# XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

## A. LÝ THUYẾT

### I. PHÉP THỬ NGẪU NHIÊN VÀ KHÔNG GIAN MẪU

#### 1. Phép thử ngẫu nhiên

**Phép thử ngẫu nhiên** (gọi tắt là phép thử) là một phép thử mà ta không đoán trước được kết quả của nó, mặc dù đã biết tập hợp tất cả các kết quả có thể có của phép thử đó.

#### 2. Không gian mẫu

Tập hợp các kết quả có thể xẩy ra của một phép thử được gọi là không gian mẫu của phép thử đó và ký hiệu là $\Omega$.

**Ví dụ:** Khi ta tung một đồng xu có 2 mặt, ta hoàn toàn không biết trước được kết quả của nó, tuy nhiên ta lại biết chắc chắn rằng đồng xu rơi xuống sẽ ở một trong 2 trạng thái: sấp (S) hoặc ngửa (N).

Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{S; N\}$

### II. BIẾN CỐ

**1.** Một biến cố $A$ (còn gọi là sự kiện $A$) liên quan tới phép thử $T$ là biến cố mà việc xẩy ra hay không xẩy ra của nó còn tùy thuộc vào kết quả của $T$.

Mỗi kết quả của phép thử $T$ làm cho biến cố $A$ xảy ra được gọi là một kết quả thuận lợi cho $A$.

**2.** Tập hợp các kết quả thuận lợi cho $A$ được kí hiệu bởi $\Omega_A$. Để đơn giản, ta có thể dùng chính chữ $A$ để kí hiệu tập hợp các kết quả thuận lợi cho $A$.

Khi đó ta cũng nói biến cố $A$ được mô tả bởi tập $A$.

**3.** Biến cố chắc chắn là biến cố luôn xẩy ra khi thực hiện hiện phép thử $T$. Biến cố chắc chắn được mô tả bởi tập $\Omega$ và được ký hiệu là $\Omega$.

**4.** Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xẩy ra khi thực hiện phép thử $T$. Biến cố không thể được mô tả bởi tập $\varnothing$.

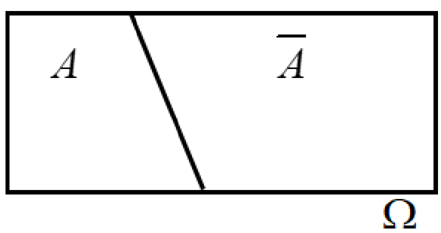
#### Các phép toán trên biến cố

* Tập $\Omega \setminus A$ được gọi là biến cố đối của biến cố $A$, kí hiệu là $\overline{A}$. Giả sử $A$ và $B$ là hai biến cố liên quan đến một phép thử. Ta có:

* Tập $A \cup B$ được gọi là hợp của các biến cố $A$ và $B$.

* Tập $A \cap B$ được gọi là giao của các biến cố $A$ và $B$.

* Nếu $A \cap B = \varnothing$ thì ta nói $A$ và $B$ xung khắc.




**Bảng đọc ngôn ngữ biến cố.**

| Kí hiệu | Ngôn ngữ biến cố |
|---|---|

hoc360.net

| | |
|---|---|
| $A \in \Omega$ | $A$ là biến cố |
| $A = \varnothing$ | $A$ là biến cố không |
| $A = \Omega$ | $A$ là biến cố chắc chắn |
| $C = A \cup B$ | $C$ là biến cố "$A$ hoặc $B$" |
| $C = A \cap B$ | $C$ là biến cố "$A$ và $B$" |
| $A \cap B = \varnothing$ | $A$ và $B$ xung khắc |
| $B = \overline{A}$ | $A$ và $B$ đối nhau |

## III. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

**Định nghĩa cổ điển của xác suất:**

Giả sử phép thử $T$ có một số hữu hạn kết quả có thể đồng khả năng. Khi đó xác suất của một biến cố $A$ liên quan tới $T$ là tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho $A$ và số kết quả có thể

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Trong cuộc sống khi nói về biến cố, ta thường nói biến cố này có nhiều khả năng xảy ra, biến có kia có ít khả năng xảy ra, biến cố này có nhiều khả năng xảy ra hơn biến cố kia. Toán học đã định lượng hóa các khả năng này bằng cách gán cho mỗi biến cố một số không âm, nhỏ hơn hoặc bằng 1 gọi là xác suất của biến cố.

Từ định nghĩa cổ điển về xác suất ta có các bước để tính xác suất của một biến cố như sau:

**Bước 1:** Xác định không gian mẫu $\Omega$ rồi tính số phần tử của $\Omega$, tức là đếm số kết quả có thể của phép thử $T$.

**Bước 2:** Xác định tập con $A$ mô tả biến cố $A$ rồi tính số phần tử của $A$, tứ là đếm số kết quả thuận loại cho $A$.

**Bước 3:** Lấy kết quả của bước 2 chia cho bước 1.

**Nhận xét:** Việc tính số kết quả có thể (bước 1) thường dễ dàng hơn hiều so với việc tính số kết quả thuận lợi cho $A$ (bước 1). Để giải quyết tốt các bài toán xác suất ta cần nắm chắc phần tổ hợp trước.

**STUDY TIP**

Từ định nghĩa cổ điển về xác suất ta suy ra: $0 \le P(A) \le 1; P(\Omega) = 1; P(\varnothing) = 0$

*Chú ý:* Các kí hiệu $n(\Omega); n(A)$ được hiểu tương đương với $|\Omega|; |\Omega_A|$ là số phần tử của không gian mẫu và của tập hợp thuận lợi cho biến cố $A$.

## 4. Quy tắc cộng xác suất

### a) Quy tắc cộng xác suất

* Nếu hai biến cố $A, B$ xung khắc nhau thì

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

* Nếu các biến cố $A_1, A_2, A_3, ..., A_k$ xung khắc nhau thì

$$P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_k)$$

**STUDY TIP**

Vì $A \cup \overline{A} = \Omega$ và $A \cap \overline{A} = \varnothing$ nên theo công thức cộng xác suất thì

$$1 = P(\Omega) = P(A) + P(\overline{A})$$

**b) Công thức tính xác suất biến cố đối**

Xác suất của biến cố $\overline{A}$ của biến cố $A$ là

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

Dưới đây là một ví dụ để ta hiểu rõ hơn về quy tắc cộng.

**Ví dụ 1.** Một hộp đựng $4$ viên bi xanh, $3$ viên bi đỏ và $2$ viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên biên. Xác suất để chọn được hai viên bi cùng màu là

**A.** $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{36}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

***Lời giải***

**Đáp án A.**

Gọi $A$ là biến cố : "Chọn được hai viên bi xanh".

$B$ là biến cố : "Chọn được hai viên bi đỏ".

$C$ là biến cố : "Chọn được hai viên bi vàng".

Khi đó biến cố: "Chọn được hai viên bi cùng màu" là biến cố $A \cup B \cup C$. Do $A, B, C$ đôi một xung khắc với nhau nên theo quy tắc cộng ta có

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

Ta có $P(A) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{6}{36}; P(B) = \frac{C_3^2}{C_9^2} = \frac{3}{36}; P(C) = \frac{C_2^2}{C_9^2} = \frac{1}{36}$.

Vậy $P(A \cup B \cup C) = \frac{6}{36} + \frac{3}{36} + \frac{1}{36} = \frac{5}{18}$

**5) Quy tắc nhân xác suất**

| Biến cố giao | Biến cố độc lập |
| --- | --- |
| Cho biến cố $A$ và $B$. Biến cố " cả $A$ và $B$ đều xảy ra" kí hiệu là $AB$ gọi là giao của hai biến cố $A$ và $B$ . | Hai biến cố gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra biến cố kia. |
| Một cách tổng quát, cho $k$ biến cố $A_1, A_2, A_3, ..., A_k$. Biến cố: "Tất cả $k$ biến cố $A_1, A_2, A_3, ..., A_k$ đều xảy ra", | Một cách tổng quát, cho $k$ biến cố $A_1, A_2, A_3, ..., A_k$. Chúng được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra |

| | |
|---|---|
| kí hiệu là $A_1A_2A_3...A_k$ được gọi là giao của $k$ biến cố đó. | hay không xảy ra của một nhóm bất kì trong các biến cố trên không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của các biến cố còn lại. |

**Quy tắc nhân xác suất**

Nếu $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập thì

$$P(AB)=P(A).P(B)$$

Một cách tổng quát, nếu $k$ biến cố $A_1,A_2,A_3,...,A_k$ là độc lập thì

$$P(A_1,A_2,A_3,...,A_k)=P(A_1).P(A_2)...P(A_k)$$

**Chú ý:**

* Nếu $A$ và $B$ độc lập thì $A$ và $\overline{B}$ độc lập, $B$ và $\overline{A}$ độc lập, $\overline{B}$ và $\overline{A}$ độc lập. Do đó Nếu $A$ và $B$ độc lập thì ta còn có các đẳng thức

$$P(A\overline{B})=P(A).P(\overline{B})$$

$$P(\overline{A}B)=P(\overline{A}).P(B)$$

$$P(\overline{A}\overline{B})=P(\overline{A}).P(\overline{B})$$

* Nếu một trong các đẳng thức trên bị vi phạm thì hai biến cố $A$ và $B$ không độc lập với nhau

**Ví dụ 2.** Gieo hai con súc sắc I và II cân đối, đồng chất một cách độc lập. Ta có biến cố $A$: "Có ít nhất một con súc sắc xuất hiện mặt $6$ chấm". Lúc này giá trị của $P(A)$ là

**A.** $\frac{25}{36}$. **B.** $\frac{11}{36}$. **C.** $\frac{1}{36}$. **D.** $\frac{15}{36}$.

***Lời giải***

**Đáp án B.**

Gọi $A_i\,(i=1;2)$ là biến cố : "Con súc sắc thứ $i$ ra mặt $6$ chấm"

$\Rightarrow A_1$ và $A_2$ là hai biến cố độc lập và ta có $\begin{cases} P(A_1)=\frac{1}{6} \\ P(A_2)=\frac{1}{6} \end{cases}$

Thay vì tính $P(A)$ ta đi tính $P(\overline{A})$. Ta có $\overline{A}=\overline{A_1}.\overline{A_2}$.

$$P(\overline{A})=P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2})=(1-P(A_1)).(1-P(A_2))=\frac{5}{6}.\frac{5}{6}=\frac{25}{36}$$

Vậy $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{25}{36}=\frac{11}{36}$

**B. CÁC DẠNG TOÁN VỀ XÁC SUẤT**

### *DẠNG 1. SỬ DỤNG ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN VỀ XÁC XUẤT - QUY VỀ BÀI TOÁN ĐẾM.*

**Bài toán 1. Bài toán tính xác suất sử dụng định nghĩa cổ điển bằng cách tính trực tiếp số phần tử thuận lợi cho biến cố.**

*Phương pháp chung:*

Trong bài toán này, việc xác định số phần tử thuận lợi cho biến cố cần tìm dễ dàng xác định (có thể liệt kê các phương án, có thể tính được các cách chọn ngắn gọn).

**Bước 1:** Tìm số phần tử của không gian mẫu.

**Bước 2:** Đếm số phần tử thuận lợi của không gian mẫu.

**Bước 3:** Tính xác suất $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$.

**STUDY TIP**

Phần lớn các bài toán xác suất đều có thể quy về 2 bài toán đếm:

* Đếm số phần tử của tập thuận lợi với biến cố.

* Đếm số phần tử của không gian mẫu $\Omega$.

Các bước làm bài đã được trình bày rõ ở lý thuyết trước.

**Ví dụ 1.** Gieo ngẫu nhiên hai con xúc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “ Có ít nhất một con xúc sắc xuất hiện mặt một chấm” là

**A.** $\dfrac{11}{36}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{25}{36}$. **D.** $\dfrac{15}{36}$.

***Lời giải***

**Đáp án A.**

Gọi $A$ là biến cố: “Có ít nhất một con xúc sắc xuất hiện mặt một chấm”.

**Bước 1:** Tìm số phần tử không gian mẫu.

Do mỗi xúc sắc có thể xảy ra $6$ trường hợp nên số kết quả có thể xảy ra là $|\Omega|=6.6=36$.

**Bước 2:** Tìm số kết quả thuận lợi cho $A$.

Ta có các trường hợp sau:

$$\{(1;1);(1;2);(1;3);(1;4);(1;5);(1;6);(2;1);(3;1);(4;1);(5;1);(6;1)\} \Rightarrow |\Omega_A|=11$$

**Bước 3:** Xác suất của biến cố $A$ là $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{11}{36}$.

**Ví dụ 2.** Một tổ gồm $9$ em, trong đó có $3$ nữ được chia thành $3$ nhóm đều nhau. Tính xác xuất để mỗi nhóm có một nữ.

**A.** $\dfrac{3}{56}$. **B.** $\dfrac{27}{84}$. **C.** $\dfrac{53}{56}$. **D.** $\dfrac{19}{28}$.

***Lời giải***

**Đáp án B.**

**Bước 1:** Tìm số phần tử không gian mẫu.

Chọn ngẫu nhiên $3$ em trong $9$ em đưa vào nhóm thứ nhất có số khả năng xảy ra là $C_9^3$

Chọn ngẫu nhiên $3$ em trong $6$ em đưa vào nhóm thứ hai có số khả năng xảy ra là $C_6^3$.

Còn $3$ em đưa vào nhóm còn lại thì số khả năng xảy ra là $1$ cách.

Vậy $|\Omega| = C_9^3 C_6^3.1 = 1680$

**Bước 2:** Tìm số kết quả thuận lợi cho $A$.

Phân $3$ nữ vào $3$ nhóm trên có $3!$ cách.

Phân $6$ nam vào $3$ nhóm theo cách như trên có $C_6^2 C_4^2.1$ cách khác nhau.

$\Rightarrow |\Omega_A| = 3!.C_6^2 C_4^2.1 = 540.$

**Bước 3:** Xác suất của biến cố $A$ là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{540}{1680} = \frac{27}{84}$.

**STUDY TIP**

Bài toán ở ví dụ 2 liên quan chặt chẽ với phép đếm. Ta cần nắm chắc phần quy tắc cộng, quy tắc nhân để giải quyết các bài toán tính xác suất theo phương pháp cổ điển.

**Ví dụ 3.** Một hộp chứa $11$ viên bi được đánh số từ $1$ đến $11$. Chọn $6$ viên bi một cách ngẫu nhiên rồi cộng các số trên $6$ viên bi được rút ra với nhau. Xác suất để kết quả thu được là số lẻ là

**A.** $\frac{226}{462}$. **B.** $\frac{118}{231}$. **C.** $\frac{115}{231}$. **D.** $\frac{103}{231}$.

***Lời giải***

**Đáp án B.**

**Bước 1:** Tìm số phần tử không gian mẫu.

Chọn ngẫu nhiên $6$ viên bi trong $11$ viên bi thì số cách chọn là $n(\Omega) = C_{11}^6 = 462$

**Bước 2:** Tìm số phần tử thuận lợi cho biến cố.

Gọi $A$ là biến cố : "Chọn $6$ viên bi cộng các số trên $6$ viên bi đó thu được là số lẻ".

Trong $11$ viên bi có $6$ viên bi mang số lẻ đó là $\{1;3;5;7;9;11\}$ và $5$ viên bi mang số chẵn $\{2;4;6;8;10\}$.

* **Trường hợp 1:** $1$ viên bi mang số lẻ và $5$ viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp $1$ là $C_6^1.C_5^5$ cách.

* **Trường hợp 2:** $3$ viên bi mang số lẻ và $3$ viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp $2$ là $C_6^3.C_5^3$ cách.

* **Trường hợp 3:** $5$ viên bi mang số lẻ và $1$ viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp $3$ là $C_6^5.C_5^1$ cách.

Suy ra $n(A) = C_6^1.C_5^5 + C_6^3.C_5^3 + C_6^5.C_5^1 = 6 + 200 + 30 = 236.$

$\Rightarrow |\Omega_A| = 3!.C_6^2 C_4^2.1 = 540.$

**Bước 3:** Tính xác suất $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{236}{462} = \frac{118}{231}$.



hoc360.net

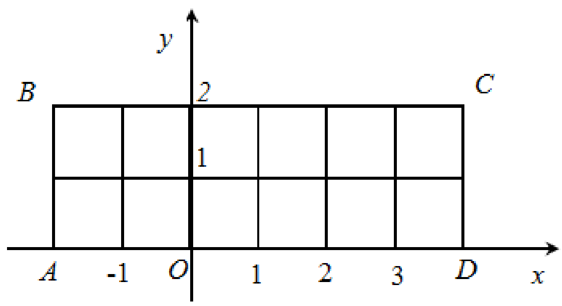
**STUDY TIP**

**Giải thích thực tế:** Ta có thể đưa ra các trường hợp như vậy là vì ta có:
Để có được tổng là số lẻ thì ta phải có: lẻ + chẵn = lẻ.
**TH1:** $5$ số chẵn cộng lại với nhau sẽ ra số chẵn. Do đó cộng với $1$ lẻ thì ra số lẻ.
**TH2:** $3$ lẻ = ($1$ lẻ + $1$ lẻ ) + $1$ lẻ = $1$ chẵn + $1$ lẻ = $1$ lẻ.
$3$ số chẵn cộng lại với nhau ra chẵn. Do đó cộng với $1$ lẻ thì ra số lẻ.
…
$\Rightarrow$ số viên bi mang số lẻ phải là số lẻ.

**Ví dụ 4.** Trong hệ trục tọa độ $Oxy$ cho $A(-2;0), B(-2;2), C(4;2), D(4;0)$. Chọn ngẫu nhiên một điểm có tọa độ $(x;y)$; ( với $x, y$ là các số nguyên) nằm trong hình chữ nhật $ABCD$ (kể cả các điểm nằm trên cạnh).
Gọi $A$ là biến cố : "$x, y$ đều chia hết cho $2$". Xác suất của biến cố $A$ là

**A.** $\frac{7}{21}$. **B.** $\frac{13}{21}$. **C.** $1$. **D.** $\frac{8}{21}$.

***Lời giải***




Ta có $\Omega = \{(x;y), -2 \le x \le 4, 0 \le y \le 2\}$, với $x, y \in \mathbb{Z}$.

Vậy $x \in \{-2;-1;;1;2;3;4\}$ và $y \in \{0;1;2\}$.

Suy ra $n(\Omega) = 7.3 = 21$ (mỗi điểm là một giao điểm trên hình).

Ta có $A$: "$x, y$ đều chia hết cho $2$". Nên ta có $A = \{(x;y) : x \in \{-2;0;2;4\}; y \in \{0;2\}\}$

Theo quy tắc nhân ta có $n(A) = 4.2 = 8 \Rightarrow n(A) = 8 \Rightarrow P(A) = \frac{8}{21}$

**STUDY TIP**

Với các bài toán có miền giới hạn nhỏ, ta nên liệt kê các phần tử ra tránh sử dụng miền sẽ nhầm lẫn số phần tử.

**Ví dụ 5.** Một người bỏ ngẫu nhiên $4$ lá thư và $4$ chiếc phong bì thư đã để sẵn địa chỉ. Xác suất để có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ là.

**A.** $\frac{5}{8}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

***Lời giải***

Gọi 4 lá thư lần lượt là $A,\ B,\ C,\ D$ và 4 phong bì thư có địa chỉ đúng với các lá thư trên lần lượt
là $1;2;3;4$

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=4!=24$.

Gọi $X$ là biến cố " có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ".
Ta có các trường hợp sau:
***TH1:** Cả 4 lá thư đều bỏ đúng địa chỉ: Chỉ có một trường hợp duy nhất
***TH2:** Có đúng 2 lá thư bỏ đúng địa chỉ. Có 6 trường hợp xảy ra là: $A1-B2-C4-D3$; $A1-B4-C3-D2$; $A4-B2-C3-D1$; $A1-B3-C2-D4$; $A3-B2-C1-D4$; A3 hoặc $A2-B1-C3-D4$.
***TH3:** Có đúng 1 lá thư bỏ đúng địa chỉ: Chỉ có lá thư $A$ bỏ đúng địa chỉ thì có 2 trường hợp $A1-B3-C4-D2; A1-B4-C2-D3$

Tương tự với lá thư $B$ có 2 trường hợp.
Lá thư $C$ chỉ có đúng 2 trường hợp.
Lá thư $D$ chỉ có đúng 2 trường hợp.
Suy ra có 8 trường hợp chỉ có đúng 1 lá thư bỏ đúng địa chỉ.
Vậy số phần tử của biến cố $X$ là $n(X)=1+6+8=15$

Nên $P(X)=\frac{15}{24}=\frac{5}{8}$.

**STUDY TIP**

**Giải thích thực tế:** có nhiều độc giả sẽ thêm trường hợp có 3 lá thư bỏ đúng địa chỉ, tuy nhiên như vậy là lặp lại trường hợp 4 lá thư bỏ đúng địa chỉ. Do đó nếu 3 lá thư đúng địa chỉ rồi thì lá thư cuối cùng cũng nghiễm nhiên đúng địa chỉ và trùng với TH1.

**Ví dụ 1.** Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{418}{455}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{12}{13}$.

***Lời giải***

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên bi thì số cách chọn là $C_{15}^{3}=445$.

Gọi $A$ là biến cố "trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên màu đỏ". Số trường hợp thuận lợi cho biến cố $A$ là:

***Trường hợp 1:** Lấy được 1 viên màu đỏ, số cách lấy là: $C_8^1.C_7^2$.

***Trường hợp 2:** Lấy được 2 viên màu đỏ, số cách lấy là: $C_8^2.C_7^1$.

***Trường hợp 3:** Lấy được 3 viên màu đỏ, số cách lấy là: $C_8^3$.

Số trường hợp thuận lợi cho biến cố $A$ là $n(A)=C_8^1.C_7^2+C_8^2.C_7^1+C_8^3=420$

Vậy $P(A)=\frac{C_8^1.C_7^2+C_8^2.C_7^1+C_8^3}{C_{15}^3}=\frac{12}{13}$.

**Bài toán 2: Tính xác suất sử dụng định nghĩa cổ điển bằng phương pháp gián tiếp.**
*Trong nhiều bài toán tính xác suất, việc tính số phần tử thuận lợi cho biến cố $A$ trở nên khó khăn do có quá nhiều trường hợp, thì ta đi tìm số phần tử thuận lợi cho biến cố đối của biến cố $A$. Sau đó lấy số phần tử không gian mẫu trừ đi kết quả vừa tìm được thì ta có số phần tử thuận lợi cho biến cố $A$.*
Ta sẽ sử dụng bài toán ở ví dụ 6 như sau:

**Ví dụ 2.** Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{418}{455}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{12}{13}$.

***Lời giải***

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên bi thì số cách chọn là $C_{15}^3 = 445$.

Gọi $A$ là biến cố "trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên màu đỏ" thì là biến cố $\overline{A}$ " cả ba viên bi lấy ra đều không có màu đỏ" ( tức là lấy ra cả ba viên bi đều màu xanh"

Số cách chọn ra 3 viên bi mà 3 viên bi đó đều màu xanh là $C_7^3 = 35 \Rightarrow n\left(\overline{A}\right) = 35$

$\Rightarrow$ Số cách chọn ra 3 viên bi mà trong đó có ít nhất một viên bi màu đỏ là $455 - 35 = 420$ cách

$\Rightarrow n(A) = 420$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{420}{455} = \frac{12}{13}$$

**STUDY TIP**

**Giải thích thực tế:** Dấu hiệu nhận biết các bài toán thực tế chọn đồ vật mà sử dụng cách tính gián tiếp đó là câu hỏi xuất hiện từ "có ít nhất …" thì thường ta sẽ giải quyết theo cách gián tiếp đó là tìm số cách chọn sao cho "không xuất hiện…" Ta sẽ tìm hiểu kĩ hơn ở ví dụ 8.

**Ví dụ 3.** Một hộp quà đựng 16 dây buộc tóc cùng chất liệu, cùng kiểu dáng nhưng khác nhau về màu sắc. Cụ thể trong hộp có 8 dây xanh, 5 dây đỏ, và 3 dây vàng. Bạn An được chọn ngẫu nhiên 6 dây từ hộp quà để làm phần thưởng cho mình. Tính xác suất để trong 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ.

**A.** $\frac{8005}{8008}$. **B.** $\frac{11}{14}$. **C.** $\frac{6289}{8008}$. **D.** $\frac{1719}{8008}$.

***Lời giải***

Chọn ngẫu nhiên 6 dây từ 16 dây thì số cách chọn là $n(\Omega) = C_{16}^6 = 8008$

Gọi $A$ là biến cố " 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ".
Do đó nếu tính trực tiếp sẽ có quá nhiều trường hợp, và từ STUDY TIP ở ví dụ 7, ta sẽ sử dụng biến cố đối để giải quyết bài toán:

**Trường hợp 1:** Không có dây nào vàng, số cách lấy là: $C_{13}^6$.

**Trường hợp 2:** Có 1 dây vàng và 5 dây đỏ, số cách lấy là: $C_3^1.C_5^5$.

Suy ra $n(A) = C_{16}^6 - C_{13}^6 - C_3^1.C_5^5 = 6289$

Nên $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{16}^6 - C_{13}^6 - C_3^1.C_5^5}{C_{16}^6} = \frac{6289}{8008}$.

**Ví dụ 4.** Một trường THPT có 18 học sinh giỏi toàn diện, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh từ 18 học sinh trên để đi dự trại hè. Tính xác suất để mỗi khối có ít nhất 1 học sinh được chọn.

**A.** $\frac{212}{221}$. **B.** $\frac{9}{221}$. **C.** $\frac{59}{1326}$. **D.** $\frac{1267}{1326}$.

***Lời giải***

Chọn 8 học sinh bất kì trong 18 học sinh thì số cách chọn là $n(\Omega)=C_{18}^{8}$ cách.

Tương tự với dấu hiệu mà STUDY TIP đưa ra thì ta tìm số trường hợp thuận lợi cho biến cố đối của biến cố cần tìm.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 10, có $C_{13}^{8}$ cách.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 11, có $C_{12}^{8}$ cách.

Chọn 8 học sinh mà không có khối 12, có $C_{11}^{8}$ cách.

Gọi $A$ là biến cố " 8 học sinh được chọn, mỗi khối có ít nhất 1 học sinh". Số trường hợp thuận lợi cho $A$ là $n(A)=C_{18}^{8}-\left(C_{13}^{8}+C_{12}^{8}+C_{11}^{8}\right)=41811$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{41811}{C_{18}^{8}}=\frac{1267}{1326}$.

**Ví dụ 5.** Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 3, 5, 7, 9. Tính xác suất để tìm được một số không bắt đầu bởi 135.

**A.** $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{60}$. **C.** $\frac{59}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

***Lời giải***

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega)=5!$.

Gọi $A$ là biến cố "số tìm được không bắt đầu bởi $135$".

Thì biến cố $\overline{A}$ là biến cố "số tìm được bắt đầu bởi $135$"

Buộc các số $135$ lại thì ta còn 3 phần tử. Số các số tạo thành thỏa mãn số $135$ đứng đầu là $1.2.1=2$ cách $\Rightarrow n(A)=120-2=118$ cách

Nên $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{118}{120}=\frac{59}{60}$

**STUDY TIP**

Phương pháp "buộc" các phần tử được giới thiệu kĩ ở phần quy tắc đếm, được áp dụng khi các phần tử có điều kiện đứng liền kề nhau.

***DẠNG 2. SỬ DỤNG QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT***

**Bước 1:** Xác định biến cố của các xác suất, có thể gọi tên các biến cố $A;B;C;D$ để biểu diễn.

**Bước 2:** Tìm mối quan hệ giữa các biến cố vừa đặt tên, biểu diễn biến cố trung gian và quan trọng nhất là biến cố đề bài đang yêu cầu tính xác suất thông qua các biến cố ở bước 1.

**Bước 3:** Sử dụng các mối quan hệ vừa xác định ở bước 2 để chọn công thức cộng hay công thức nhân phù hợp.

**Ví dụ 1.** Một chiếc ôtô với hai động cơ độc lập đang gặp trục trặc kĩ thuật. Xác suất để động cơ 1 gặp trục trặc là 0,5. Xác suất để động cơ 2 gặp trục trặc là 0,4. Biết rằng xe chỉ không thể chạy được khi cả hai động cơ bị hỏng. Tính xác suất để xe đi được.

**A.** $0,2$. **B.** $0,8$. **C.** $0,9$. **D.** $0,1$.

***Lời giải***

Gọi $A$ là biến cố "động cơ 1 bị hỏng", gọi $B$ là biến cố "động cơ 2 bị hỏng".

Suy ra $AB$ là biến cố "cả hai động cơ bị hỏng" $\Leftrightarrow$ " xe không chạy được nữa".

Lại thấy hai động cơ hoạt động độc lập nên $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập.

$\Rightarrow$ Áp dụng quy tắc nhân xác suất ta được xác suất để xe phải dừng lại giữa đường là $P(AB) = 0,5.0,4 = 0,2$.

Vậy xác suất để xe đi được là $1 - 0,2 = 0,8$.

**STUDY TIP**

Các bài toán không nói bất kì đối tượng nào mà chỉ cho các giá trị xác suất thì ta bắt buộc phải sử dụng công thức cộng hoặc công thức nhân xác suất. Ở đây hai động cơ độc lập nên $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập, do vậy ta áp dụng công thức nhân xác suất.

**Ví dụ 2.** Túi I chứa 3 bi trắng, 7 bi đỏ, 15 bi xanh. Túi II chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ, 9 bi xanh. Từ mỗi túi lấy ngẫu nhiên 1 viên bi. Tính xác suất để lấy được hai viên cùng màu.

**A.** $\frac{207}{625}$. **B.** $\frac{72}{625}$. **C.** $\frac{418}{625}$. **D.** $\frac{553}{625}$.

***Lời giải***

Gọi $A_t, A_d, A_x$ lần lượt là biến cố bi rút được từ túi I là trắng, đỏ, xanh.

Gọi $B_t, B_d, B_x$ lần lượt là biến cố bi rút được từ túi II là trắng, đỏ, xanh.

Các biến cố $A_t, A_d, A_x$ độc lập với $B_t, B_d, B_x$.

Vậy xác suất để lấy được hai bi cùng màu là

$$P(A_tB_t \cup A_dB_d \cup A_xB_x) = P(A_tB_t) + P(A_dB_d) + P(A_xB_x)$$

$$= P(A_t)P(B_t) + P(A_d)P(B_d) + P(A_x)P(B_x) = \frac{3}{25}.\frac{10}{25} + \frac{7}{25}.\frac{6}{25} + \frac{15}{25}.\frac{9}{25} = \frac{207}{625}.$$

**STUDY TIP**

Nhận thấy bài toán bên là bài toán sử dụng cả hai công thức tính là công thức cộng và công thức nhân xác suất. Bài toán sử dụng công thức cộng xác suất vì các biến cố $A_tB_t; A_dB_d; A_xB_x$ lần lượt là các biến cố đôi một xung khắc (do biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra). Trong khi đó các biến cố $A_t$ và $B_t$; $A_d$ và $B_d$; $A_x$ và $B_x$ lần lượt là các cặp biến cố độc lập (việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng đến biến cố kia) nên sử dụng công thức nhân xác suất.

**Ví dụ 3.** Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn.

**A.** $0,09$. **B.** $0,91$. **C.** $0,36$. **D.** $0,06$.

***Lời giải***

Đặt $A$ là biến cố " Lần gieo đầu tiên xuất hiện mặt chấm chẵn";



hoc360.net

$B$ là biến cố " Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt chấm chẵn";
$C$ là biến cố " Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn".

Ta có $C=(A\cap B)\cup(\overline{A}\cap\overline{B})$.

Ta thấy $(A\cap B)$ và $(\overline{A}\cap\overline{B})$ là hai biến cố xung khắc nên

$P\left[(A\cap B)\cup(\overline{A}\cap\overline{B})\right]=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap\overline{B})$ $P\left[(A\cap B)\cup(\overline{A}\cap\overline{B})\right]=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap\overline{B})$

Vì $A$ và $B$ là hai biến cố độc lập nên theo STUDY TIP ở trên thì

$P(A\cap B)=P(A).P(B)=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A}).P(\overline{B})=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

Vậy $P(C)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$.

**STUDY TIP**

Ở đây $C=(A\cap B)\cup(\overline{A}\cap\overline{B})$ vì tổng hai chấm xuất hiện ở hai lần gieo là chẵn có nghĩa là có 2 trường hợp:

***TH1:** Hai lần gieo đều được số chẵn $A\cap B$.

***TH2:** Hai lần gieo đều được số lẻ $\overline{A}\cap\overline{B}$.

**STUDY TIP**

Ta có $P(A)=P(B)=\frac{1}{2}$ bởi xúc sắc có số mặt chẵn và số mặt lẻ bằng nhau, do vậy ta dễ dàng có xác suất là $\frac{1}{2}$.

**Ví dụ 4.** Ba xạ thủ $A, B, C$ độc lập với nhau cùng nổ súng vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của $A, B, C$ tương ứng là $0,4;0,5$ và $0,7$. Tính xác suất để có ít nhất một người bắn trúng mục tiêu.

**A.** $0,09$. **B.** $0,91$. **C.** $0,36$. **D.** $0,06$.

***Lời giải***

Gọi $A, B, C$ tương ứng là các biến cố " $A$ bắn trúng"; " $B$ bắn trúng"; " $B$ bắn trúng".

$A, B, C$ là ba biến cố độc lập. Do $A, B, C$ là các biến cố đôi một nên:

Xác suấy để cả ba người đều bắn trượt là

**STUDY TIP**

Nhắc lại chú ý phần lý thuyết nhân xác suất, tôi có đưa ra: Nếu $A, B, C$ là hai biến cố độc lập thì $P(\overline{A}.\overline{B})=P(\overline{A}).P(\overline{B})$

Và bài toán ở ví dụ 9 này là bài toán mở rộng của chú ý đó đối với ba biến cố đối một cách độc lập

$P\left(\overline{ABC}\right)=P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\right).P\left(\overline{C}\right)=(1-0,4)(1-0,5)(1-0,7)=0,09$

Vậy xác suất để có ít nhất một trong ba người bắn trùng là $1-0,09=0,91$.

**Ví dụ 5.** Một xạ thủ bắn bia. Biết rằng xác suất bắn trúng vòng tròn $10$ là $0,2$; vòng $9$ là $0,25$ và vòng $8$ là $0,15$. Nếu trúng vòng $k$ thì được $k$ điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xả thủ đạt loại giỏi nếu anh ta đạt ít nhấ $28$ điểm. Xác suất để xả thủ này đạt loại giỏi

**A.** $0,0935$. **B.** $0,0755$. **C.** $0,0365$. **D.** $0,0855$.

***Lời giải***

**Chọn A**

Gọi $H$ là biến cố: "Xạ thủ bắn đạt loại giỏi". $A$; $B$; $C$; $D$ là các biến cố sau:

$A$: "Ba viên trúng vòng $10$"

$B$: "Hai viên trúng vòng $10$ và một viên trúng vòng $9$"

$C$: "Một viên trúng vòng $10$ và hai viên trúng vòng $9$"

$D$: "Hai viên trúng vòng $10$ và một viên trúng vòng $8$"

Các biến cố $A$; $B$; $C$; $D$ là các biến cố xung khắc từng đôi một và $H = A\cup B\cup C\cup D$

Suy ra theo quy tắc cộng mở rộng ta có $P(H)=P(A)+P(B)+P(C)+P(D)$

Mặt khác $P(A)=(0,2).(0,2).(0,2)=0,008$

$P(B)=(0,2).(0,2).(0,25)+(0,2)(0,25)(0,2)+(0,25)(0,2)(0,2)=0,03$

$P(C)=(0,2).(0,25).(0,25)+(0,25)(0,2)(0,25)+(0,25)(0,25)(0,2)=0,0375$

$P(D)=(0,2).(0,2).(0,15)+(0,2)(0,15)(0,2)+(0,15)(0,2)(0,2)=0,018$

Do đó $P(H)=0,008+0,03+0,0375+0,018=0,0935$

**STUDY TIP**

Ở các phần tính xác suất biến cố $B,C,D$ ta có các trường hợp như vậy bởi vì thứ tự trúng vòng của $3$ lần bắng khác nhau là các trường hợp khác nhau. Nhiều độc giả không tính các trường hợp khác nhau. Nhiều độc giả không tính các trường hợp đó dẫn đến chọn $C$ là **sai**

## C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG

**Câu 1.** Tung một viên súc sóc cân đối, tìm xác suất để số chấm xuất hiện nhỏ hơn $4$.

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{36}$. **D.** $\frac{1}{256}$.

**Câu 2.** Một lớp học có 100 học sinh, trong đó có 40 học sinh giỏi ngoại ngữ; 30 học sinh giỏi tin học và 20 học sinh giỏi cả ngoại ngữ và tin học. Học sinh nào giỏi ít nhất một trong hai môn sẽ được thêm điểm trong kết quả học tập của học kì. Chọn ngẫu nhien một trong các học sinh trong lớp, xác suất để học sinh đó được tăng điểm là

**A.** $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

**Câu 3.** Một hộp đèn có 12 bóng trong đó có 7 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng, xác suất để lấy được ít nhất 2 bóng tốt là

**A.** $\frac{21}{44}$. **B.** $\frac{7}{44}$. **C.** $\frac{7}{11}$. **D.** $\frac{4}{11}$.



hoc360.net

**Câu 4.** Trong một hộp gồm 8 viên bi xanh và 6 viên bi trắng, chọn ngẫu nhiên 5 viên bi. Xác suất để 5 viên bi được chọn có cả bi xanh và bi trắng

**A.** $\frac{970}{1001}$. **B.** $\frac{139}{143}$. **C.** $\frac{31}{1001}$. **D.** $\frac{4}{143}$.

**Câu 5.** Một lớp có 25 học sinh, trong đó có 15 em học khá môn Toán, 16 em học khá môn Văn. Biết rằng mỗi học sinh trong lớp đều khá ít nhất một trong hai môn trên. Xác suất để chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn

**A.** $\frac{21}{575}$. **B.** $\frac{7}{11}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

**Câu 6.** Gieo hai con xúc xắc cân đối đồng chất. Xác suất để tổng hai mặt xuất hiện bằng 7 là

**A.** $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{6}{7}$.

**Câu 7.** Một lớp có 20 học sinh, trong đó có 6 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn và 4 học sinh giỏi cả 2 môn. Giáo viên chủ nhiệm chọn ra 2 em. Xác suất 2 em đó là học sinh giỏi

**A.** $\frac{11}{20}$. **B.** $\frac{169}{190}$. **C.** $\frac{21}{190}$. **D.** $\frac{9}{20}$.

**Câu 8.** Xét các số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau được lập từ 1, 3, 5, 7, 9. Xác suất để viết được số bắt đầu bởi 19 là

**A.** $\frac{59}{60}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{19}{20}$. **D.** $\frac{1}{20}$.

**Câu 9.** Cho tập $A=\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Xác suất để lập được số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau sao cho số đó chia hết cho 5 và các chữ số 1, 2, 3 luôn có mặt cạnh nhau là

**A.** $\frac{11}{420}$. **B.** $\frac{11}{360}$. **C.** $\frac{349}{360}$. **D.** $\frac{409}{420}$.

**Câu 10.** Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn mộ ban cán sự lớp gồm 4 em. Xác suất để 4 bạn đó có ít nhất một nam và 1 nữ

**A.** $\frac{15475}{18278}$. **B.** $\frac{2083}{18278}$. **C.** $\frac{11}{360}$. **D.** $\frac{349}{360}$.

**Câu 11.** Một trường có 50 em học sinh giỏi trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Cần chọn ra 3 học sinh trong số 50 học sinh để tham gia trại hè. Tính xác suất trong 3 em ấy không có cặp anh em sinh đôi.

**A.** $\frac{9}{1225}$. **B.** $\frac{1216}{1225}$. **C.** $\frac{12}{1225}$. **D.** $\frac{1213}{1225}$.

**Câu 12.** Một hội nghị bàn tròn có phái đoàn các nước: Mỹ có 5 người, Nga có 5 người, Anh có 4 người, Pháp có 6 người, Đức có 4 người. Xếp ngẫu nhiên các đại biểu vào bàn tròn. Xác suất sao cho các người quốc tịch ngồi cùng nhau

**A.** $\frac{6}{23!}$. **B.** $\frac{4!}{24!}$. **C.** $\frac{4!5!5!4!6!4!}{24!}$. **D.** $\frac{23!-6}{23!}$.

**Câu 13.** Nam tung một đồng xu cân đối 5 lần liên tiếp. Xác suất xảy ra để Nam tung cả 5 lần đồng xu đều là mặt sấp

**A.** $0,5$. **B.** $0,03125$. **C.** $0,25$. **D.** $0,125$.

**Câu 14.** Ba xạ thủ bắn vào mục tiêu một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng của xạ thủ thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là 0,6; 0,7; 0,8. Xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng là

**A.** $0,188$. **B.** $0,024$. **C.** $0,976$. **D.** $0,812$.

**Câu 15.** Trong dịp nghỉ lễ 30-4 và 1-5 thì một nhóm các em thiếu niên tham gia trò chơi “Ném vòng cổ chai lấy thưởng”. Mỗi em được ném 3 vòng. Xác suất ném vào cổ trai lần đầu là 0,75. Nếu ném trượt lần đầu thì xác suất ném vào cổ chai lần thứ hai là 0,6. Nếu ném trượt cả hai lần ném đầu tiên thì xác suất ném vào cổ chai ở lần thứ ba (lần cuối) là 0,3. Chọn ngẫu nhiên một em trong nhóm chơi. Xác suất để em đó ném vào đúng cổ chai là

**A.** $0,18$. **B.** $0,03$. **C.** $0,75$. **D.** $0,81$.

**Câu 16.** Gieo 3 đồng xu cùng một lúc. Gọi $A$ là biến cố "có ít nhất một đồng xu xuất hiện mặt ngửa". Xác suất của biến cố $A$ là

**A.** $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{7}{8}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

**Câu 17.** Gieo 3 con xúc xắc, kết quả là một bộ thứ tự $(x;y;z)$ với $x;y;z$ lần lượt là số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc. Xác suất để $x+y+z<16$ là

**A.** $\frac{5}{108}$. **B.** $\frac{23}{24}$. **C.** $\frac{1}{24}$. **D.** $\frac{103}{108}$.

**Câu 18.** Gieo 2 con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xác định để gieo được hai mặt xúc sắc có tổng của hai số lớn hơn 9

**A.** $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{11}{360}$. **C.** $\frac{5}{36}$. **D.** $\frac{31}{36}$.

**Câu 19.** Gieo đồng thời 2 con xúc xắc cân đối, đồng chất. Một con màu đỏ và một con màu đen. Xác suất của biến cố $A$ "Số chấm trên con xanh nhiều hơn trên con đỏ 2 đơn vị"

**A.** $\frac{32}{36}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{5}{36}$. **D.** $\frac{9}{36}$.

**Câu 20.** Viết 6 chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 lên 6 mảnh bìa như nhau. Rút ngẫu nhiên ra 3 tấm bìa và xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất sao cho 3 tấm bìa đó xếp thành số có 3 chữ số là

**A.** $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{7}{40}$. **D.** $\frac{33}{40}$.

**Câu 21.** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 2 chữ số khác nhau lập từ $\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập $S$. Xác suất để tích hai số chọn được là một số chẵn

**A.** $\frac{41}{42}$. **B.** $\frac{1}{42}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

**Câu 22.** Cho 8 quả cân có trọng lượng lần lượt là 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 (kg). Chọn ngẫu nhiên 3 quả trong số đó. Xác suất để trọng lượng 3 quả không nhỏ hơn 10 (kg) là

**A.** $\frac{3}{28}$. **B.** $\frac{25}{28}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{7}{8}$.

**Câu 23.** Trong một hộp đựng 20 viên bi trong đó có 12 viên bi đỏ khác nhau và 8 viên bi xanh khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra 7 viên bi. Xác suất để 7 viên bi được chọn ra không quá 2 viên bi đỏ

**A.** $\frac{84}{1615}$. **B.** $\frac{101}{1938}$. **C.** $\frac{1882}{1983}$. **D.** $\frac{1531}{1615}$.

**Câu 24.** Có 10 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm chia hết cho 10 là

**A.** $\frac{634}{667}$. **B.** $\frac{33}{667}$. **C.** $\frac{568}{667}$. **D.** $\frac{99}{667}$.

**Câu 25.** Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số 1 đến 9. Hỏi phải rút bao nhiêu thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn $\frac{5}{6}$

**A.** $6$. **B.** $7$. **C.** $5$. **D.** $4$.

**Câu 26.** Năm đoạn thẳng có độ dài 1cm; 3cm; 5cm; 7cm; 9cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra có thể tạo thành 1 tam giác là

**A.** $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{7}{10}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

**Câu 27.** Người ta sử dụng 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Vật lý, 7 cuốn Hóa học (các cuốn cùng loại thì giống nhau) để làm giải thưởng cho 9 học sinh, mỗi học sinh được 2 cuốn sách khác loại. Trong số 9 học sinh có 2 bạn $X$ và $Y$. Xác suất để hai bạn đó có giải thưởng giống nhau là

**A.** $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

**Câu 28.** Xếp ngẫu nhiên 5 bạn nam và 3 bạn nữ vào một bàn tròn. Xác suất để không có ba bạn nữ nào ngồi cạnh nhau

**A.** $\frac{5}{7}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{1}{84}$. **D.** $\frac{5}{84}$.

**Câu 29.** Đạt và Phong tham gia chơi trò một trò chơi đối kháng, thỏa thuận rằng ai thắng 5 ván trước là thắng chung cuộc và được hưởng toàn bộ số tiền thưởng của chương trình (không có ván nào hòa). Tuy nhiên khi Đạt thắng được 4 ván và Phong thắng được 2 ván rồi thì xảy ra sự cố kĩ thuật và chương trình buộc phải dừng lại. Biết rằng giới chuyên môn đánh giá Phong và Đạt ngang tài ngang sức. Hỏi phải chia số tiền thưởng như thế nào cho hợp lý (dựa trên quan điểm tiền thưởng tỉ lệ thuận với xác suất thắng cuộc của mỗi người)

**A.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $4:3$. **B.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $1:7$. **C.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $7:1$. **D.** Tỉ lệ chia số tiền cho Đạt và Phong là $3:4$.

**Câu 30.** An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là $0,4$ (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc

**A.** $0,064$. **B.** $0,1152$. **C.** $0,13824$. **D.** $0,31744$.

**Câu 31.** Một đề thi trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu có 3 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Một thí sinh chọn ngẫu nhiên các phương án trả lời, hỏi xác suất thí sinh có được điểm nào là cao nhất? Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm.

**A.** điểm 3. **B.** điểm 4. **C.** điểm 5. **D.** điểm 6.

**Câu 32.** Một xạ thủ bán từ khoảng cách 100m có xác suất bắn trúng đích là:

- Tâm 10 điểm: 0,5.
- Vòng 9 điểm: 0,25.
- Vòng 8 điểm: 0,1.
- Vòng 7 điểm: 0,1.
- Ngoài vòng 7 điểm: 0,05.

Tính xác suất để sau 3 lần bắn xạ thủ đó được 27 điểm

**A.** $0,15$. **B.** $0,75$. **C.** $0,165625$. **D.** $0,8375$.

## D. HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1.** **Đáp án A.**

Gọi $A$ là biến cố “số chấm xuất hiện nhỏ hơn 4”. Số chấm nhỏ hơn 4 dễ thấy chỉ có thể là 1, 2 và 3.

Gọi $A_j$ là biến cố “số chấm xuất hiện là $i$” $\left(i=\overline{1,3}\right)$. Có thể thấy rằng các biến cố này đôi một xung khắc.

Do viên xúc sắc là cần đối nên xác suất chia đều ra cho 6 mặt, mỗi mặt có xác suất là $\frac{1}{6} \Rightarrow P(A_j) = \frac{1}{6}$.

Ta có $P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$

**Câu 2.** **Đáp án B.**

Gọi $A$ là biến cố "học sinh chọn được tăng điểm".

Gọi $B$ là biến cố "học sinh chọn học giỏi ngoại ngữ".

Gọi $C$ là biến cố "học sinh chọn học giỏi tin học".

Thì $A = B \cup C$ và $BC$ là biến cố "học sinh chọn học giỏi cả ngoại ngữ lẫn tin học".

Ta có $P(A) = P(B) + P(C) - P(BC) = \frac{30}{100} + \frac{40}{100} - \frac{20}{100} = \frac{1}{2}$

**Câu 3.** **Đáp án C.**

Gọi $A$ là biến cố "lấy được ít nhất 2 bóng tốt".

Không gian mẫu: lấy ngẫu nhiên 3 quả bóng thì số cách lấy là $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$

**TH1:** Lấy 3 bóng trong đó có 2 bóng tốt và 1 bóng xấu thì số cách chọn là $C_7^2.C_5^1 = 105$ cách

**TH2:** Lấy 3 bóng đều tốt thì số cách lấy là $C_7^3 = 35$ cách

Suy ra $n(A) = 105 + 35 = 140$. Vậy $P(A) = \frac{140}{220} = \frac{1}{7}$

**Câu 4.** **Đáp án A.**

Số cách chọn 5 viên bi từ 14 viên bi là $n(\Omega) = C_{14}^5 = 2002$.

Gọi $A$ là biến cố "Trong 5 viên bi được chọn có cả bi xanh và bi trắng"

Trong đó:

Số cách chọn 5 viên bi toàn bi xanh là $C_8^5 = 56$ cách.

Số cách chọn 5 viên bi toàn bi trắng là $C_6^5 = 6$ cách.

Suy ra $n(\overline{A}) = 56 + 6 = 62 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{62}{2002} = \frac{970}{1001}$

**Câu 5.** **Đáp án A.**

Gọi $X$ là tập hợp những em học khá môn Toán, $Y$ là tập hợp những em học khá môn Văn.

$\Rightarrow$ Tập hợp những em học khá cả Toán và Văn là $X \cap Y$ $X \cap Y = 15 + 16 - 25 = 6$ học sinh.

Gọi $A$ là biến cố "chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn".

Ta có $n(\Omega) = C_{25}^3 = 2300$

Số học sinh học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn là $|X \setminus (X \cap Y)| = 15 - 6 = 9$.

$\Rightarrow n(A) = C_9^3 = 84$ cách.

$\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{84}{2300}=\dfrac{21}{575}$.

**Câu 6.** **Đáp án B.**

Con xúc xắc thứ nhất có thể xảy ra 6 kết quả, con thứ hai cũng vậy nên tổng số kết quả có thể xảy ra là $|\Omega|=6.6=36$

Gọi $A$ là biến cố "Tổng hai mặt xuất hiện mặt bằng 7". Dùng phương pháp liệt kê

$\Omega_A=\{(1;6),\ (2;5),\ (3;4),\ (4;3),\ (5;2),\ (6;1)\}\Rightarrow P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$.

**Câu 7.** **Đáp án C.**

Gọi $X$ là tập hợp các học sinh giỏi Toán, $Y$ là tập hợp các học sinh giỏi Văn.

$\Rightarrow X\cap Y$ là tập hợp các học sinh giỏi cả 2 môn và $X\cup Y$ là tập hợp những học sinh giỏi một trong hai môn (tập hợp các học sinh giỏi). Theo quy tắc cộng tổng quát ta có

$|X\cup Y|=|X|+|Y|-|X\cap Y|=5+6-4=7$

Gọi $A$ là biến cố "chọn được 2 em là học sinh giỏi" $\Rightarrow|\Omega|=C_{20}^2=190$ và $|\Omega_A|=C_7^2=21$

$\Rightarrow P(A)=\dfrac{21}{190}$.

**Câu 8.** **Đáp án D.**

Đặt 19 là một số $a$. Ta có số các số có các chữ số khác nhau tạo thành từ $a,\ 3,\ 5,\ 7$ với $a$ là chữ số đứng đầu là $1.3.2.1=6$ (số) $\Rightarrow|\Omega_B|=96\Rightarrow P(B)=\dfrac{6}{120}$

**Câu 9.** **Đáp án D.**

Số các số có 5 chữ số khác nhau lập được từ tập $A$ là $6.6.5.4.3=2160$ (số) $\Rightarrow|\Omega|=2160$

Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$ ta có $e=0$ hoặc $e=5$ (do số đó phải chia hết cho $5$). Khi đó ta có các trường hợp:

a) $e=0$, chọn vị trí cho $3$ số $1,\ 2,\ 3\Rightarrow$ có $2$ cách chọn, ngoài ra trong $3$ số $1,\ 2,\ 3$ còn có $3!=6$ hoán vị trong đó. Cuối cùng ta chọn số còn lại có $3$ cách chọn. Vậy số các số thuộc trường hợp này có $2.3.6=36$ số.

b) $e=5$, các số $1,\ 2,\ 3$ thuộc $b,c,d$ $\Rightarrow$ có $3!.2=12$ số thỏa (do $a\neq 0$ nên chỉ có $2$ cách chọn )

c) $e=5$, các số $1,\ 2,\ 3$ thuộc $a,b,c$ $\Rightarrow$ có $3.3!=18$ số thỏa mãn.

Số các số thỏa mãn yêu cầu là $36+12+18=66$ số. $\Rightarrow|\Omega_A|=66$

Vậy xác suất cần tìm là $P=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{66}{2160}=\dfrac{11}{360}$.

**Câu 10.** **Đáp án A.**

Gọi $B$ là biến cố "Chọn $4$ em có ít nhất một nam và một nữ".

Số cách chọn $4$ bạn bất kì vào ban cán sự lớp là $C_{40}^4$ cách.

Số cách chọn $4$ bạn nam vào ban cán sự lớp là $C_{25}^4$ cách.

Số cách chọn $4$ bạn nữ vào ban cán sự lớp là $C_{15}^4$ cách.

Vậy số cách chọn ban cán sự lớp có cả nam lẫn nữ là $C_{40}^4 - C_{25}^4 - C_{15}^4 \Rightarrow |\Omega_B| = 77375$

Vậy xác suấtcần tìm là $P = \frac{|\Omega_B|}{|\Omega|} = \frac{77375}{91390} = \frac{15475}{18278}$.

**Câu 11. Đáp án A.**

Số cách chọn ra $3$ học sinh mà không có điều kiện gì là $C_{50}^3$ cách $\Rightarrow |\Omega| = C_{50}^3$

Ta sẽ loại trừ các trường hợp có $1$ cặp anh em sinh đôi. Đầu tiên ta chọn $1$ cặp sinh đôi có $4$ cách chọn. Sau đó chọn $1$ học sinh còn lại từ $48$ học sinh, có $48$ cách chọn.

Vậy số cách chọn $3$ em học sinh thỏa yêu cầu đề bài là: $C_{50}^3 - 4.48 = 19408$

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{19408}{C_{50}^3} = \frac{1213}{1225}$.

**Câu 12. Đáp án A.**

Số cách xếp $24$ người vào bàn là $23! \Rightarrow |\Omega| = 23!$ (do ở đây là hoán vị vòng quanh).

Gộp các thành viên cùng quốc tịch vào cùng nhóm, trước tiên ta tính số cách xếp mọi người trong các nhóm đó.

Theo nguyên tắc "buộc" các phần tử, ta buộc thành các phần tử lớn là Mỹ, Nga, Anh, Pháp.

Lúc này bài toán trở thành xếp bốn phần tử vào bốn ghế trên bàn tròn.

Cố định nhóm Mỹ, có $3$ cách xếp chỗ cho nhóm Nga, $2$ cách xếp chỗ cho nhóm Anh, $1$ cách xếp chỗ cho nhóm Pháp.

Vậy có $3! = 6$ cách xếp.

Vậy xác suất để xếp cho các vị cùng quốc tịch ngồi cạnh nhau là $\frac{6}{23!}$.

**Câu 13. Đáp án B.**

Vì đồng xu là cân đối nên xác suất sấp – ngửa của mỗi lần tung là như nhau và bằng $0,5$.

Xác suất để $5$ lần tung đồng xu đều sấp là $0,5^5 = 0,03125$

**Câu 14. Đáp án C.**

Gọi $A_j$ là biến cố "Xạ thủ thứ $j$ bắn trúng". Với $j = \overline{1;3}$.

$\Rightarrow P\left(\overline{A_1}\right) = 1 - 0,6 = 0,4$; $\Rightarrow P\left(\overline{A_2}\right) = 1 - 0,7 = 0,3; P\left(\overline{A_3}\right) = 1 - 0,8 = 0,2$

Gọi $A$ là biến cố "Có ít nhất một xạ thủ bắn trúng" thì $P(\overline{A}) = P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3}) = 0,4.0,3.0,2 = 0,024$

$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0,024 = 0,976$

**Câu 15. Đáp án D.**

Gọi $K$ là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai", $A_1$ là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai lần đầu", $A_2$ là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai lần thứ 2", $A_3$ là biến cố "Ném được vòng vào cổ chai lần thứ ba".

$\Rightarrow P(K) = P(A_1) + P(\overline{A_1}A_2) + P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3) = P(A_1) + P(\overline{A_1})P(A_2) + P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(A_3)$;

$= 0,75 + 0,25.0,6 + 0,25.0,4.0,3 = 0,81$.

**Câu 16. Đáp án C.**

Mỗi đồng xu có hai khả năng: ngửa hoặc sấp. Do đó số phần tử của không gian mẫu khi gieo ba đồng xu là $|\Omega| = 2^3 = 8$.

Ta có biến cố đối của $A$ là $\overline{A}$: "Không có đồng xu nào xuất hiện mặt ngửa" $\Leftrightarrow$ "Cả ba đồng xu đều xuất hiện mặt sấp".

Khi đó $\Omega_{\overline{A}} = \{(S;S;S)\} \Rightarrow |\Omega_{\overline{A}}| = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{|\Omega_{\overline{A}}|}{|\Omega|} = 1 - \dfrac{1}{8} = \dfrac{7}{8}$.

**Câu 17. Đáp án D.**

***Nhận xét:*** Do con xúc xắc chỉ có $6$ mặt và để ý rằng $3.6 = 18$ là giá trị tối đa của tổng $x + y + z$. Và $18$ không lớn hơn $16$ là bao nhiêu nên ta sẽ sử dụng phương pháp tính phần bù.

Số các bộ thứ tự $(x;y;z)$ với $x;y;z$ là số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng $1$ và nhỏ hơn hoặc bằng $6$ là $|\Omega| = 6^3 = 216$.

Xét các bộ thứ tự $(x;y;z)$ có tổng $x + y + z \ge 16$. Ta có:

$16 = 5+5+6 = 5+6+5 = 6+5+5 = 6+6+4 = 6+4+6 = 4+6+6.$

$17 = 5+6+6 = 6+5+6 = 6+6+5$

$18 = 6+6+6$

Như vậy có tổng cộng $10$ bộ $(x;y;z)$ thỏa mãn $x + y + z \ge 16$.

Số bộ $(x;y;z)$ thỏa mãn $x + y + z < 16$ là $216 - 10 = 206$.

Xác suất cần tính là $P = \dfrac{206}{216} = \dfrac{103}{108}$.

**Câu 18. Đáp án A.**

***Nhận xét:*** Do con xúc xắc chỉ có $6$ mặt và để ý rằng $3.6 = 18$ là giá trị tối đa của tổng $x + y + z$. Và $18$ không lớn hơn $16$ là bao nhiêu nên ta sẽ sử dụng phương pháp tính phần bù.

Số các bộ thứ tự $(x;y;z)$ với $x;y;z$ là số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng $1$ và nhỏ hơn hoặc bằng $6$ là $|\Omega| = 6^3 = 216$.

Xét các bộ thứ tự $(x;y;z)$ có tổng $x + y + z \ge 16$. Ta có:

$16 = 5+5+6 = 5+6+5 = 6+5+5 = 6+6+4 = 6+4+6 = 4+6+6.$

$17 = 5+6+6 = 6+5+6 = 6+6+5$

$18 = 6+6+6$

Như vậy có tổng cộng $10$ bộ $(x;y;z)$ thỏa mãn $x + y + z \ge 16$.

Số bộ $(x;y;z)$ thỏa mãn $x + y + z < 16$ là $216 - 10 = 206$.

Xác suất cần tính là $P = \dfrac{206}{216} = \dfrac{103}{108}$.

**Câu 19. Đáp án B.**

Vì hai con xúc xắc có cùng $6$ mặt nên số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 6.6 = 36$.

Gọi $(x;y)$ là số chấm xuất hiện lần lượt trên mặt xanh và mặt đỏ.

Khi đó $\Omega_A = \{(3;1);(4;2);(5;3);(6;4)\} \Rightarrow |\Omega_A| = 4$

$\Rightarrow P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$.

**Câu 20. Đáp án A.**

Số cách chọn $3$ tấm bìa trong $6$ tấm bìa và xếp thành một hang ngang là $|\Omega|=A_6^3=120$.

Số cách xếp $3$ tấm bìa để không có được số có ba chữ số tức là vị trí đầu tiên là chữ số $0$ là $A_3^2$

Số cách xếp $3$ tấm bìa để tạo được số có ba chữ số là $A_6^3-A_3^2=100$.

Vậy xác suất cần tìm là $P=\dfrac{100}{120}=\dfrac{5}{6}$.

**Câu 21. Đáp án D.**

Ta có điều kiện chủ chốt "tích hai số được chọn là một số chẵn" $\Leftrightarrow$ Tồn tại Doít nhất một trong hai số được chọn là chẵn.

Gọi $\overline{ab}$ là số tự nhiên có hai chữ số khác nhau được lập từ các số đã cho

Số cách chọn $a$: $6$ cách; Số cách chọn b: $6$ cách $\Rightarrow$ Số các số có hai chữ số khác nhau tạo được là $6.6=36$ số$\Rightarrow S$ có $36$ phần tử.

Số cách lấy ngẫu nhiên $2$ số từ tập $S$: $C_{36}^2=630$ cách

Gọi biến cố $A$: "Tích hai số được chọn là một số chẵn"

Gọi biến cố $\overline{A}$: "Tích hai số được chọn là một số lẻ"

Số các số lẻ trong $S$: $3.5=15$ ($3$ cách chọn chữ số hàng đơn vị là lẻ, $5$ cách chọn chữ số hang chục khác $0$).

Số cách lấy ngẫu nhiên $2$ số lẻ trong $15$ số lẻ: $C_{15}^2=105$ cách

$P(\overline{A})=\dfrac{|\Omega_{\overline{A}}|}{|\Omega|}=\dfrac{105}{630}=\dfrac{1}{6}$. Vậy $P(\mathrm{A})=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$

**Câu 22. Đáp án D.**

Chọn ba quả cân có $|\Omega|=C_8^3=56$ cách.

Chọn ba quả cân có tổng trọng lượng nhỏ hơn hoặc bằng $9$ có các trường hợp sau:

**TH1**: Trong các quả được lấy ra không có quả cân trọng lượng $1$ kg.

Ta có $2+3+4=9$ là tổng trọng lượng nhỏ nhất có thể. Do đó trong trường hợp này có đúng $1$ cách chọn.

**TH2:** Trong các quả được lấy ra có quả cân trọng lượng $1$ kg. Khi đó ta có:

$1+2+3=6;1+2+4=7;1+2+5=8;1+2+6=9;1+3+4=8;1+3+5=9.$

Trường hợp này ta có $6$ cách chọn.

Vậy số cách chọn thỏa mãn ycbt là $56-1-6=49$.

Xác suất cần tính là: $\dfrac{49}{56}=\dfrac{7}{8}$.

**Câu 23. Đáp án B.**

Số cách lấy ra tùy ý $7$ viên bi trong $20$ viên bi đã cho là: $|\Omega|=C_{20}^7=77520$.

Để chọn ra không quá $2$ viên bi đỏ từ $7$ viên lấy ra là:

Lấy ra được $0$ viên bi đỏ, $7$ viên bi xanh: $C_8^7=8$ cách.

Lấy ra được $1$ viên bi đỏ, $6$ viên bi xanh: $C_{12}^{1}C_{8}^{6}=336$ cách.

Lấy ra được $2$ viên bi đỏ, $5$ viên bi xanh: $C_{12}^{2}C_{8}^{5}=3696$ cách.

Vậy xác suất để $7$ viên bi chọn ra không quá $2$ viên bi đỏ là $\dfrac{8+336+3696}{77520}=\dfrac{101}{1938}$.

**Câu 24. Đáp án D.**

Gọi biến cố $A$: “Lấy $5$ tấm thẻ mang số lẻ, $5$ tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng $1$ tấm thẻ mang số chia hết cho $10$”

Số cách lấy ngẫu nhiên $10$ tấm thẻ trong $30$ tấm thẻ : $C_{30}^{10}$ cách $\Rightarrow |\Omega|=C_{30}^{10}$.

Trong $30$ tấm thẻ có $15$ tấm thẻ mang số lẻ, $15$ tấm thẻ mang số chẵn, $3$ tấm thẻ mang số chia hết cho $10$ (chú ý là các thẻ chia hết cho $10$ đều là số chẵn)

Số cách chọn $5$ tấm thẻ mang số lẻ: $C_{15}^{5}=3003$ cách.

Số cách chọn $1$ tấm thẻ mang số chia hết cho $10$ $C_{3}^{1}=3$ cách

Số cách chọn $4$ tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho $10$: $C_{12}^{4}=495$ cách

Số cách lấy $5$ tấm thẻ mang số lẻ, $5$ tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng $1$ tấm thẻ chia hết cho $10$: $3003.3.495=4459455$ cách.

$\Rightarrow \Omega_A=4459455$

Vậy $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{4459455}{C_{30}^{10}}=\dfrac{99}{667}$.

**Câu 25. Đáp án A.**

Trong $9$ thẻ đã cho có hai thẻ ghi số chia hết cho $4$ (các thẻ ghi số $4$ và $8$ ), $7$ thẻ còn lại có ghi số không chia hết cho $4$.

Giả sử rút $x(1\le x\le 9; x\in\mathbb{N})$, số cách chọn $x$ từ $9$ thẻ trong hộp là $C_9^x$, số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_9^x$.

Gọi $A$ là biến cố “Trong số $x$ thẻ rút ra có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho $4$ ”

Số cách chọn tương ứng với biến cố $\overline{A}$ là $|\overline{A}|=C_7^x$

Ta có $P(\overline{A})=\dfrac{C_7^x}{C_9^x}\Rightarrow P(\mathrm{A})=1-\dfrac{C_7^x}{C_9^x}$

Do đó $P(\mathrm{A})>\dfrac{5}{6}\Leftrightarrow 1-\dfrac{C_7^x}{C_9^x}>\dfrac{5}{6}\Leftrightarrow x^2-17x+60<0\Rightarrow 5<x<12\Rightarrow 6\le x\le 9$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $x$ là $6$. Vậy số thẻ ít nhất phải rút là $6$.

**Câu 26. Đáp án A.**

***Phân tích:*** Cần nhớ lại kiến thức cơ bản về bất đẳng thức tam giác.

Ba đoạn thẳng với chiều dài $a,b,c$ có thể là $3$ cạch của một tam giác khi và chỉ khi $\begin{cases}a+b>c\\a+c>b\\b+c>a\end{cases}$

***Lời giải:*** Số phần tử của không gian mẫu là: $C_5^3=10$

Gọi $A$ là biến cố "lấy ba đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác"
Các khả năng chọn được ba đoạn thẳng lập thành một tam giác là $[3;5;7];[3;5;9];[5;7;9]$

Số trường hợp thuận lợi của biến cố $A$ là $3$. Suy ra xác suất của biến cố $A$ là $P(\mathrm{A})=\dfrac{3}{10}$.

**Câu 27.** **Đáp án C.**
Gọi $A$ là biến cố "$A$ và $B$ có giải thưởng giống nhau". Vì mỗi học sinh nhận được $2$ cuốn sách các loại, nên giả sử có $a$ học sinh nhận sách (Lí và Hóa) và $5-a$ học sinh nhận sách (Toán và Hóa).
Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_9^2.C_7^3.C_4^4=1260$.

*TH1:* $X$ và $Y$ nhận sách (Toán, Lí), số khả năng là $C_7^3.C_4^4=35$.

*TH2:* $X$ và $Y$ nhận sách (Toán, Hóa), số khả năng là $C_7^1.C_6^2.C_4^4=105$.

*TH1:* $X$ và $Y$ nhận sách (Lí, Hóa), số khả năng là $C_7^2.C_5^3.C_2^2=210$.

$\Rightarrow |\Omega_A|=25+105+210=350 \Rightarrow P(\mathrm{A})=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{5}{18}$

**Câu 28.** **Đáp án B.**
Theo công thức hoán vị vòng quanh ta có: $|\Omega|=7!$

Để xếp các bạn nữ không ngồi cạnh nhau, trước hết ta xếp các bạn nam vào bàn tròn: có $4!$ cách, giữa $5$ bạn nam đó ta sẽ có được $5$ ngăn (do ở đây là bàn tròn). Xếp chỉnh hợp $3$ bạn nữ vào $5$ ngăn đó có $A_5^3$ cách.

Vậy xác suất xảy ra là: $P=\dfrac{4!.A_5^3}{7!}=\dfrac{2}{7}$.

**Câu 29.** **Đáp án C.**
***Phân tích:*** Đề bài cho các điều kiện khá dài dòng, ta cần đưa chúng về dạng ngắn gọn dễ hiểu hơn.
+) "Biết rằng giới chuyên môn đánh giá Phong và Đạt ngang tài ngang sức": xác suất để Phong và Đạt thắng trong một ván là như nhau và bằng $0,5$.
+) "Khi Đạt thắng được $4$ ván và Phong thắng được $2$ ván rồi": nghĩa là Đạt chỉ cần thắng một ván nữa là được $5$ ván, còn Phong phải thắng $3$ ván nữa mới đạt được.
***Lời giải:***
Để xác định xác suất thắng chung cuộc của Đạt và Phong ta tiếp tục chơi thêm các ván "giả tưởng".
Để Phong có thể thắng chung cuộc thì anh phải thắng Đạt $3$ ván liên tiếp (vì Đạt chỉ còn một ván nữa là thắng).

Như vậy xác suất thắng cuộc của Phong là: $P(\mathrm{P})=0,5^3=\dfrac{1}{8}$.

$\Rightarrow$ Xác suất thắng cuộc của Đạt là $P(\text{Đ})=1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{8}$

$\Rightarrow$ Tỉ lệ chia tiền phù hợp là $\dfrac{7}{8}:\dfrac{1}{8}=7:1$

**Câu 30.** **Đáp án D.**

***Phân tích:*** Bài này điểm mấu chốt là phải liệt kê được các trường hợp mà An thắng Bình ching cuộc. Ví dụ như: Séc $1$: An thắng; Séc $2$: An thắng; Séc $3$ : Bình thắng; Séc $4$: An thắng.
$\Rightarrow$ An thắng chung cuộc.
Lưu ý là ta phải tính cả thứ tự các séc An thắng hoặc thua. Như ở ví dụ trên là An thua ở séc thứ $3$.
***Lời giải:*** Giả sử số séc trong trân đấu giữa An và Bình là $x$. Dễ dàng nhận thấy $3 \le x \le 5$.
Ta xét các trường hợp:
**TH1:** Trận đấu có $3$ séc $\Rightarrow$ An thắng cả $3$ séc. Xác suất thắng trong trường hợp này là: $P_1 = 0,4.0,4.0,4 - 0,064$

**TH2:** Trận đấu có $4$ séc $\Rightarrow$ An thua $1$ trong $3$ séc: $1,2$ hoặc $3$ và thắng séc thứ $4$.

Số cách chọn $1$ séc để An thua là: $C_3^1$ (Chú ý xác xuất để An thua trong $1$ séc là $0,6$.)

$\Rightarrow P_2 = C_3^1.0,4^3.0,6 = 0,1152$

**TH3:** Trận đấu có $5$ séc $\Rightarrow$ An thua 2 séc và thắng ở séc thứ $5$.

Số cách chọn $2$ trong $4$ séc đầu để An thua là $C_4^2$ cách.

$\Rightarrow P_3 = C_4^2.0,4^3.0,6^2 = 0,13824$

Như vậy xác suất để An thắng chung cuộc là: $P = P_1 + P_2 + P_3 = 0,31744$

***Nhận xét:*** *Trong bài này các bạn rất dễ mắc sai lầm sau: ở trường hợp $3$ lại tính số cách chọn $2$ ván An thua là $C_5^2$ mà không để ý rằng séc thứ $5$ chắc chắn phải là An thắng.*

**Câu 31. Đáp án D.**
***Phân tích:*** Với một bài yêu cầu tìm giá trị lớn nhất như thế này thì cách mà ta nghĩ đến đầu tiên là đặt ẩn (là số điểm) rồi sau đó tính biểu thức cần tính (xác suất đạt được số điểm) rồi sau đó tính biểu thức cần tính (xác suất đạt được số điểm) theo ẩn đó, việc còn lại là xử lí biểu thức.
***Lời giải:*** Gọi $x$ là số điểm bạn đó đạt được ($0 \le x \le 10$)($x \in \mathbb{N}$ )
$\Rightarrow$ Bạn đó trả lời đúng $x$ câu và trả lời sai $10 - x$ câu.

+) Xác suất mỗi câu bạn đó đúng là: $\frac{1}{3}$; sai là $\frac{2}{3}$.

+) Có $C_{10}^x$ cách chọn ra $x$ câu đúng. Do đó xác suất được $x$ điểm là:

$$P(x) = C_{10}^x.\left(\frac{1}{3}\right)^x.\left(\frac{2}{3}\right)^{10-x} = \frac{10!}{3^{10}}.\frac{2^{10-x}}{x!(10-x)!}$$

Do $P(x)$ là lớn nhất nên $\begin{cases} P(x) \ge P(x+1) \\ P(x) \ge P(x-1) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{10!}{3^{10}}.\frac{2^{10-x}}{x!(10-x)!} \ge \frac{10!}{3^{10}}.\frac{2^{9-x}}{(x+1)!(9-x)!} \\ \frac{10!}{3^{10}}.\frac{2^{10-x}}{x!(10-x)!} \ge \frac{10!}{3^{10}}.\frac{2^{11-x}}{(x-1)!(11-x)!} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{10-x} \ge \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2(x+1) \ge 10 - x \Leftrightarrow x \ge \frac{8}{3} \\ \frac{x}{11-x} \le \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x \le 11 - x \Leftrightarrow x \le \frac{11}{3} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \frac{8}{3} \le x \le \frac{11}{3}$. Mà $x \in \mathbb{N}$ nên $x = 3$

Nên xác suất bạ đó đạt $3$ điểm là lớn nhất.

**Câu 32.** **Đáp án C.**

Ta có $27 = 10 + 10 + 7 = 10 + 9 + 8 = 9 + 9 + 9$

Với bộ $(10;10;7)$ có $3$ cách xáo trộn điểm các lần bắn

Với bộ $(10;9;8)$ có $6$ cách xáo trộn điểm các lần bắn

Với bộ $(9;9;9)$ có $1$ cách xáo trộn điểm các lần bắn.

Do đó xác suất để sau $3$ lần bắn xạ thủ được đúng $27$ điểm là:

$P = 3.0,5^2.0,1 + 6.0,5.0,25.0,1 + 0,25^3 = 0,165625.$

hoc360.net