Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(x+m)m+x>3x+4$ có tập nghiệm là $(-m-2;+\infty)$.

A. $m=2$. **B.** $m\neq 2$. **C.** $m>2$. **D.** $m<2$.

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m(x-m)\geq x-1$ có tập nghiệm là $(-\infty;m+1]$.

A. $m=1$. **B.** $m>1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\geq 1$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m(x-1)<2x-3$ có nghiệm.

A. $m\neq 2$. **B.** $m>2$. **C.** $m=2$. **D.** $m<2$.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m(x-1)<3-x$ có nghiệm.

A. $m\neq 1$. **B.** $m=1$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\neq 3$.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m^2+m-6)x\geq m+1$ có nghiệm.

A. $m\neq 2$. **B.** $m\neq 2$ và $m\neq 3$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\neq 3$.

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2x-1<mx+m$ có nghiệm.

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=0$; $m=1$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Câu 45. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $mx+6<2x+3m$ với $m<2$. Hỏi tập hợp nào sau đây là phần bù của tập S?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(-\infty;3]$.

Câu 46. Tìm giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m(2x-1)\geq 2x+1$ có tập nghiệm là $[1;+\infty)$.

A. $m=3$ **B.** $m=1$ **C.** $m=-1$ **D.** $m=-2$.

Câu 47. Tìm giá trị thực của tham số m để bất phương trình $2x-m<3(x-1)$ có tập nghiệm là $(4;+\infty)$.

A. $m\neq 1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m>1$.

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx+4>0$ nghiệm đúng với mọi $|x|<8$.

A. $m\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$. **B.** $m\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]$.

C. $m\in\left[-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left[-\frac{1}{2};0\right)\cup\left(0;\frac{1}{2}\right]$.

Câu 49. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m^2(x-2)-mx+x+5<0$ nghiệm đúng với mọi $x\in[-2018;2]$.

A. $m<\frac{7}{2}$. **B.** $m=\frac{7}{2}$. **C.** $m>\frac{7}{2}$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m^2(x-2)+m+x\geq 0$ có nghiệm $x\in[-1;2]$.

A. $m\geq -2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m\geq -1$. **D.** $m\leq -2$.

Vấn đề 4. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

Câu 51. Tập nghiệm S của hệ bất phương trình $\begin{cases}2-x>0\\2x+1<x-2\end{cases}$ là:

A. $S=(-\infty;-3)$. **B.** $S=(-\infty;2)$. **C.** $S=(-3;2)$. **D.** $S=(-3;+\infty)$.

Câu 52. Tập nghiệm S của hệ bất phương trình $\begin{cases} \dfrac{2x-1}{3} < -x+1 \\ \dfrac{4-3x}{2} < 3-x \end{cases}$ là:

A. $S = \left(-2; \dfrac{4}{5}\right)$. **B.** $S = \left(\dfrac{4}{5}; +\infty\right)$. **C.** $S = (-\infty; -2)$. **D.** $S = (-2; +\infty)$.

Câu 53. Tập nghiệm S của hệ bất phương trình $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} < -x+1 \\ 3+x > \dfrac{5-2x}{2} \end{cases}$ là:

A. $S = \left(-\infty; -\dfrac{1}{4}\right)$. **B.** $S = (1; +\infty)$. **C.** $S = \left(-\dfrac{1}{4}; 1\right)$. **D.** $S = \varnothing$.

Câu 54. Tập nghiệm S của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-1 < -x+2017 \\ 3+x > \dfrac{2018-2x}{2} \end{cases}$ là:

A. $S = \varnothing$. **B.** $S = \left(\dfrac{2012}{8}; \dfrac{2018}{3}\right)$. **C.** $S = \left(-\infty; \dfrac{2012}{8}\right)$. **D.** $S = \left(\dfrac{2018}{3}; +\infty\right)$.

Câu 55. Tập $S = \left[-1; \dfrac{3}{2}\right)$ là tập nghiệm của hệ bất phương trình sau đây ?

A. $\begin{cases} 2(x-1) < 1 \\ x \geq -1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} 2(x-1) > 1 \\ x \geq -1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} 2(x-1) < 1 \\ x \leq -1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} 2(x-1) < 1 \\ x \leq -1 \end{cases}$.

Câu 56. Tập nghiệm S của bất phương trình $\begin{cases} 2(x-1) < x+3 \\ 2x \leq 3(x+1) \end{cases}$ là:

A. $S = (-3; 5)$. **B.** $S = (-3; 5]$. **C.** $S = [-3; 5)$. **D.** $S = [-3; 5]$.

Câu 57. Biết rằng bất phương trình $\begin{cases} x-1 < 2x-3 \\ \dfrac{5-3x}{2} \leq x-3 \\ 3x \leq x+5 \end{cases}$ có tập nghiệm là một đoạn $[a; b]$. Hỏi $a+b$ bằng:

A. $\dfrac{11}{2}$. **B.** 8. **C.** $\dfrac{9}{2}$. **D.** $\dfrac{47}{10}$.

Câu 58. Số nghiệm nguyên của hệ bất phương trình $\begin{cases} 6x + \dfrac{5}{7} > 4x+7 \\ \dfrac{8x+3}{2} < 2x+25 \end{cases}$ là:

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 0.

Câu 59. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\begin{cases} 5x-2 < 4x+5 \\ x^2 < (x+2)^2 \end{cases}$ bằng:

A. 21. **B.** 27. **C.** 28. **D.** 29.

Câu 60. Cho bất phương trình $\begin{cases} (1-x)^2 \leq 8-4x+x^2 \\ (x+2)^3 < x^3+6x^2+13x+9 \end{cases}$. Tổng nghiệm nguyên lớn nhất và nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình bằng:

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 61. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-1>0 \\ x-m<2 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m<-\frac{3}{2}$. **B.** $m\le -\frac{3}{2}$. **C.** $m>-\frac{3}{2}$. **D.** $m\ge -\frac{3}{2}$.

Câu 62. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 3(x-6)<-3 \\ \frac{5x+m}{2}>7 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m>-11$. **B.** $m\ge -11$. **C.** $m<-11$. **D.** $m\le -11$.

Câu 63. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-1\le 0 \\ x-m>0 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m>1$. **B.** $m=1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\ne 1$.

Câu 64. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2\ge 0 \\ (m^2+1)x<4 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m>1$. **B.** $m<1$. **C.** $m<-1$. **D.** $-1<m<1$.

Câu 65. Hệ bất phương trình $\begin{cases} m(mx-1)<2 \\ m(mx-2)\ge 2m+1 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m<\frac{1}{3}$. **B.** $0\ne m<\frac{1}{3}$. **C.** $m\ne 0$. **D.** $m<0$.

Câu 66. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-1\ge 3 \\ x-m\le 0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m>2$. **B.** $m=2$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m\ge 2$.

Câu 67. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} m^2x\ge 6-x \\ 3x-1\le x+5 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\pm 1$. **D.** $m\ge 1$.

Câu 68. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} (x-3)^2\ge x^2+7x+1 \\ 2m\le 8+5x \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=\frac{72}{13}$. **B.** $m>\frac{72}{13}$. **C.** $m<\frac{72}{13}$. **D.** $m\ge \frac{72}{13}$.

Câu 69. Tìm giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} mx\le m-3 \\ (m+3)x\ge m-9 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-1$.

Câu 70. Tìm giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2m(x+1)\ge x+3 \\ 4mx+3\ge 4x \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=\frac{5}{2}$. **B.** $m=\frac{3}{4}$. **C.** $m=\frac{3}{4}$; $m=\frac{5}{2}$. **D.** $m=-1$.

Câu 71. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+4>x+9 \\ 1-2x\le m-3x+1 \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m>\frac{5}{2}$. **B.** $m\ge \frac{5}{2}$. **C.** $m<\frac{5}{2}$. **D.** $m\le \frac{5}{2}$.

Câu 72. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+7 \geq 8x+1 \\ m+5 < 2x \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > -3$. **B.** $m \geq -3$. **C.** $m < -3$. **D.** $m \leq -3$.

Câu 73. Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x-3)^2 \geq x^2+7x+1 \\ 2m \leq 8+5x \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > \frac{72}{13}$. **B.** $m \geq \frac{72}{13}$. **C.** $m < \frac{72}{13}$. **D.** $m \leq \frac{72}{13}$.

Câu 74. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+5 \geq x-1 \\ (x+2)^2 \leq (x-1)^2+9 \\ mx+1 > (m-2)x+m \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > 3$. **B.** $m \geq 3$. **C.** $m < 3$. **D.** $m \leq 3$.

Câu 75. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2(x-3) < 5(x-4) \\ mx+1 \leq x-1 \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > 1$. **B.** $m \geq 1$. **C.** $m < 1$. **D.** $m \leq 1$.

BÀI 3. DẤU CỦA NHỊ THỨC BẬC NHẤT

I – ĐỊNH LÍ VỀ DẤU CỦA NHỊ THỨC BẬC NHẤT

1. Nhị thức bậc nhất

Nhị thức bậc nhất đối với x là biểu thức dạng $f(x) = ax+b$ trong đó a,b là hai số đã cho, $a \neq 0$.

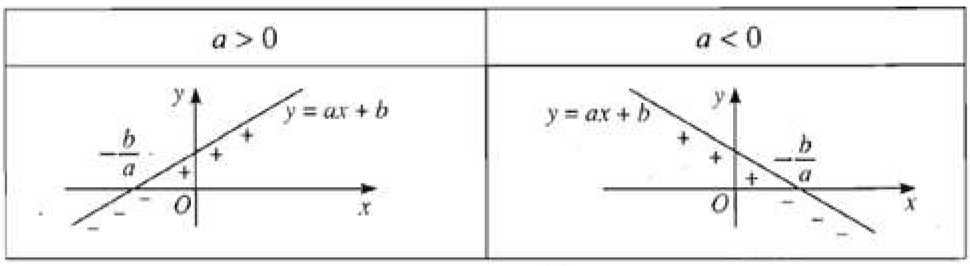
2. Dấu của nhị thức bậc nhất

Định lí

Nhị thức $f(x) = ax+b$ có giá trị cùng dấu với hệ số a khi x lấy các giá trị trong khoảng $\left(-\frac{b}{a};+\infty\right)$, trái dấu với hệ số a khi x lấy giá trị trong khoảng $\left(-\infty;-\frac{b}{a}\right)$.

x	$-\infty$ $\quad -\frac{b}{a} \quad$ $+\infty$
$f(x) = ax+b$	trái dấu với a $\quad 0 \quad$ cùng dấu với a

Minh họa bằng đồ thị



II – XÉT DẤU TÍCH, THƯƠNG CÁC NHỊ THỨC BẬC NHẤT

Giả sử $f(x)$ là một tích của những nhị thức bậc nhất. Áp dụng định lí về dấu của nhị thức bậc nhất có thể xét dấu từng nhân tử. Lập bảng xét dấu chung cho tất cả các nhị thức bậc nhất có mặt trong $f(x)$ ta suy ra được dấu của $f(x)$. Trường hợp $f(x)$ là một thương cũng được xét tương tự.

III – ÁP DỤNG VÀO GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Giải bất phương trình $f(x)>0$ thực chất là xét xem biểu thức $f(x)$ nhận giá trị dương với những giá trị nào của x (do đó cũng biết $f(x)$ nhận giá trị âm với những giá trị nào của x), làm như vậy ta nói đã xét dấu biểu thức $f(x)$.

1. Bất phương trình tích, bất phương trình chứa ẩn ở mẫu thức

Ví dụ. Giải bất phương trình $\frac{1}{1-x}\geq 1$.

Giải.

Ta biến đổi tương đương bất phương trình đã cho

$$\frac{1}{1-x}\geq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{1-x}-1\geq 0 \Leftrightarrow \frac{x}{1-x}\geq 0$$

Xét dấu biểu thức $f(x)=\frac{x}{1-x}$

Ta suy ra nghiệm của bất phương trình đã cho là $0\leq x<1$.

2. Bất phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối

Ví dụ. Giải bất phương trình $|-2x+1|+x-3<5$.

Giải.

Theo định nghĩa giá trị tuyệt đối, ta có

$$|-2x+1|=\begin{cases}-2x+1 & \text{neu} \quad -2x+1\geq 0\\ -(-2x+1) & \text{neu} \quad -2x+1<0.\end{cases}$$

Do đó, ta xét phương trình trong hai khoảng

a) Với $x\leq\frac{1}{2}$ ta có hệ bất phương trình $\begin{cases}x\leq\frac{1}{2}\\ (-2x+1)+x-3<5\end{cases}$ hay $\begin{cases}x\leq\frac{1}{2}\\ -x<7\end{cases}$.

Hệ này có nghiệm là $-7<x\leq\frac{1}{2}$.

b) Với $x>\frac{1}{2}$ ta có hệ bất phương trình $\begin{cases}x>\frac{1}{2}\\ (2x-1)+x-3<5\end{cases}$ hay $\begin{cases}x>\frac{1}{2}\\ x<3\end{cases}$.

Hệ này có nghiệm là $\frac{1}{2}<x<3$.

Tổng hợp lại tập nghiệm của bất phương trình đã cho là hợp của hai khoảng $\left(-7;\frac{1}{2}\right]$ và $\left(\frac{1}{2};3\right)$.

Kết luận. Bất phương trình đã cho có nghiệm là $-7<x<3$.

Bằng cách áp dụng tính chất của giá trị tuyệt đối ta có thể dễ dàng giải các bất phương trình dạng $|f(x)|\leq a$ và $|f(x)|\geq a$ với $a>0$ đã cho.

Ta có

$$\left.\begin{array}{l}|f(x)| \le a \Leftrightarrow -a \le f(x) \le a \\ |f(x)| \ge a \Leftrightarrow f(x) \le -a \text{ hoặc } f(x) \ge a\end{array}\right. \quad (a > 0)$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. XÉT DẤU NHỊ THỨC BẬC NHẤT

Câu 1. Cho biểu thức $f(x) = 2x - 4$. Tập hợp tất cả các giá trị của x để $f(x) \ge 0$ là

A. $x \in [2;+\infty)$. **B.** $x \in \left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $x \in (-\infty;2]$. **D.** $x \in (2;+\infty)$.

Câu 2. Cho biểu thức $f(x) = (x+5)(3-x)$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) \le 0$ là

A. $x \in (-\infty;5) \cup (3;+\infty)$. **B.** $x \in (3;+\infty)$.

C. $x \in (-5;3)$. **D.** $x \in (-\infty;-5] \cup [3;+\infty)$.

Câu 3. Cho biểu thức $f(x) = x(x-2)(3-x)$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) < 0$ là

A. $x \in (0;2) \cup (3;+\infty)$. **B.** $x \in (-\infty;0) \cup (3;+\infty)$.

C. $x \in (-\infty;0] \cup (2;+\infty)$. **D.** $x \in (-\infty;0) \cup (2;3)$.

Câu 4. Cho biểu thức $f(x) = 9x^2 - 1$. Tập hợp tất cả các giá trị của x để $f(x) < 0$ là

A. $x \in \left[-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right]$. **B.** $x \in \left(-\infty;-\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

C. $x \in \left(-\infty;-\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $x \in \left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Câu 5. Cho biểu thức $f(x) = (2x-1)(x^3-1)$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) \ge 0$ là

A. $x \in \left[\frac{1}{2};1\right]$. **B.** $x \in \left(-\infty;-\frac{1}{2}\right) \cup (1;+\infty)$.

C. $x \in \left(-\infty;\frac{1}{2}\right] \cup [1;+\infty)$. **D.** $x \in \left(\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 6. Cho biểu thức $f(x) = \frac{1}{3x-6}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x để $f(x) \le 0$ là

A. $x \in (-\infty;2]$. **B.** $x \in (-\infty;2)$. **C.** $x \in (2;+\infty)$. **D.** $x \in [2;+\infty)$.

Câu 7. Cho biểu thức $f(x) = \frac{(x+3)(2-x)}{x-1}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) > 0$ là

A. $x \in (-\infty;-3) \cup (1;+\infty)$. **B.** $x \in (-3;1) \cup (2;+\infty)$.

C. $x \in (-3;1) \cup (1;2)$. **D.** $x \in (-\infty;-3) \cup (1;2)$.

Câu 8. Cho biểu thức $f(x) = \frac{(4x-8)(2+x)}{4-x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình

$f(x)\geq 0$ là

A. $x\in(-\infty;-2]\cup[2;4)$.
B. $x\in(3;+\infty)$.
C. $x\in(-2;4)$.
D. $x\in(-2;2)\cup(4;+\infty)$.

Câu 9. Cho biểu thức $f(x)=\dfrac{x(x-3)}{(x-5)(1-x)}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x)\geq 0$ là

A. $x\in(-\infty;0]\cup(3;+\infty)$.
B. $x\in(-\infty;0]\cup(1;5)$.
C. $x\in[0;1)\cup[3;5)$.
D. $x\in(-\infty;0)\cup(1;5)$.

Câu 10. Cho biểu thức $f(x)=\dfrac{4x-12}{x^2-4x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x)\leq 0$ là

A. $x\in(0;3]\cup(4;+\infty)$.
B. $x\in(-\infty;0]\cup[3;4)$.
C. $x\in(-\infty;0)\cup[3;4)$.
D. $x\in(-\infty;0)\cup(3;4)$.

Câu 11. Cho biểu thức $f(x)=\dfrac{2-x}{x+1}+2$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x)<0$ là

A. $x\in(-\infty;-1)$.
B. $x\in(-1;+\infty)$.
C. $x\in(-4;-1)$.
D. $x\in(-\infty;-4)\cup(-1;+\infty)$.

Câu 12. Cho biểu thức $f(x)=1-\dfrac{2-x}{3x-2}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x)\leq 0$ là

A. $x\in\left(\dfrac{2}{3};1\right)$.
B. $x\in\left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.
C. $x\in\left(\dfrac{2}{3};1\right]$.
D. $x\in(-\infty;1)\cup\left(\dfrac{2}{3};+\infty\right)$.

Câu 13. Cho biểu thức $f(x)=\dfrac{-4}{3x+1}-\dfrac{3}{2-x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x)>0$ là

A. $x\in\left(-\dfrac{11}{5};-\dfrac{1}{3}\right)\cup[2;+\infty)$.
B. $x\in\left(-\dfrac{11}{5};-\dfrac{1}{3}\right)\cup(2;+\infty)$.
C. $x\in\left(-\infty;-\dfrac{11}{5}\right]\cup\left(-\dfrac{1}{3};2\right)$.
D. $x\in\left(-\infty;-\dfrac{11}{5}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{3};2\right)$.

Câu 14. Cho biểu thức $f(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x+4}-\dfrac{3}{x+3}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x)<0$ là

A. $x\in(-12;-4)\cup(-3;0)$.
B. $x\in\left(-\dfrac{11}{5};-\dfrac{1}{3}\right)\cup(2;+\infty)$.
C. $x\in\left(-\infty;-\dfrac{11}{5}\right]\cup\left(-\dfrac{1}{3};2\right)$.
D. $x\in\left(-\infty;-\dfrac{11}{5}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{3};2\right)$.

Câu 15. Cho biểu thức $f(x)=\dfrac{(x-3)(x+2)}{x^2-1}$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên âm của x thỏa mãn bất phương trình $f(x)<1$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Vấn đề 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $(2x+8)(1-x)>0$ có dạng $(a;b)$. Khi đó $b-a$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 9. **D.** không giới hạn.

Câu 17. Tập nghiệm $S=(-4;5)$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $(x+4)(x+5)<0$. **B.** $(x+4)(5x-25)<0$.

C. $(x+4)(5x-25)\geq 0$. **D.** $(x-4)(x-5)<0$.

Câu 18. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $(x+3)(x-1)\leq 0$ là

A. 1. **B.** -4. **C.** -5. **D.** 4.

Câu 19. Tập nghiệm $S=[0;5]$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

A. $x(x-5)<0$. **B.** $x(x-5)\leq 0$. **C.** $x(x-5)\geq 0$. **D.** $x(x-5)>0$.

Câu 20. Nghiệm nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $x(x-2)(x+1)>0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 21. Tập nghiệm $S=(-\infty;3)\cup(5;7)$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

A. $(x+3)(x-5)(14-2x)\leq 0$. **B.** $(x-3)(x-5)(14-2x)>0$.

C. $(x-3)(x-5)(14-2x)<0$. **D.** $(x+3)(x-5)(14-2x)<0$.

Câu 22. Hỏi bất phương trình $(2-x)(x+1)(3-x)\leq 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên dương ?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 23. Tích của nghiệm nguyên âm lớn nhất và nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình $(3x-6)(x-2)(x+2)(x-1)>0$ là

A. -9. **B.** -6. **C.** -4. **D.** 8.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $2x(4-x)(3-x)(3+x)>0$ là

A. Một khoảng **B.** Hợp của hai khoảng.

C. Hợp của ba khoảng. **D.** Toàn trục số.

Câu 25. Nghiệm nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $(x-1)\sqrt{x(x+2)}\geq 0$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Vấn đề 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

Câu 26. Bất phương trình $\dfrac{2-x}{2x+1}\geq 0$ có tập nghiệm là

A. $S=\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$. **B.** $S=\left[-\dfrac{1}{2};2\right]$. **C.** $S=\left(-\dfrac{1}{2};2\right]$. **D.** $S=\left(\dfrac{1}{2};2\right)$.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{(3-x)(x-2)}{x+1}\leq 0$ là

A. $S=(-1;2]\cup[3;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;1)\cup[2;3]$.
C. $S=[-1;2]\cup[3;+\infty)$. **D.** $S=(-1;2)\cup(3;+\infty)$.

Câu 28. Bất phương trình $\frac{3}{2-x}<1$ có tập nghiệm là

A. $S=(-1;2)$. **B.** $S=[-1;2)$.
C. $S=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$.

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2+x-3}{x^2-4}\geq 1$ là

A. $S=(-\infty;-2)\cup(-1;2)$. **B.** $S=(-2;1]\cup(2;+\infty)$.
C. $S=[-2;1)\cup(2;+\infty)$ **D.** $S=(-2;1]\cup[2;+\infty)$.

Câu 30. Bất phương trình $\frac{4}{x-1}-\frac{2}{x+1}<0$ có tập nghiệm là

A. $S=(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-3)\cup(-1;1)$.
C. $S=(-3;-1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $S=(-3;1)\cup(-1;+\infty)$.

Câu 31. Bất phương trình $\frac{3}{1-x}\geq\frac{5}{2x+1}$ có tập nghiệm là

A. $S=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left[\frac{2}{11};1\right)$. **B.** $S=\left(-\frac{1}{2};\frac{2}{11}\right)\cup(1;+\infty)$.
C. $S=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{2}{11};1\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{2}{11};1\right)$.

Câu 32. Bất phương trình $\frac{2x}{x+1}-\frac{1}{x-1}\leq 2$ có tập nghiệm là

A. $S=\left(-1;\frac{1}{3}\right]\cup(1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-1]\cup(1;+\infty)$.
C. $S=\left(-1;\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;-1]\cup\left(\frac{1}{3};1\right)$.

Câu 33. Bất phương trình $\frac{1}{x}+\frac{2}{x+4}<\frac{3}{x+3}$ có tập nghiệm là

A. $S=(-\infty;-12)\cup(-4;3)\cup(0;+\infty)$. **B.** $S=[-12;-4)\cup(-3;0)$.
C. $S=(-\infty;-12)\cup[-4;3]\cup(0;+\infty)$. **D.** $S=(-12;-4)\cup(-3;0)$.

Câu 34. Bất phương trình $\frac{1}{x+1}<\frac{1}{(x-1)^2}$ có tập nghiệm S là

A. $T=(-\infty;-1)\cup(0;1)\cup[1;3]$. **B.** $T=[-1;0)\cup(-3;+\infty)$.
C. $T=(-\infty;-1)\cup(0;1)\cup(1;3)$. **D.** $T=(-1;0]\cup(-3;+\infty)$.

Câu 35. Bất phương trình $\frac{x+4}{x^2-9}-\frac{2}{x+3}<\frac{4x}{3x-x^2}$ có nghiệm nguyên lớn nhất là

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Vấn đề 4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI

Câu 36. Tất cả các giá trị của x thoả mãn $|x-1|<1$ là

A. $-2<x<2$. **B.** $0<x<1$. **C.** $x<2$. **D.** $0<x<2$.

Câu 37. Nghiệm của bất phương trình $|2x-3|\le 1$ là

A. $1\le x\le 3$. **B.** $-1\le x\le 1$. **C.** $1\le x\le 2$. **D.** $-1\le x\le 2$.

Câu 38. Bất phương trình $|3x-4|\le 2$ có nghiệm là

A. $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right]\cup[2;+\infty)$. **B.** $\left[\frac{2}{3};2\right]$.

C. $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right]$. **D.** $[2;+\infty)$.

Câu 39. Bất phương trình $|1-3x|>2$ có nghiệm là

A. $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$.

C. $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

Câu 40. Tập nghiệm của bất phương trình $|x-3|>-1$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-3;3)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 41. Tập nghiệm của bất phương trình $|5x-4|\ge 6$ có dạng $S=(-\infty;a]\cup[b;+\infty)$. Tính tổng $P=5a+b$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 42. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\left|\frac{2-x}{x+1}\right|\ge 2$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 43. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $1\le|x-2|\le 4$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 44. Bất phương trình : $|3x-3|\le|2x+1|$ có nghiệm là

A. $[4;+\infty)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{2}{5}\right]$. **C.** $\left[\frac{2}{5};4\right]$. **D.** $(-\infty;4]$.

Câu 45. Bất phương trình $|x-3|>|2x+4|$ có nghiệm là

A. $\left(-7;\frac{1}{3}\right)$. **B.** $\left(7;-\frac{1}{3}\right)$.

C. $\left(-7;-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $(-\infty;-7)\cup\left(-\frac{1}{3};+\infty\right)$.

Câu 46. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên x trong $[-2017;2017]$ thỏa mãn bất phương trình $|2x+1|<3x$?

A. 2016. **B.** 2017. **C.** 4032. **D.** 4034.

Câu 47. Số nghiệm nguyên thỏa mãn bất phương trình $x+12\ge|2x-4|$ là

A. 5. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 16.

Câu 48. Bất phương trình $|3x-4|\ge x-3$ có nghiệm là

A. $\left(-\infty;\frac{7}{4}\right]$. **B.** $\left[\frac{1}{2};\frac{7}{4}\right]$. **C.** $\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 49. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{|x-1|}{x+2}<1$ là

A. $S=\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $S=(-\infty;-2)\cup\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $S=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$. **D.** $S=\left(-2;-\frac{1}{2}\right)$.

Câu 50. Nghiệm của bất phương trình $\frac{|x+2|-x}{x}\le 2$ là

A. $(0;1]$. **B.** $(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)$.

C. $(-\infty;0)\cup[1;+\infty)$. **D.** $[0;1]$.

Câu 51. Số nghiệm nguyên thỏa mãn bất phương trình $|x+2|+|-2x+1|\le x+1$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 52. Bất phương trình $|x+2|-|x-1|<x-\frac{3}{2}$ có tập nghiệm là

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\frac{3}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{9}{2};+\infty\right)$.

Câu 53. Tập nghiệm của bất phương trình $|x+1|-|x-2|\ge 3$ là

A. $[-1;2]$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 54. Tập nghiệm của bất phương trình $\left|\frac{-5}{x+2}\right|<\left|\frac{10}{x-1}\right|$ là

A. một khoảng. **B.** hai khoảng. **C.** ba khoảng. **D.** toàn trục số.

Câu 55. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left|\frac{2-3|x|}{1+x}\right|\le 1$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

BÀI 4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I – BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là

$$ax+by\le c \qquad (1)$$

$(ax+by<c;\ ax+by\ge c;\ ax+by>c)$

trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn số.

II – BIỂU DIỄN TẬP NGHIỆM CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Cũng như bất phương trình bậc nhất một ẩn, các bất phương trình bậc nhất hai ẩn thường có vô số nghiệm và để mô tả tập nghiệm của chúng, ta sử dụng phương pháp biểu diễn hình học.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình (1) được gọi là miền nghiệm của nó.

Từ đó ta có quy tắc thực hành biểu diễn hình học tập nghiệm (hay biểu diễn miền nghiệm) của bất phương trình $ax+by\le c$ như sau (tương tự cho bất phương trình $ax+by\ge c$)

Bước 1. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ đường thẳng $\Delta: \ ax + by = c.$

Bước 2. Lấy một điểm $M_0(x_0; y_0)$ không thuộc Δ (ta thường lấy gốc tọa độ O)

Bước 3. Tính $ax_0 + by_0$ và so sánh $ax_0 + by_0$ với $c.$

Bước 4. Kết luận

Nếu $ax_0 + by_0 < c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ chứa M_0 là miền nghiệm của $ax_0 + by_0 \le c.$

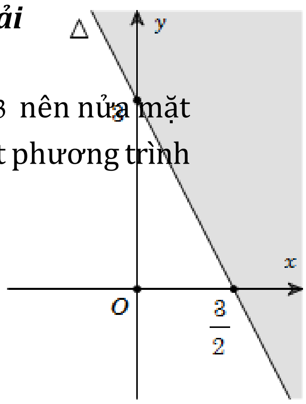
Nếu $ax_0 + by_0 > c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ không chứa M_0 là miền nghiệm của $ax_0 + by_0 \le c.$

Chú ý:

Miền nghiệm của bất phương trình $ax_0 + by_0 \le c$ bỏ đi đường thẳng $ax + by = c$ là miền nghiệm của bất phương trình $ax_0 + by_0 < c.$

Ví dụ. Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $2x + y \le 3$

Giải



Vẽ đường thẳng $\Delta: 2x + y = 3.$

Lấy gốc tọa độ $O(0;0)$, ta thấy $O \notin \Delta$ và có $2.0 + 0 < 3$ nên nửa mặt phẳng bờ Δ chứa gốc tọa độ O là miền nghiệm của bất phương trình đã cho (miền không bị tô đậm trong hình).

III – HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

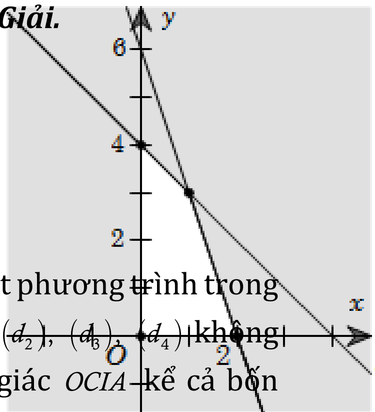
Tương tự hệ bất phương trình một ẩn

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn gồm một số bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y mà ta phải tìm các nghiệm chung của chúng. Mỗi nghiệm chung đó được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Cũng như bất phương trình bậc nhất hai ẩn, ta có thể biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Ví dụ 2. Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + y \le 6 \\ x + y \le 4 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}.$

Giải.



Vẽ các đường thẳng

$d_1: 3x + y = 6$

$d_2: x + y = 4$

$d_2: x = 0 \quad (Oy)$

$d_2: y = 0 \quad (Ox)$

Vì điểm $M_0(1;1)$ có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ trên nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ (d_1), (d_2), (d_3), (d_4) không chứa điểm M_0. Miền không bị tô đậm (hình tứ giác $OCIA$ kể cả bốn cạnh AI, IC, CO, OA) trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ đã cho.

IV – ÁP DỤNG VÀO BÀI TOÁN KINH TẾ

Giải một số bài toán kinh tế thường dẫn đến việc xét những hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và giải chúng. Loại bài toán này được nghiên cứu trong một ngành toán học có tên gọi là Quy hoạch tuyến tính.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x^2+3y>0$. **B.** $x^2+y^2<2$. **C.** $x+y^2\geq 0$. **D.** $x+y\geq 0$.

Câu 2. Cho bất phương trình $2x+3y-6\leq 0$ (1). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Bất phương trình (1) chỉ có một nghiệm duy nhất.

B. Bất phương trình (1) vô nghiệm.

C. Bất phương trình (1) luôn có vô số nghiệm.

D. Bất phương trình (1) có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Câu 3. Miền nghiệm của bất phương trình: $3x+2(y+3)>4(x+1)-y+3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm:

A. $(3;0)$. **B.** $(3;1)$. **C.** $(2;1)$. **D.** $(0;0)$.

Câu 4. Miền nghiệm của bất phương trình: $3(x-1)+4(y-2)<5x-3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm:

A. $(0;0)$. **B.** $(-4;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-5;3)$.

Câu 5. Miền nghiệm của bất phương trình $-x+2+2(y-2)<2(1-x)$ là nửa mặt phẳng không chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $(0;0)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(4;2)$. **D.** $(1;-1)$.

Câu 6. Trong các cặp số sau đây, cặp nào không thuộc nghiệm của bất phương trình: $x-4y+5>0$

A. $(-5;0)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(1;-3)$.

Câu 7. Điểm $A(-1;3)$ là điểm thuộc miền nghiệm của bất phương trình:

A. $-3x+2y-4>0$. **B.** $x+3y<0$.

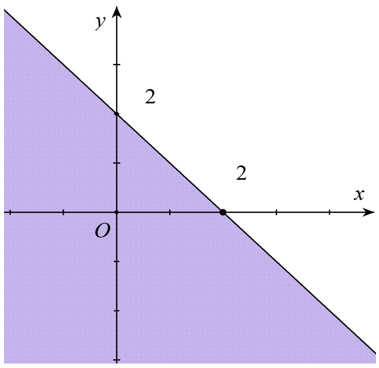
C. $3x-y>0$. **D.** $2x-y+4>0$.

Câu 8. Cặp số $(2;3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

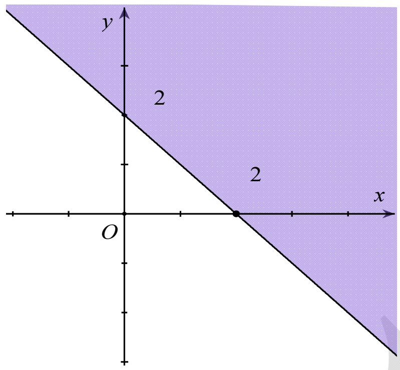
A. $2x-3y-1>0$. **B.** $x-y<0$.

C. $4x>3y$. **D.** $x-3y+7<0$.

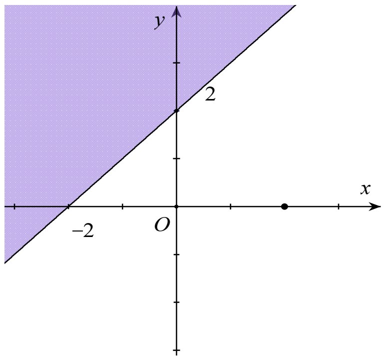
Câu 9. Miền nghiệm của bất phương trình $x+y\leq 2$ là phần tô đậm trong hình vẽ của hình vẽ nào, trong các hình vẽ sau?



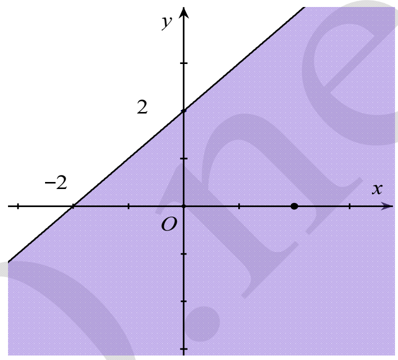
A.



B.

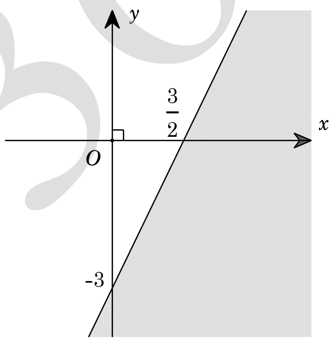


C.



D.

Câu 10. Phần tô đậm trong hình vẽ sau, biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?



A. $2x-y<3$. **B.** $2x-y>3$. **C.** $x-2y<3$. **D.** $x-2y>3$.

Vấn đề 2. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 11. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x+3y-2\geq 0 \\ 2x+y+1\leq 0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

A. $M(0;1)$. **B.** $N(-1;1)$. **C.** $P(1;3)$. **D.** $Q(-1;0)$.

Câu 12. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-5y-1>0 \\ 2x+y+5>0 \\ x+y+1<0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

A. $O(0;0)$. **B.** $M(1;0)$. **C.** $N(0;-2)$. **D.** $P(0;2)$.

Câu 13. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}-1\geq 0 \\ x\geq 0 \\ x+\dfrac{1}{2}-\dfrac{3y}{2}\leq 2 \end{cases}$ chứa điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $O(0;0)$. **B.** $M(2;1)$. **C.** $N(1;1)$. **D.** $P(5;1)$.

Câu 14. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+y\geq 9 \\ x\geq y-3 \\ 2y\geq 8-x \\ y\leq 6 \end{cases}$ chứa điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $O(0;0)$. **B.** $M(1;2)$. **C.** $N(2;1)$. **D.** $P(8;4)$.

Câu 15. Điểm $M(0;-3)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trìnhnào sau đây?

A. $\begin{cases} 2x-y\leq 3 \\ 2x+5y\leq 12x+8 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} 2x-y>3 \\ 2x+5y\leq 12x+8 \end{cases}$.

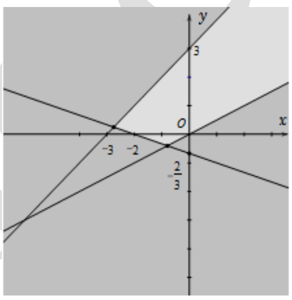
C. $\begin{cases} 2x-y>-3 \\ 2x+5y\leq 12x+8 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} 2x-y\leq -3 \\ 2x+5y\geq 12x+8 \end{cases}$.

Câu 16. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y-2\leq 0 \\ 2x-3y+2>0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

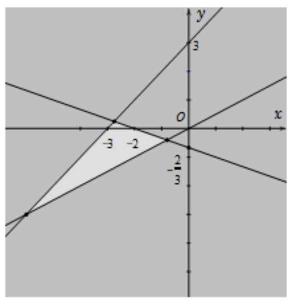
A. $O(0;0)$. **B.** $M(1;1)$.

C. $N(-1;1)$. **D.** $P(-1;-1)$.

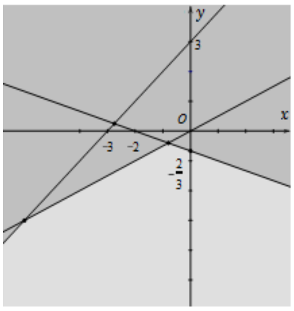
Câu 17. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-2y<0 \\ x+3y>-2 \\ y-x<3 \end{cases}$ là phần không tô đậm của hình vẽ nào trong các hình vẽ sau?



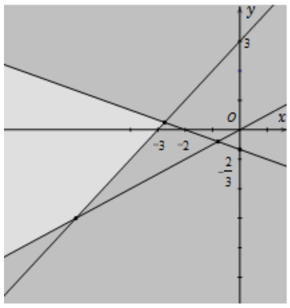
A.



B.

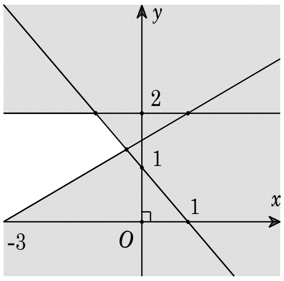


C.

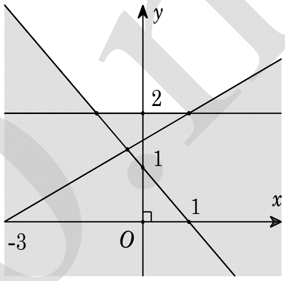


D.

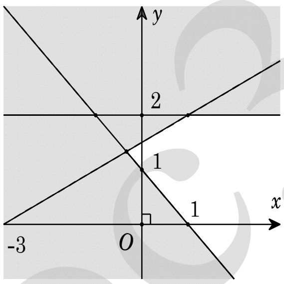
Câu 18. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y-1>0 \\ y\geq 2 \\ -x+2y>3 \end{cases}$ là phần không tô đậm của hình vẽ nào trong các hình vẽ sau?



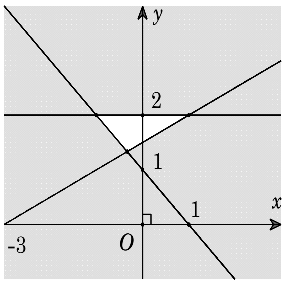
A.



B.

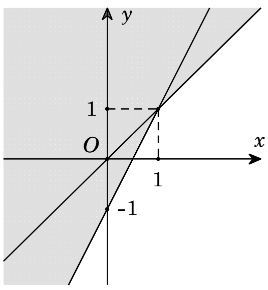


C.



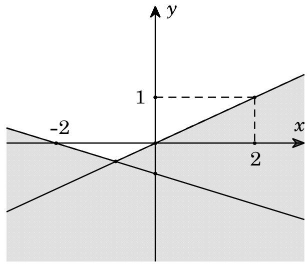
D.

Câu 19. Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên), biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?



A. $\begin{cases} x-y\geq 0 \\ 2x-y\geq 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x-y>0 \\ 2x-y>1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x-y<0 \\ 2x-y>1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x-y<0 \\ 2x-y<1 \end{cases}$.

Câu 20. Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên), biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?



A. $\begin{cases} x-2y\le 0 \\ x+3y\ge -2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x-2y>0 \\ x+3y<-2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x-2y\le 0 \\ x+3y\le -2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x-2y<0 \\ x+3y>-2 \end{cases}$.

Vấn đề 3. BÀI TOÁN TỐI ƯU

Bài toán: Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $T(x,y)=ax+by$ với $(x;y)$ nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước.

Bước 1: Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Kết quả thường được miền nghiệm S là đa giác.

Bước 2: Tính giá trị của F tương ứng với $(x;y)$ là tọa độ của các đỉnh của đa giác.

Bước 3: Kết luận:

- Giá trị lớn nhất của F là số lớn nhất trong các giá trị tìm được.
- Giá trị nhỏ nhất của F là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được.

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất $F_{\min}$ của biểu thức $F(x;y)=y-x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y-2x\le 2 \\ 2y-x\ge 4 \\ x+y\le 5 \end{cases}$ là

A. $F_{\min}=1$. **B.** $F_{\min}=2$. **C.** $F_{\min}=3$. **D.** $F_{\min}=4$.

Câu 22. Biểu thức $F(x;y)=y-x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} 2x-y\ge 2 \\ x-2y\le 2 \\ x+y\le 5 \\ x\ge 0 \end{cases}$ tại điểm M có toạ độ là:

A. $(4;1)$. **B.** $\left(\frac{8}{3};-\frac{7}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right)$. **D.** $(5;0)$.

Câu 23. Cho x,y thoả mãn hệ $\begin{cases} x+2y-100\le 0 \\ 2x+y-80\le 0 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P=(x;y)=40000x+30000y$.

A. $P_{\max}=2000000$. **B.** $P_{\max}=2400000$. **C.** $P_{\max}=1800000$. **D.** $P_{\max}=1600000$.

Câu 24. Giá trị lớn nhất $F_{\max}$ của biểu thức $F(x;y)=x+2y$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 0\le y\le 4 \\ x\ge 0 \\ x-y-1\le 0 \\ x+2y-10\le 0 \end{cases}$ là

A. $F_{\max}=6$. **B.** $F_{\max}=8$. **C.** $F_{\max}=10$. **D.** $F_{\max}=12$.

Câu 25. Giá trị nhỏ nhất $F_{\min}$ của biểu thức $F(x;y)=4x+3y$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases}0\le x\le 10\\0\le y\le 9\\2x+y\ge 14\\2x+5y\ge 30\end{cases}$ là

A. $F_{\min}=23$. **B.** $F_{\min}=26$. **C.** $F_{\min}=32$. **D.** $F_{\min}=67$.

Câu 26. Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo.

● Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu;

● Để pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu.

Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?

A. 5 lít nước cam và 4 lít nước táo. **B.** 6 lít nước cam và 5 lít nước táo.

C. 4 lít nước cam và 5 lít nước táo. **D.** 4 lít nước cam và 6 lít nước táo.

Câu 27. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm

● Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40 nghìn;

● Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

A. 30 kg loại I và 40 kg loại II. **B.** 20 kg loại I và 40 kg loại II.

C. 30 kg loại I và 20 kg loại II. **D.** 25 kg loại I và 45 kg loại II.

Câu 28. Một nhà khoa học đã nghiên cứu về tác động phối hợp của hai loại Vitamin A và B đã thu được kết quả như sau: Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị Vitamin cả A lẫn B và có thể tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B. Do tác động phối hợp của hai loại vitamin trên nên mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A. Tính số đơn vị vitamin mỗi loại ở trên để một người dùng mỗi ngày sao cho chi phí rẻ nhất, biết rằng mỗi đơn vị vitamin A có giá 9 đồng và mỗi đơn vị vitamin B có giá 7,5 đồng.

A. 600 đơn vị Vitamin A, 400 đơn vị Vitamin B.

B. 600 đơn vị Vitamin A, 300 đơn vị Vitamin B.

C. 500 đơn vị Vitamin A, 500 đơn vị Vitamin B.

D. 100 đơn vị Vitamin A, 300 đơn vị Vitamin B.

Câu 29. Công ty Bao bì Dược cần sản xuất 3 loại hộp giấy: đựng thuốc B_1, đựng cao Sao vàng và đựng "Quy sâm đại bổ hoàn". Để sản xuất các loại hộp này, công ty dùng các tấm bìa có kích thước giống nhau. Mỗi tấm bìa có hai cách cắt khác nhau.

● Cách thứ nhất cắt được 3 hộp B_1, một hộp cao Sao vàng và 6 hộp Quy sâm.

● Cách thứ hai cắt được 2 hộp B_1, 3 hộp cao Sao vàng và 1 hộp Quy sâm. Theo kế hoạch, số hộp Quy sâm phải có là 900 hộp, số hộp B_1 tối thiểu là 900 hộp, số hộp cao sao vàng tối thiểu là 1000 hộp. Cần phương án sao cho tổng số tấm bìa phải dùng là ít nhất?

A. Cắt theo cách một 100 tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.

B. Cắt theo cách một 150 tấm, cắt theo cách hai 100 tấm.

C. Cắt theo cách một 50 tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.

D. Cắt theo cách một 100 tấm, cắt theo cách hai 200 tấm.

Câu 30. Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A lãi 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B lãi được 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất.

A. Sản xuất 9 tấn sản phẩm A và không sản xuất sản phẩm $B.$

B. Sản xuất 7 tấn sản phẩm A và 3 tấn sản phẩm $B.$

C. Sản xuất $\frac{10}{3}$ tấn sản phẩm A và $\frac{49}{9}$ tấn sản phẩm $B.$

D. Sản xuất 6 tấn sản phẩm B và không sản xuất sản phẩm $A.$

BÀI 5. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

I – ĐỊNH LÍ VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

1. Tam thức bậc hai

Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng

$f(x) = ax^2 + bx + c,$

trong đó a, b, c là những hệ số, $a \neq 0.$

2. Dấu của tam thức bậc hai

Người ta đã chứng minh được định lí về dấu tam thức bậc hai sau đây

Định lý

Cho $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0),\ \Delta = b^2 - 4ac.$

Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số $a,$ với mọi $x \in \mathbb{R}.$

Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số $a,$ trừ khi $x = -\frac{b}{2a}.$

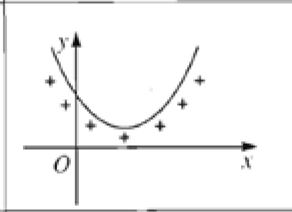
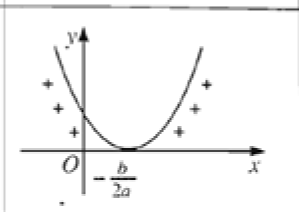
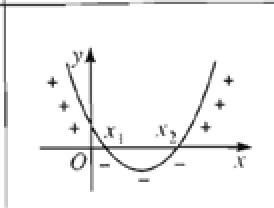
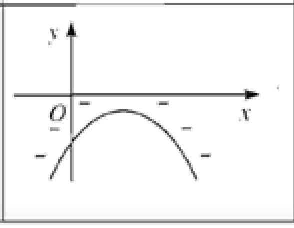
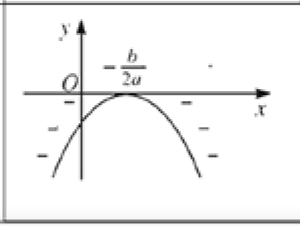
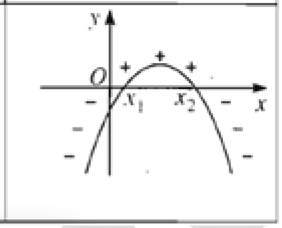
Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x < x_1$ hoặc $x > x_2,$ trái dấu với hệ số a khi $x_1 < x < x_2$ trong đó $x_1, x_2\ (x_1 < x_2)$ là hai nghiệm của $f(x).$

Chú ý

Trong định lí trên, có thể thay biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$ bằng biệt thức thu gọn $\Delta' = (b')^2 - ac.$

Minh họa hình học

Định lí về dấu của tam thức bậc hai có minh họa hình học sau

	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
$a > 0$			
	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
$a < 0$			

II – BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

1. Bất phương trình bậc hai

Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình dạng $ax^2+bx+c<0$ (hoặc $ax^2+bx+c\le 0$, $ax^2+bx+c>0$, $ax^2+bx+c\ge 0$), trong đó $a,\ b,\ c$ là những số thực đã cho, $a\ne 0$.

2. Giải bất phương trình bậc hai

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2+bx+c<0$ thực chất là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)=ax^2+bx+c$ cùng dấu với hệ số a (trường hợp $a<0$) hay trái dấu với hệ số a (trường hợp $a>0$).

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

Câu 1. Cho $f(x)=ax^2+bx+c$ $(a\ne 0)$. Điều kiện để $f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases}a>0\\ \Delta\le 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta\ge 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta>0\end{cases}$.

Câu 2. Cho $f(x)=ax^2+bx+c\,(a\ne 0)$. Điều kiện để $f(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases}a>0\\ \Delta\le 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta\ge 0\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta>0\end{cases}$.

Câu 3. Cho $f(x)=ax^2+bx+c\,(a\ne 0)$. Điều kiện để $f(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases}a<0\\ \Delta\le 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta=0\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta<0\end{cases}$.

Câu 4. Cho $f(x)=ax^2+bx+c\,(a\ne 0)$. Điều kiện để $f(x)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases}a<0\\ \Delta\le 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta\ge 0\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta>0\end{cases}$.

Câu 5. Cho $f(x)=ax^2+bx+c\,(a\ne 0)$ có $\Delta=b^2-4ac<0$. Khi đó mệnh đề nào đúng?

A. $f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $f(x)<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

C. $f(x)$ không đổi dấu. **D.** Tồn tại x để $f(x)=0$.

Câu 6. Tam thức bậc hai $f(x)=2x^2+2x+5$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x\in(0;+\infty)$. **B.** $x\in(-2;+\infty)$. **C.** $x\in\mathbb{R}$. **D.** $x\in(-\infty;2)$.

Câu 7. Tam thức bậc hai $f(x)=-x^2+5x-6$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x\in(-\infty;2)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $x\in(2;+\infty)$. **D.** $x\in(2;3)$.

Câu 8. Tam thức bậc hai $f(x)=x^2+(\sqrt{5}-1)x-\sqrt{5}$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x\in(-\sqrt{5};1)$. **B.** $x\in(-\sqrt{5};+\infty)$.

C. $x\in(-\infty;-\sqrt{5})\cup(1;+\infty)$. **D.** $x\in(-\infty;1)$.

Câu 9. Tam thức bậc hai $f(x)=-x^2+3x-2$ nhận giá trị không âm khi và chỉ khi

A. $x\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **B.** $x\in[1;2]$.

C. $x\in(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$. **D.** $x\in(1;2)$.

Câu 10. Số giá trị nguyên của x để tam thức $f(x)=2x^2-7x-9$ nhận giá trị âm là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 11. Tam thức bậc hai $f(x)=x^2+(1-\sqrt{3})x-8-5\sqrt{3}$:

A. Dương với mọi $x\in\mathbb{R}$. **B.** Âm với mọi $x\in\mathbb{R}$.

C. Âm với mọi $x\in(-2-\sqrt{3};1+2\sqrt{3})$. **D.** Âm với mọi $x\in(-\infty;1)$.

Câu 12. Tam thức bậc hai $f(x)=(1-\sqrt{2})x^2+(5-4\sqrt{2})x-3\sqrt{2}+6$

A. Dương với mọi $x\in\mathbb{R}$. **B.** Dương với mọi $x\in(-3;\sqrt{2})$.

C. Dương với mọi $x\in(-4;\sqrt{2})$. **D.** Âm với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Câu 13. Cho $f(x)=x^2-4x+3$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề đúng là:

A. $f(x)<0,\forall x\in(-\infty;1]\cup[3;+\infty)$ **B.** $f(x)\le 0,\forall x\in[1;3]$

C. $f(x)\ge 0,\forall x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$ **D.** $f(x)>0,\forall x\in[1;3]$

Câu 14. Dấu của tam thức bậc 2: $f(x)=-x^2+5x-6$ được xác định như sau:

A. $f(x)<0$ với $2<x<3$ và $f(x)>0$ với $x<2$ hoặc $x>3$.

B. $f(x)<0$ với $-3<x<-2$ và $f(x)>0$ với $x<-3$ hoặc $x>-2$.

C. $f(x)>0$ với $2<x<3$ và $f(x)<0$ với $x<2$ hoặc $x>3$.

D. $f(x)>0$ với $-3<x<-2$ và $f(x)<0$ với $x<-3$ hoặc $x>-2$.

Câu 15. Cho các tam thức $f(x)=2x^2-3x+4; g(x)=-x^2+3x-4; h(x)=4-3x^2$. Số tam thức đổi dấu trên $\mathbb{R}$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình: $2x^2-7x-15\ge 0$ là:

A. $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right]\cup[5;+\infty)$. **B.** $\left[-\frac{3}{2};5\right]$.

C. $(-\infty;-5]\cup\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$.　　**D.** $\left[-5;\frac{3}{2}\right]$.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình: $-x^2+6x+7\geq 0$ là:

A. $(-\infty;-1]\cup[7;+\infty)$.　　**B.** $[-1;7]$.

C. $(-\infty;-7]\cup[1;+\infty)$.　　**D.** $[-7;1]$.

Câu 18. Giải bất phương trình $-2x^2+3x-7\geq 0$.

A. $S=0$.　　**B.** $S=\{0\}$.　　**C.** $S=\varnothing$.　　**D.** $S=\mathbb{R}$.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-3x+2<0$ là:

A. $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.　　**B.** $(2;+\infty)$.

C. $(1;2)$.　　**D.** $(-\infty;1)$.

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2+5x-4<0$ là

A. $[1;4]$.　　**B.** $(1;4)$.

C. $(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$.　　**D.** $(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2}x^2-\left(\sqrt{2}+1\right)x+1<0$ là:

A. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2};1\right)$.　　**B.** $\varnothing$.

C. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2};1\right]$.　　**D.** $\left(-\infty;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup(1;+\infty)$.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $6x^2+x-1\leq 0$ là

A. $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right]$.　　**B.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$.

C. $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.　　**D.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{1}{3};+\infty\right)$.

Câu 23. Số thực dương lớn nhất thỏa mãn $x^2-x-12\leq 0$ là ?

A. 1.　　**B.** 2.　　**C.** 3.　　**D.** 4.

Câu 24. Bất phương trình nào sau đây có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

A. $-3x^2+x-1\geq 0$.　　**B.** $-3x^2+x-1>0$.

C. $-3x^2+x-1<0$.　　**D.** $3x^2+x-1\leq 0$.

Câu 25. Cho bất phương trình $x^2-8x+7\geq 0$. Trong các tập hợp sau đây, tập nào có chứa phần tử **không phải** là nghiệm của bất phương trình.

A. $(-\infty;0]$.　　**B.** $[8;+\infty)$.　　**C.** $(-\infty;1]$.　　**D.** $[6;+\infty)$.

Vấn đề 2. ỨNG DỤNG VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI ĐỂ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 26. Giải bất phương trình $x(x+5)\leq 2\left(x^2+2\right)$.

A. $x\leq 1$.　　**B.** $1\leq x\leq 4$.　　**C.** $x\in(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.　　**D.** $x\geq 4$.

Câu 27. Biểu thức $\left(3x^2-10x+3\right)(4x-5)$ âm khi và chỉ khi

A. $x\in\left(-\infty;\frac{5}{4}\right)$.　　**B.** $x\in\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{5}{4};3\right)$.

C. $x\in\left(\frac{1}{3};\frac{5}{4}\right]\cup(3;+\infty)$. **D.** $x\in\left(\frac{1}{3};3\right]$.

Câu 28. Cặp bất phương trình nào sau đây là tương đương?

A. $x-2\le 0$ và $x^2(x-2)\le 0$. **B.** $x-2<0$ và $x^2(x-2)>0$.

C. $x-2<0$ và $x^2(x-2)<0$. **D.** $x-2\ge 0$ và $x^2(x-2)\ge 0$.

Câu 29. Biểu thức $(4-x^2)(x^2+2x-3)(x^2+5x+9)$ âm khi

A. $x\in(1;2)$. **B.** $x\in(-3;-2)\cup(1;2)$.

C. $x\ge 4$. **D.** $x\in(-\infty;-3)\cup(-2;1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $x^3+3x^2-6x-8\ge 0$ là

A. $x\in[-4;-1]\cup[2;+\infty)$. **B.** $x\in(-4;-1)\cup(2;+\infty)$.

C. $x\in[-1;+\infty)$. **D.** $x\in(-\infty;-4]\cup[-1;2]$.

Vấn đề 3. ỨNG DỤNG VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI ĐỂ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

Câu 31. Biểu thức $f(x)=\frac{11x+3}{-x^2+5x-7}$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x\in\left(-\frac{3}{11};+\infty\right)$. **B.** $x\in\left(-\frac{3}{11};5\right)$.

C. $x\in\left(-\infty;-\frac{3}{11}\right)$. **D.** $x\in\left(-5;-\frac{3}{11}\right)$.

Câu 32. Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{x-7}{4x^2-19x+12}>0$ là

A. $S=\left(-\infty;\frac{3}{4}\right)\cup(4;7)$. **B.** $S=\left(\frac{3}{4};4\right)\cup(7;+\infty)$.

C. $S=\left(\frac{3}{4};4\right)\cup(4;+\infty)$. **D.** $S=\left(\frac{3}{4};7\right)\cup(7;+\infty)$.

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $\frac{x+3}{x^2-4}-\frac{1}{x+2}<\frac{2x}{2x-x^2}$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 34. Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10}\le -1$ là

A. Hai khoảng. **B.** Một khoảng và một đoạn.

C. Hai khoảng và một đoạn. **D.** Ba khoảng.

Câu 35. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $\frac{x^4-x^2}{x^2+5x+6}\le 0$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Vấn đề 4. ỨNG DỤNG VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI ĐỂ TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

Câu 36. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{2x^2-5x+2}$.

A. $D=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]$. **B.** $D=[2;+\infty)$.

C. $D=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty)$. **D.** $D=\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Câu 37. Giá trị nguyên dương lớn nhất để hàm số $y=\sqrt{5-4x-x^2}$ xác định là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 38. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)x^2+\left(15-7\sqrt{5}\right)x+25-10\sqrt{5}}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(-\infty;1)$. **C.** $D=[-5;1]$. **D.** $D=\left[-5;\sqrt{5}\right]$.

Câu 39. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\frac{3-x}{\sqrt{4-3x-x^2}}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1;-4\}$. **B.** $D=[-4;1]$.

C. $D=(-4;1)$. **D.** $D=(-\infty;4)\cup(1;+\infty)$.

Câu 40. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\frac{x^2-1}{\sqrt{3x^2-4x+1}}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1;\frac{1}{3}\right\}$. **B.** $D=\left(\frac{1}{3};1\right)$.

C. $D=\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$. **D.** $D=\left(-\infty;\frac{1}{3}\right]\cup[1;+\infty)$.

Câu 41. Tìm tập xác đinh D của hàm số $y=\sqrt{x^2+x-6}+\frac{1}{\sqrt{x+4}}$.

A. $D=[-4;-3]\cup[2;+\infty)$. **B.** $D=(-4;+\infty)$.

C. $D=(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$. **D.** $D=(-4;-3]\cup[2;+\infty)$.

Câu 42. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{x^2+2x+3}+\frac{1}{\sqrt{5-2x}}$.

A. $D=\left[\frac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $D=\left(-\infty;\frac{5}{2}\right]$. **C.** $D=\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$. **D.** $D=\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$.

Câu 43. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x)=\sqrt{\frac{3-3x}{-x^2-2x+15}-1}$.

A. $D=[4;+\infty)$. **B.** $D=(-5;-3]\cup(3;4]$.

C. $D=(-\infty;-5)$. **D.** $D=(-5;3)\cup(3;4]$.

Câu 44. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{\frac{x^2+5x+4}{2x^2+3x+1}}$.

A. $D=[-4;-1)\cup\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $D=(-\infty;-4]\cup\left(-1;-\frac{1}{2}\right)$.

C. $D=(-\infty;-4]\cup\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $D=\left[-4;-\frac{1}{2}\right)$.

Câu 45. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x)=\sqrt{\sqrt{x^2+x-12}-2\sqrt{2}}$.

A. $\mathrm{D}=(-5;4]$. **B.** $\mathrm{D}=(-\infty;-5)\cup(4;+\infty)$.

C. $\mathrm{D}=(-\infty;-4]\cup[3;+\infty)$. **D.** $\mathrm{D}=(-\infty;-5]\cup[4;+\infty)$.

Vấn đề 5. TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA THAM SỐ ĐỂ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÔ NGHIỆM – CÓ NGHIỆM – CÓ HAI NGHIỆM PHÂN BIỆT

Câu 46. Phương trình $x^2-(m+1)x+1=0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m>1$. **B.** $-3<m<1$.

C. $m\le -3$ hoặc $m\ge 1$. **D.** $-3\le m\le 1$.

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình sau vô nghiệm $(2m^2+1)x^2-4mx+2=0$.

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m>3$. **C.** $-\frac{3}{5}<m<3$. **D.** $m>-\frac{3}{5}$.

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$(m-2)x^2+2(2m-3)x+5m-6=0$ vô nghiệm ?

A. $m<0$. **B.** $m>2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m>3\\m<1\end{array}\right.$. **D.** $\begin{cases}m\ne 2\\1<m<3\end{cases}$.

Câu 49. Phương trình $mx^2-2mx+4=0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $0<m<4$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m<0\\m>4\end{array}\right.$. **C.** $0\le m\le 4$. **D.** $0\le m<4$.

Câu 50. Phương trình $(m^2-4)x^2+2(m-2)x+3=0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m\ge 0$. **B.** $m=\pm 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\ge 2\\m<-4\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m\ge 2\\m\le -4\end{array}\right.$.

Câu 51. Cho tam thức bậc hai $f(x)=x^2-bx+3$. Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có nghiệm ?

A. $b\in\left[-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right]$. **B.** $b\in\left(-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$.

C. $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right]\cup\left[2\sqrt{3};+\infty\right)$. **D.** $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right)\cup\left(2\sqrt{3};+\infty\right)$.

Câu 52. Phương trình $x^2+2(m+2)x-2m-1=0$ (m là tham số) có nghiệm khi

A. $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=-5\end{array}\right.$. **B.** $-5\le m\le -1$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m<-5\\m>-1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m\le -5\\m\ge -1\end{array}\right.$.

Câu 53. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình

$2x^2+2(m+2)x+3+4m+m^2=0$ có nghiệm ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 54. Tìm các giá trị của m để phương trình $(m-5)x^2-4mx+m-2=0$ có nghiệm.

A. $m\ne 5$. **B.** $-\frac{10}{3}\le m\le 1$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\le -\frac{10}{3}\\m\ge 1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m\le -\frac{10}{3}\\1\le m\ne 5\end{array}\right.$.

Câu 55. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-1)x^2-2(m+3)x-m+2=0$ có nghiệm.

A. $m \in \varnothing$. **B.** $m \in \mathbb{R}$. **C.** $-1 < m < 3$. **D.** $-2 < m < 2$.

Câu 56. Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m \le 0$ hoặc $m \ge 28$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 28$.

C. $0 < m < 28$. **D.** $m > 0$.

Câu 57. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^2 + (m+1)x + m - \frac{1}{3} = 0$ có nghiệm ?

A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m > 1$. **C.** $-\frac{3}{4} < m < 1$. **D.** $m > -\frac{3}{4}$.

Câu 58. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình

$(m-1)x^2 + (3m-2)x + 3 - 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt ?

A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $2 < m < 6$. **C.** $-1 < m < 6$. **D.** $-1 < m < 2$.

Câu 59. Phương trình $(m-1)x^2 - 2x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **B.** $m \in \left(-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right)$.

C. $m \in \left(-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right) \setminus \{1\}$. **D.** $m \in \left[-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right] \setminus \{1\}$.

Câu 60. Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt ?

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$. **B.** $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$. **D.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Vấn đề 6. TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA THAM SỐ ĐỂ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI CÓ NGHIỆM THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Câu 61. Tìm m để phương trình $x^2 - mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m > 6$. **B.** $m < 6$. **C.** $6 > m > 0$. **D.** $m > 0$.

Câu 62. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $2 < m < 6$. **B.** $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.

C. $m < 0$ hoặc $-3 < m < 6$. **D.** $-3 < m < 6$.

Câu 63. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

A. $m < 6$. **B.** $\frac{5}{9} < m < 1$ hoặc $m > 6$.

C. $m > 1$. **D.** $1 < m < 6$.

Câu 64. Phương trình $x^2 - (3m-2)x + 2m^2 - 5m - 2 = 0$ có hai nghiệm không âm khi

A. $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$. **B.** $m \in \left[\frac{5+\sqrt{41}}{4}; +\infty\right)$.

C. $m \in \left[\frac{2}{3};\frac{5+\sqrt{41}}{4}\right]$.　　**D.** $m \in \left(-\infty;\frac{5-\sqrt{41}}{4}\right]$.

Câu 65. Phương trình $2x^2-(m^2-m+1)x+2m^2-3m-5=0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi

A. $m<-1$ **hoặc** $m>\frac{5}{2}$.　　**B.** $-1<m<\frac{5}{2}$.

C. $m\le -1$ **hoặc** $m\ge \frac{5}{2}$.　　**D.** $-1\le m\le \frac{5}{2}$.

Câu 66. Phương trình $(m^2-3m+2)x^2-2m^2x-5=0$ có hai nghiệm trái dấu khi

A. $m\in(1;2)$.　　**B.** $m\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

C. $\begin{cases} m\ne 1\\ m\ne 2\end{cases}$.　　**D.** $m\in\varnothing$.

Câu 67. Giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-2m=0$ có hai nghiệm trái dấu trong đó nghiệm âm có trị tuyệt đối lớn hơn là

A. $0<m<2$.　　**B.** $0<m<1$.　　**C.** $1<m<2$.　　**D.** $\left[\begin{array}{l} m>1\\ m<0\end{array}\right.$.

Câu 68. Với giá trị nào của m thì phương trình $(m-1)x^2-2(m-2)x+m-3=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1+x_2+x_1x_2<1$?

A. $1<m<2$.　　**B.** $1<m<3$.　　**C.** $m>2$.　　**D.** $m>3$.

Câu 69. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)x^2-2mx+m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}<3$?

A. $m<2 \vee m>6$.　　**B.** $-2<m\ne -1<2 \vee m>6$.

C. $2<m<6$.　　**D.** $-2<m<6$.

Câu 70. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2-(m-1)x+m+2=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}>1$.

A. $m\in(-\infty;-2)\cup(-2;-1)\cup(7;+\infty)$.　　**B.** $m\in(-\infty;-2)\cup\left(-2;-\frac{11}{10}\right)$.

C. $m\in(-\infty;-2)\cup(-2;-1)$.　　**D.** $m\in(7;+\infty)$.

Vấn đề 7. TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA THAM SỐ ĐỂ BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÔ NGHIỆM – CÓ NGHIỆM – NGHIỆM ĐÚNG

Câu 71. Tam thức $f(x)=3x^2+2(2m-1)x+m+4$ dương với mọi x khi:

A. $-1<m<\frac{11}{4}$.　　**B.** $-\frac{11}{4}<m<1$.　　**C.** $-\frac{11}{4}\le m\le 1$.　　**D.** $\left[\begin{array}{l} m<-1\\ m>\frac{11}{4}\end{array}\right.$.

Câu 72. Tam thức $f(x)=-2x^2+(m-2)x-m+4$ không dương với mọi x khi:

A. $m\in\mathbb{R}\setminus\{6\}$.　　**B.** $m\in\varnothing$.　　**C.** $m=6$.　　**D.** $m\in\mathbb{R}$.

Câu 73. Tam thức $f(x)=-2x^2+(m+2)x+m-4$ âm với mọi x khi:

A. $m<-14$ hoặc $m>2$. **B.** $-14\le m\le 2$.

C. $-2<m<14$. **D.** $-14<m<2$.

Câu 74. Tam thức $f(x)=x^2-(m+2)x+8m+1$ không âm với mọi x khi:

A. $m>28$. **B.** $0\le m\le 28$. **C.** $m<1$. **D.** $0<m<28$.

Câu 75. Bất phương trình $x^2-mx-m\ge 0$ có nghiệm đúng với mọi x khi và chỉ khi:

A. $m\le -4$ hoặc $m\ge 0$. **B.** $-4<m<0$.

C. $m<-4$ hoặc $m>0$. **D.** $-4\le m\le 0$.

Câu 76. Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2+(2m-1)x+m<0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=-\frac{1}{2}$.

C. $m\in\mathbb{R}$. **D.** Không tồn tại m.

Câu 77. Bất phương trình $x^2-(m+2)x+m+2\le 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

C. $m\in[-2;2]$. **D.** $m\in(-2;2)$.

Câu 78. Tam thức $f(x)=(m^2+2)x^2-2(m+1)x+1$ dương với mọi x khi:

A. $m<\frac{1}{2}$. **B.** $m\le\frac{1}{2}$. **C.** $m>\frac{1}{2}$. **D.** $m\ge\frac{1}{2}$.

Câu 79. Tam thức $f(x)=(m-4)x^2+(2m-8)x+m-5$ không dương với mọi x khi:

A. $m\le 4$. **B.** $m\ge 4$. **C.** $m<4$. **D.** $m>4$

Câu 80. Tam thức $f(x)=mx^2-mx+m+3$ âm với mọi x khi:

A. $m\in(-\infty;-4]$. **B.** $m\in(-\infty;-4)$.

C. $m\in(-\infty;-4]\cup[0;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-4]\cup(0;+\infty)$.

Câu 81. Tam thức $f(x)=(m+2)x^2+2(m+2)x+m+3$ không âm với mọi x khi:

A. $m\ge -2$. **B.** $m\le -2$. **C.** $m>-2$. **D.** $m<-2$.

Câu 82. Bất phương trình $(3m+1)x^2-(3m+1)x+m+4\ge 0$ có nghiệm đúng với mọi x khi và chỉ khi:

A. $m>-\frac{1}{3}$. **B.** $m\ge -\frac{1}{3}$. **C.** $m>0$. **D.** $m>15$.

Câu 83. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(2m^2-3m-2)x^2+2(m-2)x-1\le 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $\frac{1}{3}\le m<2$. **B.** $\frac{1}{3}\le m\le 2$. **C.** $m\ge\frac{1}{3}$. **D.** $m\le 2$.

Câu 84. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m^2-4)x^2+(m-2)x+1<0$ vô nghiệm.

A. $m\in\left(-\infty;-\frac{10}{3}\right]\cup[2;+\infty)$. **B.** $m\in\left(-\infty;-\frac{10}{3}\right]\cup(2;+\infty)$.

C. $m\in\left(-\infty;-\frac{10}{3}\right)\cup(2;+\infty)$. **D.** $m\in[2;+\infty)$.

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\sqrt{(m+4)x^2-(m-4)x-2m+1}$ xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m\le 0$. **B.** $-\frac{20}{9}\le m\le 0$. **C.** $m\ge -\frac{20}{9}$. **D.** $m>0$.

Câu 86. Hàm số $y=\sqrt{(m+1)x^2-2(m+1)x+4}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$ khi

A. $-1\le m\le 3$. **B.** $-1<m<3$. **C.** $-1<m\le 3$. **D.** $m>-1$.

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để biểu thức $f(x)=\frac{-x^2+4(m+1)x+1-4m^2}{-4x^2+5x-2}$ luôn dương.

A. $m\ge -\frac{5}{8}$. **B.** $m<-\frac{5}{8}$. **C.** $m<\frac{5}{8}$. **D.** $m\ge\frac{5}{8}$.

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $-2x^2+2(m-2)x+m-2<0$ có nghiệm.

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$. **D.** $m\in[0;2]$.

Câu 89. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $-2x^2+2(m-2)x+m-2\ge 0$ có nghiệm.

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$. **D.** $m\in[0;2]$.

Câu 90. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $mx^2+2(m+1)x+m-2>0$ có nghiệm.

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\in\left(-\infty;-\frac{1}{4}\right]$. **C.** $m\in\left(-\frac{1}{4};+\infty\right)$. **D.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Vấn đề 8. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Câu 91. Tập nghiệm S của hệ bất phương trình $\begin{cases}2-x\ge 0\\ x^2-4x+3<0\end{cases}$ là:

A. $S=[1;2)$. **B.** $S=[1;3)$. **C.** $S=(1;2]$. **D.** $S=[2;3)$.

Câu 92. Tìm x thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases}x^2-2x-3>0\\ x^2-11x+28\ge 0\end{cases}$.

A. $x>3$. **B.** $3<x\le 7$. **C.** $4\le x\le 7$. **D.** $3<x\le 4$.

Câu 93. Tập nghiệm S của hệ bất phương trình $\begin{cases}x^2-4x+3>0\\ x^2-6x+8>0\end{cases}$ là:

A. $S=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$. **D.** $S=(1;4)$.

Câu 94. Tập nghiệm S của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-3x+2\le 0 \\ x^2-1\le 0 \end{cases}$ là:

A. $S=1$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=[1;2]$. **D.** $S=[-1;1]$.

Câu 95. Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x^2-4x+1>0 \\ 3x^2-5x+2\le 0 \end{cases}$.

A. $x\ge 1$. **B.** $x\le \frac{1}{3}$. **C.** $x\in\varnothing$. **D.** $x\le\frac{2}{3}$.

Câu 96. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x thỏa mãn $\begin{cases} -2x^2-5x+4<0 \\ -x^2-3x+10>0 \end{cases}$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 97. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-9<0 \\ (x-1)(3x^2+7x+4)\ge 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $-1\le x<2$. **B.** $-3<x\le -\frac{4}{3}$ hoặc $-1\le x\le 1$.

C. $-\frac{4}{3}\le x\le -1$ hay $1\le x\le 3$. **D.** $-\frac{4}{3}\le x\le -1$ hoặc $1\le x<3$.

Câu 98. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-7x+6<0 \\ |2x-1|<3 \end{cases}$ là:

A. $(1;2)$. **B.** $[1;2]$. **C.** $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $\varnothing$.

Câu 99. Hệ bất phương trình nào sau đây vô nghiệm?

A. $\begin{cases} x^2-2x-3>0 \\ -2x^2+x-1<0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x^2-2x-3<0 \\ -2x^2+x-1>0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x^2-2x-3>0 \\ 2x^2+x+1>0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x^2-2x-3<0 \\ 2x^2-x+1>0 \end{cases}$.

Câu 100. Số nghiệm nguyên của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2+4x+3\ge 0 \\ 2x^2-x-10\le 0 \\ 2x^2-5x+3>0 \end{cases}$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 101. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+m<0 & (1) \\ 3x^2-x-4\le 0 & (2) \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m>-\frac{8}{3}$. **B.** $m<2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $m\ge -\frac{8}{3}$.

Câu 102. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-1\le 0 (1) \\ x-m>0 (2) \end{cases}$ có nghiệm khi:

A. $m>1$. **B.** $m=1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\ne 1$.

Câu 103. Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+3)(4-x)>0 (1) \\ x<m-1 (2) \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m<5$. **B.** $m>-2$. **C.** $m=5$. **D.** $m>5$.

Câu 104. Tìm m để $-9<\frac{3x^2+mx-6}{x^2-x+1}<6$ nghiệm đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $-3<m<6$. **B.** $-3\le m\le 6$. **C.** $m<-3$. **D.** $m>6$.

Câu 105. Xác định m để với mọi x ta có $-1 \le \dfrac{x^2+5x+m}{2x^2-3x+2} < 7$.

A. $-\dfrac{5}{3} \le m < 1$. **B.** $1 < m \le \dfrac{5}{3}$. **C.** $m \le -\dfrac{5}{3}$. **D.** $m < 1$.

Câu 106. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x-1>0 \\ x^2-2mx+1 \le 0 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > 1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m < 1$. **D.** $m \ne 1$.

Câu 107. Tìm m để hệ $\begin{cases} x^2-2x+1-m \le 0 & (1) \\ x^2-(2m+1)x+m^2+m \le 0 & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

A. $0 < m < \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$. **B.** $0 \le m \le \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.

C. $0 \le m < \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $0 < m \le \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 108. Tìm m sao cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-3x-4 \le 0 (1) \\ (m-1)x-2 \ge 0 (2) \end{cases}$ có nghiệm.

A. $-1 \le m \le \dfrac{3}{2}$. **B.** $m \ge \dfrac{3}{2}$. **C.** $m \in \varnothing$. **D.** $m \ge -1$.

Câu 109. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2+10x+16 \le 0 (1) \\ mx \ge 3m+1 (2) \end{cases}$ vô nghiệm.

A. $m > -\dfrac{1}{5}$. **B.** $m > \dfrac{1}{4}$. **C.** $m > -\dfrac{1}{11}$. **D.** $m > \dfrac{1}{32}$.

Câu 110. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-2(a+1)x+a^2+1 \le 0 (2) \\ x^2-6x+5 \le 0 (1) \end{cases}$. Để hệ bất phương trình có nghiệm, giá trị thích hợp của tham số a là:

A. $0 \le a \le 2$. **B.** $0 \le a \le 4$. **C.** $2 \le a \le 4$. **D.** $0 \le a \le 8$.

ĐÁP ÁN:

Câu 1. Ta có $\begin{cases} a>b \\ c>d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>b \\ -c<-d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>b \\ -d>-c \end{cases} \Rightarrow a-d>b-c$. **Chọn C.**

Câu 2. Dựa vào đáp án, ta có nhận xét sau:

- $\begin{cases} a>b \\ a>c \end{cases} \Rightarrow a+a>b+c \Rightarrow 2a>b+c \Rightarrow a>\dfrac{b+c}{2} \longrightarrow$ **A đúng.**
- $\begin{cases} a>b \\ a>c \end{cases} \Rightarrow a+a>b+c \Rightarrow a-c>b-a \longrightarrow$ **B đúng.**
- $a>b \Rightarrow a+(-c)>b+(-c) \Rightarrow a-c>b-c \longrightarrow$ **C đúng.**
- $a>b \Rightarrow -a<-b \Leftrightarrow c-a<c-b \longrightarrow$ **D sai. Chọn D.**

Câu 3. Ta có $\begin{cases} 0<a<b \\ 0<c<d \end{cases} \Rightarrow ac<bd$. **Chọn C.**

Câu 4. Xét bất phương trình $a<b \qquad (*)$.

Khi nhân cả hai vế của $(*)$ với $c,$ ta được $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}c>0\\ a<b\Leftrightarrow ac<bc\end{cases}\\ \begin{cases}c<0\\ a<b\Leftrightarrow ac>bc\end{cases}\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 5. Dựa vào đáp án, ta có nhận xét sau:

- $\begin{cases}0<a<b\\ 0<c<d\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<a<b\\ 0<\dfrac{1}{d}<\dfrac{1}{c}\end{cases}\Rightarrow$ Chưa đủ dữ kiện để so sánh $\dfrac{a}{c},\ \dfrac{b}{d}\longrightarrow$ **A sai.**
- $\begin{cases}a>b>0\\ c>d>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>b>0\\ \dfrac{1}{d}>\dfrac{1}{c}>0\end{cases}\Rightarrow$ Chưa đủ dữ kiện để so sánh $\dfrac{a}{c},\ \dfrac{b}{d}\longrightarrow$ **B sai.**
- $\begin{cases}a<b\\ c<d\end{cases}\Rightarrow\dfrac{a}{c}<\dfrac{b}{d}\longrightarrow$ **C sai** vì chưa thiếu điều kiện $a,\ b,\ c,\ d.$
- $\begin{cases}a>b>0\\ c>d>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{a}{b}>1\\ 1>\dfrac{d}{c}\end{cases}\Rightarrow\dfrac{a}{b}>1>\dfrac{d}{c}\Leftrightarrow\dfrac{a}{b}>\dfrac{d}{c}\longrightarrow$ **D đúng. Chọn D.**

Câu 6. Từ giả thiết, ta có $a+2c>b+2c\Leftrightarrow a>b\Leftrightarrow 2a>2b.$ **Chọn C.**

Câu 7. Từ giả thiết, ta có $\begin{cases}a+b<a\\ b-a>b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b<0\\ -a>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ b<0\end{cases}\Rightarrow ab>0.$ **Chọn A.**

Câu 8. Dựa vào đáp án, ta có nhận xét sau:

- $\dfrac{1}{a}-\sqrt{a}=\dfrac{1-a\sqrt{a}}{a}=\dfrac{\left(1-\sqrt{a}\right)\left(1+\sqrt{a}+a\right)}{a}>0\Leftrightarrow\dfrac{1}{a}>\sqrt{a},\ \forall a\in(0;1)\longrightarrow$ **A đúng.**
- $a-\dfrac{1}{a}=\dfrac{a^2-1}{a}=\dfrac{(a-1)(a+1)}{a}<0\Leftrightarrow a<\dfrac{1}{a},\ \forall a\in(0;1)\longrightarrow$ **B sai.**
- $a-\sqrt{a}=\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-1\right)<0\Leftrightarrow a<\sqrt{a},\ \forall a\in(0;1)\longrightarrow$ **C sai.**
- $a^3-a^2=a^2(a-1)<0\Leftrightarrow a^3<a^2,\ \forall a\in(0;1)\longrightarrow$ **D sai.**

Chọn A.

Câu 9. Dựa vào đáp án, ta có nhận xét sau:

- $\dfrac{a^2}{a^4+1}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{2a^2-a^4-1}{2\left(a^4+1\right)}=-\dfrac{\left(a^2-1\right)^2}{2\left(a^4+1\right)}\le 0,\ \forall a\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\dfrac{a^2}{a^4+1}\le\dfrac{1}{2}\longrightarrow$ **A sai.**
- $\dfrac{\sqrt{ab}}{ab+1}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{2\sqrt{ab}-ab-1}{2(ab+1)}=-\dfrac{\left(\sqrt{ab}-1\right)^2}{2(ab+1)}\le 0\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{ab}}{ab+1}\le\dfrac{1}{2},\ \forall a,\ b>0\longrightarrow$ **B sai.**
- $\dfrac{\sqrt{a^2+1}}{a^2+2}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{2\sqrt{a^2+1}-a^2-2}{2\left(a^2+2\right)}=-\dfrac{\left(\sqrt{a^2+1}-1\right)^2}{2\left(a^2+2\right)}\le 0\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{a^2+1}}{a^2+2}\le\dfrac{1}{2},\ \forall a\longrightarrow$ **C đúng.**

Chọn C.

Câu 10. Giả sử $x<y\Leftrightarrow\dfrac{1+a}{1+a+a^2}<\dfrac{1+b}{1+b+b^2}\Leftrightarrow(1+a)\left(1+b+b^2\right)<(1+b)\left(1+a+a^2\right)$

$\Leftrightarrow 1+b+b^2+a+ab+ab^2<1+a+a^2+b+ab+a^2b$

$\Leftrightarrow b^2+ab^2<a^2+a^2b\Leftrightarrow\left(a^2-b^2\right)+ab(a-b)>0$

$\Leftrightarrow (a-b)(a+b+ab)>0$ luôn đúng với mọi $a>b>0$. Vậy $x<y$. **Chọn B.**

Câu 11. Ta có $f(x)=x+\dfrac{2}{x-1}=x-1+\dfrac{2}{x-1}+1\geq 2\sqrt{(x-1).\dfrac{2}{x-1}}+1=2\sqrt{2}+1$.

Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x-1=\dfrac{2}{x-1} \end{cases} \Leftrightarrow x=1+\sqrt{2}$. Vậy $m=2\sqrt{2}+1$. **Chọn B.**

Câu 12. Ta có $f(x)=\dfrac{x^2+4+1}{\sqrt{x^2+4}}=\sqrt{x^2+4}+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4}}\geq 2\sqrt{\sqrt{x^2+4}.\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4}}}=2$.

Dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{x^2+4}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4}}\Leftrightarrow x^2=-3$ (vô lý).

Vậy hàm số đã cho không có giá trị nhỏ nhất. **Chọn D.**

Câu 13. Ta có $f(x)=\dfrac{x^2+2x+1+1}{x+1}=\dfrac{(x+1)^2+1}{x+1}=x+1+\dfrac{1}{x+1}$.

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có $x+1+\dfrac{1}{x+1}\geq 2\sqrt{(x+1).\dfrac{1}{x+1}}=2$.

Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x+1=\dfrac{1}{x+1} \end{cases} \Leftrightarrow x=0$. Vậy $m=2$. **Chọn C.**

Câu 14. Ta có $f(x)=\dfrac{(x+2)(x+8)}{x}=\dfrac{x^2+10x+16}{x}=x+\dfrac{16}{x}+10$.

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có $x+\dfrac{16}{x}\geq 2\sqrt{x.\dfrac{16}{x}}=8\Rightarrow f(x)\geq 18$.

Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x=\dfrac{16}{x} \end{cases} \Leftrightarrow x=4$. Vậy $m=18$. **Chọn B.**

Câu 15. Ta có $f(x)-4=\dfrac{4}{x}+\dfrac{x}{1-x}-4=\dfrac{4}{x}-\dfrac{4x}{x}+\dfrac{x}{1-x}=\dfrac{4(1-x)}{x}+\dfrac{x}{1-x}$.

Vì $x\in(0;1)\Rightarrow \dfrac{x}{1-x}>0$ nên theo bất đẳng thức Côsi, ta có

$f(x)-4=\dfrac{4(1-x)}{x}+\dfrac{x}{1-x}\geq 2\sqrt{\dfrac{4(1-x)}{x}.\dfrac{x}{1-x}}=4\Leftrightarrow f(x)\geq 8$.

Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} 1>x>0 \\ \dfrac{4(1-x)}{x}=\dfrac{x}{1-x} \end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}$. Vậy $m=8$. **Chọn D.**

Câu 16. Cách 1. Theo bất đẳng thức Côsi, ta có $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{1-x}\geq 2\sqrt{\dfrac{1}{x}.\dfrac{1}{1-x}}=\dfrac{2}{\sqrt{x(1-x)}}$.

Mặt khác $x(1-x)\leq \dfrac{(x+1-x)^2}{4}=\dfrac{1}{4}\longrightarrow \sqrt{x(1-x)}\leq \dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{x(1-x)}}\geq 2\Rightarrow f(x)\geq 4$.

Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} 1>x>0 \\ x=1-x \end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$. Vậy $m=4$. **Chọn B.**

Cách 2. Ta có $f(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{1-x}=\dfrac{1-x+x}{x}+\dfrac{1-x+x}{1-x}=\dfrac{1-x}{x}+\dfrac{x}{1-x}+2$.

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có $\frac{1-x}{x}+\frac{x}{1-x}\geq 2\sqrt{\frac{1-x}{x}.\frac{x}{1-x}}=2\Rightarrow f(x)\geq 4.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}1>x>0\\ \frac{x}{1-x}=\frac{1-x}{x}\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}.$

Câu 17. Ta có $f(x)=\frac{x^2+32}{4(x-2)}=\frac{x^2-4+36}{4(x-2)}=\frac{x+2}{4}+\frac{9}{x-2}=\frac{x-2}{4}+\frac{9}{x-2}+1.$

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có $\frac{x-2}{4}+\frac{9}{x-2}\geq 2\sqrt{\frac{x-2}{4}.\frac{9}{x-2}}=3\Rightarrow f(x)\geq 3+1=4.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}x>2\\ \frac{x-2}{4}=\frac{9}{x-2}\end{cases}\Leftrightarrow x=8.$ Vậy $m=4.$ **Chọn C.**

Câu 18. Ta có $f(x)=\frac{2x^3+4}{x}=2x^2+\frac{4}{x}=2x^2+\frac{2}{x}+\frac{2}{x}.$

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có $2x^2+\frac{2}{x}+\frac{2}{x}\geq 3\sqrt[3]{2x^2.\frac{2}{x}.\frac{2}{x}}=3\sqrt[3]{8}=6.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ 2x^2=\frac{2}{x}\end{cases}\Leftrightarrow x=1.$ Vậy $m=6.$ **Chọn D.**

Câu 19. Ta có $f(x)=\frac{x^4+3}{x}=x^3+\frac{3}{x}=x^3+\frac{1}{x}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x}.$

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có $x^3+\frac{1}{x}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x}\geq 4\sqrt[4]{x^3.\frac{1}{x}.\frac{1}{x}.\frac{1}{x}}=4\Rightarrow f(x)\geq 4.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ x^3=\frac{1}{x}\end{cases}\Leftrightarrow x=1.$ Vậy $m=4.$ **Chọn A.**

Câu 20. Áp dụng bất đẳng thức hệ quả của Côsi $ab\leq\frac{(a+b)^2}{4}$, ta được

$f(x)=3(2x+1)(5-2x)\leq 3.\frac{(2x+1+5-2x)^2}{4}=27\Rightarrow f(x)\leq 27.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}-\frac{1}{2}\leq x\leq\frac{5}{2}\\ 2x+1=5-2x\end{cases}\Leftrightarrow x=1.$ Vậy $M=27.$ **Chọn C.**

Câu 21. Ta có $f(x)=\frac{\sqrt{x-1}}{x}=\frac{\sqrt{x-1}}{x-1+1}=\frac{\sqrt{x-1}}{\left(\sqrt{x-1}\right)^2+1}.$

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có $\left(\sqrt{x-1}\right)^2+1\geq 2\sqrt{\left(\sqrt{x-1}\right)^2.1}=2\sqrt{x-1}.$

$\longrightarrow f(x)\leq\frac{\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-1}}=\frac{1}{2}.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=2.$ Vậy $M=\frac{1}{2}.$ **Chọn B.**

Câu 22. Theo bất đẳng thức Côsi, ta có $x^2+4\geq 2\sqrt{x^2.4}=4x$

$\longrightarrow f(x) \le \dfrac{x}{4x} = \dfrac{1}{4}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 2$. Vậy $M = \dfrac{1}{4}$. **Chọn A.**

Câu 23. Ta có $f(x) = \dfrac{x}{(x+1)^2} = \dfrac{x}{x^2+2x+1}$.

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có $x^2+1 \ge 2\sqrt{x^2.1} = 2x \longrightarrow x^2+2x+1 \ge 4x$

$\longrightarrow f(x) \le \dfrac{x}{4x} = \dfrac{1}{4}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 1$. Vậy $M = \dfrac{1}{4}$. **Chọn B.**

Câu 24. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+3 \ge 0 \\ 6-x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \le x \le 6$ nên TXĐ $D = [-3;6]$.

Ta có $f^2(x) = 9 + 2\sqrt{(x+3)(6-x)}$.

- Vì $\sqrt{(3+x)(6-x)} \ge 0,\ \forall x \in [-3;6]$ nên suy ra $f^2(x) \ge 9 \longrightarrow f(x) \ge 3$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = -3$ hoặc $x = 6$. Vậy $m = 3$.

- Lại có $2\sqrt{(3+x)(6-x)} \le 3+x+6-x = 9$ nên suy ra $f^2(x) \le 18 \longrightarrow f(x) \le 3\sqrt{2}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x+3 = 6-x \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2}$. Vậy $M = 3\sqrt{2}$.

Vậy $m = 3,\ M = 3\sqrt{2}$. **Chọn B.**

Câu 25. Hàm số xác định khi $\begin{cases} x-4 \ge 0 \\ 8-x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4 \le x \le 8$ nên TXĐ $D = [4;8]$.

- Ta có $f^2(x) = 3x - 8 + 4\sqrt{(x-4)(8-x)} = 3(x-4) + 4\sqrt{(x-4)(8-x)} + 4$.

Vì $\begin{cases} x-4 \ge 0 \\ \sqrt{(x-4)(8-x)} \ge 0 \end{cases},\ \forall x \in [4;8]$ nên suy ra $f^2(x) \ge 4 \longrightarrow f(x) \ge 4$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 4$. Vậy $m = 2$.

- Với $x \in [4;8]$, áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có

- $x - \dfrac{4}{5} = x - 4 + \dfrac{16}{5} \ge 2\sqrt{(x-4).\dfrac{16}{5}} = \dfrac{8\sqrt{x-4}}{\sqrt{5}}$. (1)
- $\dfrac{44}{5} - x = 8 - x + \dfrac{4}{5} \ge 2\sqrt{(8-x).\dfrac{4}{x}} = \dfrac{4\sqrt{8-x}}{\sqrt{5}}$. (2)

Lấy $(1)+(2)$ theo vế, ta được $\dfrac{8\sqrt{x-4}+4\sqrt{8-x}}{\sqrt{5}} \le x - \dfrac{4}{5} + \dfrac{44}{5} - x = 8$.

Suy ra $\dfrac{8\sqrt{x-4}+4\sqrt{8-x}}{\sqrt{5}} \le 8 \Leftrightarrow \dfrac{4f(x)}{\sqrt{5}} \le 8 \Leftrightarrow f(x) \le 2\sqrt{5}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = \dfrac{36}{5}$. Vậy $M = 2\sqrt{5}$.

Vậy $m = 2,\ M = 2\sqrt{5}$. **Chọn C.**

Câu 26. Hàm số xác định khi $\begin{cases} 7-2x \ge 0 \\ 3x+4 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{4}{3} \le x \le \dfrac{7}{2}$ nên TXĐ $D = \left[-\dfrac{4}{3};\dfrac{7}{2}\right]$.

Ta có $y^2 = \left(\sqrt{7-2x}+\sqrt{3x+4}\right)^2 = 7 - 2x + 2\sqrt{(7-2x)(3x+4)} + 3x + 4$

$= x + 11 + 2\sqrt{(7-2x)(3x+4)} = \dfrac{1}{3}(3x+4) + 2\sqrt{(7-2x)(3x+4)} + \dfrac{29}{3}$.

Vì $\begin{cases} 3x+4\geq 0 \\ \sqrt{(7-2x)(3x+4)}\geq 0 \end{cases}$, $\forall x\in\left[-\frac{4}{3};\frac{7}{2}\right]$ nên suy ra $f^2(x)\geq\frac{29}{3}\longrightarrow f(x)\geq\frac{\sqrt{87}}{3}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=-\frac{4}{3}$. Vậy $m=\frac{\sqrt{87}}{3}$. **Chọn D.**

Câu 27. Ta có $f^2(x)=\left(x+\sqrt{8-x^2}\right)^2=x^2+2x\sqrt{8-x^2}+8-x^2=8+2x\sqrt{8-x^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có $2x\sqrt{8-x^2}\leq x^2+\left(\sqrt{8-x^2}\right)^2=8$

$\longrightarrow f^2(x)=8+2x\sqrt{8-x^2}\leq 8+8=16\longrightarrow f(x)\leq 4$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases} x^2=\left(\sqrt{8-x^2}\right)^2 \\ 2x\sqrt{8-x^2}=8 \end{cases}\Leftrightarrow x=2$. Vậy $M=4$. **Chọn D.**

Câu 28. Ta có $x^2+y^2+xy=3\Leftrightarrow(x+y)^2-3=xy\leq\frac{(x+y)^2}{4}$.

Suy ra $(x+y)^2\leq 4\Leftrightarrow -2\leq x+y\leq 2$. **Chọn C.**

Câu 29. Ta có $\begin{cases} x^2+y^2+xy=1\Leftrightarrow 1-3xy=(x-y)^2\geq 0\Rightarrow xy\leq\frac{1}{3} \\ x^2+y^2+xy=1\Leftrightarrow 1+xy=(x+y)^2\geq 0\Rightarrow xy\geq -1 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 30. Với mọi x, y ta có $(x+y)^2\geq 4xy$.

Suy ra $(x+y)^3+(x+y)^2\geq(x+y)^3+4xy\geq 2$ hay $(x+y)^3+(x+y)^2\geq 2\Leftrightarrow x+y\geq 1$.

Chọn B.

Câu 31. Ta có $x^2+y^2=x+y+xy$

$\Leftrightarrow x+y=x^2+y^2-xy=(x+y)^2-3xy\geq(x+y)^2-\frac{3}{4}(x+y)^2=\frac{1}{4}(x+y)^2$.

Suy ra $x+y\geq\frac{1}{4}(x+y)^2\Leftrightarrow 0\leq x+y\leq 4$. **Chọn D.**

Câu 32. Từ giả thiết, ta có $3(x+y)-4=x^2+y^2\geq\frac{(x+y)^2}{2}$

$\Leftrightarrow(x+y)^2-6(x+y)+8\leq 0\Leftrightarrow 2\leq x+y\leq 4$. **Chọn D.**

Câu 33. Ta có $\frac{1}{x}+\frac{4}{y}=1.\left(\frac{1}{x}+\frac{4}{y}\right)=(x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{4}{y}\right)=5+\frac{4x}{y}+\frac{y}{x}\geq 5+2\sqrt{\frac{4x}{y}.\frac{y}{x}}=9$.

Dấu "=" xảy ra khi $x=\frac{1}{3}; y=\frac{2}{3}$. **Chọn C.**

Câu 34. Từ giả thiết, ta có $xy(x+y)=x+y+3xy$. (*)

Vì $x>0, y>0$ nên $x+y>0$. Do đó (*) $\Leftrightarrow x+y=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+3\geq\frac{4}{x+y}+3$

$\Leftrightarrow(x+y)^2-3(x+y)-4\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x+y\leq -1 \\ x+y\geq 4 \end{array}\right.\Leftrightarrow x+y\geq 4$ (do $x,y>0$). **Chọn D.**

Câu 35. Ta có $x^4+y^4\geq 2x^2y^2$, kết hợp với giả thiết ta được $xy+2\geq 2x^2y^2+\frac{1}{xy}$.

Đặt $xy = t > 0$, ta được $t + 2 \ge 2t^2 + \frac{1}{t} \Leftrightarrow 2t^3 - t^2 - (2t-1) \le 0$

$\Leftrightarrow (t+1)(t-1)(2t-1) \le 0 \Leftrightarrow (t-1)(2t-1) \le 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \le t \le 1$. **Chọn A.**

Câu 36. Giả thiết $\Leftrightarrow \frac{(a^3+b^3)(a+b)}{ab} = (1-a)(1-b)$. $\quad (*)$

● $\frac{(a^3+b^3)(a+b)}{ab} = \left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}\right)(a+b) \ge 2\sqrt{ab}.2\sqrt{ab} = 4ab.$ $\quad (1)$

● $(1-a)(1-b) = 1-(a+b)+ab \le 1 - 2\sqrt{ab} + ab.$ $\quad (2)$

Từ (1), (2) và kết hợp với $(*)$, ta được

$4ab \le 1 - 2\sqrt{ab} + ab \Leftrightarrow 3ab + 2\sqrt{ab} - 1 \le 0 \Rightarrow 0 < ab \le \frac{1}{9}$. **Chọn A.**

Câu 37. Ta có $4xy = x + y \ge 2\sqrt{xy} \Rightarrow xy \ge \frac{1}{4}$.

Do $x, y \in [0;1]$, suy ra $(1-x)(1-y) \ge 0 \Leftrightarrow 1-(x+y)+xy \ge 0$. $(*)$

Kết hợp $(*)$ và giả thiết, ta được $1 - 4xy + xy \ge 0 \Rightarrow xy \le \frac{1}{3}$. **Chọn D.**

Câu 38. Từ giả thiết, ta có $x + 2y = xy = \frac{1}{2}.x.2y \le \frac{1}{2}.\frac{(x+2y)^2}{4}$

$\Leftrightarrow (x+2y)[(x+2y)-8] \ge 0 \Leftrightarrow x + 2y \ge 8$ (do $x, y > 0$). **Chọn C.**

Câu 39. Từ giả thiết $x + y + xy \ge 7 \Leftrightarrow 2(x+1)(y+1) \ge 16.$

Ta có $16 \le 2(x+1)(y+1) = (x+1)(2y+2) \le \left(\frac{1+x+2y+2}{2}\right)^2$

$\Leftrightarrow (x+2y+3)^2 \ge 64 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+2y \ge 5 \\ x+2y \le -11 \end{array}\right. \Leftrightarrow x + 2y \ge 5$ (do $x, y > 0$). **Chọn B.**

Câu 40. Ta có $6(x+1)(y+1) = (2x+2)(3y+3) \le \frac{(2x+2+3y+3)^2}{4} \le \frac{(7+5)^2}{4} \le 36$.

Suy ra $x + y + xy \le 5$. **Chọn B.**

Câu 41. Từ giả thiết, ta có $16 = (x^2+4) + 2y \ge 4x + 2y \ge 2\sqrt{4x.2y}$.

Suy ra $xy \le 8$. Dấu "=" xảy ra khi $x = 2;\ y = 4$. **Chọn C.**

Câu 42. Ta có $F = \frac{x^2+y^2}{x-y} = \frac{x^2-2xy+y^2+2xy}{x-y} = \frac{(x-y)^2+2.1000}{x-y} = x - y + \frac{2.1000}{x-y}$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có $F = x - y + \frac{2.1000}{x-y} \ge 2\sqrt{(x-y).\frac{2.1000}{x-y}} = 40\sqrt{5}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1000 \\ x - y = \frac{2.1000}{x-y} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1000 \\ x - y = 20\sqrt{5} \end{cases}$.

Vậy $F_{\min} = 4\sqrt{5}$ khi $\begin{cases} ab = 1000 \\ a - b = 20\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab = 4000 \Rightarrow \frac{a^2+b^2}{1000} = 4.$

Chọn C.

Câu 43. Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số thực dương, ta có

$\frac{x}{2}+\frac{1}{2x}\geq 2\sqrt{\frac{x}{2}.\frac{1}{2x}}=2.\frac{1}{\sqrt{4}}=1$ và $\frac{y}{2}+\frac{2}{y}\geq 2\sqrt{\frac{y}{2}.\frac{2}{y}}=2.$

Khi đó $F=x+y+\frac{1}{2x}+\frac{2}{y}=\frac{x+y}{2}+\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2x}\right)+\left(\frac{y}{2}+\frac{2}{y}\right)\geq\frac{3}{2}+1+2=4\frac{1}{2}.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=3\\ \frac{x}{2}=\frac{1}{2x};\ \frac{y}{2}=\frac{2}{y}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=2\end{cases}$. Vậy $F_{\min}=4\frac{1}{2}$. **Chọn A.**

Câu 44. Ta có $F=x+\frac{1}{y(x-8y)}=(x-8y)+8y+\frac{1}{y(x-8y)}$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có $F\geq 3\sqrt[3]{(x-8y).8y.\frac{1}{y(x-8y)}}=3\sqrt[3]{8}=6.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x-8y=8y=\frac{1}{y(x-8y)}\Leftrightarrow\begin{cases}x=8\\ y=\frac{1}{2}\end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 45. Điều kiện: $\begin{cases}x\geq 2\\ y\geq -3\end{cases}$, suy ra $x+y+1\geq 0$.

● Ta có $x+y+1=2\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{y+3}\right)$.

$=2\sqrt{x-2}+2\sqrt{y+3}\leq\frac{4+x-2}{2}+\frac{4+y+3}{2}=\frac{x+y+9}{2}$

Suy ra $x+y+1\leq\frac{x+y+9}{2}\Leftrightarrow x+y\leq 7$.

● Lại có $x+y+1=2\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{y+3}\right)$

$\Leftrightarrow(x+y+1)^2=4\left(x+y+1+2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3}\right)\geq 4(x+y+1)$ (do $2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3}\geq 0$)

Suy ra $(x+y+1)^2\geq 4(x+y+1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+y+1\leq 0\\ x+y+1\geq 4\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x+y+1=0\\ x+y+1\geq 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+y=-1\\ x+y\geq 3\end{array}\right.$.

Chọn C.

Câu 46. Do hàm số $f(x)=ax^2+bx+c\leq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta\leq 0\end{cases}\longrightarrow 4ac\geq b^2$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có $F=\frac{4a+c}{b}\geq\frac{2\sqrt{4ac}}{b}\geq\frac{2\sqrt{b^2}}{b}=\frac{2b}{b}=2.$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}c=4a\\ b^2=4ac\end{cases}\Leftrightarrow b=c=4a$. **Chọn B.**

Câu 47. Từ giả thiết suy ra $a^2+b^2+c^2\leq 4$.

Ta có $4=a^2+b^2+c^2+abc=a^2+b^2+c^2+\sqrt{a^2b^2c^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có $\frac{\left(a^2+b^2+c^2\right)^3}{27}\geq a^2b^2c^2$.

Từ đó suy ra $4\leq a^2+b^2+c^2+\sqrt{\frac{\left(a^2+b^2+c^2\right)^3}{27}}$ hay $\sqrt{\frac{S^3}{27}}\geq 4-S\Leftrightarrow 3\leq S\leq 4$. **Chọn D.**

Câu 48. Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có

$x^2+\frac{y}{zx}+\frac{z}{xy}\geq 3.\sqrt[3]{x^2.\frac{y}{zx}.\frac{z}{xy}}=3;\quad y^2+\frac{x}{yz}+\frac{z}{xy}\geq 3;\quad z^2+\frac{x}{yz}+\frac{y}{zx}\geq 3.$

Cộng từng vế của ba bất đẳng thức trên, ta được $x^2+y^2+z^2+2\left(\frac{x}{yz}+\frac{y}{zx}+\frac{z}{xy}\right)\geq 9$.

Suy ra $P\geq\frac{9}{2}$. Khi $x=y=z=1$ thì $P=\frac{9}{2}$. **Chọn C.**

Câu 49. Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có

$x^3+\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x}\geq 4x$ hay $x^3+3\sqrt[3]{x}\geq 4x$.

Tương tự: $y^3+3\sqrt[3]{y}\geq 4y$ và $z^3+3\sqrt[3]{z}\geq 4z$.

Suy ra $P=x^3+y^3+z^3+3\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}+\sqrt[3]{z}\right)\geq 4(x+y+z)=12$.

Khi $x=y=z=1$ thì $P=12$. **Chọn A.**

Câu 50. Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có

$\sqrt{(x+y).\frac{4}{3}}\leq\frac{x+y+\frac{4}{3}}{2}$; $\sqrt{(y+z).\frac{4}{3}}\leq\frac{y+z+\frac{4}{3}}{2}$ và $\sqrt{(z+x).\frac{4}{3}}\leq\frac{z+x+\frac{4}{3}}{2}$.

Suy ra $\sqrt{(x+y).\frac{4}{3}}+\sqrt{(y+z).\frac{4}{3}}+\sqrt{(z+x).\frac{4}{3}}\leq x+y+z+2=4$.

Do đó $P=\sqrt{x+y}+\sqrt{y+z}+\sqrt{z+x}\geq 2\sqrt{3}$. Khi $x=y=z=\frac{2}{3}$ thì $P=2\sqrt{3}$. **Chọn C.**

BÀI 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

Câu 1. Bất phương trình xác định khi $\begin{cases}2-x\geq 0\\1-2x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 2\\x\leq\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x\leq\frac{1}{2}$. **Chọn C.**

Câu 2. Bất phương trình xác định khi $\begin{cases}x+5>0\\4-x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-5\\x\leq 4\end{cases}\Leftrightarrow -5<x\leq 4$. **Chọn B.**

Câu 3. Bất phương trình xác định khi $\begin{cases}\frac{x+1}{(x-2)^2}\geq 0\\x-2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+1\geq 0\\x-2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -1\\x\neq 2\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 4. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-m\geq 0\\6-2x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq m\\x\leq 3\end{cases}$.

- Nếu $m=3$ thì tập xác định của hàm số là $D=\{3\}$.
- Nếu $m>3$ thì tập xác định của hàm số là $D=\varnothing$.
- Nếu $m<3$ thì tập xác định của hàm số là $D=[m;3]$. **Chọn B.**

Câu 5. Hàm số xác định khi $\begin{cases}m-2x\geq 0\\x+1\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq\frac{m}{2}\\x\geq -1\end{cases}$.

- Nếu $\frac{m}{2}=-1\Leftrightarrow m=-2$ thì tập xác định của hàm số là $\mathrm{D}=\{-1\}$.
- Nếu $\frac{m}{2}<-1\Leftrightarrow m<-2$ thì tập xác định của hàm số là $\mathrm{D}=\varnothing$.
- Nếu $\frac{m}{2}>-1\Leftrightarrow m>-2$ thì tập xác định của hàm số là $\mathrm{D}=\left[-1;\frac{m}{2}\right]$. **Chọn D.**

Câu 6. Điều kiện: $x \neq 2$. Bất phương trình tương đương với: $2x < 3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$ (thỏa mãn điều kiện). **Chọn D.**

Câu 7. Điều kiện: $x \neq 2$. Bất phương trình tương đương với: $2x < 5 \Leftrightarrow x < \frac{5}{2}$ kết hợp với điều kiện ta có $x < \frac{5}{2}$ và $x \neq 2$. **Chọn B.**

Câu 8. Nếu ta cộng $\frac{1}{x-3}$ vào hai vế bất phương trình $2x - 1 \geq 0$ thì điều kiện của bất phương trình sẽ thay đổi suy ra đáp án A sai.

Tương tự nếu ta nhân hoặc chia hai vế bất phương trình đã cho với $\sqrt{x-2018}$ thì điều kiện của bất phương trình ban đầu cũng sẽ thay đổi suy ra đáp án C và D sai.

Chọn B.

Câu 9. Ta xét từng bất phương trình trong đáp án A:

$x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 2.$

$x^2(x-2) \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 2.$

Cả hai bất phương trình có cùng tập nghiệm nên chúng tương đương. **Chọn A.**

Câu 10. Bất phương trình $x + 5 > 0 \Leftrightarrow x > -5.$

Bất phương trình $(x-1)^2(x+5) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x > -5 \end{cases}$. Đáp án A sai.

Bất phương trình $x^2(x+5) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > -5 \end{cases}$. Đáp án B sai.

Bất phương trình $\sqrt{x+5}(x+5) > 0 \Leftrightarrow x > -5.$ Đáp án C đúng. **Chọn C.**

Câu 11. Bất phương trình $(x+1)\sqrt{x} \leq 0$ có điều kiện $x \geq 0 \to (x+1)\sqrt{x} \leq 0 \Leftrightarrow x = 0.$

Ta có: $\sqrt{x(x+1)^2} \leq 0 \Leftrightarrow x(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \end{array}\right.$. Đáp án A sai.

Ta có: $(x+1)\sqrt{x} < 0$ vô nghiệm vì từ điều kiện $x \geq 0 \Rightarrow (x+1)\sqrt{x} \geq 0$. Đáp án B sai.

Ta có: $(x+1)^2\sqrt{x} \leq 0 \Leftrightarrow x = 0.$ Đáp án C đúng. **Chọn C.**

Câu 12. Bất phương trình $\sqrt{x-1} \geq x \longrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x - 1 \geq x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - x + 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \varnothing.$

Ta có: $(1-2x)\sqrt{x-1} \geq x(1-2x) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \sqrt{x-1} \leq x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1.$ Đáp án A sai.

Ta có: $(2x+1)\sqrt{x-1} \geq x(2x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \sqrt{x-1} \geq x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - x + 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \varnothing.$ Đáp án B đúng.

Chọn B.

Câu 13. Phương pháp trắc nghiệm: Thay lần lượt từng đáp án vào hai phương trình.

- Thay $a = 1$, ta được $\begin{cases} (a+1)x - a + 2 > 0 \longrightarrow 2x + 1 > 0 \leftrightarrow x > -\frac{1}{2} \\ (a-1)x - a + 3 > 0 \longrightarrow 0x + 2 > 0 \leftrightarrow x \in \mathbb{R} \end{cases}$. Không thỏa.

• Thay $a=5$, ta được $\begin{cases}(a+1)x-a+2>0\longrightarrow 6x-3>0\leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}\\(a-1)x-a+3>0\longrightarrow 4x-2>0\leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}\end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 14. Viết lại $(m+2)x\le m+1\quad(1)$ và $(3m+1)x\le 3m-1\quad(2)$.

• Thay $m=-3$, ta được $\begin{cases}(m+2)x\le m+1\longrightarrow -x\le -2\leftrightarrow x\ge 2\\(3m+1)x\le 3m-1\longrightarrow -8x\le -10\leftrightarrow x\ge \dfrac{5}{4}\end{cases}$. Không thỏa mãn.

• Thay $m=-2$ thì hệ số của x ở (1) bằng 0, hệ số của x ở (2) khác 0. Không thỏa mãn.

• Thay $m=-1$ thì hệ số của x ở (1) dương, hệ số của x ở (2) âm. Suy ra nghiệm của hai bất phương trình ngược chiều. Không thỏa.

Đến đây dùng phương pháp loại trừ thì chỉ còn đáp án D.

• Thay $m=3$, ta được $\begin{cases}(m+2)x\le m+1\longrightarrow 5x\le 4\leftrightarrow x\le \dfrac{4}{5}\\(3m+1)x\le 3m-1\longrightarrow 10x\le 8\leftrightarrow x\le \dfrac{4}{5}\end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 15.

• Thay $m=1$, thì hệ số của x ở (1) dương, hệ số của x ở (2) dương. Suy ra nghiệm của hai bất phương trình ngược chiều. Không thỏa.

• Thay $m=0$, ta được $\begin{cases}(m+3)x\ge 3m-6\longrightarrow 3x\ge -6\leftrightarrow x\ge -2\\(2m-1)x\le m+2\longrightarrow -x\le 2\leftrightarrow x\ge -2\end{cases}$. Ta thấy thỏa mãn nhưng chưa đủ kết luận là đáp án B vì trong đáp án D cũng có $m=0$. Ta thử tiếp $m=4$.

• Thay $m=4$, thì hệ số của x ở (1) dương, hệ số của x ở (2) dương. Suy ra nghiệm của hai bất phương trình ngược chiều. Không thỏa mãn.

Vậy với $m=0$ thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 16.

• Nếu $a>0$ thì $ax+b>0\Leftrightarrow x>-\dfrac{b}{a}$ nên $S=\left(-\dfrac{b}{a};+\infty\right)\ne\varnothing$.

• Nếu $a<0$ thì $ax+b>0\Leftrightarrow x<-\dfrac{b}{a}$ nên $S=\left(-\infty;-\dfrac{b}{a}\right)\ne\varnothing$.

• Nếu $a=0$ thì $ax+b>0$ có dạng $0x+b>0$

• Với $b>0$ thì $S=\mathbb{R}$.

• Với $b\le 0$ thì $S=\varnothing$. **Chọn D.**

Câu 17.

• Nếu $a>0$ thì $ax+b>0\Leftrightarrow x>-\dfrac{b}{a}$ nên $S=\left(-\dfrac{b}{a};+\infty\right)\ne\varnothing$.

• Nếu $a<0$ thì $ax+b>0\Leftrightarrow x<-\dfrac{b}{a}$ nên $S=\left(-\infty;-\dfrac{b}{a}\right)\ne\varnothing$.

• Nếu $a=0$ thì $ax+b>0$ có dạng $0x+b>0$

• Với $b\le 0$ thì $S=\varnothing$.

• Với $b>0$ thì $S=\mathbb{R}$. **Chọn A.**

Câu 18.

• Nếu $a>0$ thì $ax+b\le 0 \Leftrightarrow x\le -\dfrac{b}{a}$ nên $S=\left(-\infty;-\dfrac{b}{a}\right]\ne\varnothing$.

• Nếu $a<0$ thì $ax+b\le 0 \Leftrightarrow x\ge -\dfrac{b}{a}$ nên $S=\left[-\dfrac{b}{a};+\infty\right)\ne\varnothing$.

• Nếu $a=0$ thì $ax+b\le 0$ có dạng $0x+b\le 0$

• Với $b\le 0$ thì $S=\mathbb{R}$.

• Với $b>0$ thì $S=\varnothing$. **Chọn A.**

Câu 19. Bất phương trình $5x-1\ge\dfrac{2x}{5}+3 \Leftrightarrow 25x-5\ge 2x+15 \Leftrightarrow 23x\ge 20 \Leftrightarrow x\ge\dfrac{20}{23}$.

Chọn D.

Câu 20. Bất phương trình $\dfrac{3x+5}{2}-1\le\dfrac{x+2}{3}+x \Leftrightarrow 9x+15-6\le 2x+4+6x \Leftrightarrow x\le -5$.

Vì $x\in\mathbb{Z},-10<x\le -5$ nên có 5 nghiệm nguyên. **Chọn B.**

Câu 21. Bất phương trình $\left(1-\sqrt{2}\right)x<3-2\sqrt{2} \Leftrightarrow x>\dfrac{3-2\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}=\dfrac{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}{1-\sqrt{2}}=1-\sqrt{2}$.

Chọn B.

Câu 22. Bất phương trình $x(2-x)\ge x(7-x)-6(x-1)$

$\Leftrightarrow 2x-x^2\ge 7x-x^2-6x+6 \Leftrightarrow x\ge 6 \xrightarrow[x\in\mathbb{Z}]{x\in[-10;10]} x\in\{6;7;8;9;10\}$. **Chọn D.**

Câu 23. Bất phương trình $(2x-1)(x+3)-3x+1\le(x-1)(x+3)+x^2-5$ tương đương với $2x^2+5x-3-3x+1\le x^2+2x-3+x^2-5 \Leftrightarrow 0.x\le -6 \Leftrightarrow x\in\varnothing \longrightarrow S=\varnothing$. **Chọn D.**

Câu 24. Bất phương trình $5(x+1)-x(7-x)>-2x$ tương đương với:

$5x+5-7x+x^2>-2x \Leftrightarrow x^2+5>0 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R} \longrightarrow S=\mathbb{R}$. **Chọn A.**

Câu 25. Bất phương trình $\left(x+\sqrt{3}\right)^2\ge\left(x-\sqrt{3}\right)^2+2$ tương đương với:

$x^2+2\sqrt{3}x+3\ge x^2-2\sqrt{3}x+3+2 \Leftrightarrow 4\sqrt{3}x\ge 2 \Leftrightarrow x\ge\dfrac{\sqrt{3}}{6} \longrightarrow S=\left[\dfrac{\sqrt{3}}{6};+\infty\right)$. **Chọn A.**

Câu 26. Bất phương trình tương đương $x^2-2x+1+x^2-6x+9+15<x^2+x^2-8x+16$

$\Leftrightarrow 0.x<-9$: vô nghiệm $\longrightarrow S=\varnothing$. **Chọn D.**

Câu 27. Điều kiện: $x\ge 0$.

Bất phương trình tương đương

$x+\sqrt{x}<2x-2\sqrt{x}+3\sqrt{x}-3 \Leftrightarrow -x<-3 \Leftrightarrow x>3 \longrightarrow S=(3;+\infty)$

Chọn B.

Câu 28. Điều kiện: $x\ge 2$. Bất phương trình tương đương $x\le 2 \longrightarrow x=2$. **Chọn C.**

Câu 29. Điều kiện: $x>4$. Bất phương trình tương đương :

$x-2\le 4 \Leftrightarrow x\le 6 \Rightarrow 4<x\le 6, x\in\mathbb{Z} \Rightarrow x=5; x=6 \longrightarrow S=5+6=11$. **Chọn B.**

Câu 30. Điều kiện: $x\ge 2$.

Bất phương trình tương đương với $\left[\begin{array}{l}\sqrt{x-2}=0\\ x-3\ge 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x\ge 3\end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 31. Rõ ràng nếu $m\ne 1$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Xét $m=1$ bất phương trình trở thành $0x>3$: vô nghiệm. **Chọn C.**

Câu 32. Bất phương trình tương đương với $\left(m^2-3m+2\right)x<2-m$.

Rõ ràng nếu $m^2-3m+2\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 1\\ m\neq 2\end{cases}$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Với $m=1$ bất phương trình trở thành $0x<1$: vô nghiệm.

Với $m=2$ bất phương trình trở thành $0x<0$: vô nghiệm.

Chọn C.

Câu 33. Rõ ràng nếu $m^2-m\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 1\\ m\neq 0\end{cases}$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Với $m=1$ bất phương trình trở thành $0x<1$: nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Với $m=0$ bất phương trình trở thành $0x<0$: vô nghiệm.

Chọn B.

Câu 34. Bất phương trình tương đương với $\left(m^2-m-6\right)x<-2-m$.

Rõ ràng nếu $m^2-m-6\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq -2\\ m\neq 3\end{cases}$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Với $m=-2$ bất phương trình trở thành $0x<0$: vô nghiệm.

Với $m=3$ bất phương trình trở thành $0x<-5$: vô nghiệm.

Suy ra $S=\{-2;3\}\longrightarrow -2+3=1$. **Chọn B.**

Câu 35. Bất phương trình tương đương với $(m-1)x\leq 2-m.$

Rõ ràng nếu $m\neq 1$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Xét $m=1$ bất phương trình trở thành $0x\leq 1$: nghiệm đúng với mọi x.

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

Câu 36. Bất phương trình tương đương với $(m+3)^2x\geq m-3$.

Với $m=-3$ bất phương trình trở thành $0x\geq -6$: nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Chọn D.

Câu 37. Bất phương trình tương đương với $\left(4m^2-5m-9\right)x\geq 4m^2-12m$.

Dễ dàng thấy nếu $4m^2-5m-9\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq -1\\ m\neq\dfrac{9}{4}\end{cases}$ thì bất phương trình không thể có nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Với $m=-1$ bất phương trình trở thành $0x\geq 16$: vô nghiệm.

Với $m=\dfrac{9}{4}$ bất phương trình trở thành $0x\geq -\dfrac{27}{4}$: nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Vậy giá trị cần tìm là $m=\dfrac{9}{4}$. **Chọn B.**

Câu 38. Bất phương trình tương đương với $\left(m^2-9\right)x\geq m^2+3m.$

Dễ dàng thấy nếu $m^2-9\neq 0\Leftrightarrow m\neq\pm 3$ thì bất phương trình không thể có nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R}$

Với $m=3$ bất phương trình trở thành $0x>18$: vô nghiệm

Với $m=-3$ bất phương trình trở thành $0x\geq 0$: nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}.$

Vậy giá trị cần tìm là $m=-3.$ **Chọn B.**

Câu 39. Để ý rằng, bất phương trình $ax+b>0$ (hoặc $<0,\ \geq 0,\ \leq 0$)

● Vô nghiệm $(S=\varnothing)$ hoặc có tập nghiệm là $S=\mathbb{R}$ thì chỉ xét riêng $a=0$.

● Có tập nghiệm là một tập con của $\mathbb{R}$ thì chỉ xét $a>0$ hoặc $a<0$.

Bất phương trình viết lại $(m-2)x>4-m^2$.

Xét $m-2>0\leftrightarrow m>2$, bất phương trình

$\Leftrightarrow x>\dfrac{4-m^2}{m-2}=-m-2\to S=(-m-2;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 40. Bất phương trình viết lại $(m-1)x\ge m^2-1$.

Xét $m-1>0\leftrightarrow m>1$, bất phương trình $\Leftrightarrow x\ge\dfrac{m^2-1}{m-1}=m+1\longrightarrow S=[m+1;+\infty)$.

Xét $m-1<0\leftrightarrow m<1$, bất phương trình $\Leftrightarrow x\le\dfrac{m^2-1}{m-1}=m+1\longrightarrow S=(-\infty;m+1]$.

Chọn C.

Câu 41. Bất phương trình viết lại $(m-2)x<m-3$.

● Rõ ràng $m-2\ne0\leftrightarrow m\ne2$ thì bất phương trình có nghiệm.

● Xét $m-2=0\leftrightarrow m=2$, bất phương trình trở thành $0x<-1$ (vô lí).

Vậy bất phương trình có nghiệm khi $m\ne2$. **Chọn A.**

Câu 42. Bất phương trình viết lại $(m+1)x<m+3$.

● Rõ ràng $m+1\ne0$ thì bất phương trình có nghiệm.

● Xét $m+1=0\leftrightarrow m=-1$, bất phương trình trở thành $0x<2$ (luôn đúng với mọi x).

Vậy bất phương trình có nghiệm với mọi m. **Chọn C.**

Câu 43.

● Rõ ràng $m^2+m-6\ne0$ thì bất phương trình có nghiệm.

● Xét $m^2+m-6=0\leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\longrightarrow0x\ge3\longrightarrow S=\varnothing\\ m=-3\longrightarrow0x\ge-2\longrightarrow S=\mathbb{R}\end{array}\right.$.

Hợp hai trường hợp, ta được bất phương trình có nghiệm khi $m\ne2$. **Chọn A.**

Câu 44. Bất phương trình viết lại $(m^2-m)x<m+1$.

● Rõ ràng $m^2-m\ne0$ thì bất phương trình có nghiệm.

● Xét $m^2-m=0\leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\longrightarrow0x<1\longrightarrow S=\mathbb{R}\\ m=1\longrightarrow0x<2\longrightarrow S=\mathbb{R}\end{array}\right.$.

Hợp hai trường hợp, ta được bất phương trình có nghiệm với mọi $m\in\mathbb{R}$. **Chọn D.**

Câu 45. Bất phương trình tương đương với $(m-2)x<3m-6$.

Với $m<2$, bất phương trình tương đương với $x>\dfrac{3m-6}{m-2}=3\longrightarrow S=(3;+\infty)$

Suy ra phần bù của S là $(-\infty;3]$. **Chọn D.**

Câu 46. Bất phương trình tương đương với $(2m-2)x\ge m+1$.

• Với $m=1$, bất phương trình trở thành $0x\ge2$: vô nghiệm. Do đó $m=1$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

• Với $m>1$, bất phương trình tương đương với $x\ge\dfrac{m+1}{2m-2}\longrightarrow S=\left[\dfrac{m+1}{2m-2};+\infty\right)$.

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \dfrac{m+1}{2m-2}=1 \Leftrightarrow m=3$: thỏa mãn $m>1$.

- Với $m<1$, bất phương trình tương đương với $x \le \dfrac{m+1}{2m-2} \longrightarrow S=\left(-\infty;\dfrac{m+1}{2m-2}\right]$: không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $m=3$ là giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 47. Bất phương trình tương đương với $2x-m<3x-3 \Leftrightarrow x>3-m.$

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S=(3-m;+\infty)$

Để bất phương trình trên có tập nghiệm là $(4;+\infty)$ thì $3-m=4 \Leftrightarrow m=-1.$ **Chọn C.**

Câu 48. Cách 1. Ta có $|x|<8 \Leftrightarrow -8<x<8 \Leftrightarrow x\in(-8;8).$

- **TH1:** $m>0$, bất phương trình $\Leftrightarrow mx>-4 \Leftrightarrow x>-\dfrac{4}{m} \longrightarrow S=\left(-\dfrac{4}{m};+\infty\right).$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (-8;8)\subset S \Leftrightarrow -\dfrac{4}{m}\le -8 \Leftrightarrow m\le \dfrac{1}{2}.$

Suy ra $0<m\le\dfrac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- **TH2:** $m=0$, bất phương trình trở thành $0.x+4>0$: đúng với mọi x.

Do đó $m=0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- **TH3:** $m<0$, bất phương trình $\Leftrightarrow mx>-4 \Leftrightarrow x<-\dfrac{4}{m} \longrightarrow S=\left(-\infty;-\dfrac{4}{m}\right).$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (-8;8)\subset S \Leftrightarrow -\dfrac{4}{m}\ge 8 \Leftrightarrow m\ge -\dfrac{1}{2}.$

Suy ra $-\dfrac{1}{2}\le m<0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Kết hợp các trường hợp ta được $-\dfrac{1}{2}\le m\le\dfrac{1}{2}$ là giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Cách 2. Yêu cầu bài toán tương đương với $f(x)=mx+4>0,\ \forall x\in(-8;8) \Leftrightarrow$ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên khoảng $(-8;8)$ nằm phía trên trục hoành $\Leftrightarrow$ hai đầu mút của đoạn thẳng đó đều nằm phía trên trục hoành

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(-8)\ge 0 \\ f(8)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8m+4\ge 0 \\ 8m+4\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le \dfrac{1}{2} \\ m\ge -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}\le m\le \dfrac{1}{2}.$$

Câu 49. Cách 1. Bất phương trình $\Leftrightarrow (m^2-m+1)x<2m^2-5 \longrightarrow x<\dfrac{2m^2-5}{m^2-m+1}$

$\longrightarrow S=\left(-\infty;\dfrac{2m^2-5}{m^2-m+1}\right)$ (vì $m^2-m+1=\left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0,\ \forall m\in\mathbb{R}$)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow [-2018;2]\subset\left(-\infty;\dfrac{2m^2-5}{m^2-m+1}\right) \leftrightarrow 2<\dfrac{2m^2-5}{m^2-m+1} \leftrightarrow m>\dfrac{7}{2}$. **Chọn C.**

Cách 2. Ta có $(m^2-m+1)x<2m^2-5 \Leftrightarrow (m^2-m+1)x-2m^2+5<0$.

Hàm số bậc nhất $y=(m^2-m+1)x-2m^2+5$ có hệ số $m^2-m+1>0$ nên đồng biến.

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y(2)<0 \Leftrightarrow (m^2-m+1).2-2m^2+5<0 \Leftrightarrow m>\frac{7}{2}$.

Câu 50. Bất phương trình $\Leftrightarrow (m^2+1)x \ge 2m^2-m \longrightarrow x \ge \frac{2m^2-m}{m^2+1}$

$\longrightarrow S=\left[\frac{2m^2-m}{m^2+1};+\infty\right)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow [-1;2]\cap\left[\frac{2m^2-m}{m^2+1};+\infty\right)\ne\varnothing \longleftrightarrow \frac{2m^2-m}{m^2+1}\le 2 \leftrightarrow m\ge -2$. **Chọn A.**

Câu 51. Ta có $\begin{cases}2-x>0\\2x+1<x-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2>x\\x<-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<2\\x<-3\end{cases} \Leftrightarrow x<-3$. **Chọn A.**

Câu 52. Ta có $\begin{cases}\frac{2x-1}{3}>-x+1\\\frac{4-3x}{2}<3-x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x-1>-3x+3\\4-3x<6-2x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}5x>4\\-x<2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>\frac{4}{5}\\x>-2\end{cases} \Leftrightarrow x>\frac{4}{5}$.

Chọn B.

Câu 53. Ta có $\begin{cases}\frac{x-1}{2}<-x+1\\3+x>\frac{5-2x}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-1<-2x+2\\6+2x>5-2x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x<3\\4x>-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<1\\x>-\frac{1}{4}\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 54. Ta có $\begin{cases}2x-1<-x+2017\\3+3x>\frac{2018-2x}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x<2018\\6+6x>2018-2x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x>2018\\8x>2012\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>\frac{2018}{3}\\x>\frac{2012}{8}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \frac{2018}{3}<x<\frac{2012}{8}.$$ **Chọn B.**

Câu 55. Ta có $\begin{cases}2(x-1)<1\\x\ge -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x<3\\x\ge -1\end{cases} \Leftrightarrow -1\le x<\frac{3}{2} \longrightarrow S=\left[-1;\frac{3}{2}\right)$. **Chọn A.**

Ta có $\begin{cases}2(x-1)>1\\x\ge -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x>3\\x\ge -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>\frac{3}{2}\\x\ge -1\end{cases} \Leftrightarrow x>\frac{3}{2} \longrightarrow S=\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. B sai.

Ta có $\begin{cases}2(x-1)<1\\x\le -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x<3\\x\le -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<\frac{3}{2}\\x\le -1\end{cases} \Leftrightarrow x\le -1 \longrightarrow S=(-\infty;-1]$. C sai.

Ta có $\begin{cases}2(x-1)>1\\x\le -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x>3\\x\le -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>\frac{3}{2}\\x\le -1\end{cases} \Leftrightarrow x\in\varnothing \longrightarrow S=\varnothing$. D sai.

Câu 56. Ta có $\begin{cases}2(x-1)<x+3\\2x\le 3(x+1)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x-2<x+3\\2x\le 3x+3\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x<5\\x\ge -3\end{cases} \Leftrightarrow -3\le x<5 \longrightarrow S=[-3;5)$. **Chọn C.**

Câu 57. Bất phương trình $\begin{cases} x-1<2x-3 \\ 5-3x\le 2x-6 \\ 3x\le x+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2<x \\ 11\le 5x \\ 2x\le 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x\ge \dfrac{11}{5} \\ x\le \dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{11}{5}\le x\le \dfrac{5}{2}$.

Suy ra $a+b=\dfrac{11}{5}+\dfrac{5}{2}=\dfrac{47}{10}$. **Chọn D.**

Câu 58. Bất phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 42x+5>28x+49 \\ 8x+3<4x+50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14x>44 \\ 4x<47 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{44}{14} \\ x<\dfrac{47}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{44}{14}<x<\dfrac{47}{4} \xrightarrow{x\in\mathbb{Z}} x\in\{4;5;6;7;8;9;10;11\}$. **Chọn C.**

Câu 59. Bất phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 5x-2<4x+5 \\ x^2<x^2+4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<7 \\ -4x<4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<7 \\ -x<1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x<7 \\ x>-1 \end{cases} \Leftrightarrow -1<x<7 \xrightarrow{x\in\mathbb{Z}} x\in\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Suy ra tổng bằng 21. **Chọn A.**

Câu 60. Bất phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x+x^2\le 8-4x+x^2 \\ x^3+6x^2+12x+8<x^3+6x^2+13x+9 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x\le 8-4x \\ 12x+8<13x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x\le 7 \\ -x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le \dfrac{7}{2} \\ x>-1 \end{cases} \Leftrightarrow -1<x\le \dfrac{7}{2} \xrightarrow{x\in\mathbb{Z}} x\in\{0;1;2;3\}$.

Suy ra tổng cần tính là $0+3=3$. **Chọn B.**

Câu 61. Bất phương trình $2x-1>0$ có tập nghiệm $S_1=\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Bất phương trình $x-m<2$ có tập nghiệm $S_2=(-\infty;m+2)$.

Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $S_1\cap S_2\ne\varnothing \Leftrightarrow m+2>\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow m>-\dfrac{3}{2}$. **Chọn C.**

Câu 62. Bất phương trình $3(x-6)<-3$ có tập nghiệm $S_1=(-\infty;5)$.

Bất phương trình $\dfrac{5x+m}{2}>7$ có tập nghiệm $S_2=\left(\dfrac{14-m}{5};+\infty\right)$.

Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $S_1\cap S_2\ne\varnothing \Leftrightarrow \dfrac{14-m}{5}<5\Leftrightarrow m>-11$. **Chọn A.**

Câu 63. Bất phương trình $x^2-1\le 0$ có tập nghiệm $S_1=[-1;1]$.

Bất phương trình $x-m>0$ có tập nghiệm $S_2=(m;+\infty)$.

Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow S_1\cap S_2\ne\varnothing \Leftrightarrow m<1$. **Chọn C.**

Câu 64. Bất phương trình $x-2\ge \Leftrightarrow x\ge 2$ có tập nghiệm $S_1=[2;+\infty)$.

Bất phương trình $(m^2+1)x<4\Leftrightarrow x<\dfrac{4}{m^2+1}$ (do $m^2+1>0$).

Suy ra $S_2=\left(-\infty;\dfrac{4}{m^2+1}\right)$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $S_1\cap S_2\ne\varnothing \longleftrightarrow \dfrac{4}{m^2+1}>2$

Giải bất phương trình $\frac{4}{m^2+1}>2 \Leftrightarrow 4>2\left(m^2+1\right) \Leftrightarrow 2>2m^2 \Leftrightarrow m^2<1 \Leftrightarrow -1<m<1$.

Chọn D.

Câu 65. Hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases} m^2x<m+2 \\ m^2x \geq 4m+1 \end{cases}$.

• Với $m=0$, ta có hệ bất phương trình trở thành $\begin{cases} 0x<2 \\ 0x \geq 1 \end{cases}$: hệ bất phương trình vô nghiệm.

• Với $m \neq 0$, ta có hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases} x<\frac{m+2}{m^2} \\ x \geq \frac{4m+1}{m^2} \end{cases}$.

Suy ra hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\frac{m+2}{m^2}>\frac{4m+1}{m^2} \Leftrightarrow m<\frac{1}{3}$.

Vậy $0 \neq m<\frac{1}{3}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 66. Bất phương trình $2x-1 \geq 3 \leftrightarrow x \geq 2 \longrightarrow S_1=[2;+\infty)$.

Bất phương trình $x-m \leq 0 \leftrightarrow x \leq m \longrightarrow S_2=(-\infty;m]$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2$ là tập hợp có đúng một phần tử $\Leftrightarrow 2=m$. **Chọn B.**

Câu 67. Bất phương trình $m^2x \geq 6-x \leftrightarrow \left(m^2+1\right)x \geq 6 \leftrightarrow x \geq \frac{6}{m^2+1}$

$\longrightarrow S_1=\left[\frac{6}{m^2+1};+\infty\right)$.

Bất phương trình $3x-1 \leq x+5 \leftrightarrow x \leq 3 \longrightarrow S_2=(-\infty;3]$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2$ là tập hợp có đúng một phần tử $\Leftrightarrow \frac{6}{m^2+1}=3 \Leftrightarrow m^2=1 \Leftrightarrow m=\pm 1$. **Chọn C.**

Câu 68. Bất phương trình $(x-3)^2 \geq x^2+7x+1 \leftrightarrow x^2-6x+9 \geq x^2+7x+1 \leftrightarrow x \leq \frac{8}{13}$

$\longrightarrow S_1=\left(-\infty;\frac{8}{13}\right]$.

Bất phương trình $2m \leq 8+5x \Leftrightarrow x \geq \frac{2m-8}{5} \longrightarrow S_2=\left[\frac{2m-8}{5};+\infty\right)$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2$ là tập hợp có đúng một phần tử $\Leftrightarrow \frac{8}{13}=\frac{2m-8}{5} \Leftrightarrow m=\frac{72}{13}$. **Chọn A.**

Câu 69. Giả sử hệ có nghiệm duy nhất thì $\frac{m-3}{m}=\frac{m-9}{m+3} \Leftrightarrow m=1$.

Thử lại với $m=1$, hệ bất phương trình trở thành $\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x=-2$.

Vậy $m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

Câu 70. Hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases}(2m-1)x \ge 3-2m \\ (4m-4)x \ge -3\end{cases}$.

Giả sử hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất thì

$\dfrac{3-2m}{2m-1} = \dfrac{-3}{4m-4} \Leftrightarrow 8m^2 - 26m + 15 = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{3}{4}$ hoặc $m = \dfrac{5}{2}$.

Thử lại

- Với $m = \dfrac{3}{4}$, hệ trở thành $\begin{cases}\left(\dfrac{3}{2}-1\right)x \ge 3 - \dfrac{3}{2} \\ -x \ge -3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x \ge 3 \\ x \le 3\end{cases} \Leftrightarrow x = 3$: thỏa mãn.
- Với $m = \dfrac{5}{2}$, hệ trở thành $\begin{cases}4x \ge -2 \\ 6x \ge -3\end{cases} \Leftrightarrow x \ge -\dfrac{1}{2}$: không thỏa mãn.

Vậy $m = \dfrac{3}{4}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 71. Bất phương trình $3x + 4 > x + 9 \leftrightarrow 2x > 5 \leftrightarrow x > \dfrac{5}{2} \longrightarrow S_1 = \left(\dfrac{5}{2}; +\infty\right)$.

Bất phương trình $1 - 2x \le m - 3x + 1 \leftrightarrow x \le m \longrightarrow S_2 = (-\infty; m]$.

Để hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \varnothing \Leftrightarrow m \le \dfrac{5}{2}$. **Chọn D.**

Câu 72. Bất phương trình $2x + 7 \ge 8x + 1 \leftrightarrow -6x \ge -6 \leftrightarrow x \le 1 \longrightarrow S_1 = (-\infty; 1]$.

Bất phương trình $m + 5 < 2x \leftrightarrow x > \dfrac{m+5}{2} \longrightarrow S_2 = \left(\dfrac{m+5}{2}; +\infty\right)$.

Để hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \varnothing \Leftrightarrow 1 \le \dfrac{m+5}{2} \Leftrightarrow m \ge -3$. **Chọn B.**

Câu 73. Bất phương trình $(x-3)^2 \ge x^2 + 7x + 1 \leftrightarrow x^2 - 6x + 9 \ge x^2 + 7x + 1$

$\leftrightarrow -6x + 9 \ge 7x + 1 \leftrightarrow 8 \ge 13x \leftrightarrow x \le \dfrac{8}{13} \longrightarrow S_1 = \left(-\infty; \dfrac{8}{13}\right]$.

Bất phương trình $2m \le 8 + 5x \leftrightarrow 2m - 8 \le 5x \leftrightarrow x \ge \dfrac{2m-8}{5} \longrightarrow S_2 = \left[\dfrac{2m-8}{5}; +\infty\right)$.

Để hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \varnothing \Leftrightarrow \dfrac{8}{13} < \dfrac{2m-8}{5} \Leftrightarrow m > \dfrac{72}{13}$.

Chọn A.

Câu 74. Bất phương trình $3x + 5 \ge x - 1 \leftrightarrow 2x \ge -6 \leftrightarrow x \ge -3 \longrightarrow S_1 = [-3; +\infty)$.

Bất phương trình $(x+2)^2 \le (x-1)^2 + 9 \leftrightarrow x^2 + 4x + 4 \le x^2 - 2x + 1 + 9$

$\leftrightarrow 4x + 4 \le -2x + 1 + 9 \leftrightarrow 6x \le 6 \leftrightarrow x \le 1 \longrightarrow S_2 = (-\infty; 1]$.

Suy ra $S_1 \cap S_2 = [-3; 1]$.

Bất phương trình $mx + 1 > (m-2)x + m \leftrightarrow mx + 1 > mx - 2x + m$

$\leftrightarrow 1 > -2x + m \leftrightarrow 2x > m - 1 \leftrightarrow x > \dfrac{m-1}{2} \longrightarrow S_3 = \left(\dfrac{m-1}{2}; +\infty\right)$.

Để hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow (S_1 \cap S_2) \cap S_3 = \varnothing \Leftrightarrow \dfrac{m-1}{2} \ge 1 \Leftrightarrow m \ge 3$.

Chọn B.

Câu 75. Bất phương trình

$$2(x-3)<5(x-4)\leftrightarrow x>\frac{14}{3}\longrightarrow S_1=\left(\frac{14}{3};+\infty\right).$$

Bất phương trình $mx+1\le x-1\leftrightarrow (m-1)x\le -2$. (*)

• Với $m=1$, khi đó (*) trở thành $0x\le -2$: vô nghiệm $\longrightarrow$ hệ vô nghiệm.

$\longrightarrow$ trong trường hợp này ta chọn $m=1$.

• Với $m>1$, ta có $(*)\leftrightarrow x\le \frac{-2}{m-1}\longrightarrow S_2=\left(-\infty;\frac{-2}{m-1}\right]$

$\longrightarrow$ hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow S_1\cap S_2=\varnothing \Leftrightarrow \frac{-2}{m-1}\le\frac{14}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{-6}{3(m-1)}\le\frac{14(m-1)}{3(m-1)}\Leftrightarrow -6\le 14(m-1)\Leftrightarrow m\ge\frac{4}{7}$ (do với $m>1\to m-1>0$).

$\longrightarrow$ trong trường hợp này ta chọn $m>1$.

• Với $m<1$, ta có $(*)\leftrightarrow x\ge\frac{-2}{m-1}\longrightarrow S_2=\left[\frac{-2}{m-1};+\infty\right)$.

Khi đó $S_1\cap S_2$ luôn luôn khác rỗng nên $m<1$ không thỏa mãn.

Vậy $m\ge 1$ thì hệ bất phương trình vô nghiệm.

Chọn B.

BÀI 3. DẤU CỦA NHỊ THỨC BẬC NHẤT

Câu 1. Ta có $f(x)\ge 0\Leftrightarrow 2x-4\ge 0\Leftrightarrow x\ge 2\Leftrightarrow x\in[2;+\infty)$. **Chọn A.**

Câu 2. Ta có $f(x)=0\Leftrightarrow (x+5)(3-x)=0.$

Phương trình $x+5=0\Leftrightarrow x=-5$ và $3-x=0\Leftrightarrow x=3.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-5		3		$+\infty$
$x+5$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$3-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)\le 0\Leftrightarrow x\in(-\infty;-5]\cup[3;+\infty)$. **Chọn D.**

Câu 3. Ta có $x=0$; $x-2=0\Leftrightarrow x=2$ và $3-x=0\Leftrightarrow x=3$. Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x-2$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$3-x$		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)<0\Leftrightarrow x\in(0;2)\cup(3;+\infty)$. **Chọn A.**

Câu 4. Ta có $f(x)=0\Leftrightarrow 9x^2-1=0\Leftrightarrow (3x-1)(3x+1)=0.$

Phương trình $3x-1=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$ và $3x+1=0\Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$3x-1$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$3x+1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$. **Chọn D.**

Câu 5. Ta có $(2x-1)(x^3-1)=0 \Leftrightarrow (2x-1)(x-1)(x^2+x+1)=0.$

Phương trình $2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$; $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$ và $x^2+x+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$2x-1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$x-1$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
x^2+x+1		$+$	$\vert$	$-$	$\vert$	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, suy ra $f(x)\ge 0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup[1;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 6. Ta có $f(x)\le 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3x-6}\le 0 \Leftrightarrow 3x-6<0 \Leftrightarrow x<2 \Leftrightarrow x\in(-\infty;2)$. **Chọn A.**

Câu 7. Phương trình $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$; $2-x=0 \Leftrightarrow x=2$ và $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$2-x$		$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$x-1$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-3)\cup(1;2)$. **Chọn D.**

Câu 8. Phương trình $4x-8=0 \Leftrightarrow x=2$; $2+x=0 \Leftrightarrow x=-2$ và $4-x=0 \Leftrightarrow x=4$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		2		4		$+\infty$
$4x-8$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$4-x$		$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)\ge 0 \Leftrightarrow x\in x\in(-\infty;-2]\cup[2;4)$. **Chọn A.**

Câu 9. Phương trình $x=0$; $x-3=0\Leftrightarrow x=3$; $x-5=0\Leftrightarrow x=5$ và $1-x=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		1		3		5		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-5$		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	||	$+$	
$1-x$		$+$	|	$+$	||	$-$	|	$-$	|	$-$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	||	$-$	0	$+$	||	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)\geq 0\Leftrightarrow x\in[0;1)\cup[3;5)$.

Chọn C.

Câu 10. Ta có $f(x)=\frac{4x-12}{x^2-4x}=\frac{4x-12}{x(x-4)}$.

Phương trình $4x-12=0\Leftrightarrow x=3$; $x=0$ và $x-4=0\Leftrightarrow x=4$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		3		4		$+\infty$
$4x-12$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
x		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x-4$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	||	$+$	0	$-$	||	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, suy ra $f(x)\leq 0\Leftrightarrow x\in(-\infty;0)\cup[3;4)$. **Chọn C.**

Câu 11. Ta có $f(x)=\frac{2-x}{x+1}+2=\frac{2-x+2(x+1)}{x+1}=\frac{x+4}{x+1}$.

Phương trình $x+4=0\Leftrightarrow x=-4$ và $x+1=0\Leftrightarrow x=-1$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-4		-1		$+\infty$
$x+4$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x+1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	||	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)<0\Leftrightarrow x\in(-4;-1)$. **Chọn C.**

Câu 12. Ta có $f(x)=1-\frac{2-x}{3x-2}=\frac{3x-2-2+x}{3x-2}=\frac{4x-4}{3x-2}$.

Phương trình $4x-4=0\Leftrightarrow x=1$ và $3x-2=0\Leftrightarrow x=\frac{2}{3}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		1		$+\infty$
$4x-4$		$-$	|	$-$	0	$+$	

$3x-2$	$-$	0	$+$	|	$+$
$f(x)$	$+$	‖	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)\le 0 \Leftrightarrow x\in\left(\frac{2}{3};1\right]$.

Chọn C.

Câu 13. Ta có $f(x)=-\frac{4}{3x+1}-\frac{3}{2-x}=\frac{3}{x-2}-\frac{4}{3x+1}=\frac{5x+11}{(x-2)(3x+1)}$.

Phương trình $5x+11=0 \Leftrightarrow x=-\frac{11}{5}$; $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$

và $3x+1=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-\frac{11}{5}$		$-\frac{1}{3}$		2		$+\infty$
$5x+11$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x-2$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$3x+1$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	‖	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\frac{11}{5};-\frac{1}{3}\right)\cup(2;+\infty)$. **Chọn B.**

Câu 14. Ta có $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{2}{x+4}-\frac{3}{x+3}<0 \Leftrightarrow \frac{x+12}{x(x+3)(x+4)}<0$.

Phương trình $x+12=0 \Leftrightarrow x=-12$; $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$ và $x+4=0 \Leftrightarrow x=-4$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-12		-4		-3		0		$+\infty$
$x+12$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
x		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x+4$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	‖	$-$	‖	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-12;-4)\cup(-3;0)$. **Chọn A.**

Câu 15. Ta có $1-f(x)=1-\frac{(x-3)(x+2)}{x^2-1}=1-\frac{x^2-x-6}{x^2-1}=\frac{x+5}{(x-1)(x+1)}$.

Phương trình $x+5=0 \Leftrightarrow x=-5$; $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$ và $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-5		-1		1		$+\infty$
$x+5$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	

$x-1$	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$
$1-f(x)$	$-$	0	$+$	||	$-$	||	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $1-f(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-5;-1)\cup(1;+\infty)$.

Vậy có tất cả 3 giá trị nguyên âm của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn C.**

Câu 16. Đặt $f(x)=(2x+8)(1-x)$

Phương trình $2x+8=0 \Leftrightarrow x=-4$ và $1-x=0 \Leftrightarrow x=1$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
$2x+8$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$1-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu ta có $f(x)>0 \Leftrightarrow -4<x<1 \Leftrightarrow x\in(-4;1)$.

Khi đó $b=1,\ a=-4 \Rightarrow b-a=5$. **Chọn B.**

Câu 17. Phương trình $x+4=0 \Leftrightarrow x=-4$ và $x+5=0 \Leftrightarrow x=-5$.

Phương trình $x-4=0 \Leftrightarrow x=4$ và $5x-25=0 \Leftrightarrow x-5=0 \Leftrightarrow x=5$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-5		-4		4		5		$+\infty$
$x+5$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x+4$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x-4$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-5$		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$(x+4)(x+5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$(x+4)(x-5)$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$(x-4)(x-5)$		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta thấy tập nghiệm $S=(-4;5)$ là nghiệm của bất phương trình $(x+4)(5x-25)<0$.

Chọn B.

Câu 18. Đặt $f(x)=(x+3)(x-1)$

Phương trình $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$ và $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta có $(x+3)(x-1)\le 0 \Leftrightarrow -3\le x\le 1 \Leftrightarrow x\in[-3;1]$.

Suy ra các nghiệm nguyên của bất phương trình là $-3,-2,-1,0,1$.

Suy ra tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình bằng -5.

Chọn C.

Câu 19. Đặt $f(x)=x(x-5)$.

Phương trình $x=0$ và $x-5=0\Leftrightarrow x=5$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		5		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	$\mid$	$+$	
$x-5$		$-$	$\mid$	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $x\in[0;5]\Leftrightarrow f(x)\le 0\Leftrightarrow x(x-5)\le 0$. **Chọn B.**

Câu 20. Đặt $f(x)=x(x-2)(x+1)$.

Phương trình $x=0$; $x-2=0\Leftrightarrow x=2$ và $x+1=0\Leftrightarrow x=-1$. Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
x		$-$	$\mid$	$-$	0	$+$	$\mid$	$+$	
$x-2$		$-$	$\mid$	$-$	$\mid$	$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$	$\mid$	$+$	$\mid$	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f(x)>0\Leftrightarrow x\in(-1;0)\cup(2;+\infty)$.

Vậy nghiệm nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình là 3. **Chọn B.**

Câu 21. Phương trình $x+3=0\Leftrightarrow x=-3$; $x-3=0\Leftrightarrow x=3$.

Và $x-5=0\Leftrightarrow x=5$; $14-2x=0\Leftrightarrow x=7$. Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		3		5		7		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$	$\mid$	$+$	$\mid$	$+$	$\mid$	$+$	
$x-3$		$-$	$\mid$	$-$	0	$+$	$\mid$	$+$	$\mid$	$+$	
$x-5$		$-$	$\mid$	$-$	$\mid$	$-$	0	$+$	$\mid$	$+$	
$14-2x$		$+$	$\mid$	$+$	$\mid$	$+$	$\mid$	$+$	0	$-$	
$(x+3)(x-5)(14-2x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\mid$	$+$	0	$-$	
$(x-3)(x-5)(14-2x)$		$+$	$\mid$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu ta thấy tập nghiệm $S=(-\infty;3)\cup(5;7)$ là tập nghiệm của bất phương trình $(x-3)(x-5)(14-2x)>0$. **Chọn B.**

Câu 22. Đặt $f(x)=(2-x)(x+1)(3-x)$

Phương trình $2-x=0\Leftrightarrow x=2$; $x+1=0\Leftrightarrow x=-1$ và $3-x=0\Leftrightarrow x=3$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
$2-x$		$+$	$\mid$	$+$	0	$-$	$\mid$	$-$	
$x+1$		$-$	0	$+$	$\mid$	$+$	$\mid$	$+$	
$3-x$		$+$	$\mid$	$+$	$\mid$	$+$	$\mid$	$-$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) \le 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-1] \cup [2;3]$.

Vậy bất phương trình đã cho có 2 nghiệm nguyên dương. **Chọn D.**

Câu 23. Bất phương trình $(3x-6)(x-2)(x+2)(x-1) > 0 \Leftrightarrow 3(x-2)^2(x+2)(x-1) > 0$

Vì $(x-2)^2 > 0, \forall x \ne 2$ nên bất phương trình trở thành $\begin{cases} x \ne 2 \\ (x+2)(x-1) > 0 \end{cases}$.

Đặt $f(x) = (x+2)(x-1)$. Phương trình $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ và $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-2) \cup (1;+\infty)$.

Kết hợp với điều kiện $x \ne 2$, ta được $\Leftrightarrow x \in (-\infty;-2) \cup (1;2) \cup (2;+\infty)$.

Do đó, nghiệm nguyên âm lớn nhất của bất phương trình là -3 và nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình là 3. Vậy tích cần tính là $(-3).3 = -9$. **Chọn A.**

Câu 24. Đặt $f(x) = 2x(4-x)(3-x)(3+x)$.

Phương trình $2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$; $4-x=0 \Leftrightarrow x=4$;

Và $3-x=0 \Leftrightarrow x=3$; $3+x=0 \Leftrightarrow x=-3$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		0		3		4		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
$2x$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$3-x$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$4-x$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta có $f(x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 4 \\ 0 < x < 3 \\ x < -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow x \in (-\infty;-3) \cup (0;3) \cup (4;+\infty)$.

Suy ra tập nghiệm bất phương trình là hợp của ba khoảng.

Chọn C.

Câu 25. Bất phương trình $(x-1)\sqrt{x(x+2)} \ge 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \ge 0 \\ x(x+2) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ x(x+2) \ge 0 \end{cases}$.

Đặt $f(x) = x(x+2)$.

Phương trình $x = 0$ và $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge 0 \\ x\le -2 \end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện $x\ge 1,$ ta được tập nghiệm $S=[1;+\infty)$.

Vậy nghiệm nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình là $x=1$. **Chọn C.**

Câu 26. Đặt $f(x)=\dfrac{2-x}{2x+1}$. Ta có $2-x=0\Leftrightarrow x=2$ và $2x+1=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$2-x$		$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$2x+1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$f(x)$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy rằng $f(x)\ge 0\Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}<x\le 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-\dfrac{1}{2};2\right]$. **Chọn C.**

Câu 27. Đặt $f(x)=\dfrac{(3-x)(x-2)}{x+1}$. Ta có $\begin{cases} 3-x=0\Leftrightarrow x=3 \\ x-2=0\Leftrightarrow x=2 \end{cases}$; $x+1=0\Leftrightarrow x=-1$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
$3-x$		$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$x-2$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$f(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)\le 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<x\le 2 \\ x\ge 3 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-1;2]\cup[3;+\infty)$.

Chọn A.

Câu 28. Bất phương trình $\dfrac{3}{2-x}<1\Leftrightarrow \dfrac{3}{2-x}-1<0\Leftrightarrow \dfrac{x+1}{2-x}<0$.

Đặt $f(x)=\dfrac{x+1}{2-x}$. Ta có $x+1=0\Leftrightarrow x=-1$ và $2-x=0\Leftrightarrow x=2$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$2-x$		$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$x+1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)<0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x>2 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 29. Bất phương trình $\dfrac{x^2+x-3}{x^2-4}\geq 1\Leftrightarrow\dfrac{x^2+x-3}{x^2-4}-1\geq 0\Leftrightarrow\dfrac{x+1}{(x-2)(x+2)}\geq 0.$

Đặt $f(x)=\dfrac{x+1}{(x-2)(x+2)}$. Ta có $x+1=0\Leftrightarrow x=-1$ và $(x-2)(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		-1		2		$+\infty$
$x+1$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-2$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	||	$+$	0	$-$	||	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2<x\leq -1\\x>2\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-2;-1]\cup(2;+\infty)$. Chọn B.

Câu 30. Bất phương trình $\dfrac{4}{x-1}-\dfrac{2}{x+1}<0\Leftrightarrow\dfrac{2x+6}{(x-1)(x+1)}<0.$

Đặt $f(x)=\dfrac{2x+6}{(x-1)(x+1)}$. Ta có $2x+6=0\Leftrightarrow x=-3$ và $(x-1)(x+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$2x+6$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x-1$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	||	$-$	||	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-3\\-1<x<1\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;-3)\cup(-1;1)$. **Chọn B.**

Câu 31. Bất phương trình $\dfrac{3}{1-x}\geq\dfrac{5}{2x+1}\Leftrightarrow\dfrac{11x-2}{(1-x)(2x+1)}\geq 0.$

Đặt $f(x)=\dfrac{11x-2}{(1-x)(2x+1)}$. Ta có $11x-2=0\Leftrightarrow x=\dfrac{2}{11}$; $\begin{cases}1-x=0\Leftrightarrow x=1\\2x+1=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{2}{11}$		1		$+\infty$
$11x-2$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$1-x$		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	

$2x+1$	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$
$f(x)$	$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-\frac{1}{2} \\ \frac{2}{11}\le x<1 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left[\frac{2}{11};1\right)$. **Chọn A.**

Câu 32. Bất phương trình $\frac{2x}{x+1}-\frac{1}{x-1}\le 2 \Leftrightarrow \frac{1-3x}{(x-1)(x+1)}\le 0$.

Đặt $f(x)=\frac{1-3x}{(x-1)(x+1)}$. Ta có $1-3x=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$; $\begin{cases} x-1=0\Leftrightarrow x=1 \\ x+1=0\Leftrightarrow x=-1 \end{cases}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$1-3x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$x-1$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<x\le\frac{1}{3} \\ x>1 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-1;\frac{1}{3}\right]\cup(1;+\infty)$. **Chọn A.**

Câu 33. Bất phương trình $\frac{1}{x}+\frac{2}{x+4}<\frac{3}{x+3} \Leftrightarrow \frac{x+12}{x(x+3)(x+4)}<0$.

Đặt $f(x)=\frac{x+12}{x(x+3)(x+4)}$. Ta có $x+12=0\Leftrightarrow x=-12$; $\begin{cases} x+3=0\Leftrightarrow x=-3 \\ x+4=0\Leftrightarrow x=-4 \end{cases}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-12		-4		-3		0		$+\infty$
$x+12$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
x		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x+4$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	‖	$-$	‖	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -12<x<-4 \\ -3<x<0 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-12;-4)\cup(-3;0)$. **Chọn D.**

Câu 34. Bất phương trình $\frac{1}{x+1}<\frac{1}{(x-1)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{x+1}-\frac{1}{(x-1)^2}<0$.

$\Leftrightarrow \dfrac{(x-1)^2-(x+1)}{(x+1)(x-1)^2}<0 \Leftrightarrow \dfrac{x(x-3)}{(x+1)(x-1)^2}<0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ \dfrac{x(x-3)}{x+1}<0 \end{cases}$ (vì $(x-1)^2>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$).

Đặt $f(x)=\dfrac{x(x-3)}{x+1}$. Ta có $x-3=0\Leftrightarrow x=3$ và $x+1=0\Leftrightarrow x=-1$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
x		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$-$	
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	||	$+$	0	$-$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)<0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ 0<x<3 \end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện $x\neq 1$, ta được tập nghiệm $S=(-\infty;-1)\cup(0;1)\cup(1;3)$.

Chọn C.

Câu 35. Bất phương trình tương đương với

$\dfrac{x(x+4)}{x(x-3)(x+3)}-\dfrac{2x(x-3)}{x(x-3)(x+3)}<-\dfrac{4x(x+3)}{x(x-3)(x+3)} \Leftrightarrow \dfrac{3x+22}{(x-3)(x+3)}<0.$

Đặt $f(x)=\dfrac{3x+22}{(x-3)(x+3)}$. Ta có $3x+22=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{22}{3}$; $\begin{cases} x-3=0\Leftrightarrow x=3 \\ x+3=0\Leftrightarrow x=-3 \end{cases}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-\dfrac{22}{3}$		-3		3		$+\infty$
$3x+22$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$-$	|	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	||	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x)<0\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\dfrac{22}{3}\right)\cup(-3;3)$.

Vậy nghiệm nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình là $x=2$. **Chọn A.**

Câu 36. Ta có $|x-1|<1\Leftrightarrow -1<x-1<1\Leftrightarrow 0<x<2$. **Chọn D.**

Câu 37. Ta có $|2x-3|\leq 1\Leftrightarrow -1\leq 2x-3\leq 1\Leftrightarrow 2\leq 2x\leq 4\Leftrightarrow 1\leq x\leq 2$. **Chọn C.**

Câu 38. Ta có $|3x-4|\leq 2\Leftrightarrow -2\leq 3x-4\geq 2\Leftrightarrow 2\leq 3x\leq 6\Leftrightarrow \dfrac{2}{3}\leq x\leq 2$. **Chọn B.**

Câu 39. Ta có $|1-3x|>2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-3x>2 \\ 1-3x<-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1>3x \\ 3x>3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-\dfrac{1}{3} \\ x>1 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$. **Chọn A.**

Câu 40. Vì $|x-3|\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên suy ra $|x-3|>-1,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\mathbb{R}$. **Chọn D.**

Câu 41.

Cách 1. Bất phương trình $|5x-4|\ge 6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5x-4\ge 6\\5x-4\le -6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5x\ge 10\\5x\le -2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 2\\x\le -\frac{2}{5}\end{array}\right.$.

Cách 2. TH1. Với $5x-4\ge 0$, bất phương trình $|5x-4|\ge 6\Leftrightarrow 5x-4\ge 6\Leftrightarrow x\ge 2$.

TH2. Với $5x-4<0$, bất phương trình $|5x-4|\ge 6\Leftrightarrow -5x+4\ge 6\Leftrightarrow 5x\le -2\Leftrightarrow x\le -\frac{2}{5}$.

Do đó, tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-\infty;-\frac{2}{5}\right]\cup[2;+\infty)$.

Mặt khác $S=(-\infty;a]\cup[b;+\infty)$ suy ra $\begin{cases}a=-\frac{2}{5}\\b=2\end{cases}\Rightarrow 5a+b=5.\left(-\frac{2}{5}\right)+2=0$. **Chọn C.**

Câu 42. Điều kiện: $x+1\ne 0\Leftrightarrow x\ne -1$.

Bất phương trình $\left|\frac{2-x}{x+1}\right|\ge 2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{2-x}{x+1}\ge 2\\\frac{2-x}{x+1}\le -2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{2-x}{x+1}-2\ge 0\\\frac{2-x}{x+1}+2\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}-\frac{3x}{x+1}\ge 0 & (1)\\\frac{4+x}{x+1}\le 0 & (2)\end{array}\right.$

Giải (1), ta có bất phương trình $(1)\Leftrightarrow\frac{x}{x+1}\le 0\Leftrightarrow -1<x\le 0$.

Giải (2), ta có bất phương trình $(2)\Leftrightarrow -4\le x<-1$.

Do đó, tập nghiệm của bất phương trình là $S=[-4;-1)\cup(-1;0]$.

Vậy có tất cả 4 giá trị nguyên x cần tìm là $x=\{-4;-3;-2;0\}$. **Chọn B.**

Câu 43. Bất phương trình $1\le|x-2|\le 4\Leftrightarrow\begin{cases}|x-2|\le 4\\|x-2|\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4\le x-2\le 4\\\left[\begin{array}{l}x-2\ge 1\\x-2\le -1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2\le x\le 6\\\left[\begin{array}{l}x\ge 3\\x\le 1\end{array}\right.\end{cases}$

Do đó, tập nghiệm của bất phương trình là $S=[-2;1]\cup[3;6]$.

Vậy số nghiệm nguyên thỏa mãn bất phương trình là 8. **Chọn D.**

Câu 44. Ta có $|3x-3|\le|2x+1|\Leftrightarrow|3x-3|^2\le|2x+1|^2\Leftrightarrow(3x-3)^2-(2x+1)^2\le 0$

$\Leftrightarrow(3x-3-2x-1)(3x-3+2x+1)\le 0\Leftrightarrow(x-4)(5x-2)\le 0\Leftrightarrow\frac{2}{5}\le x\le 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left[\frac{2}{5};4\right]$. **Chọn C.**

Câu 45. Ta có $|x-3|>|2x+4|\Leftrightarrow|x-3|^2>|2x+4|^2\Leftrightarrow(x-3)^2-(2x+4)^2>0$

$\Leftrightarrow(x-3-2x-4)(x-3+2x+4)>0\Leftrightarrow(-x-7)(3x+1)>0\Leftrightarrow -7<x<-\frac{1}{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-7;-\frac{1}{3}\right)$. **Chọn C.**

Câu 46.

TH1. Với $2x+1\ge 0 \Leftrightarrow x\ge -\frac{1}{2}$, khi đó $|2x+1|<3x \Leftrightarrow 2x+1<3x \Leftrightarrow x>1$.

Kết hợp với điều kiện $x\ge -\frac{1}{2}$ suy ra $S_1=(1;+\infty)$.

TH2. Với $2x+1<0 \Leftrightarrow x<-\frac{1}{2}$, khi đó $|2x+1|<3x \Leftrightarrow -2x-1<3x \Leftrightarrow x>-\frac{1}{5}$.

Kết hợp với điều kiện $x<-\frac{1}{2}$ suy ra $S_2=\varnothing$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=S_1\cup S_2=(1;+\infty)$. **Chọn A.**

Câu 47.

TH1. Với $2x-4\ge 0 \Leftrightarrow x\ge 2$, ta có $x+12\ge|2x-4| \Leftrightarrow x+12\ge 2x-4 \Leftrightarrow x\le 16$.

Kết hợp với điều kiện $x\ge 2$, ta được tập nghiệm $S_1=[2;16]$.

TH2. Với $2x-4<0 \Leftrightarrow x<2$, ta có $x+12\ge -2x+4 \Leftrightarrow 3x\ge -8 \Leftrightarrow x\ge -\frac{8}{3}$.

Kết hợp với điều kiện $x<2$, ta được tập nghiệm $S_2=\left[-\frac{8}{3};2\right)$.

Do đó, tập nghiệm của bất phương trình là $S=S_1\cup S_2=\left[-\frac{8}{3};16\right]$.

Vậy số nghiệm nguyên x thỏa mãn bất phương trình là 19. **Chọn B.**

Câu 48. Ta có $|3x-4|\ge x-3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3x-4\ge x-3\\3x-4\le -(x-3)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x\ge 1\\4x\le 7\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\ge \frac{1}{2}\\x\le \frac{7}{4}\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left[\frac{1}{2};\frac{7}{4}\right]$. **Chọn B.**

Câu 49. Điều kiện: $x+2\ne 0 \Leftrightarrow x\ne -2$.

TH1. Với $x-1\ge 0 \Leftrightarrow x\ge 1$, ta có $\frac{|x-1|}{x+2}<1 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x+2}<1 \Leftrightarrow \frac{3}{x+2}>0 \Leftrightarrow x>-2$.

Kết hợp với điều kiện $x\ge 1$, ta được tập nghiệm $S_1=(1;+\infty)$.

TH2. Với $x-1<0 \Leftrightarrow x<1$, ta có $\frac{|x-1|}{x+2}<1 \Leftrightarrow \frac{1-x}{x+2}<1 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{x+2}>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>-\frac{1}{2}\\x<-2\end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện $x<1$, ta được tập nghiệm là $S_2=(-\infty;-2)\cup\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=S_1\cup S_2=(-\infty;-2)\cup\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **Chọn B.**

Câu 50. Điều kiện: $x\ne 0$.

TH1. Với $x+2\ge 0 \Leftrightarrow x\ge -2$, ta có

$$\frac{|x+2|-x}{x}\le 2 \Leftrightarrow \frac{x+2-x}{x}\le 2 \Leftrightarrow \frac{1-x}{x}\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\ge 1\\x<0\end{array}\right..$$

Kết hợp với điều kiện $x\ge -2$, ta được tập nghiệm $S_1=(-2;0)\cup[1;+\infty)$.

TH2. Với $x+2<0 \Leftrightarrow x<-2$, ta có $\frac{|x+2|-x}{x}\le 2 \Leftrightarrow \frac{-x-2-x}{x}\le 2 \Leftrightarrow -\frac{2x+2}{x}\le 2$

$$\Leftrightarrow -\frac{x+1}{x}\le 1 \Leftrightarrow 1+\frac{x+1}{x}\ge 0 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{x}\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>0 \\ x\le -\frac{1}{2} \end{array}\right..$$

Kết hợp với điều kiện $x<-2,$ ta được tập nghiệm là $S_2=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right].$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=S_1\cup S_2=(-\infty;0)\cup[1;+\infty).$ **Chọn C.**

Câu 51. Xét bất phương trình $|x+2|+|-2x+1|\le x+1 \qquad (*).$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$-2x+1$		$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	

TH1. Với $x<-2,$ khi đó $(*)\Leftrightarrow(-x-2)+(-2x+1)\le x+1\Leftrightarrow -2\le 4x\Leftrightarrow x\ge -\frac{1}{2}.$

Kết hợp với điều kiện $x<-2,$ ta được tập nghiệm $S_1=\varnothing.$

TH2. Với $-2\le x<-\frac{1}{2},$ khi đó $(*)\Leftrightarrow x+2-2x+1\le x+1\Leftrightarrow 2x\ge 2\Leftrightarrow x\ge 1.$

Kết hợp với điều kiện $-2\le x<\frac{1}{2},$ ta được tập nghiệm $S_2=\varnothing.$

TH3. Với $x\ge\frac{1}{2},$ khi đó $(*)\Leftrightarrow x+2-(-2x+1)\le x+1\Leftrightarrow 2x\le 0\Leftrightarrow x\le 0.$

Kết hợp với điều kiện $x\ge\frac{1}{2},$ ta được tập nghiệm $S_3=\varnothing.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=S_1\cup S_2\cup S_3=\varnothing.$ **Chọn D.**

Câu 52. Xét bất phương trình $|x+2|-|x-1|\le x-\frac{3}{2} \qquad (*).$

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$x-1$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	

TH1. Với $x<-2,$ khi đó $(*)\Leftrightarrow -x-2+x-1<x-\frac{3}{2}\Leftrightarrow x>-\frac{3}{2}.$

Kết hợp với điều kiện $x<-2,$ ta được tập nghiệm $S_1=\varnothing.$

TH2. Với $-2\le x<1,$ khi đó $(*)\Leftrightarrow x+2+x-1<x-\frac{3}{2}\Leftrightarrow x<-\frac{5}{2}.$

Kết hợp với điều kiện $-2\le x<1,$ ta được tập nghiệm $S_2=\varnothing.$

TH3. Với $x\ge 1,$ khi đó $(*)\Leftrightarrow x+2-x+1<x-\frac{3}{2}\Leftrightarrow x>\frac{9}{2}.$

Kết hợp với điều kiện $x\ge 1,$ ta được tập nghiệm $S_3=\left(\frac{9}{2};+\infty\right).$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=S_1\cup S_2\cup S_3=\left(\frac{9}{2};+\infty\right).$ **Chọn D.**

Câu 53. Xét bất phương trình $|x+1|-|x-2|\ge 3 \qquad (*).$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-2$		$-$	|	$-$	0	$+$	

TH1. Với $x<-1$, khi đó $(*)\Leftrightarrow -x-1+x-2\geq 3\Leftrightarrow -3\geq 3$ (vô lý) suy ra $S_1=\varnothing$.

TH2. Với $-1\leq x<2$, khi đó $(*)\Leftrightarrow x+1+x-2\geq 3\Leftrightarrow 2x\geq 4\Leftrightarrow x\geq 2$.

Kết hợp với điều kiện $-1\leq x<2$, ta được tập nghiệm $S_2=\varnothing$.

TH3. Với $x\geq 2$, khi đó $(*)\Leftrightarrow x+1-x+2\geq 3\Leftrightarrow 3\geq 3$ (luôn đúng).

Kết hợp với điều kiện $x\geq 2$, ta được tập nghiệm $S_3=[2;+\infty)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=S_1\cup S_2\cup S_3=[2;+\infty)$. **Chọn B.**

Câu 54. Điều kiện: $\begin{cases} x\neq -2 \\ x\neq 1 \end{cases}$.

Bất phương trình $\left|\dfrac{-5}{x+2}\right|<\left|\dfrac{10}{x-1}\right|\Leftrightarrow \dfrac{1}{|x+2|}<\dfrac{2}{|x-1|}\Leftrightarrow |x-1|-2|x+2|<0 \qquad (*)$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$	|	$+$	

TH1. Với $x<-2$, khi đó $(*)\Leftrightarrow -x+1+2(x+2)<0\Leftrightarrow x<-5$.

Kết hợp với điều kiện $x<-2$, ta được tập nghiệm $S_1=(-\infty;-5)$.

TH2. Với $-2<x<1$, khi đó $(*)\Leftrightarrow -x+1-2(x+2)<0\Leftrightarrow 3x>-3\Leftrightarrow x>-1$.

Kết hợp với điều kiện $-2<x<1$, ta được tập nghiệm $S_2=(-1;1)$.

TH3. Với $x>1$ khi đó $(*)\Leftrightarrow x-1-2(x+2)<0\Leftrightarrow x>-5$.

Kết hợp với điều kiện $x>1$, ta được tập nghiệm $S_3=(1;+\infty)$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $S=S_1\cup S_2\cup S_3=(-\infty;-5)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$.

Chọn C.

Câu 55. Điều kiện: $x+1\neq 0\Leftrightarrow x\neq -1$.

TH1. Với $x\geq 0$, ta có $\left|\dfrac{2-3|x|}{1+x}\right|\leq 1\Leftrightarrow \left|\dfrac{2-3x}{x+1}\right|\leq 1\Leftrightarrow -1\leq \dfrac{2-3x}{x+1}\leq 1\Leftrightarrow \dfrac{1}{4}\leq x\leq \dfrac{3}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $x\geq 0$, ta được tập nghiệm $S_1=\left[\dfrac{1}{4};\dfrac{3}{2}\right]$.

TH2. Với $x<0$, ta có $\left|\dfrac{2-3|x|}{1+x}\right|\leq 1\Leftrightarrow \left|\dfrac{2+3x}{x+1}\right|\leq 1\Leftrightarrow -1\leq \dfrac{2+3x}{x+1}\leq 1\Leftrightarrow -\dfrac{3}{4}\leq x\leq -\dfrac{1}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $x<0$, ta được tập nghiệm $S_2=\left[-\dfrac{3}{4};-\dfrac{1}{2}\right]$.

Do đó, tập nghiệm của bất phương trình là $S=S_1\cup S_2=\left[\dfrac{1}{4};\dfrac{3}{2}\right]\cup\left[-\dfrac{3}{4};-\dfrac{1}{2}\right]$.

Vậy số nghiệm nguyên x cần tìm là 1 $(x=1)$. **Chọn A.**

BÀI 4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1. Theo định nghĩa thì $x+y\geq 0$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Các bất phương trình còn lại là bất phương trình bậc hai. **Chọn D.**

Câu 2. Trên mặt phẳng tọa độ, đường thẳng $(d): 2x+3y-6=0$ chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng.

Chọn điểm $O(0;0)$ không thuộc đường thẳng đó. Ta thấy $(x;y)=(0;0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $O(0;0)$ kể cả (d).

Vậy bất phương trình (1) luôn có vô số nghiệm. **Chọn C.**

Câu 3. Ta có $3x+2(y+3)>4(x+1)-y+3 \Leftrightarrow -x+3y-1>0$.

Vì $-2+3.1-1>0$ là mệnh đề đúng nên miền nghiệm của bất phương trình trên chứa điểm có tọa độ $(2;1)$. **Chọn C.**

Câu 4. Ta có $3(x-1)+4(y-2)<5x-3 \Leftrightarrow -2x+4y-8<0$.

Vì $-2.0+4.0-8<0$ là mệnh đề đúng nên miền nghiệm của bất phương trình trên chứa điểm có tọa độ $(0;0)$. **Chọn A.**

Câu 5. Ta có $-x+2+2(y-2)<2(1-x) \Leftrightarrow x+2y<4$.

Vì $-4+2.2<4$ là mệnh đề sai nên $(-4;2)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình. **Chọn C.**

Câu 6. Vì $-5-4.0+5>0$ là mệnh đề sai nên $(-5;0)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình. **Chọn A.**

Câu 7. Vì $-3.(-1)+2.3-4>0$ là mệnh đề đúng nên $A(-1;3)$ là điểm thuộc miền nghiệm của bất phương trình $-3x+2y-4>0$. **Chọn A.**

Câu 8. Vì $2-3<0$ là mệnh đề đúng nên cặp số $(2;3)$ là nghiệm của bất phương trình $x-y<0$. **Chọn B.**

Câu 9. Đường thẳng $\Delta: x+y-2=0$ đi qua hai điểm $A(2;0), B(0;2)$ và cặp số $(0;0)$ thỏa mãn bất phương trình $x-y\leq 2$ nên Hình 1 biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $x+y\leq 2$. **Chọn A.**

Câu 10. Đường thẳng đi qua hai điểm $A\left(\frac{3}{2};0\right)$ và $B(0;-3)$ nên có phương trình $2x-y=3$.

Mặt khác, cặp số $(0;0)$ không thỏa mãn bất phương trình $2x-y>3$ nên phần tô đậm ở hình trên biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $2x-y>3$. **Chọn B.**

Câu 11. Ta thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình.

Với $M(0;1) \Rightarrow \begin{cases} 0+3.1-2\geq 0 \\ 2.0+1+1\leq 0 \end{cases}$. Bất phương trình thứ hai sai nên A sai.

Với $N(-1;1) \Rightarrow \begin{cases} -1+3.1-2\geq 0 \\ 2.(-1)+1+1\leq 0 \end{cases}$: Đúng. **Chọn B.**

Câu 12. Ta thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình.

Với $O(0;0) \Rightarrow \begin{cases} 2.0-5.0-1>0 \\ 2.0+0+5>0 \\ 0+0+1<0 \end{cases}$. Bất phương trình thứ nhất và thứ ba sai nên A sai.

Với $M(1;0) \Rightarrow \begin{cases} 2.1-5.0-1>0 \\ 2.1+0+5>0 \\ 1+0+1<0 \end{cases}$. Bất phương trình thứ ba sai nên B sai.

Với $N(0;-3) \Rightarrow \begin{cases} 2.0-5.(-3)-1>0 \\ 2.0+(-2)+5>0 \\ 0+(-2)+1<0 \end{cases}$: Đúng. **Chọn C.**

Câu 13. Ta thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình.

Với $O(0;0) \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{0}{2}+\dfrac{0}{3}-1 \geq 0 \\ 0 \geq 0 \\ 0+\dfrac{1}{2}-\dfrac{3.0}{2} \leq 2 \end{cases}$. Bất phương trình thứ nhất sai nên A sai.

Với $M(2;1) \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{2}{2}+\dfrac{1}{3}-1 \geq 0 \\ 2 \geq 0 \\ 2+\dfrac{1}{2}-\dfrac{3.1}{2} \leq 2 \end{cases}$: Đúng. **Chọn B.**

Câu 14. Thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình. **Chọn D.**

Câu 15. Thay tọa độ $M(0;-3)$ lần lượt vào từng hệ bất phương trình. **Chọn A.**

Câu 16. Thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình. **Chọn C.**

Câu 17. Chọn điểm $M(0;1)$ thử vào các bất phương trình của hệ thấy thỏa mãn.

Chọn A.

Câu 18. Chọn điểm $M(0;4)$ thử vào các bất phương trình của hệ thấy thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 19. Do miền nghiệm không chứa biên nên ta loại đáp án A.

Chọn điểm $M(1;0)$ thử vào các hệ bất phương trình.

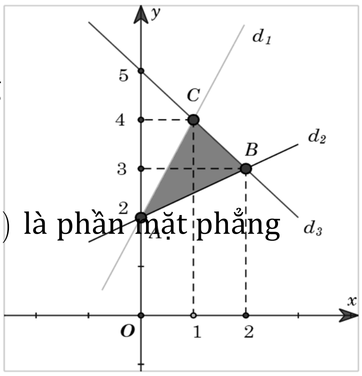
Xét đáp án B, ta có $\begin{cases} 1-0>0 \\ 2.1-0>1 \end{cases}$: Đúng và miền nghiệm không chứa biên. **Chọn B.**

Câu 20. Do miền nghiệm không chứa biên nên ta loại đáp án A và C.

Chọn điểm $M(0;1)$ thử vào các hệ bất phương trình.

Xét đáp án B, ta có $\begin{cases} 0-2.1>0 \\ 0+3.1<-2 \end{cases}$: Sai. Vậy ta **Chọn D.**

Câu 21. Ta có $\begin{cases} y-2x \leq 2 \\ 2y-x \geq 4 \\ x+y \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-2x-2 \leq 0 \\ 2y-x-4 \geq 0 \\ x+y-5 \leq 0 \end{cases}$. $(*)$



Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ các đường thẳng

$d_1: y-2x-2=0,\quad d_2: 2y-x-4=0,$

$d_3: x+y-5=0.$

Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình $(*)$ là phần mặt phẳng (tam giác ABC kể cả biên) tô màu như hình vẽ.

Xét các đỉnh của miền khép kín tạo bởi hệ $(*)$ là

$A(0;2),\ B(2;3),\ C(1;4).$

Ta có $\begin{cases} F(0;2)=2 \\ F(2;3)=1 \\ F(1;4)=3 \end{cases} \longrightarrow F_{\min}=1$. **Chọn A.**

Câu 22. Ta đi giải các hệ phương trình

$\begin{cases} 2x-y=2 \\ x-2y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{2}{3} \\ y=-\dfrac{2}{3} \end{cases};\quad \begin{cases} 2x-y=2 \\ x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{7}{3} \\ y=\dfrac{8}{3} \end{cases};\quad \begin{cases} x-2y=2 \\ x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}.$

Suy ra chỉ có đáp án A và C là đỉnh của đa giác miền nghiệm.

So sánh $F(x;y)=y-x$ ứng với tọa độ ở đáp án A và C, ta được đáp án $(4;1)$. **Chọn A.**

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ các đường thẳng

$d_1: x+2y-100=0,\quad d_2: 2x+y-80=0.$

Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần mặt phẳng (tứ giác $OABC$ kể cả biên) tô màu như hình vẽ.

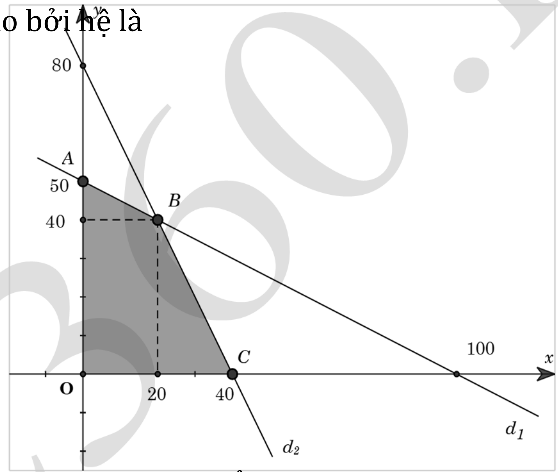
Xét các đỉnh của miền khép kín tạo bởi hệ là

$O(0;0)$,

$A(0;50)$,

$B(20;40)$,

$C(40;0)$.



Ta có $\begin{cases} P(0;0)=0 \\ P(0;50)=1500000 \\ P(20;40)=2000000 \\ P(40;0)=1600000 \end{cases}$

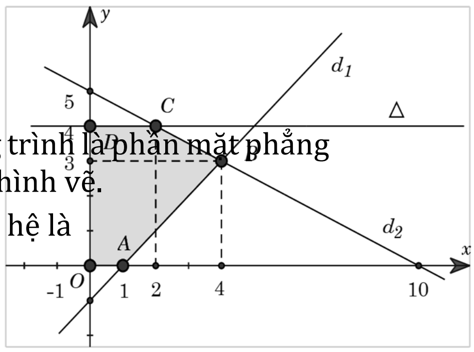
$\longrightarrow P_{\max}=2000000$. **Chọn A.**

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ các đường thẳng

$d_1: x-y-1=0$,

$d_2: x+2y-10=0$,

$\Delta: y=4$.



Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần mặt phẳng (ngũ giác $OABCD$ kể cả biên) tô màu như hình vẽ.

Xét các đỉnh của miền khép kín tạo bởi hệ là

$O(0;0),\ A(1;0),\ B(4;3),\ C(2;4),\ D(0;4).$

Ta có $\begin{cases} F(0;0)=0 \\ F(1;0)=1 \\ F(4;3)=10 \\ F(2;4)=10 \\ F(0;4)=8 \end{cases} \longrightarrow F_{\max}=10$. **Chọn C.**

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ các đường thẳng

$d_1: 2x+y-14=0,\quad d_2: 2x+5y-30=0,\quad \Delta: y=9,\quad \Delta': x=10.$

Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần mặt phẳng (tứ giác $ABCD$ kể cả biên) tô màu như hình vẽ.

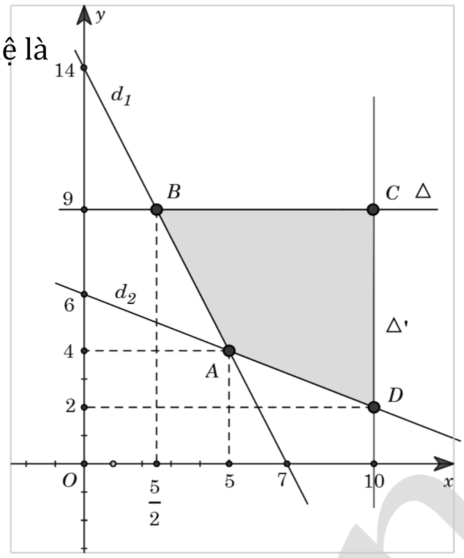
Xét các đỉnh của miền khép kín tạo bởi hệ là

$A(5;4)$,

$B\left(\frac{5}{2};9\right)$,

$C(10;9)$,

$D(10;2)$.



Ta có $\begin{cases} F(5;4)=32 \\ F\left(\frac{5}{2};9\right)=37 \\ F(10;9)=67 \\ F(10;2)=46 \end{cases} \longrightarrow F_{\min}=32.$

Chọn C.

Câu 26. Giả sử x, y lần lượt là số lít nước cam và số lít nước táo mà mỗi đội cần pha chế.

Suy ra $30x+10y$ là số gam đường cần dùng;

$x+y$ là số lít nước cần dùng;

$x+4y$ là số gam hương liệu cần dùng.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} x\ge 0 \\ y\ge 0 \\ 30x+10y\le 210 \\ x+y\le 9 \\ x+4y\le 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ y\ge 0 \\ 3x+y\le 21 \\ x+y\le 9 \\ x+4y\le 24 \end{cases}$. (*)

Số điểm thưởng nhận được sẽ là $P=60x+80y$.

Ta đi tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P với x, y thỏa mãn (*). **Chọn C.**

Câu 27. Gọi $x\ge 0$, $y\ge 0$ (kg) lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II cần sản xuất.

Khi đó, tổng số nguyên liệu sử dụng: $2x+4y\le 200$.

Tổng số giờ làm việc: $30x+15y\le 1200$.

Lợi nhuận tạo thành: $L=40x+30y$ (nghìn).

Thực chất của bài toán này là phải tìm $x\ge 0$, $y\ge 0$ thoả mãn hệ

$\begin{cases} 2x+4y\le 200 \\ 30x+15y\le 1200 \end{cases}$ sao cho $L=40x+30y$ đạt giá trị lớn nhất. **Chọn B.**

Câu 28. Gọi $x\ge 0$, $y\ge 0$ lần lượt là số đơn vị vitamin A và B để một người cần dùng trong một ngày.

Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả A lẫn B nên ta có: $400\le x+y\le 1000$.

Hàng ngày, tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B nên ta có: $x\le 600$, $y\le 500$.

Mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A nên ta có: $0,5x\le y\le 3x$.

Số tiền cần dùng mỗi ngày là: $T(x,y)=9x+7,5y$.

Bài toán trở thành: Tìm $x \geq 0,\ y \geq 0$ thỏa mãn hệ

$\begin{cases} 0 \leq x \leq 600, 0 \leq y \leq 500 \\ 400 \leq x + y \leq 1000 \\ 0,5x \leq y \leq 3x \end{cases}$ để $T(x,y) = 9x + 7,5y$ đạt giá trị nhỏ nhất. **Chọn D.**

Câu 29. Gọi $x \geq 0,\ y \geq 0$ lần lượt là số tấm bìa cắt theo cách thứ nhất, thứ hai.

Bài toán đưa đến tìm $x \geq 0,\ y \geq 0$ thoả mãn hệ $\begin{cases} 3x + 2y \geq 900 \\ x + 3y \geq 1000 \\ 6x + y = 900 \end{cases}$ sao cho $L = x + y$ nhỏ nhất. **Chọn A.**

Câu 30. Gọi $x \geq 0,\ y \geq 0$ (tấn) là sản lượng cần sản xuất của sản phẩm A và sản phẩm B. Ta có:

$x + 6y$ là thời gian hoạt động của máy I.

$2x + 3y$ là thời gian hoạt động của máy II.

$3x + 2y$ là thời gian hoạt động của máy III.

Số tiền lãi của nhà máy: $T = 4x + 3y$ (triệu đồng).

Bài toán trở thành: Tìm $x \geq 0,\ y \geq 0$ thỏa mãn $\begin{cases} x + 6y \leq 36 \\ 2x + 3y \leq 23 \\ 3x + 2y \leq 27 \end{cases}$ để $T = 4x + 3y$ đạt giá trị lớn nhất. **Chọn B.**

BÀI 5. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

Câu 1. $f(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ khi $a > 0$ và $\Delta < 0$. **Chọn C.**

Câu 2. $f(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ khi $a > 0$ và $\Delta \leq 0$. **Chọn A.**

Câu 3. $f(x) < 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ khi $a < 0$ và $\Delta < 0$. **Chọn D.**

Câu 4. $f(x) \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ khi $a < 0$ và $\Delta \leq 0$. **Chọn A.**

Câu 5. Vì $\Delta < 0$ và $a \neq 0$ nên $f(x)$ không đổi dấu trên $\mathbb{R}$. **Chọn C.**

Câu 6. Ta có $\begin{cases} a = 2 > 0 \\ \Delta' = 1 - 2.5 = -9 < 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}.$ Chọn **C.**

Câu 7. Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (2;3)$. **Chọn D.**

Câu 8. Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\sqrt{5} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\sqrt{5}$		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\sqrt{5}\right)\cup(1;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 9. Ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu $f(x)\geq 0 \Leftrightarrow 1\leq x\leq 2$. **Chọn B.**

Câu 10. Ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{9}{2} \end{array}\right.$. Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		$\frac{9}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f(x)<0 \Leftrightarrow -1<x<\dfrac{9}{2}$. Mà x nguyên nên $x\in\{0;1;2;3;4\}$.

Chọn A.

Câu 11. Ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2-\sqrt{3} \\ x=1+2\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-2-\sqrt{3}$		$1+2\sqrt{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f(x)<0 \Leftrightarrow -2-\sqrt{3}<x<1+2\sqrt{3}$. **Chọn C.**

Câu 12. Ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu $f(x)>0 \Leftrightarrow -3<x<\sqrt{2}$. **Chọn B.**

Câu 13. Ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f(x) \le 0 \Leftrightarrow 1 \le x \le 3$. **Chọn B.**

Câu 14. Ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu ta được

$f(x)>0$ với $2<x<3$ và $f(x)<0$ với $x<2$ hoặc $x>3$. **Chọn C.**

Câu 15. Vì $f(x)=0$ vô nghiệm, $g(x)=0$ vô nghiệm, $h(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt nên chỉ có $h(x)$ đổi dấu trên $\mathbb{R}$. **Chọn B.**

Câu 16. Ta có $2x^2-7x-15=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=-\frac{3}{2} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		5		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $2x^2-7x-15 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge 5 \\ x \le -\frac{3}{2} \end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 17. Ta có $-x^2+6x+7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=7 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		7		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu $-x^2+6x+7 \ge 0 \Leftrightarrow -1 \le x \le 7$. **Chọn B.**

Câu 18. Ta có $-2x^2+3x-7=0$ vô nghiệm.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	

Dựa vào bảng xét dấu $-2x^2+3x-7\geq 0 \Leftrightarrow x\in\varnothing$. **Chọn C.**

Câu 19. Ta có $f(x)=x^2-3x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f(x)<0\Leftrightarrow 1<x<2$. **Chọn C.**

Câu 20. Ta có $f(x)=-x^2+5x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu $f(x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<1\\x>4\end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 21. Ta có $f(x)=\sqrt{2}x^2-\left(\sqrt{2}+1\right)x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f(x)<0\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{2}}{2}<x<1$. **Chọn A.**

Câu 22. Ta có $f(x)=6x^2+x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{3}\\x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f(x)\leq 0\Leftrightarrow-\dfrac{1}{2}\leq x\leq\dfrac{1}{3}$. **Chọn A.**

Câu 23. Ta có $f(x)=x^2-x-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=-3\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		4		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f(x)\le 0 \Leftrightarrow -3\le x\le 4$. Suy ra số thực dương lớn nhất thỏa $x^2-x-12\le 0$ là 4. **Chọn D.**

Câu 24. Xét $f(x)=-3x^2+x-1$ có $a=-3<0,\ \Delta=1^2-4.(-3).(-1)=-11<0$ nên $f(x)<0,\forall x$ tức là tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R}$. **Chọn C.**

Câu 25. Ta có $f(x)=x^2-8x+7=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=7 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		1		7		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f(x)\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le 1 \\ x\ge 7 \end{array}\right.$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;1]\cup[7;+\infty)$.

Vì $\frac{13}{2}\in[6;+\infty)$ và $\frac{13}{2}\notin S$ nên $[6;+\infty)$ thỏa yêu cầu bài toán. **Chọn D.**

Câu 26. Bất phương trình $x(x+5)\le 2(x^2+2)\Leftrightarrow x^2+5x\le 2x^2+4\Leftrightarrow x^2-5x+4\ge 0$

Xét phương trình $x^2-5x+4=0\Leftrightarrow (x-1)(x-4)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
x^2-5x+4		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $x^2-5x+4\ge 0\Leftrightarrow x\in(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 27. Đặt $f(x)=(3x^2-10x+3)(4x-5)$

Phương trình $3x^2-10x+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=\frac{1}{3} \end{array}\right.$ và $4x-5=0\Leftrightarrow x=\frac{5}{4}$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{5}{4}$		3		$+\infty$
$3x^2-10x+3$		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$4x-5$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f(x)<0\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{5}{4};3\right)$. **Chọn B.**

Câu 28. Đặt $f(x)=x^2(x-2)$.

Phương trình $x^2=0 \Leftrightarrow x=0$ và $x-2=0 \Leftrightarrow x=2.$

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
x^2		$+$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$x-2$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy rằng bất phương trình $x-2\ge 0 \Leftrightarrow x^2(x-2)\ge 0.$

Chọn D.

Câu 29. Đặt $f(x)=(4-x^2)(x^2+2x-3)(x^2+5x+9)$

Phương trình $4-x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Phương trình $x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

Ta có $x^2+5x+9=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{11}{4}>0 \Rightarrow x^2+5x+9=0 \Leftrightarrow x\in\varnothing.$ Lập bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-3		-2		1		2		$+\infty$
$4-x^2$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
x^2+2x-3		$+$	0	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
x^2+5x+9		$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $(4-x^2)(x^2+2x-3)(x^2+5x+9)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-3 \\ -2<x<1 \\ x>2 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x\in(-\infty;-3)\cup(-2;1)\cup(2;+\infty).$ **Chọn D.**

Câu 30. Bất phương trình $x^3+3x^2-6x-8\ge 0 \Leftrightarrow (x-2)(x^2+5x+4)\ge 0.$

Phương trình $x^2+5x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=-1 \end{array}\right.$ và $x-2=0 \Leftrightarrow x=2.$

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$		-4		-1		2		$+\infty$
x^2+5x+4		$+$	0	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$x-2$		$-$	$\vert$	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$(x-2)(x^2+5x+4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $(x-2)(x^2+5x+4)\ge 0 \Leftrightarrow x\in[-4;-1]\cup[2;+\infty).$

Chọn A.

Câu 31. Ta có $-x^2+5x-7=-(x^2-5x+7)=-\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}<0,\ \forall x\in\mathbb{R}.$

Do đó, bất phương trình $f(x)>0 \Leftrightarrow 11x+3<0 \Leftrightarrow x<-\frac{3}{11} \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\frac{3}{11}\right).$

Chọn C.

Câu 32. Điều kiện: $4x^2-19x+12\neq 0 \Leftrightarrow (x-4)(4x-3)\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 4 \\ x\neq \dfrac{3}{4} \end{cases}.$

Phương trình $x-7=0 \Leftrightarrow x=7$ và $4x^2-19x+12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=\dfrac{3}{4} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\frac{3}{4}$		4		7		$+\infty$
$x-7$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$4x^2-19x+12$		$+$	‖	$-$	‖	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	‖	$+$	‖	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, bất phương trình $\dfrac{x-7}{4x^2-19x+12}>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{3}{4}<x<4 \\ x>7 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(\dfrac{3}{4};4\right)\cup(7;+\infty)$. **Chọn B.**

Câu 33. Điều kiện: $\begin{cases} x^2-4\neq 0 \\ x+2\neq 0 \\ 2x-x^2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ x\neq \pm 2 \end{cases}$. Bất phương trình:

$$\frac{x+3}{x^2-4}-\frac{1}{x+2}<\frac{2x}{2x-x^2} \Leftrightarrow \frac{x+3}{x^2-4}-\frac{1}{x+2}+\frac{2x}{x^2-2x}<0 \Leftrightarrow \frac{2x+9}{x^2-4}<0.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{9}{2}$		-2		2		$+\infty$
$2x+9$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
x^2-4		$+$	|	$+$	‖	$-$	‖	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	‖	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $\dfrac{2x+9}{x^2-4}<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\dfrac{9}{2}\right)\cup(-2;2)$.

Vậy có chỉ có duy nhất một giá trị nguyên dương của x $(x=1)$ thỏa mãn yêu cầu.

Chọn C.

Câu 34. Điều kiện: $x^2-3x-10\neq 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-5)\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -2 \\ x\neq 5 \end{cases}.$

Bất phương trình

$$\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10}\leq -1 \Leftrightarrow \frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10}+1\leq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+4x-3}{x^2-3x-10}\leq 0 \quad (*).$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$-x^2+4x-3$		$-$	|	$-$	0	$+$	0	$-$	|	$-$	

$x^2-3x-10$	$+$	$\|\|$	$-$	$\|$	$-$	$\|$	$-$	$\|\|$	$+$
$f(x)$	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$

Dựa vào bảng xét dấu, bất phương trình $(*) \Leftrightarrow x \in (-\infty;-2) \cup [1;3] \cup (5;+\infty)$.

Chọn C.

Câu 35. Bất phương trình $\dfrac{x^4-x^2}{x^2+5x+6} \le 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2\left(x^2-1\right)}{x^2+5x+6} \le 0 \qquad (*)$.

Vì $x^2 \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên bất phương trình

$$(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=0 \\ \dfrac{x^2-1}{x^2+5x+6} \le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+5x+6} \le 0 \end{array}\right..$$

Phương trình $x^2-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$ và $x^2+5x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		-2		-1		1		$+\infty$
x^2-1		$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	
x^2+5x+6		$+$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	
$f(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f(x) \le 0 \Leftrightarrow x \in (-3;-2) \cup [-1;1]$

Kết hợp với $x \in \mathbb{Z}$, ta được $x = \{-1;0;1\}$.

Vậy có tất cả 3 giá trị nguyên cần tìm. **Chọn D.**

Câu 36. Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $2x^2-5x+2 \ge 0$.

Phương trình $2x^2-5x+2=0 \Leftrightarrow (x-2)(2x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$2x^2-5x+2$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $2x^2-5x+2 \ge 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right] \cup [2;+\infty)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right] \cup [2;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 37. Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $5-4x-x^2 \ge 0$.

Phương trình $5-4x-x^2=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+5)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-5 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-5		1		$+\infty$
$5-4x-x^2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $5-4x-x^2 \ge 0 \Leftrightarrow x \in [-5;1]$.

Vậy nghiệm dương lớn nhất để hàm số xác định là $x=1$. **Chọn A.**

Câu 38. Hàm số xác định khi và chỉ khi $\left(2-\sqrt{5}\right)x^2+\left(15-7\sqrt{5}\right)x+25-10\sqrt{5}\geq 0$.

Phương trình

$$\left(2-\sqrt{5}\right)x^2+\left(15-7\sqrt{5}\right)x+25-10\sqrt{5}=0 \Leftrightarrow (x+5)\left(x-\sqrt{5}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-5 \\ x=\sqrt{5} \end{array}\right..$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-5		$\sqrt{5}$		$+\infty$
$\left(2-\sqrt{5}\right)x^2+\left(15-7\sqrt{5}\right)x+25-10\sqrt{5}$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy

$$\left(2-\sqrt{5}\right)x^2+\left(15-7\sqrt{5}\right)x+25-10\sqrt{5}\geq 0 \Leftrightarrow x\in\left[-5;\sqrt{5}\right].$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathrm{D}=\left[-5;\sqrt{5}\right]$. **Chọn D.**

Câu 39. Hàm số xác định khi và chỉ khi $4-3x-x^2>0$.

Phương trình $4-3x-x^2=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-4 \end{array}\right.$. Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
$4-3x-x^2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $4-3x-x^2>0 \Leftrightarrow x\in(-4;1)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-4;1)$. **Chọn C.**

Câu 40. Hàm số xác định khi và chỉ khi $3x^2-4x+1>0$.

Phương trình $3x^2-4x+1=0 \Leftrightarrow (x-1)(3x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$3x^2-4x+1$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $3x^2-4x+1>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 41. Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x^2+x-6\geq 0 \\ x+4>0 \end{cases}$.

Phương trình $x^2+x-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-3 \end{array}\right.$ và $x+4=0 \Leftrightarrow x=-4$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-4	-3	2	$+\infty$

x^2+x-6	$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$
$x+4$	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $\begin{cases} x^2+x-6\ge 0 \\ x+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow x\in(-4;-3]\cup[2;+\infty)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-4;-3]\cup[2;+\infty)$. **Chọn A.**

Câu 42. Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x^2+2x+3\ge 0 \\ 5-2x>0 \end{cases}$.

Phương trình $x^2+2x+3=0 \Leftrightarrow x\in\varnothing$ và $5-2x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{2}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
x^2+2x+3		$+$	|	$+$	
$5-2x$		$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $\begin{cases} x^2+2x+3\ge 0 \\ 5-2x>0 \end{cases} \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$. **Chọn A.**

Câu 43. Hàm số xác định $\Leftrightarrow \dfrac{3-3x}{-x^2-2x+15}-1\ge 0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{x^2-x-12}{-x^2-2x+15}\ge 0$.

Phương trình $x^2-x-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-3 \end{array}\right.$ và $-x^2-2x+15=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-5 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-5		-3		3		4		$+\infty$
x^2-x-12		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$-x^2-2x+15$		$-$	‖	$+$	|	$+$	‖	$-$	|	$-$	
$f(x)$		$-$	|	$+$	0	$-$	|	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $\dfrac{3-3x}{-x^2-2x+15}-1\ge 0 \Leftrightarrow x\in(-5;-3]\cup(3;4]$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-5;-3]\cup(3;4]$. **Chọn B.**

Câu 44. Hàm số xác định khi và chỉ khi $f(x)=\dfrac{x^2+5x+4}{2x^2+3x+1}\ge 0$.

Phương trình $x^2+5x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-4 \end{array}\right.$ và $2x^2+3x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-4		-1		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
x^2+5x+4		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
$2x^2+3x+1$		$+$	|	$+$	‖	$-$	‖	$+$	

$f(x)$		+	0	−	$\|$	−	$\|$	+

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $\frac{x^2+5x+4}{2x^2+3x+1}\geq 0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-4]\cup\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;-4]\cup\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **Chọn C.**

Câu 45. Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases}\sqrt{x^2+x-12}-2\sqrt{2}\geq 0\\ x^2+x-12\geq 0\end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases}x^2+x-12\geq 8\\ x^2+x-12\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow x^2+x-12\geq 8 \Leftrightarrow x^2+x-20\geq 0.$

Phương trình $x^2+x-20=0 \Leftrightarrow (x+5)(x-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-5\\ x=4\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-5		4		$+\infty$
x^2+x-20		+	0	−	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $x^2+x-20\geq 0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-5]\cup[4;+\infty)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;-5]\cup[4;+\infty)$. **Chọn B.**

Câu 46. Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta_x<0 \Leftrightarrow (m+1)^2-4<0$

$\Leftrightarrow m^2+2m-3<0 \Leftrightarrow (m-1)(m+3)<0 \Leftrightarrow -3<m<1$. **Chọn B.**

Câu 47. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases}a=2m^2+1\neq 0\\ \Delta'_x=4m^2-2(2m^2+1)=-2<0\end{cases}, \forall m\in\mathbb{R}.$

Vậy phương trình đã cho luôn vô nghiệm với mọi $m\in\mathbb{R}$. **Chọn A.**

Câu 48. Xét phương trình $(m-2)x^2+2(2m-3)x+5m-6=0 \qquad (*)$.

TH1. Với $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$, khi đó $(*) \Leftrightarrow 2x+4=0 \Leftrightarrow x=-2$.

Suy ra với $m=2$ thì phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $x=-2$.

Do đó $m=2$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2. Với $m-2\neq 0 \Leftrightarrow m\neq 2$, khi đó để phương trình $(*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x<0$

$\Leftrightarrow (2m-3)^2-(m-2)(5m-6)<0 \Leftrightarrow 4m^2-12m+9-(5m^2-16m+12)<0$

$\Leftrightarrow -m^2+4m-3<0 \Leftrightarrow m^2-4m+3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>3\\ m<1\end{array}\right.$.

Do đó, với $\left[\begin{array}{l}m>3\\ m<1\end{array}\right.$ thì phương trình $(*)$ vô nghiệm.

Kết hợp hai **TH**, ta được $\left[\begin{array}{l}m>3\\ m<1\end{array}\right.$ là giá trị cần tìm. **Chọn C.**

Câu 49. Xét phương trình $mx^2-2mx+4=0 \qquad (*)$.

TH1. Với $m=0$, khi đó phương trình $(*) \Leftrightarrow 4=0$ (vô lý).

Suy ra với $m=0$ thì phương trình $(*)$ vô nghiệm.

TH2. Với $m\neq 0$, khi đó để phương trình $(*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x<0$

$\Leftrightarrow m^2-4m<0 \Leftrightarrow m(m-4)<0 \Leftrightarrow 0<m<4$

Kết hợp hai **TH**, ta được $0\leq m<4$ là giá trị cần tìm. **Chọn D.**

Câu 50. Xét phương trình $(m^2-4)x^2+2(m-2)x+3=0 \qquad (*)$.

TH1. Với $m^2-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

- Khi $m=2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 3=0$ (vô lý).
- Khi $m=-2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow -8x+3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{8}$.

Suy ra với $m=2$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

TH2. Với $m^2-4\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 2 \\ m\neq -2 \end{cases}$, khi đó để phương trình $(*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x<0$

$\Leftrightarrow (m-2)^2-3(m^2-4)<0 \Leftrightarrow m^2-4m+4-3m^2+12<0 \Leftrightarrow -2m^2-4m+16<0$

$\Leftrightarrow m^2+2m-8>0 \Leftrightarrow (m-2)(m+4)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-4 \end{array}\right.$.

Suy ra với $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-4 \end{array}\right.$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Kết hợp hai **TH**, ta được $\left[\begin{array}{l} m\geq 2 \\ m<-4 \end{array}\right.$ là giá trị cần tìm. **Chọn C.**

Câu 51. Để phương trình $f(x)=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x\geq 0 \Leftrightarrow (-b)^2-4.3\geq 0$

$\Leftrightarrow b^2-12\geq 0 \Leftrightarrow b^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2\geq 0 \Leftrightarrow \left(b-2\sqrt{3}\right)\left(b+2\sqrt{3}\right)\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b\geq 2\sqrt{3} \\ b\leq -2\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Vậy $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right]\cup\left[2\sqrt{3};+\infty\right)$ là giá trị cần tìm. **Chọn C.**

Câu 52. Xét phương trình $x^2+2(m+2)x-2m-1=0$, có $\Delta'_x=(m+2)^2+2m+1$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \Delta'_x\geq 0 \Leftrightarrow m^2+4m+4+2m+1\geq 0 \Leftrightarrow m^2+6m+5\geq 0$

$\Leftrightarrow (m+1)(m+5)\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq -1 \\ m\leq -5 \end{array}\right.$ là giá trị cần tìm. **Chọn D.**

Câu 53. Xét $2x^2+2(m+2)x+3+4m+m^2=0$, có $\Delta'_x=(m+2)^2-2(m^2+4m+3)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \Delta'_x\geq 0 \Leftrightarrow m^2+4m+4-2m^2-8m-6\geq 0 \Leftrightarrow -m^2-4m-2\geq 0$

$\Leftrightarrow m^2+4m+2\leq 0 \Leftrightarrow (m+2)^2\leq 2 \Leftrightarrow -2-\sqrt{2}\leq m\leq -2+\sqrt{2}$.

Kết hợp với $m\in\mathbb{Z}$, ta được $m=\{-3;-2;-1\}$ là các giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 54. Xét phương trình $(m-5)x^2-4mx+m-2=0 \qquad (*)$.

TH1. Với $m-5=0 \Leftrightarrow m=5$, khi đó $(*) \Leftrightarrow -20x+3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{20}$.

Suy ra với $m=1$ thì phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{3}{20}$.

TH2. Với $m-5\neq 0 \Leftrightarrow m\neq 5,$ khi đó để phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0$

$\Leftrightarrow (-2m)^2-(m-5)(m-2)\geq 0 \Leftrightarrow 4m^2-(m^2-7m+10)\geq 0$

$\Leftrightarrow 3m^2+7m-10\geq 0 \Leftrightarrow (m-1)(3m+10)\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 1 \\ m\leq -\frac{10}{3} \end{array}\right.$.

Do đó, với $\left[\begin{array}{l} 5\neq m\geq 1 \\ m\leq -\frac{10}{3} \end{array}\right.$ thì phương trình $(*)$ có nghiệm.

Kết hợp hai **TH**, ta được $\left[\begin{array}{l} m\geq 1 \\ m\leq -\frac{10}{3} \end{array}\right.$ là giá trị cần tìm. **Chọn C.**

Câu 55. Xét phương trình $(m-1)x^2-2(m+3)x-m+2=0 \qquad (*)$.

TH1. Với $m-1=0 \Leftrightarrow m=1,$ khi đó $(*) \Leftrightarrow -2.4x-1+2=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{8}$.

Suy ra với $m=1$ thì phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $x=\frac{1}{8}$.

TH2. Với $m-1\neq 0 \Leftrightarrow m\neq 1,$ khi đó để phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0$

$\Leftrightarrow (m+3)^2-(m-1)(2-m)\geq 0 \Leftrightarrow m^2+6m+9-(-m^2+3m-2)\geq 0$

$\Leftrightarrow 2m^2+3m+11\geq 0 \Leftrightarrow 2\left(m+\frac{3}{4}\right)^2+\frac{79}{8}\geq 0,\ \forall m\in\mathbb{R}$ suy ra $\Delta'_x\geq 0,\ \forall m\in\mathbb{R}$.

Do đó, với $m\neq 1$ thì phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt.

Kết hợp hai **TH**, ta được $m\in\mathbb{R}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 56. Tam thức $f(x)$ đổi dấu hai lần $\Leftrightarrow f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a=1\neq 0 \\ \Delta_x=(m+2)^2-4(8m+1)>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2+4m+4-32m-4>0 \Leftrightarrow m^2-28m>0 \Leftrightarrow m(m-28)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>28 \\ m<0 \end{array}\right.$.

Vậy $m<0$ hoặc $m>28$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 57. Xét $x^2+(m+1)x+m-\frac{1}{3}=0,$ có $\Delta_x=(m+1)^2-4\left(m-\frac{1}{3}\right)=m^2-2m+\frac{7}{3}$.

Ta có $\begin{cases} a=1>0 \\ \Delta'_m=1-\frac{7}{3}=-\frac{4}{3}<0 \end{cases}$ suy ra $m^2-2m+\frac{7}{3}>0,\ \forall m\in\mathbb{R} \Rightarrow \Delta_x>0,\ \forall m\in\mathbb{R}$.

Vậy phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi $m\in\mathbb{R}$. **Chọn A.**

Câu 58. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a=m-1\neq 0 \\ \Delta_x=(3m-2)^2-4(m-1)(3-2m)>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ 9m^2-12m+4-4(-2m^2+5m-3)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ 17m^2-32m+16>0 \end{cases} \qquad (*)$.

Ta có $\begin{cases} a=17>0 \\ \Delta'_m=16^2-17.16=-16<0 \end{cases}$ suy ra $17m^2-32m+16>0,\ \forall m\in\mathbb{R}$.

Do đó, hệ bất phương trình $(*) \Leftrightarrow m \neq 1$. **Chọn B.**

Câu 59. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = m-1 \neq 0 \\ \Delta'_x = (-1)^2 - (m-1)(m+1) > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 1 - m^2 + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ -\sqrt{2} < m < \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right) \setminus \{1\}.$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \in \left(-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right) \setminus \{1\}$. **Chọn C.**

Câu 60. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = m-3 \neq 0 \\ \Delta_x = (m+3)^2 + 4(m-3)(m+1) > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m^2 + 6m + 9 + 4\left(m^2 - 2m - 3\right) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ (m-1)(5m+3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < -\dfrac{3}{5} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\dfrac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$ là giá trị cần tìm.

Chọn A.

Câu 61. Phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi

$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4(m+3) > 0 \\ x_1 + x_2 = m > 0 \\ x_1 x_2 = m + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m - 12 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 6.$ **Chọn A.**

Câu 62. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 \neq 0 \\ m^2 - (m-2)(m+3) > 0 \\ \dfrac{2m}{m-2} > 0 \\ \dfrac{m+3}{m-2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 < m < 6 \\ m < -3 \end{array}\right..$

Chọn B.

Câu 63. Phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi

$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - (9m-5) > 0 \\ -2(m+1) < 0 \\ 9m - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 6 > 0 \\ m > \dfrac{5}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 6 \\ \dfrac{5}{9} < m < 1 \end{array}\right..$ **Chọn B.**

Câu 64. Phương trình đã cho có hai nghiệm không âm khi và chỉ khi

$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S \geq 0 \\ P \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3m-2)^2 - 4\left(2m^2 - 5m - 2\right) > 0 \\ 3m - 2 \geq 0 \\ 2m^2 - 5m - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m - 2 \geq 0 \\ m^2 + 8m + 12 \geq 0 \\ 2m^2 - 5m - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \dfrac{5 + \sqrt{41}}{4}.$

Chọn B.

Câu 65. Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$ac < 0 \Leftrightarrow 2.\left(2m^2 - 3m - 5\right) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < \dfrac{5}{2}.$ **Chọn B.**

Câu 66. Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$ac<0 \Leftrightarrow \left(m^2-3m+2\right).(-5)<0 \Leftrightarrow m^2-3m+2>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<1 \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 67. Phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-2m=0 \Leftrightarrow x^2-2mx+m^2+2x-2m=0$

$\Leftrightarrow (x-m)^2+2(x-m)=0 \Leftrightarrow (x-m)(x-m+2)=0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x_1=m \\ x_2=m-2 \end{array}\right.$.

Để phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x_1 \neq x_2 \\ x_1x_2<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow 0<m<2 \qquad (\mathrm{I})$.

Với $m \in (0;2)$ suy ra $\left\{\begin{array}{l} x_1>0 \\ x_2<0 \end{array}\right.$, theo bài ra, ta có $|x_2|>|x_1| \Leftrightarrow |x_2|^2>|x_1|^2 \Leftrightarrow x_2^2-x_1^2>0$

$\Leftrightarrow (x_2-x_1)(x_2+x_1)>0 \Leftrightarrow (m-2-m)(m-2+m)>0 \Leftrightarrow 2m-2<0 \Leftrightarrow m<1$.

Kết hợp với (I), ta được $0<m<1$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 68. Xét phương trình $(m-1)x^2-2(m-2)x+m-3=0 \qquad (*)$, có $a+b+c=0$.

Suy ra phương trình $(*) \Leftrightarrow (x-1)[(m-1)x-m+3]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ (m-1)x=m-3 \end{array}\right.$.

Để phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m-1 \neq 0 \\ \dfrac{m-3}{m-1} \neq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow m \neq 1 \qquad (\mathrm{I})$.

Khi đó, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$ suy ra $\left\{\begin{array}{l} x_1+x_2=\dfrac{2m-4}{m-1} \\ x_1x_2=\dfrac{m-3}{m-1} \end{array}\right.$.

Theo bài ra, ta có $x_1+x_2+x_1x_2=\dfrac{3m-7}{m-1}<1 \Leftrightarrow \dfrac{2m-6}{m-1}<0 \Leftrightarrow 1<m<3$.

Kết hợp với (I), ta được $1<m<3$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 69. Xét phương trình $(m+1)x^2-2mx+m-2=0 \qquad (*)$, có $\Delta'=m+2$.

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi

$\left\{\begin{array}{l} a \neq 0 \\ \Delta'>0 \\ P \neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m+1 \neq 0 \\ m+2>0 \\ m-2 \neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m \neq \{-1;2\} \\ m>-2 \end{array}\right. \qquad (\mathrm{I})$.

Khi đó, gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $(*)$ suy ra $\left\{\begin{array}{l} x_1+x_2=\dfrac{2m}{m+1} \\ x_1x_2=\dfrac{m-2}{m+1} \end{array}\right.$.

Theo bài ra, ta có $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\dfrac{2m}{m-2}<3 \Leftrightarrow \dfrac{m-6}{m-2}>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>6 \\ m<2 \end{array}\right.$.

Kết hợp với (I), ta được $\left[\begin{array}{l} m>6 \\ m \in (-2;-1) \cup (-1;2) \end{array}\right.$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 70. Đặt $f(x)=x^2-(m-1)x+m+2$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi:

$$\begin{cases}\Delta>0\\ f(0)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m-7>0\\ m+2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>7\\ m<-1\end{array}\right.\\ m\neq -2\end{cases}.\ (*)$$

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình đã cho. Theo Viet, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m-1\\ x_1x_2=m+2\end{cases}$.

Yêu cầu bài toán $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}>1\Leftrightarrow\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1^2.x_2^2}>1\Leftrightarrow\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}>1$

$\Leftrightarrow\frac{(m-1)^2-2(m+2)}{(m+2)^2}>1\Leftrightarrow\frac{8m+7}{(m+2)^2}<0\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq -2\\ m<-\frac{7}{8}\end{cases}\xrightarrow{(*)}-2\neq m<-1$. **Chọn C.**

Câu 71. Tam thức $f(x)$ có $a=3>0$. Do đó $f(x)>0,\forall x$ khi

$\Delta'=(2m-1)^2-3(m+4)=4m^2-7m-11<0\Leftrightarrow -1<x<\frac{11}{4}$. **Chọn A.**

Câu 72. Tam thức $f(x)$ có $a=-2<0$. Do đó $f(x)\leq 0,\forall x$ (không dương) khi

$\Delta=(m-2)^2+8(-m+4)=m^2-12m+36\leq 0\Leftrightarrow m=6$. **Chọn C.**

Câu 73. Tam thức $f(x)$ có $a=-2<0$. Do đó $f(x)<0,\forall x$ khi

$\Delta=(m+2)^2+8(m-4)=m^2+12m-28\leq 0\Leftrightarrow -14<m<2$. **Chọn D.**

Câu 74. Tam thức $f(x)$ có $a=1>0$ nên $f(x)\geq 0,\forall x$ (không âm) khi

$\Delta=(m+2)^2-4(8m+1)=m^2-28m\leq 0\Leftrightarrow 0\leq m\leq 28$. **Chọn B.**

Câu 75. Tam thức $f(x)=x^2-mx-m$ có hệ số $a=1>0$ nên bất phương trình $f(x)\geq 0$ nghiệm đúng với mọi $\forall x$ khi và chỉ khi $\Delta=m^2+4m\leq 0\Leftrightarrow -4\leq m\leq 0$.

Chọn D.

Câu 76. Tam thức $f(x)=-x^2+(2m-1)x+m$ có hệ số $a=-1<0$ nên bất phương trình $f(x)<0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi $\Delta=(2m-1)^2+4m=4m^2+1<0\Leftrightarrow m\in\varnothing$. **Chọn D.**

Câu 77. Bất phương trình $f(x)=x^2-(m+2)x+m+2\leq 0$ khi và chỉ khi $f(x)>0$ nghiệm đúng với mọi x.

Tam thức $f(x)=x^2-(m+2)x+m+2$ có hệ số $a=1>0$ nên $f(x)>0$ nghiệm đúng với mọi x khi $\Delta=(m+2)^2-4(m+2)=m^2-4<0\Leftrightarrow -2<m<2$. **Chọn D.**

Câu 78. Tam thức $f(x)$ có hệ số $a=m^2+2>0,\forall x$ nên $f(x)$ dương với mọi x khi $\Delta'=(m+1)^2-(m^2+2)=2m-1<0\Leftrightarrow m<\frac{1}{2}$. **Chọn A.**

Câu 79.

- Với $m=4$, ta có $f(x)=-1<0$: đúng với mọi x.
- Với $m\neq 4$, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (m-4)x^2+(2m-8)x+m-5\leq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m-4<0\\ (m-4)^2-(m-4)(m-5)\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<4\\ m-4\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow m<4$.

Kết hợp hai trường hợp ta được $m\leq 4$ là giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 80.

- Với $m=0$ thay vào ta được $f(x)=3<0$ (vô lý) suy ra $m=0$ không thỏa mãn.
- Với $m\neq 0$, yêu cầu bài toán

$\Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ \Delta<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ m^2-4m(m+3)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ -3m^2-12m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ \left[\begin{array}{l} m<-4 \\ m>0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m<-4$.**Chọn B.**

Câu 81.

• Với $m=-2$, tam thức bậc hai trở thành $1>0$: đúng với mọi x.

• Với $m \neq -2$, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (m+2)x^2+2(m+2)x+m+3 \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2>0 \\ (m+2)^2-(m+2)(m+3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2>0 \\ -m-2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m>-2$.

Kết hợp hai trường hợp ta được $m \geq -2$ là giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 82.

Xét bất phương trình $(3m+1)x^2-(3m+1)x+m+4 \geq 0.\ (*)$

TH1. Với $3m+1=0 \Leftrightarrow m=-\frac{1}{3}$, bất phương trình $(*)$ trở thành $4-\frac{1}{3} \geq 0$ (luôn đúng).

TH2. Với $3m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -\frac{1}{3}$, bất phương trình $(*)$ nghiệm đúng với mọi x

$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m+1>0 \\ (3m+1)^2-4(3m+1)(m+4) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m+1>0 \\ 3m^2+46m+15 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m>-\frac{1}{3}$.

Kết hợp hai trường hợp, ta được $m \geq -\frac{1}{3}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 83.

Xét $2m^2-3m-2=0 \Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$ hoặc $m=2$

• Khi $m=-\frac{1}{2}$ thì bất phương trình trở thành $-5x-1 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{5}$: không nghiệm đúng với mọi x.

• Khi $m=2$ thì bất phương trình trở thành $-1 \leq 0$: nghiệm đúng với mọi x.

• Khi $\begin{cases} m \neq -\frac{1}{2} \\ m \neq 2 \end{cases}$ thì yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (2m^2-3m-2)x^2+2(m-2)x-1 \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2-7m+2 \leq 0 \\ 2m^2-3m-2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} \leq m \leq 2 \\ -\frac{1}{2}<m<2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq m<2$.

Kết hợp hai trường hợp ta được $\frac{1}{3} \leq m \leq 2$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 84.

• Xét $m^2-4=0 \Leftrightarrow m=\pm 2.$

Với $m=-2$, bất phương trình trở thành $-4x+1<0 \Leftrightarrow x>\frac{1}{4}$: không thỏa mãn.

Với $m=2$, bất phương trình trở thành $1<0$: vô nghiệm. Do đó $m=2$ thỏa mãn.

• Xét $m^2-4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$. Yêu cầu bài toán

$\Leftrightarrow (m^2-4)x^2+(m-2)x+1 \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4>0 \\ \Delta=(m-2)^2-4(m^2-4)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4>0 \\ -3m^2-4m+20\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le -\dfrac{10}{3} \\ m>2 \end{array}\right.$.

Kết hợp hai trường hợp, ta được $m\le -\dfrac{10}{3}$ hoặc $m\ge 2$. **Chọn A.**

Câu 85.

$f(x)$ xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow f(x)\ge 0, \forall x\in\mathbb{R}$.

TH1: $m=-4$ thì $f(x)=8x+9\ge 0 \Leftrightarrow x\ge -\dfrac{9}{8} \longrightarrow m=-4$ không thỏa.

TH2: $m\ne -4$, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-4 \\ 9m^2+20m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{20}{9}\le m\le 0$. **Chọn B.**

Câu 86.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(x)=(m+1)x^2-2(m+1)x+4\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}.$ (1)

- $m=-1$ thì $f(x)=4>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$: thỏa mãn.
- $m\ne -1$, khi đó (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} m+1>0 \\ \Delta'\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-1 \\ m^2-2m-3\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-1 \\ -1\le m\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow -1<m\le 3.$

Kết hợp hai trường hợp ta được $-1\le m\le 3$. **Chọn A.**

Câu 87.

Ta có $-4x^2+5x-2=-\left(2x-\dfrac{5}{4}\right)^2-\dfrac{7}{16}<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Do đó $f(x)=\dfrac{-x^2+4(m+1)x+1-4m^2}{-4x^2+5x-2}>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow -x^2+4(m+1)x+1-4m^2<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-1<0 \\ \Delta'=4(m+1)^2+(1-4m^2)<0 \end{cases} \Leftrightarrow 8m+5<0 \Leftrightarrow m<-\dfrac{5}{8}$. **Chọn B.**

Câu 88. Đặt $f(x)=-2x^2+2(m-2)x+m-2$ và $\Delta'=(m-2)^2+2(m-2)=m^2-2m$.

- $\Delta'<0 \xrightarrow{a=-2<0} f(x)<0, \forall x\in\mathbb{R} \longrightarrow$ bất phương trình có nghiệm.
- $\Delta'=0 \longrightarrow f(x)=0$ tại $x=\dfrac{m-2}{2}$, còn ngoài ra thì $f(x)<0$ nên bất phương trình có nghiệm.
- $\Delta'>0 \longrightarrow f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1<x_2$. Khi đó bất phương trình đã cho có nghiệm $x\in(-\infty;x_1)\cup(x_2;+\infty)$.

Vậy cả ba trường hợp ta thấy bất phương trình đều có nghiệm. **Chọn A.**

Câu 89. Đặt $f(x)=-2x^2+2(m-2)x+m-2$ và $\Delta'=(m-2)^2+2(m-2)=m^2-2m$.

- $\Delta'<0 \xrightarrow{a=-2<0} f(x)<0, \forall x\in\mathbb{R} \longrightarrow$ bất phương trình vô nghiệm.

Do đó trường hợp này không có m thỏa mãn.

- $\Delta'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \longrightarrow f(x)=0 \text{ khi } x=-\dfrac{b}{2a}=-1 \\ m=2 \longrightarrow f(x)=0 \text{ khi } x=-\dfrac{b}{2a}=0 \end{array}\right.$, còn ngoài ra thì $f(x)<0$ nên bất phương trình vô nghiệm.