HOÁN VỊ- CHỈNH HỢP- TỔ HỢP

1. Hoán vị

Cho tập hợp A có n phần tử $(n \ge 1)$. Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tử đó. Số các hoán vị của tập hợp có n phần tử được kí hiệu là P_n

Định lí 1: $P_n = n(n-1)...2.1 = n!$ với P_n là số các hoán vị

chứng minh

Việc sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A là một công việc gồm n công đoạn.

Công đoạn 1: Chọn phần tử xếp vào vị trí thứ nhất: n cách

Công đoạn 2: chọn phần tử xếp vào vị trí thứ hai: (n-1) cách

Công đoạn thứ i: chọn phần tử xếp vào vị trí thứ i có $(n-i+1)$ cách.

Công đoạn thứ n: chọn phần tử xếp vào vị trí thứ n có 1 cách.

Theo quy tắc nhân thì có $P_n = n!$ cách sắp xếp thứ tự n phần tử của tập A, tức là có $n!$ hoán vị.

STUDY TIP

Hai hoán vị của n phần tử chỉ khác nhau ở thứ tự sắp xếp. Chẳng hạn, hai hoán vị abc và acb của ba phần tử a, b, c là khác nhau.

2. Chỉnh hợp

Cho tập A gồm n phần tử $(n \ge 1)$.

Kết quả của việc lấy k phần tử khác nhau tử n phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chinht hợp chập k của n phần tử đã cho.

STUDY TIP:

Từ định nghĩa ta thấy một hoán vị của tập hợp A có n phần tử là một chỉnh hợp chập n của A.

$$P = A_n^n$$

Định lý 2: $A_n^k = n(n-1)...(n-k+1) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ với A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử $(1 \le k \le n)$.

Chứng minh

Việc thiết lập một chỉnh hợp chập k của tập A có n phần tử là một công việc gồm k công đoạn.

Công đoạn 1: Chọn phần tử xếp vào vị trí thứ nhất có n cách thực hiện.

Công đoạn 2: Chọn phần tử xếp vào vị trí thứ hai có $n-1$ cách thực hiện.

.

Sau khi thực hiện xong $i-1$ công đoạn (chọn $i-1$ phần tử của A vào các vị trí thứ 1, 2,., $i-1$), công đoạn thứ i tiếp theo là chọn phần tử xếp vào vị trí thứ i có $n-i+1$ cách thực hiện.

Công đoạn cuối, công đoạn k có $n-k+1$ cách thực hiện.

Thoe quy tắc nhân thì có $n(n-1)...(n-k+1)=\dfrac{n!}{(n-k)!}$ chỉnh hợp chập k của tập A có n phần tử.

3. Tổ hợp

Giả sử tập A có n phần tử $(n\geq 1)$. Mỗi tập con gồm k phần tử của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đã cho.

Số các tổ hợp chập k của tập hợp có n phần tử có kí hiệu là C_n^k.

STUDY TIP

Số k trong định nghĩa cần thỏa mãn điều kiện $1\leq k\leq n$. Tuy vậy, tập hợp không có phần tử nào là tập rỗng nên ta quy ước gọi tổ hợp chập 0 của n phần tử là tập rỗng.

QUY ƯỚC

$0!=1$ $\qquad\qquad$ $C_n^0=A_n^0=1$

Định lý 3

$$C_n^k=\frac{A_n^k}{k!}=\frac{n(n-1)...(n-k+1)}{k!}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Chứng minh

Ta có mỗi hoán vị của một tổ hợp chập k của A cho ta một chỉnh hợp chập k của **A.**

Vậy $A_n^k=k!C_n^k\Leftrightarrow C_n^k=\dfrac{A_n^k}{k!}$.

Định lý 4 (hai tính chất cơ bản của số C_n^k)

a. Cho số nguyên dương n và số nguyên k với $0 \le k \le n$. Khi đó $C_n^k = C_n^{n-k}$.

b. Hằng đẳng thức Pascal

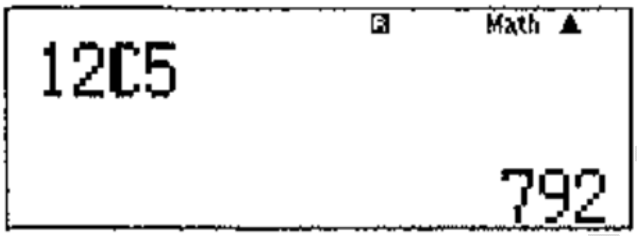
Cho số nguyên dương n và số nguyên dương k với $1 \le k \le n$. Khi đó $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$.

Đọc thêm

Trên máy tính cầm tay có chức năng tính tổ hợp, chỉnh hợp như sau:

Với tổ hợp ta nhấn tổ hợp phím $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\div}$(nCr)

Ví dụ ta muốn tính C_{12}^5 ta ấn $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\div}$(nCr) $\boxed{5}$ $\boxed{=}$



Với chỉnh hợp ta ấn tổ hợp phím $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\times}$(nPr)

Ví dụ ta muốn tính A_7^3 ta ấn tổ hợp phím $\boxed{7}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\times}$(nPr) $\boxed{3}$ $\boxed{=}$