac{6\pi}{7} \cdot \sin \frac{\pi}{7}$
 $= \sin \frac{3\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} + \sin \frac{5\pi}{7} - \sin \frac{3\pi}{7} + \sin \frac{7\pi}{7} - \sin \frac{5\pi}{7} = -\sin \frac{\pi}{7} + \sin \pi = -\sin \frac{\pi}{7}$.

Vậy giá trị biểu thức $M = -\frac{1}{2}$. **Chọn B.**

Câu 11. Chọn B. Ta có $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

Câu 12. Áp dụng công thức $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ ta được
 $\sin(2018\alpha) = 2 \sin(1009\alpha) \cdot \cos(1009\alpha)$. **Chọn D.**

Câu 13. Áp dụng công thức $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$, ta được
 $\cos 6a = \cos^2 3a - \sin^2 3a = 2 \cos^2 3a - 1 = 1 - 2 \sin^2 3a$. **Chọn C.**

Câu 14. Chọn D. Ta có $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$.

Câu 15. Chọn B.

Câu 16. Ta có $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left[\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} - x\right)\right] = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$.

Chọn B.

Câu 17. Chọn B. Câu 18. Chọn A.

Câu 19. Ta có $\cos(a+b) = 0 \Leftrightarrow a+b = \frac{\pi}{2} + k\pi \longrightarrow a = -b + \frac{\pi}{2} + k\pi$.

$$\longrightarrow |\sin(a+2b)| = \left| \sin\left(-b + 2b + \frac{\pi}{2} + k\pi\right) \right| = |\cos(b+k\pi)| = |\cos b|. \text{ **Chọn D.**}$$

Câu 20. Ta có $\sin(a+b) = 0 \Leftrightarrow a+b = k\pi \longrightarrow a = -b + k\pi$.

$$\longrightarrow |\cos(a+2b)| = |\cos(-b + 2b + k\pi)| = |\cos(b+k\pi)| = |\cos b|. \text{ **Chọn D.**}$$

Câu 21. Áp dụng công thức $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$, ta được

$$M = \sin(x-y)\cos y + \cos(x-y)\sin y = \sin[(x-y)+y] = \sin x. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 22. Áp dụng công thức $\cos x \cos y - \sin x \sin y = \cos(x+y)$, ta được

$$M = \cos(a+b)\cos(a-b) - \sin(a+b)\sin(a-b) = \cos(a+b+a-b) = \cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a.$$

Chọn B.

Câu 23. Áp dụng công thức $\cos x \cos y + \sin x \sin y = \cos(x-y)$, ta được

$$\begin{aligned} M &= \cos(a+b)\cos(a-b) + \sin(a+b)\sin(a-b) \\ &= \cos(a+b-(a-b)) = \cos 2b = 1 - 2 \sin^2 b. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 24. Áp dụng công thức $\cos a \cos b - \sin a \sin b = \cos(a+b)$, ta được

$$\sin 2x \cdot \sin 3x = \cos 2x \cdot \cos 3x \Leftrightarrow \cos 2x \cdot \cos 3x - \sin 2x \cdot \sin 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 5x = 0 \Leftrightarrow 5x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{10} + k \frac{\pi}{5}. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 25. Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\cot a + \cot b = \frac{\cos a}{\sin a} + \frac{\cos b}{\sin b} = \frac{\cos a \cdot \sin b + \sin a \cdot \cos b}{\sin a \cdot \sin b} = \frac{\sin(a+b)}{\sin a \cdot \sin b}$.

• Đáp án B. Ta có $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 \Leftrightarrow \cos^2 a = \frac{1}{2}(1 + \cos 2a)$. **Chọn B.**

Câu 26. Chọn B.

Câu 27. Áp dụng công thức $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$, ta được

$$M = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -2 \sin\left(\frac{x + \frac{\pi}{4} + x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{x + \frac{\pi}{4} - x + \frac{\pi}{4}}{2}\right)$$

$$= -2 \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{4} = -\sqrt{2} \sin x. \text{ **Chọn B.**}$$

Câu 28. Ta có $\begin{cases} \cos A = \frac{4}{5} \\ \cos B = \frac{5}{13} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin A = \frac{3}{5} \\ \sin B = \frac{12}{13} \end{cases}$. Mà $A+B+C = 180^\circ$, do đó

$$\begin{aligned}\cos C &= \cos[180^\circ - (A + B)] = -\cos(A + B) \\ &= -(\cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B) = -\left(\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{13} - \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{13}\right) = \frac{16}{65}.\end{aligned}$$

Chọn C.

Câu 29. Ta có $\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{7}{9}$

$$\longrightarrow \tan(A + B + C) = \frac{\tan(A + B) + \tan C}{1 - \tan(A + B) \cdot \tan C} = \frac{\frac{7}{9} + \frac{1}{8}}{1 - \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{8}} = 1 \longrightarrow A + B + C = \frac{\pi}{4}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 30. Do $\begin{cases} \frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \\ \frac{C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{A+B}{2} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2} \\ \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A+B}{2} \end{cases}$.

Áp dụng, ta được

$$\begin{aligned}P &= (\sin A + \sin B) + \sin C = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} + 2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} \\ &= 2 \cos \frac{C}{2} \cos \frac{A-B}{2} + 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{C}{2} \\ &= 2 \cos \frac{C}{2} \left(\cos \frac{A-B}{2} + \cos \frac{A+B}{2} \right) = 4 \cos \frac{C}{2} \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2}. \text{ Chọn A.}\end{aligned}$$

Câu 31. Do $A + B = \pi - C \longrightarrow \sin(A + B) = \sin C$.

Áp dụng, ta được

$$\begin{aligned}P &= (\sin 2A + \sin 2B) + \sin 2C = 2 \sin(A + B) \cdot \cos(A - B) + 2 \sin C \cdot \cos C \\ &= 2 \sin C \cdot \cos(A - B) + 2 \sin C \cdot \cos C = 2 \sin C [\cos(A - B) + \cos C]. \\ &= 4 \sin C \cdot \cos \frac{A-B+C}{2} \cdot \cos \frac{A-B-C}{2} \\ &= 4 \sin C \cdot \cos \frac{(A+B+C) - 2B}{2} \cdot \cos \frac{(-A-B-C) + 2A}{2} \\ &= 4 \sin C \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - B \right) \cdot \cos \left(-\frac{\pi}{2} + A \right) = 4 \sin C \cdot \sin B \cdot \sin A = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C. \text{ Chọn B.}\end{aligned}$$

Câu 32. Ta có $P = \tan A + \tan B + \tan C = (\tan A + \tan B) + \tan C = \frac{\sin(A+B)}{\cos A \cdot \cos B} + \frac{\sin C}{\cos C}$.

Mà $A + B = \pi - C \longrightarrow \begin{cases} \sin(A+B) = \sin C \\ -\cos(A+B) = \cos C \end{cases}$. Khi đó, ta được

$$\begin{aligned}P &= \frac{\sin C}{\cos A \cdot \cos B} + \frac{\sin C}{\cos C} = \sin C \left(\frac{\cos C + \cos A \cdot \cos B}{\cos A \cdot \cos B \cdot \cos C} \right) = \sin C \cdot \left(\frac{-\cos(A+B) + \cos A \cdot \cos B}{\cos A \cdot \cos B \cdot \cos C} \right) \\ &= \sin C \cdot \frac{-\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B + \cos A \cdot \cos B}{\cos A \cdot \cos B \cdot \cos C} = \frac{\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C}{\cos A \cdot \cos B \cdot \cos C} = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C\end{aligned}$$

Chọn D.

Câu 33. Do $A + B + C = \pi \longrightarrow \frac{C+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}$

$$\longrightarrow \tan\left(\frac{C+B}{2}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}\right) \longrightarrow \frac{\tan\frac{C}{2} + \tan\frac{B}{2}}{1 - \tan\frac{C}{2}\tan\frac{B}{2}} = \cot\frac{A}{2} = \frac{1}{\tan\frac{A}{2}}$$

$$\longrightarrow \tan\frac{A}{2}\left(\tan\frac{C}{2} + \tan\frac{B}{2}\right) + \tan\frac{C}{2}\tan\frac{B}{2} = 1$$

$$\longrightarrow \tan\frac{A}{2}\tan\frac{B}{2} + \tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2} + \tan\frac{C}{2}\tan\frac{A}{2} = 1. \text{ Chọn A.}$$

Câu 34. Ta có $\frac{\sin B}{\sin C} = 2 \cos A \longrightarrow \sin B = 2 \sin C \cdot \cos A = \sin(C+A) + \sin(C-A)$

Mặt khác $A+B+C = \pi \longrightarrow B = \pi - (A+C) \longrightarrow \sin B = \sin(A+C)$. Do đó, ta được

$$\sin(C-A) = 0 \longrightarrow A = C. \text{ Chọn A.}$$

Câu 35. Ta có $\frac{\tan A}{\tan C} = \frac{\sin^2 A}{\sin^2 C} \longleftrightarrow \frac{\sin A \cos C}{\cos A \sin C} = \frac{\sin^2 A}{\sin^2 C} \longleftrightarrow \sin 2C = \sin 2A$

$$\longrightarrow \begin{cases} 2C = 2A \\ 2C = \pi - 2A \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} C = A \\ A + C = \frac{\pi}{2} \end{cases}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 36. Ta có $P = \sin 2(\alpha + \pi) = \sin(2\alpha + 2\pi) = \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$.

Từ hệ thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, suy ra $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{3}{5}$.

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên ta chọn $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

Thay $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ và $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ vào P , ta được $P = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{24}{25}$. **Chọn A.**

Câu 37. Ta có $P = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha + 2 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)}{\sin \alpha + \cos \alpha} = 2 \cos \alpha$.

Từ hệ thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, suy ra $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Do $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên ta chọn $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \longrightarrow P = \frac{2\sqrt{5}}{3}$. **Chọn D.**

Câu 38. Ta có $-\frac{3}{5} = \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$.

Từ hệ thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, suy ra $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{4}{5}$.

Do $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên ta chọn $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Suy ra $P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{-4 - 3\sqrt{3}}{10}$. **Chọn C.**

Câu 39. Áp dụng công thức $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$, ta được

$$P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \left(\cos\frac{\pi}{3} - \cos 2\alpha\right).$$

Ta có $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{7}{25}$.

Thay vào P , ta được $P = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{7}{25} \right) = \frac{11}{100}$. **Chọn A.**

Câu 40. Ta có $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \left(\frac{4}{5} \right)^2 = -\frac{7}{25}$.

Suy ra $P = \cos 4\alpha = 2\cos^2 2\alpha - 1 = 2 \cdot \frac{49}{625} - 1 = -\frac{527}{625}$. **Chọn B.**

Câu 41. Vì $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$ suy ra $\begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{cases}$ nên $\sin \alpha - \cos \alpha > 0$.

Ta có $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha = 1 + \frac{4}{5} = \frac{9}{5}$. Suy ra $\sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{3}{\sqrt{5}}$.

Do $\sin \alpha - \cos \alpha > 0$ nên $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{5}}$. Vậy $P = \frac{3}{\sqrt{5}}$. **Chọn A.**

Câu 42. Áp dụng $a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2$.

Ta có $P = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha = \frac{7}{9}$.

Chọn C.

Câu 43. Ta có $P = \tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{2\sin \alpha \cos \alpha}{2\cos^2 \alpha - 1}$.

Từ hệ thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, suy ra $\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \frac{12}{13}$.

Do $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ nên ta chọn $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$.

Thay $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$ và $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ vào P , ta được $P = \frac{120}{119}$. **Chọn C.**

Câu 44. Ta có $P = \left(1 + 3 \cdot \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \right) \left(1 - 4 \cdot \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \right) = \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2} \cos 2\alpha \right) (-1 - 2 \cos 2\alpha)$.

Thay $\cos 2\alpha = -\frac{2}{3}$ vào P , ta được $P = \left(\frac{5}{2} + 1 \right) \left(-1 + \frac{4}{3} \right) = \frac{7}{6}$. **Chọn D.**

Câu 45. Ta có $P = \cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha = \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha$.

Từ hệ thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, suy ra $\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}$.

Do $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ nên ta chọn $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$.

Thay $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$ và $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ vào P , ta được $P = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{7}}{4} \right) = \frac{3 - \sqrt{21}}{8}$.

Chọn B.

Câu 46. Ta có $P = \tan \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan \alpha - 1}{1 + \tan \alpha}$.

Từ hệ thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, suy ra $\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \frac{3}{5}$.

Do $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên ta chọn $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$. Suy ra $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{4}$.

Thay $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ vào P , ta được $P = -\frac{1}{7}$. **Chọn A.**

Câu 47. Ta có $P = \cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 2\alpha + \sin 2\alpha)$.

Từ hệ thức $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1$, suy ra $\sin 2\alpha = \pm\sqrt{1 - \cos^2 2\alpha} = \pm\frac{3}{5}$.

Do $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} < 2\alpha < \pi$ nên ta chọn $\sin 2\alpha = \frac{3}{5}$.

Thay $\sin 2\alpha = \frac{3}{5}$ và $\cos 2\alpha = -\frac{4}{5}$ vào P , ta được $P = -\frac{\sqrt{2}}{10}$. **Chọn B.**

Câu 48. Ta có $P = \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{3\alpha}{2} = \frac{1}{2}(\sin 2\alpha - \sin \alpha) = \frac{1}{2} \sin \alpha (2 \cos \alpha - 1)$.

Từ hệ thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, suy ra $\sin \alpha = \pm\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm\frac{3}{5}$.

Do $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên ta chọn $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$.

Thay $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ và $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ vào P , ta được $P = \frac{39}{50}$. **Chọn D.**

Câu 49. Ta có $P = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha}$.

Từ giả thiết $\cot\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) = 2 \Leftrightarrow \cot\left(2\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 2 \Leftrightarrow \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 2 \Leftrightarrow \tan \alpha = 2$.

Thay $\tan \alpha = 2$ vào P , ta được $P = -3$. **Chọn C.**

Câu 50. Ta có $\cot \alpha = 15 \Leftrightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 15 \Leftrightarrow \cos \alpha = 15 \sin \alpha$.

Suy ra $P = \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 30 \sin^2 \alpha = \frac{30}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \frac{30}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{30}{1 + 15^2} = \frac{15}{113}$.

Chọn C.

Câu 51. Ta có $P = \tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} + \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2}{\sin \alpha}$.

Từ hệ thức $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \longrightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{19}}$.

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \longrightarrow \sin \alpha > 0$ nên ta chọn $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{19}} \longrightarrow P = 2\sqrt{19}$. **Chọn A.**

Câu 52. Ta có $P^2 = 1 + \sin \alpha$. Với $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right) \Rightarrow \frac{\alpha}{2} \in \left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$.

Khi đó
$$\begin{cases} 0 \leq \sin \frac{\alpha}{2} < \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -1 \leq \cos \frac{\alpha}{2} < -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}, \text{ suy ra } P = \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} < 0.$$

Từ hệ thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, suy ra $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{16}{25}$.

Vì $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ nên ta chọn $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$.

Thay $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ vào P^2 , ta được $P^2 = \frac{1}{5}$. Suy ra $P = -\frac{\sqrt{5}}{5}$. **Chọn C.**

Câu 53. Ta có $P = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 4\alpha + 1} = \frac{\sin 2\alpha}{2\cos^2 2\alpha}$.

Nhắc lại công thức: Nếu đặt $t = \tan \alpha$ thì $\sin 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}$ và $\cos 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}$.

Do đó $\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = -\frac{4}{5}$, $\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = -\frac{3}{5}$.

Thay $\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$ và $\cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$ vào P , ta được $P = -\frac{10}{9}$. **Chọn C.**

Câu 54. Ta có $A = \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$.

Từ hệ thức $\cot^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 25 \Leftrightarrow \cot^2 \alpha = 24 \Rightarrow \cot \alpha = \pm 2\sqrt{6}$.

Vì $\tan \alpha, \cot \alpha$ cùng dấu và $\tan \alpha + \cot \alpha < 0$ nên $\tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$.

Do đó ta chọn $\cot \alpha = -2\sqrt{6}$. Suy ra $\cos \alpha = \cot \alpha \cdot \sin \alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

Thay $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ và $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$ vào P , ta được

$$P = 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{6}}{5}\right) = -\frac{4\sqrt{6}}{25}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 55. Với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ suy ra $\begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{cases}$.

Ta có $\begin{cases} \sin \alpha + 2 \cos \alpha = -1 \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases} \Rightarrow (-1 - 2 \cos \alpha)^2 + \cos^2 \alpha = 1$

$$\Leftrightarrow 5 \cos^2 \alpha + 4 \cos \alpha = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 0 \text{ (loại)} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}.$$

Từ hệ thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, suy ra $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ (do $\sin \alpha > 0$).

Vậy $P = \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{24}{25}$. **Chọn C.**

Câu 56. Ta có $\cos^2 a = 1 - \sin^2 a = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169}$ mà $a \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Rightarrow \cos a = -\frac{12}{13}$.

Tương tự, ta có $\sin^2 b = 1 - \cos^2 b = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$ mà $b \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \sin b = \frac{4}{5}$.

Khi đó $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a = \frac{5}{13} \cdot \frac{3}{5} - \frac{12}{13} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{33}{65}$. **Chọn C.**

Câu 57. Ta có $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ suy ra $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{25}{169}} = -\frac{12}{13}$.

Tương tự, có $\cos \beta = \frac{3}{5}$ với $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ suy ra $\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$.

Vậy $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta = -\frac{12}{13} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{16}{65}$. **Chọn B.**

Câu 58. Ta có $P = \cos(a+b) \cdot \cos(a-b) = (\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b)(\cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b)$
 $= (\cos a \cdot \cos b)^2 - (\sin a \cdot \sin b)^2 = \cos^2 a \cdot \cos^2 b - (1 - \cos^2 a) \cdot (1 - \cos^2 b)$.

$= \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{16} - \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) = -\frac{119}{144}$. **Chọn D.**

Câu 59. Vì $a, b \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên suy ra $\begin{cases} \cos a = \sqrt{1 - \sin^2 a} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \cos b = \sqrt{1 - \sin^2 b} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$.

Khi đó $\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{-1 + 2\sqrt{6}}{6}$.

Vậy $\cos 2(a+b) = 2\cos^2(a+b) - 1 = 2 \cdot \left(\frac{-1 + 2\sqrt{6}}{6}\right)^2 - 1 = \frac{7 - 4\sqrt{6}}{18}$. **Chọn D.**

Câu 60. Ta có $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} = \frac{\frac{1}{7} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4}} = 1$ suy ra $a + b = \frac{\pi}{4}$. **Chọn B.**

Câu 61. Ta có $\cot(x+y) = \frac{\cot x \cdot \cot y - 1}{\cot x + \cot y} = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{7} - 1}{\frac{3}{4} + \frac{1}{7}} = -1$.

Mặt khác $0 < x, y < \frac{\pi}{2}$ suy ra $0 < x + y < \pi$. Do đó $x + y = \frac{3\pi}{4}$. **Chọn B.**

Câu 62. Ta có $\tan(\alpha + \beta) \cdot \sin \gamma = \cos \gamma \Rightarrow \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin \gamma = \cos(\alpha + \beta) \cdot \cos \gamma$.

$\Rightarrow \cos(\alpha + \beta) \cdot \cos \gamma - \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin \gamma = 0 \Rightarrow \cos(\alpha + \beta + \gamma) = 0$.

Vậy tổng ba góc $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$ (vì α, β, γ là ba góc nhọn). **Chọn C.**

Câu 63. Ta có $\cos 2a = \frac{1 - \tan^2 a}{1 + \tan^2 a} = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{3}{5}$ suy ra $\sin 2a = \sqrt{1 - \cos^2 2a} = \frac{4}{5}$.

Lại có $1 + \tan^2 b = \frac{1}{\cos^2 b} \Rightarrow \cos b = -\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 b}} = -\frac{3}{\sqrt{10}}$ vì $90^\circ < b < 180^\circ$

Mặt khác $\sin b = \tan b \cdot \cos b = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right) = \frac{1}{\sqrt{10}}$

Khi đó $\cos(2a - b) = \cos 2a \cdot \cos b + \sin 2a \cdot \sin b = \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right) + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{1}{\sqrt{10}}$. **Chọn A.**

Câu 64. Ta có $\sin a - \cos a = \frac{1}{5} \Rightarrow (\sin a - \cos a)^2 = \frac{1}{25} \Leftrightarrow 1 - \sin 2a = \frac{1}{25} \Leftrightarrow \sin 2a = \frac{24}{25}$.

Khi đó $\cos 2a = \sqrt{1 - \sin^2 2a} = \sqrt{1 - \left(\frac{24}{25}\right)^2} = \frac{7}{25}$ vì $270^\circ < 2a < 360^\circ$.

Vậy giá trị của biểu thức $\tan 2a = \frac{\sin 2a}{\cos 2a} = \frac{24}{7}$. **Chọn C.**

Câu 65. Ta có $\tan 2a = \tan[(a+b) + (a-b)] = \frac{\tan(a+b) + \tan(a-b)}{1 + \tan(a+b) \cdot \tan(a-b)} = \frac{7+4}{1-7 \cdot 4} = -\frac{11}{27}$.

Chọn A.

Câu 66. Ta có $\sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta = \sin[(\alpha + \beta) - \alpha]$.

$$\Leftrightarrow \sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos \alpha - \cos(\alpha + \beta) \cdot \sin \alpha$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos \alpha \Rightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = 2 \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \tan \alpha. \quad \text{Chọn D.}$$

Câu 67. Từ giả thiết, ta có $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2} - (\alpha + \gamma)$.

$$\text{Suy ra } \cot \alpha + \cot \gamma = 2 \cot \beta = 2 \cdot \cot\left[\frac{\pi}{2} - (\alpha + \gamma)\right] = 2 \cdot \tan(\alpha + \gamma) = 2 \cdot \frac{\tan \alpha + \tan \gamma}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \gamma}$$

$$\text{Mặt khác } \frac{\tan \alpha + \tan \gamma}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \gamma} = \frac{\frac{1}{\cot \alpha} + \frac{1}{\cot \gamma}}{1 - \frac{1}{\cot \alpha} \cdot \frac{1}{\cot \gamma}} = \frac{\cot \alpha + \cot \gamma}{\cot \alpha \cdot \cot \gamma - 1} \text{ nên suy ra}$$

$$\cot \alpha + \cot \gamma = 2 \cdot \frac{\cot \alpha + \cot \gamma}{\cot \alpha \cdot \cot \gamma - 1} \Leftrightarrow \cot \alpha \cdot \cot \gamma - 1 = 2 \Leftrightarrow \cot \alpha \cdot \cot \gamma = 3. \quad \text{Chọn C.}$$

Câu 68. Vì $\tan \alpha, \tan \beta$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 + px + q = 0$ nên theo định lí Viet, ta có

$$\begin{cases} \tan \alpha + \tan \beta = -p \\ \tan \alpha \cdot \tan \beta = q \end{cases}. \text{ Khi đó } \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{-p}{q-1}. \quad \text{Chọn A.}$$

Câu 69. Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} \tan \alpha + \tan \beta = p \\ \tan \alpha \cdot \tan \beta = q \end{cases}$ và $\begin{cases} \cot \alpha + \cot \beta = r \\ \cot \alpha \cdot \cot \beta = s \end{cases}$.

$$\text{Khi đó } P = r \cdot s = (\cot \alpha + \cot \beta) \cdot \cot \alpha \cdot \cot \beta = \left(\frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\tan \beta}\right) \cdot \frac{1}{\tan \alpha} \cdot \frac{1}{\tan \beta}$$

$$= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{(\tan \alpha \cdot \tan \beta)^2} = \frac{p}{q^2}. \text{ Vậy } P = r \cdot s = \frac{p}{q^2}. \quad \text{Chọn B.}$$

Câu 70. Vì $\tan \alpha, \tan \beta$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 - px + q = 0$ nên theo định lí Viet, ta có

$$\begin{cases} \tan \alpha + \tan \beta = p \\ \tan \alpha \cdot \tan \beta = q \end{cases} \longrightarrow \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} = \frac{p}{1-q}.$$

$$\text{Khi đó } P = \cos^2(\alpha + \beta) \cdot [1 + p \cdot \tan(\alpha + \beta) + q \cdot \tan^2(\alpha + \beta)].$$

$$= \frac{1 + p \cdot \tan(\alpha + \beta) + q \cdot \tan^2(\alpha + \beta)}{1 + \tan^2(\alpha + \beta)} = \frac{1 + p \cdot \frac{p}{1-q} + q \cdot \left(\frac{p}{1-q}\right)^2}{1 + \left(\frac{p}{1-q}\right)^2}$$

$$= \frac{(1-q)^2 + p^2(1-q) + q \cdot p^2}{(1-q)^2 + p^2} = \frac{(1-q)^2 + p^2 - p^2 \cdot q + q \cdot p^2}{(1-q)^2 + p^2} = 1. \text{ Chọn C.}$$

Câu 71. Ta có $M = \tan x - \tan y = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sin x \cos y - \cos x \sin y}{\cos x \cos y} = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y}$.

Chọn C.

Câu 72. Vì hai góc $\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ và $\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ phụ nhau nên $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$.

Suy ra $M = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$

$$= \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha. \text{ Chọn D.}$$

Câu 73. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right)}{2} = \frac{1 + \sin(-a)}{2} = \frac{1 - \sin a}{2}. \text{ Chọn A.}$

Câu 74. Ta có

$$M = \frac{\sin y \cdot \cos x - \cos y \cdot \sin x}{\sin x \cdot \sin y} = \frac{\sin y \cdot \cos x}{\sin x \cdot \sin y} - \frac{\cos y \cdot \sin x}{\sin x \cdot \sin y} = \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\cos y}{\sin y} = \cot x - \cot y.$$

Chọn B.

Câu 75. Ta có: $M = \cos x + \cos 2x + \cos 3x = (\cos x + \cos 3x) + \cos 2x$

$$= 2 \cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x = \cos 2x(2 \cos x + 1).$$

Chọn D.

Câu 76. Ta có: $\frac{\sin 3x - \sin x}{2 \cos^2 x - 1} = \frac{2 \cos 2x \sin x}{\cos 2x} = 2 \sin x. \text{ Chọn D.}$

Câu 77. Ta có: $A = \frac{(1 + \cos 2x) + (\cos x + \cos 3x)}{(2 \cos^2 x - 1) + \cos x} = \frac{2 \cos^2 x + 2 \cos 2x \cos x}{\cos x + \cos 2x}$

$$= \frac{2 \cos x (\cos x + \cos 2x)}{\cos x + \cos 2x} = 2 \cos x. \text{ Chọn C.}$$

Câu 78. Ta có

$$\frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}}{\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}} = \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = -\cos 2\alpha.$$

Do đó $A = -\cos 2\alpha + \cos 2\alpha = 0. \text{ Chọn A.}$

Câu 79. Ta có

$$A = \frac{(1 - \cos 4\alpha) + \sin 4\alpha}{(1 + \cos 4\alpha) + \sin 4\alpha} = \frac{2 \sin^2 2\alpha + 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha}{2 \cos^2 2\alpha + 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha} = \frac{2 \sin 2\alpha (\sin 2\alpha + \cos 2\alpha)}{2 \cos 2\alpha (\sin 2\alpha + \cos 2\alpha)} = \tan 2\alpha.$$

Chọn C.

Câu 80. Ta có $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha; \cos 4\alpha = 2 \cos^2 2\alpha - 1 = 2(1 - 2 \sin^2 \alpha)^2 - 1$. Do đó:

$$A = \frac{3 - 4(1 - 2\sin^2 \alpha) + 2(1 - 2\sin^2 \alpha)^2 - 1}{3 + 4(2\cos^2 \alpha - 1) + 2(2\cos^2 \alpha - 1)^2 - 1} = \frac{8\sin^2 \alpha - 8\sin^2 \alpha + 8\sin^4 \alpha}{8\cos^2 \alpha - 8\cos^2 \alpha + 8\cos^4 \alpha} = \tan^4 \alpha.$$

Chọn B.

Câu 81. Ta có

$$A = \frac{\sin^2 2\alpha + 4\sin^4 \alpha - 4\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{4 - \sin^2 2\alpha - 4\sin^2 \alpha} = \frac{4\sin^4 \alpha}{4(1 - \sin^2 \alpha) - 4\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}$$

$$= \frac{\sin^4 \alpha}{\cos^2 \alpha(1 - \sin^2 \alpha)} = \frac{\sin^4 \alpha}{\cos^4 \alpha} = \tan^4 \alpha.$$

Do đó giá trị của biểu thức A tại $\alpha = \frac{\pi}{6}$ là $\tan^4\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{1}{9}$. **Chọn C.**

Câu 82. Ta có $A = \frac{\sin 2\alpha + \sin \alpha}{1 + \cos 2\alpha + \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha(2\cos \alpha + 1)}{2\cos^2 \alpha + \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha(2\cos \alpha + 1)}{\cos \alpha(2\cos \alpha + 1)} = \tan \alpha$

Chọn A.

Câu 83. Ta có $A = \frac{1 - \sin a + 2\sin^2 a - 1}{2\sin a \cdot \cos a - \cos a} = \frac{\sin a(2\sin a - 1)}{\cos a(2\sin a - 1)} = \frac{\sin a}{\cos a} = \tan a$. **Chọn B.**

Câu 84. Ta có $\sin x = \sin\left(2 \cdot \frac{x}{2}\right) = 2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$,

$$1 + \cos x = 1 + \cos\left(2 \cdot \frac{x}{2}\right) = 2\cos^2 \frac{x}{2}$$

$$\text{Do đó } A = \frac{2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}}{2\cos^2 \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}} = \frac{\sin \frac{x}{2}(2\cos \frac{x}{2} + 1)}{\cos \frac{x}{2}(2\cos \frac{x}{2} + 1)} = \tan \frac{x}{2}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 85. Ta có $\sin \alpha \cdot \cos^5 \alpha - \sin^5 \alpha \cdot \cos \alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha (\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha)$

$$= \frac{1}{2} \sin 2\alpha (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)$$

$$= \frac{1}{2} \sin 2\alpha (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \cos 2\alpha = \frac{1}{4} \sin 4\alpha. \text{ Chọn D.}$$

Câu 86. Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1 \longrightarrow -3 \leq 3\sin x \leq 3 \longrightarrow -5 \leq 3\sin x - 2 \leq 1$

$$\longrightarrow -5 \leq P \leq 1 \longrightarrow \begin{cases} M = 1 \\ m = -5 \end{cases}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 87. Ta có $-1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \longrightarrow 2 \geq -2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \geq -2$

$$\longrightarrow 4 \geq -2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 2 \geq 0 \longrightarrow 4 \geq P \geq 0. \text{ Chọn C.}$$

Câu 88. Áp dụng công thức $\sin a - \sin b = 2\cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$, ta có

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin x = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \sin \frac{\pi}{6} = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right).$$

Ta có $-1 \leq \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 \longrightarrow -1 \leq P \leq 1 \xrightarrow{P \in \mathbb{Z}} P \in \{-1; 0; 1\}$. **Chọn C.**

Câu 89. Ta có $P = \sin^2 x + 2\cos^2 x = (\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^2 x = 1 + \cos^2 x$

Do $-1 \leq \cos x \leq 1 \longrightarrow 0 \leq \cos^2 x \leq 1 \longrightarrow 1 \leq 1 + \cos^2 x \leq 2 \longrightarrow \begin{cases} M = 2 \\ m = 1 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 90. Ta có $P = 8 \sin^2 x + 3 \cos 2x = 8 \sin^2 x + 3(1 - 2 \sin^2 x) = 2 \sin^2 x + 3$.

Mà $-1 \leq \sin x \leq 1 \longrightarrow 0 \leq \sin^2 x \leq 1 \longrightarrow 3 \leq 2 \sin^2 x + 3 \leq 5$

$\longrightarrow 3 \leq P \leq 5 \longrightarrow \begin{cases} M = 5 \\ m = 3 \end{cases} \longrightarrow T = 2M - m^2 = 1$. **Chọn A.**

Câu 91. Ta có $P = \cos^4 x + \sin^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$

$$= 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x.$$

Mà $-1 \leq \cos 4x \leq 1 \longrightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x \leq 1 \longrightarrow \frac{1}{2} \leq P \leq 1$. **Chọn B.**

Câu 92. Ta có $P = \sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x) = -\cos 2x$.

Mà $-1 \leq \cos 2x \leq 1 \longrightarrow -1 \geq -\cos 2x \geq -1 \longrightarrow -1 \leq P \leq 1 \longrightarrow \begin{cases} M = 1 \\ m = -1 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 93. Ta có $P = \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x)$