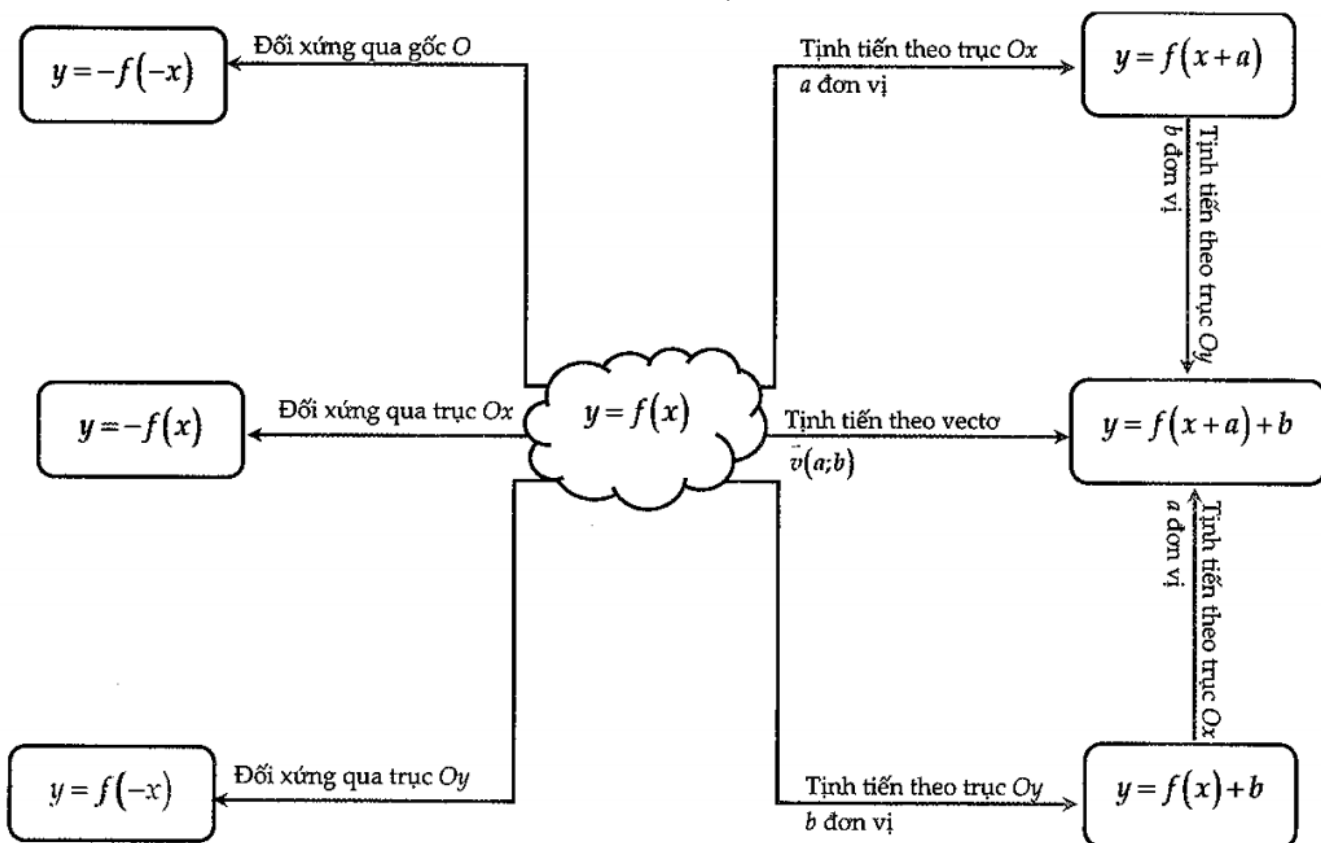


Các dạng toán liên quan đến hàm số lượng giác

**DẠNG TOÁN: Dạng đồ thị của hàm số lượng giác**

*Lý thuyết cơ bản:* Sau đây ta bổ sung một số kiến thức lý thuyết để giải quyết bài toán nhận dạng đồ thị hàm số lượng giác một cách hiệu quả.

Sơ đồ biến đổi đồ thị hàm số cơ bản:



Các kiến thức liên quan suy diễn đồ thị hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối:

Đồ thị hàm số $y =  f(x) $ gồm	*Phần tử trục hoành trở lên của đồ thị $y = f(x)$ . *Đối xứng phần đồ thị của hàm số $y = f(x)$ phía dưới trục hoành qua trục hoành.
Đồ thị hàm số $y = f( x )$ gồm	*Phần đồ thị của hàm số $y = f(x)$ nằm bên phải trục $Oy$ . *Đối xứng phần đồ thị trên qua trục $Oy$ .
Đồ thị hàm số $y =  u(x)  \cdot v(x)$ với $f(x) = u(x) \cdot v(x)$ gồm	*Phần đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên miền thỏa mãn $u(x) \geq 0$ .

	*Đối xứng phần đồ thị $y = f(x)$ trên miền $u(x) < 0$ qua trục hoành.
--	---

Cho hàm số  
 $y = f(x)$

. Từ đồ thị hàm số  $y = f(x)$  ta suy diễn:

Ở phần lý thuyết có đưa ra phần đọc thêm về hàm số  $y = a \sin(\omega x + b) + c$  với  $a, b, c, \omega \in \mathbb{R}; a\omega \neq 0$ .

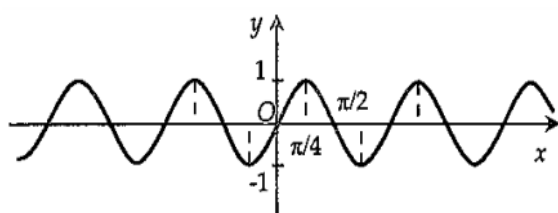
Hàm số  $y = a \sin(\omega x + b) + c, (a, b, c, \omega \in \mathbb{R}, a\omega \neq 0)$  cũng là một hàm tuần hoàn với chu kỳ  $\frac{2\pi}{|\omega|}$  và đồ thị của nó cũng là một đường hình sin.

Tương tự hàm số  $y = a \cos(\omega x + b), (a, b, c, \omega \in \mathbb{R}, a\omega \neq 0)$  cũng là một hàm tuần hoàn với chu kỳ  $\frac{2\pi}{|\omega|}$  và đồ thị của nó cũng là một đường hình sin.

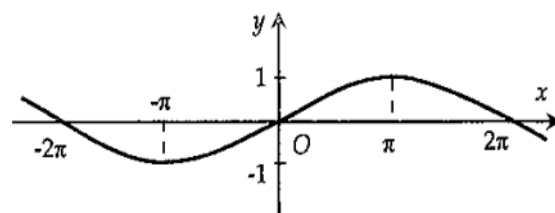
Ta có ví dụ sau:

**Ví dụ 1.** Hình nào dưới đây biểu diễn đồ thị hàm số  $y = f(x) = 2 \sin 2x$ ?

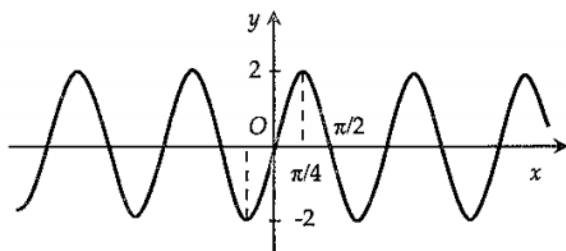
A.



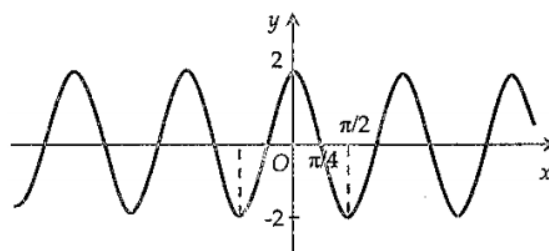
B.



C.



D.



Lời giải

**Chọn C.**

Ta thấy  $-2 \leq 2 \sin 2x \leq 2$  nên ta có loại A và B.

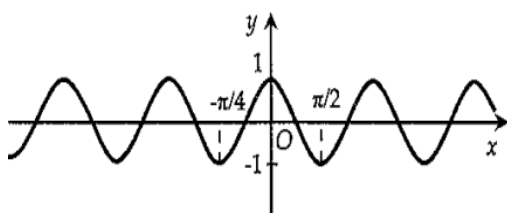
Tiếp theo với C và D ta có:

Từ phần lý thuyết ở trên ta có hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\frac{2\pi}{|2|} = \pi$ .

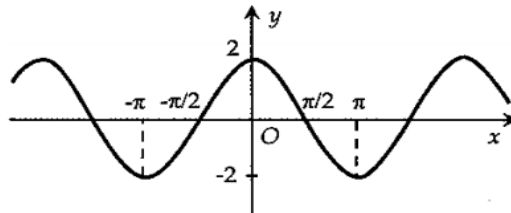
Ta thấy với  $x = 0$  thì  $y = 0$  nên đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ. Từ đây ta chọn đáp án C.

**Ví dụ 1.** Hình vẽ nào sau đây biểu diễn đồ thị hàm số  $y = \cos \frac{x}{2}$ ?

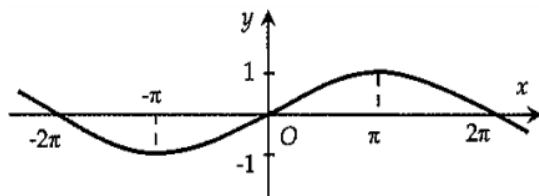
A.



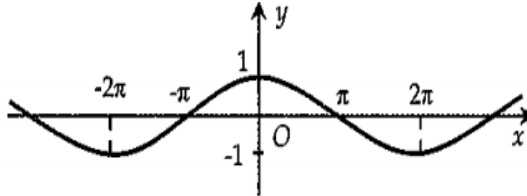
B.



C.



D.



**Lời giải**

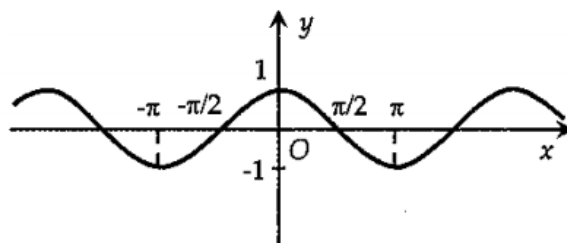
**Chọn D**

Ta thấy  $-1 \leq \cos \frac{x}{2} \leq 1$  nên ta loại B.

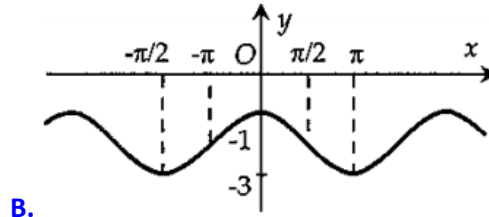
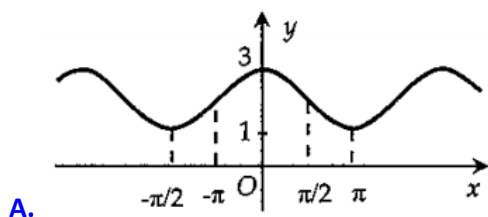
Tiếp theo ta có hàm số  $y = \cos \frac{x}{2}$  có chu kỳ tuần hoàn là  $T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$ .

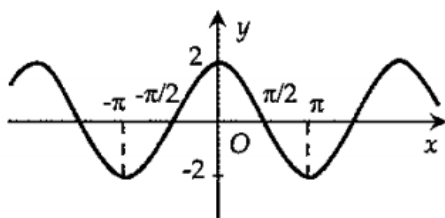
Ta thấy với  $x = 0$  thì  $y = \cos \frac{x}{2} = \cos 0 = 1$  nên ta chọn D.

**Ví dụ 2.** Cho đồ thị hàm số  $y = \cos x$  như hình vẽ :

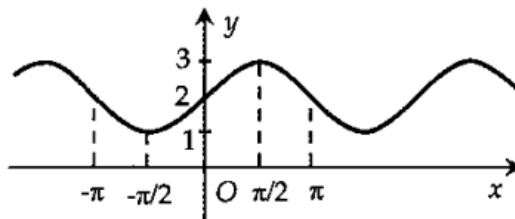


Hình vẽ nào sau đây là đồ thị hàm số  $y = \cos x + 2$ ?





C.



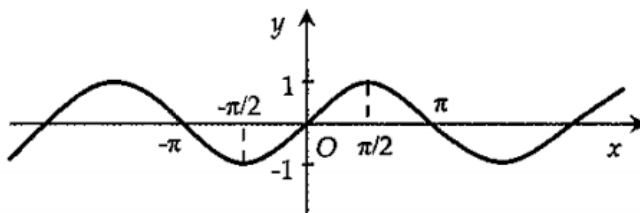
D.

Lời giải

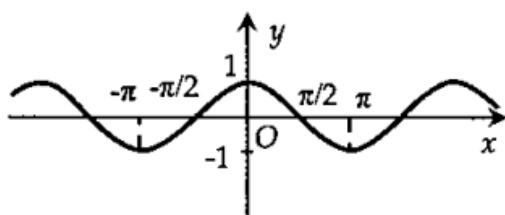
**Chọn A**

Ta thực hiện phép tịnh tiến đồ thị hàm số  $y = \cos x$  trên trục  $Oy$  lên trên 2 đơn vị (xem lại sơ đồ biến đổi đồ thị cơ bản ở bên trên).

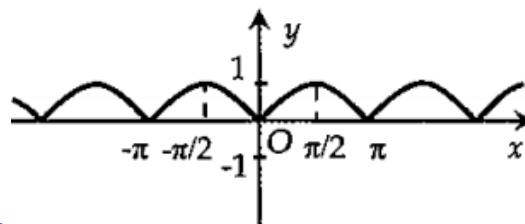
**Ví dụ 3.** Cho đồ thị hàm số  $y = \sin x$  như hình vẽ:



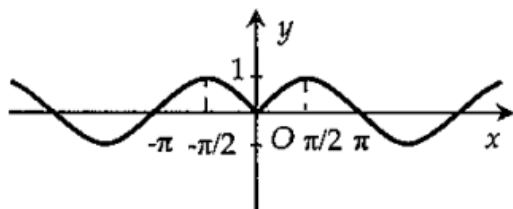
Hình nào sau đây là đồ thị hàm số  $y = \sin|x|$ ?



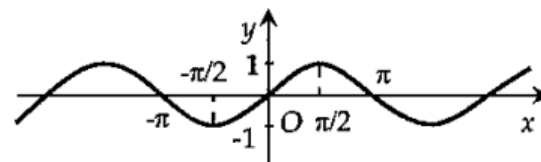
A.



B.



C.



D.

Lời giải

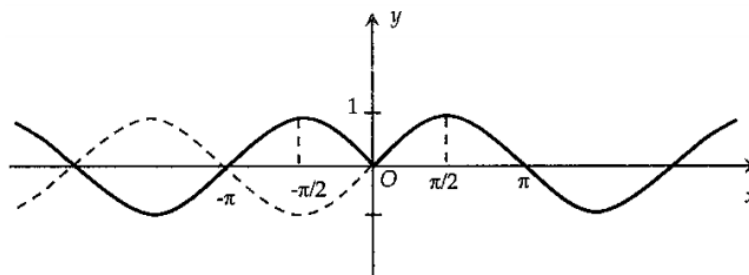
**Chọn C**

Suy diễn đồ thị hàm số  $y = \sin|x|$  từ đồ thị hàm số  $y = \sin x$ :

Giữ nguyên phần đồ thị của hàm số  $y = \sin x$  nằm bên phải trục  $Oy$ .

Lấy đối xứng phần đồ thị trên qua trục  $Oy$ .

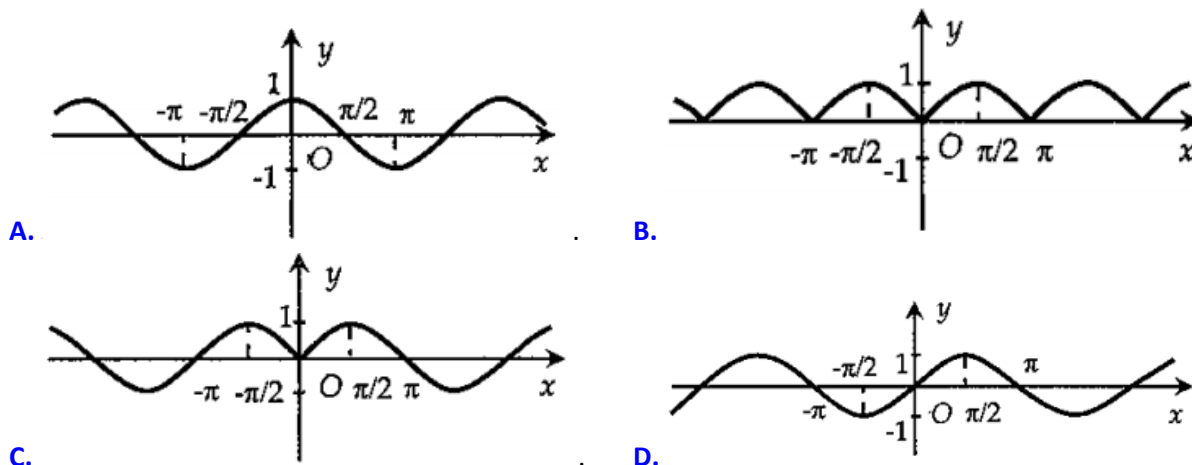
Dưới đây là đồ thị ta thu được sau khi thực hiện các bước suy diễn ở trên. Phần đồ thị nét đứt là phần bỏ đi của đồ thị hàm số  $y = \sin x$ .



**STUDY TIP**

Ngoài ra ở bài toán này, ta có thể áp dụng tính chất hàm chẵn lẻ mà tôi đã cung cấp ở phần xét tính chẵn lẻ của hàm số phía trước. Hàm số  $y = \sin|x|$  là hàm số chẵn có đồ thị đối xứng qua trục  $Oy$ . Nhìn các phương án A, B, C, D chỉ có phương án D là không có đồ thị đối xứng qua trục  $Oy$ . Tiếp theo ta tìm giá trị của một số điểm đặc biệt và chọn được C.

**Ví dụ 4.** Hình nào sau đây là đồ thị hàm số  $y = |\sin x|$ ?



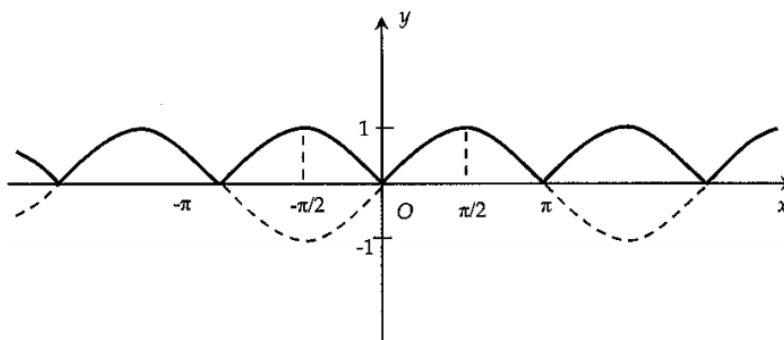
**Lời giải**

**Chọn B.**

**Cách 1:** Suy diễn đồ thị hàm số  $y = |\sin x|$  từ đồ thị hàm số  $y = \sin x$  :

Giữ nguyên phần tử từ trục hoành trở lên của đồ thị  $y = \sin x$ .

Lấy đối xứng phần đồ thị của hàm số  $y = \sin x$  phía dưới trục hoành qua trục hoành.



**Cách 2:** Ta thấy  $|\sin x| \geq 0, \forall x$  nên đồ thị hàm số  $y = |\sin x|$  hoàn toàn nằm trên trục  $Ox$ .

Từ đây ta chọn **B**.