

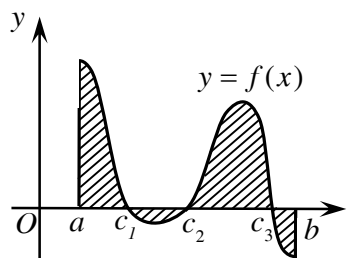
**CHỦ ĐỀ. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN**

**A. KIẾN THỨC CƠ BẢN**

**1. Diện tích hình phẳng**

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ , trục hoành và hai

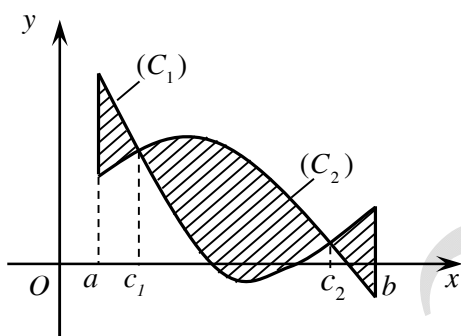
đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được xác định:  $S = \int_a^b |f(x)| dx$



$$(H) \begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \\ x = a \\ x = b \end{cases} \quad \boxed{S = \int_a^b |f(x)| dx}$$

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và hai

đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được xác định:  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$



$$(H) \begin{cases} (C_1): y = f_1(x) \\ (C_2): y = f_2(x) \\ x = a \\ x = b \end{cases} \quad \boxed{S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx}$$

**Chú ý:**

- Nếu trên đoạn  $[a; b]$ , hàm số  $f(x)$  không đổi dấu thì:  $\int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$

- Nhớ vững cách tính tích phân của hàm số có chứa giá trị tuyệt đối

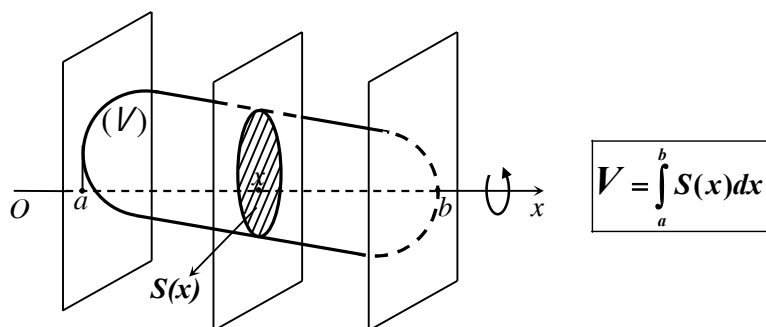
- Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $x = g(y)$ ,  $x = h(y)$  và hai đường thẳng  $y = c$ ,

$y = d$  được xác định:  $S = \int_c^d |g(y) - h(y)| dy$

**2. Thể tích vật thể và thể tích khối tròn xoay**

a) Thể tích vật thể:

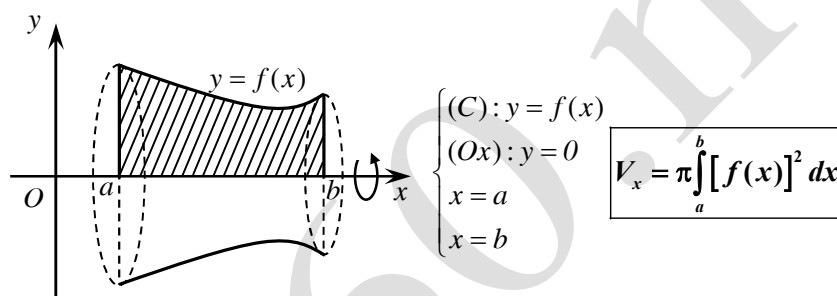
Gọi  $B$  là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại các điểm  $a$  và  $b$ ;  $S(x)$  là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm  $x$ , ( $a \leq x \leq b$ ). Giả sử  $S(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$ .



Khi đó, thể tích của vật thể  $B$  được xác định:  $V = \int_a^b S(x) dx$

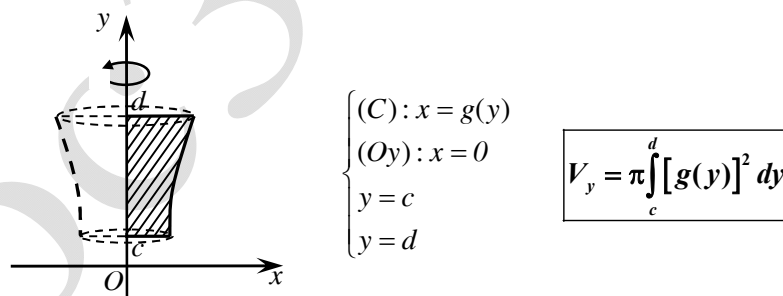
b) Thể tích khối tròn xoay:

Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  quanh trục  $Ox$ :



**Chú ý:**

- Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $x = g(y)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $y = c$ ,  $y = d$  quanh trục  $Oy$ :



- Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  quanh trục  $Ox$ :

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

I- Câu hỏi tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:

Những điểm cần lưu ý:

**Trường hợp 1.** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $x = a$ ,  $x = b$  là  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

Phương pháp giải toán

+) Giải phương trình  $f(x) = g(x)$  (1)

+) Nếu (1) vô nghiệm thì  $S = \left| \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right|$ .

+) Nếu (1) có nghiệm thuộc  $[a; b]$ , giả sử  $\alpha$  thì

$$S = \left| \int_a^{\alpha} (f(x) - g(x)) dx \right| + \left| \int_{\alpha}^b (f(x) - g(x)) dx \right|$$

**Chú ý:** Có thể lập bảng xét dấu hàm số  $f(x) - g(x)$  trên đoạn  $[a; b]$  rồi dựa vào bảng xét dấu để tính tích phân.

**Trường hợp 2.** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  là  $S = \int_a^{\beta} |f(x) - g(x)| dx$ . Trong đó  $\alpha, \beta$  là nghiệm nhỏ nhất và lớn nhất của phương trình  $f(x) = g(x)$  ( $a \leq \alpha < \beta \leq b$ ).

Phương pháp giải toán

**Bước 1.** Giải phương trình  $f(x) = g(x)$  tìm các giá trị  $\alpha, \beta$ .

**Bước 2.** Tính  $S = \int_a^{\beta} |f(x) - g(x)| dx$  như trường hợp 1.

**Câu 1.** Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ) là:

A.  $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

B.  $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$ .

C.  $S = \int_a^b (f(x) - g(x))^2 dx$ .

D.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

**Câu 2.** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , liên tục trên  $[a; b]$  trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ) cho bởi công thức:

A.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .

B.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .

C.  $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$ .

D.  $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

**Câu 3.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 + 11x - 6$ ,  $y = 6x^2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . (Đơn vị diện tích)

A.  $\frac{4}{3}$

B.  $\frac{5}{2}$

C.  $\frac{8}{3}$

D.  $\frac{18}{23}$

**Câu 4.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = x^3$ ,  $y = 4x$  là:

A. 8                                      B. 9                                      C. 12                                      D. 13

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức

A.  $S = \int_a^b f(x)dx$ .                      B.  $S = -\int_a^b f(x)dx$ .                      C.  $S = -\int_a^b f^2(x)dx$ .                      D.  $S = \int_a^b f^2(x)dx$ .

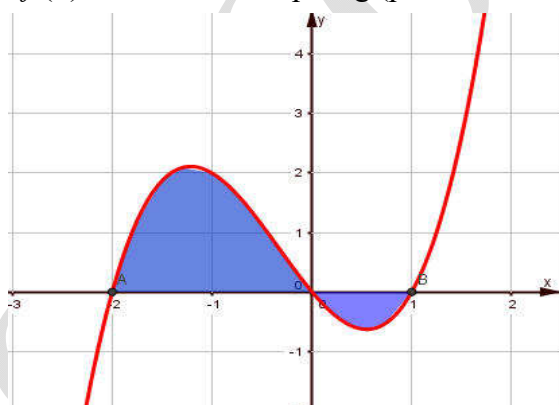
**Câu 6.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức

A.  $S = \int_a^b |f(x)|dx$ .                      B.  $S = \int_a^b f(x)dx$ .                      C.  $S = \int_a^b |f(x)|^2 dx$ .                      D.  $S = \pi \int_a^b f(x)dx$ .

**Câu 7.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức

A.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|^2 dx$ .                      B.  $S = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$ .  
 C.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$ .                      D.  $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)|^2 dx$ .

**Câu 8.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$ . Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) là



A.  $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx$                       B.  $S = \int_{-2}^1 f(x)dx$   
 C.  $S = \int_0^{-2} f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx$                       D.  $S = \int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx$

**Câu 9.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 3$  là

A. 19                                      B. 18                                      C. 20                                      D. 21

**Câu 10.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 4$  là

A. 4                                      B.  $\frac{14}{5}$                                       C.  $\frac{13}{3}$                                       D.  $\frac{14}{3}$

**Câu 11.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt[3]{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 8$  là

- A.  $\frac{45}{2}$                       B.  $\frac{45}{4}$                       C.  $\frac{45}{7}$                       D.  $\frac{45}{8}$

**Câu 12.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sin x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = \pi$ ,  $x = \frac{3\pi}{2}$  là

- A. 1                      B.  $\frac{1}{2}$                       C. 2                      D.  $\frac{3}{2}$

**Câu 13.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \tan x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = \frac{\pi}{6}$ ,  $x = \frac{\pi}{4}$  là

- A.  $\ln \frac{\sqrt{3}}{3}$                       B.  $\ln \frac{\sqrt{6}}{3}$                       C.  $-\ln \frac{\sqrt{3}}{3}$                       D.  $-\ln \frac{\sqrt{6}}{3}$

**Câu 14.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = e^{2x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 3$  là

- A.  $\frac{e^6}{2} + \frac{1}{2}$                       B.  $\frac{e^6}{2} - \frac{1}{2}$                       C.  $\frac{e^6}{3} + \frac{1}{3}$                       D.  $\frac{e^6}{3} - \frac{1}{3}$

**[DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG]**

**VẬN DỤNG THẤP**

**Câu 15.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 4$  là

- A.  $\frac{53}{4}$                       B.  $\frac{51}{4}$                       C.  $\frac{49}{4}$                       D.  $\frac{25}{2}$

**Câu 16.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3x^2 - 4$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 3$  là

- A.  $\frac{142}{5}$                       B.  $\frac{143}{5}$                       C.  $\frac{144}{5}$                       D.  $\frac{141}{5}$

**Câu 17.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x+2}$ , trục hoành và đường thẳng  $x = 2$  là

- A.  $3 + 2 \ln 2$                       B.  $3 - \ln 2$                       C.  $3 - 2 \ln 2$                       D.  $3 + \ln 2$

**Câu 18.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol  $y = 2 - x^2$  và đường thẳng  $y = -x$  là

- A.  $\frac{7}{2}$                       B.  $\frac{9}{4}$                       C. 3                      D.  $\frac{9}{2}$

**Câu 19.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \cos 2x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  là

- A. 2                      B. 1                      C. 3                      D. 4

- Câu 20.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3x^2 - 4$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 3$  là
- A.  $\frac{71}{5}$                       B.  $\frac{73}{5}$                       C.  $\frac{72}{5}$                       D. 14
- Câu 21.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x+2}$ , trục hoành và đường thẳng  $x = 2$  là
- A.  $3 + 2 \ln 2$                       B.  $3 - \ln 2$                       C.  $3 - 2 \ln 2$                       D.  $3 + \ln 2$
- Câu 22.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol  $y = 2 - x^2$  và đường thẳng  $y = -x$  là
- A.  $\frac{9}{2}$                       B.  $\frac{9}{4}$                       C. 3                      D.  $\frac{7}{2}$
- Câu 23.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \cos 2x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  là
- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4
- Câu 24.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$  và  $y = \sqrt[3]{x}$  là
- A.  $\frac{1}{12}$                       B.  $\frac{1}{13}$                       C.  $\frac{1}{14}$                       D.  $\frac{1}{15}$
- Câu 25.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$  và  $y = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$  là
- A.  $\frac{37}{13}$                       B.  $\frac{37}{12}$                       C. 3                      D. 4
- Câu 26.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 4$ , đường thẳng  $x = 3$ , trục tung và trục hoành là
- A.  $\frac{22}{3}$                       B.  $\frac{32}{3}$                       C.  $\frac{25}{3}$                       D.  $\frac{23}{3}$
- Câu 27.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = x^3 - 4x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -3$ ,  $x = 4$  là
- A.  $\frac{202}{3}$                       B.  $\frac{203}{4}$                       C.  $\frac{201}{5}$                       D.  $\frac{201}{4}$
- Câu 28.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = x \ln x$ , trục hoành và đường thẳng  $x = e$  là
- A.  $\frac{e^2 - 1}{2}$                       B.  $\frac{e^2 + 1}{2}$                       C.  $\frac{e^2 - 1}{4}$                       D.  $\frac{e^2 + 1}{4}$
- Câu 29.** Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = x^2 + x - 2$ ,  $y = x + 2$  và hai đường thẳng  $x = -2$ ;  $x = 3$ . Diện tích của (H) bằng
- A.  $\frac{87}{5}$                       B.  $\frac{87}{4}$                       C.  $\frac{87}{3}$                       D.  $\frac{87}{5}$

**Câu 30.** Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = (1+e^x)x$ ,  $y = (1+e)x$ . Diện tích của (H) bằng

- A.  $\frac{e-1}{2}$                       B.  $\frac{e-2}{2}$                       C.  $\frac{e-2}{2}$                       D.  $\frac{e+1}{2}$

**VẬN DỤNG CẤP ĐỘ CAO**

**Câu 31.** Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = |x^2 - 1|$ ,  $y = |x| + 5$ . Diện tích của (H) bằng

- A.  $\frac{71}{3}$                       B.  $\frac{73}{3}$                       C.  $\frac{70}{3}$                       D.  $\frac{74}{3}$

**Câu 32.** Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = |x^2 - 4x + 3|$ ,  $y = x + 3$ . Diện tích của (H) bằng

- A.  $\frac{108}{5}$                       B.  $\frac{109}{5}$                       C.  $\frac{109}{6}$                       D.  $\frac{119}{6}$

**Câu 33.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P):  $y = x^2 + 3$ , tiếp tuyến của (P) tại điểm có hoành độ  $x = 2$  và trục tung bằng

- A.  $\frac{8}{3}$                       B.  $\frac{4}{3}$                       C. 2                      D.  $\frac{7}{3}$

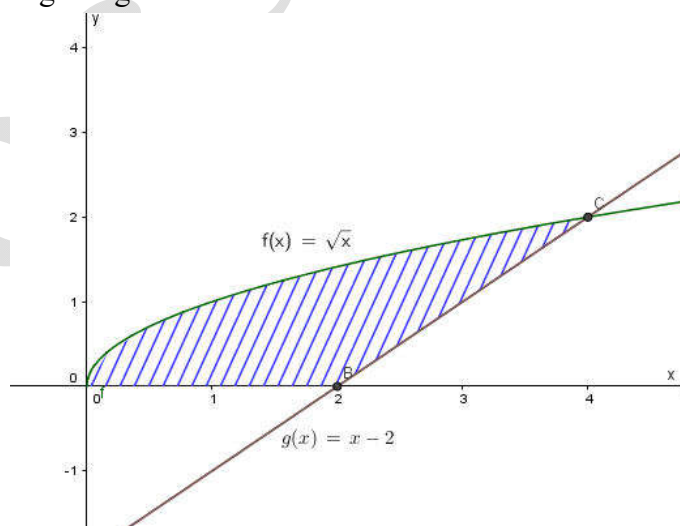
**Câu 34.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y^2 - 2y + x = 0$ ,  $x + y = 0$  là

- A.  $\frac{9}{4}$                       B.  $\frac{9}{2}$                       C.  $\frac{7}{2}$                       D.  $\frac{11}{2}$

**Câu 35.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số  $y = x^2$ ;  $y = \frac{1}{27}x^2$ ;  $y = \frac{27}{x}$  bằng

- A.  $27 \ln 2$                       B.  $27 \ln 3$                       C.  $28 \ln 3$                       D.  $29 \ln 3$

**Câu 36.** Diện tích hình phẳng trong hình vẽ sau là



- A.  $\frac{8}{3}$                       B.  $\frac{11}{3}$                       C.  $\frac{7}{3}$                       D.  $\frac{10}{3}$

- Câu 37.** Diện tích hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng  $y = 8x, y = x$  và đồ thị hàm số  $y = x^3$  là  $\frac{a}{b}$ . Khi đó  $a + b$  bằng  
 A. 68                                      B. 67                                      C. 66                                      D. 65
- Câu 38.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng  $y = 1, y = x$  và đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{4}$  trong miền  $x \geq 0, y \leq 1$  là  $\frac{a}{b}$ . Khi đó  $b - a$  bằng  
 A. 4                                      B. 2                                      C. 3                                      D. 1
- Câu 39.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng  $y = \begin{cases} -x, & \text{nếu } x \leq 1 \\ x-2, & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$  và  $y = \frac{10}{3}x - x^2$  là  $\frac{a}{b}$ . Khi đó  $a + 2b$  bằng  
 A. 16                                      B. 15                                      C. 17                                      D. 18
- Câu 40.** Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $(C): y = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x - 1}$ , tiệm cận xiêm của  $(C)$  và hai đường thẳng  $x = 0, x = a$  ( $a < 0$ ) có diện tích bằng 5. Khi đó  $a$  bằng  
 A.  $1 - e^5$                                       B.  $1 + e^5$                                       C.  $1 + 2e^5$                                       D.  $1 - 2e^5$

**II-Câu hỏi tính thể tích vật tròn xoay giới hạn bởi các đường:**

**Những điểm cần lưu ý:**

**. Tính thể tích khối tròn xoay:**

**Trường hợp 1.** Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x), y = 0, x = a$  và  $x = b$  ( $a < b$ ) **quay quanh trục Ox** là  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

**Trường hợp 2.** Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x), y = g(x), x = a$  và  $x = b$  ( $a < b$ ) **quay quanh trục Ox** là  $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$ .

**NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU**

- Câu 41.** Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \frac{4}{x}, y = 0, x = 1, x = 4$  quanh trục ox là:  
 A.  $6\pi$                                       B.  $6\pi$                                       C.  $12\pi$                                       D.  $6\pi$
- Câu 42.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \cos 4x, Ox, x = 0, x = \frac{\pi}{8}$  quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:  
 A.  $\frac{\pi^2}{2}$                                       B.  $\frac{\pi^2}{16}$                                       C.  $\frac{\pi}{4}$                                       D.  $\left(\frac{\pi+1}{16}\right)\pi$
- Câu 43.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x), Ox, x = a, x = b$  quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



A.  $V = \pi^2 \int_a^b f(x)dx.$       B.  $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx.$       C.  $V = \int_a^b \pi^2 \cdot f^2(x)dx.$       D.  $V = \int_a^b f^2(x)dx.$

**Câu 44.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x-1}$ ; trục  $Ox$  và đường thẳng  $x = 3$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A.  $\frac{3}{2}\pi$                       B.  $3\pi$                       C.  $2\pi$                       D.  $\pi$

**Câu 45.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A.  $\frac{79\pi}{63}$                       B.  $\frac{23\pi}{14}$                       C.  $\frac{5\pi}{4}$                       D.  $9\pi$

**Câu 46.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y^2 = x$ ,  $x = a$ ,  $x = b$  ( $0 < a < b$ ) quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A.  $V = \pi^2 \int_a^b x dx.$       B.  $V = \pi \int_a^b \sqrt{x} dx.$       C.  $V = \pi \int_a^b x dx.$       D.  $V = \pi^2 \int_a^b \sqrt{x} dx.$

**Câu 47.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = -x^2 + 2x$ ,  $y = 0$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A.  $\frac{496\pi}{15}$                       B.  $\frac{4\pi}{3}$                       C.  $\frac{64\pi}{15}$                       D.  $\frac{16\pi}{15}$

**Câu 48.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{1-x^2}$ ,  $y = 0$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A.  $\frac{3\pi}{2}$                       B.  $\frac{2\pi}{3}$                       C.  $\frac{\pi}{2}$                       D.  $\frac{4}{3}\pi$

**Câu 49.** Thể tích khối tròn xoay trong không gian  $Oxyz$  giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x = 0$ ;  $x = \pi$  và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với  $Ox$  tại điểm  $(x; 0; 0)$  bất kỳ là đường tròn bán kính  $\sqrt{\sin x}$  là:

A.  $V = 2.$                       B.  $V = \pi.$                       C.  $V = 4\pi.$                       D.  $V = 2\pi.$

**Câu 50.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \tan x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{3}$  quay xung quanh trục  $Ox$ .

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

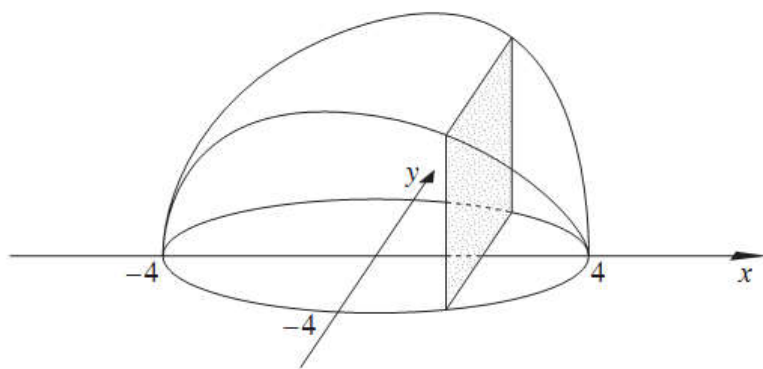
A.  $V = \pi \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$       B.  $V = \pi \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$       C.  $V = \pi \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$       D.  $V = \pi \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

**Câu 51.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 1 + \sqrt{x}$ ,  $Ox$ ,  $x = 0$ ,  $x = 4$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A.  $\pi^2 \frac{28}{3}$                       B.  $\pi \cdot \frac{68}{3}$                       C.  $\pi \frac{28}{3}$                       D.  $\pi^2 \cdot \frac{68}{3}$

**VẬN DỤNG**

**Câu 52.** Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn  $x^2 + y^2 = 16$  (nằm trong mặt phẳng  $Oxy$ ), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  ta được thiết diện là hình vuông. Thể tích của vật thể là:



A.  $\int_{-4}^4 4(16-x^2)dx$       B.  $\int_{-4}^4 4x^2 dx$       C.  $\int_{-4}^4 4\pi x^2 dx$       D.  $\int_{-4}^4 4\pi(16-x^2) dx$

**Câu 53.** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi các đường  $y^2 = 4x$  và đường thẳng  $x = 4$ . Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi  $D$  xoay quanh trục  $Ox$  là:

A.  $32\pi$       B.  $64\pi$       C.  $16\pi$       D.  $4\pi$

**Câu 54.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \ln x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 2$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A.  $2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2$       B.  $\pi(2\ln^2 2 + 4\ln 2 - 2)$   
 C.  $\pi(2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2)$       D.  $\pi(2\ln 2 - 1)$

**Câu 55.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = ax^2$ ,  $y = bx$  ( $a, b \neq 0$ ) quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A.  $V = \pi \cdot \frac{b^3}{a^3} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$       B.  $V = \pi \cdot \frac{b^5}{5a^3}$       C.  $V = \pi \cdot \frac{b^5}{3a^3}$       D.  $V = \pi \cdot \frac{b^5}{a^3} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$

**Câu 56.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{4-x^2}$ ,  $y = \frac{1}{3}x^2$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A.  $V = \frac{24\pi\sqrt{3}}{5}$       B.  $V = \frac{28\pi\sqrt{3}}{5}$       C.  $V = \frac{28\pi\sqrt{2}}{5}$       D.  $V = \frac{24\pi\sqrt{2}}{5}$

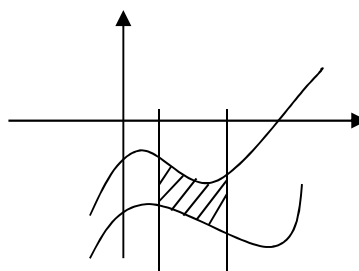
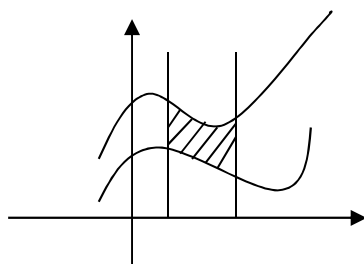
**Câu 57.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 3x$ ,  $y = x$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A.  $V = \frac{8\pi}{3}$       B.  $V = \frac{4\pi}{3}$       C.  $V = \frac{2\pi}{3}$       D.  $V = \pi$

**Câu 58.** Gọi  $(H)$  là hình phẳng được tạo bởi hai đường cong  $(C_1): y = f(x)$ ,  $(C_2): y = g(x)$ , hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$ ,  $a < b$ . Giả sử rằng  $(C_1)$  và  $(C_2)$  không có điểm chung trên  $[a, b]$  và thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay  $(H)$  quanh  $Ox$  là  $V = \pi \int_a^b \left( [f(x)]^2 - [g(x)]^2 \right) dx$ . Khi đó

(1):  $f(x) > g(x), \forall x \in [a, b]$   
 (2):  $f(x) > g(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$

(3):  $0 \leq f(x) < g(x), \forall x \in [a, b]$



Số nhận định đúng trong các nhận định trên là:

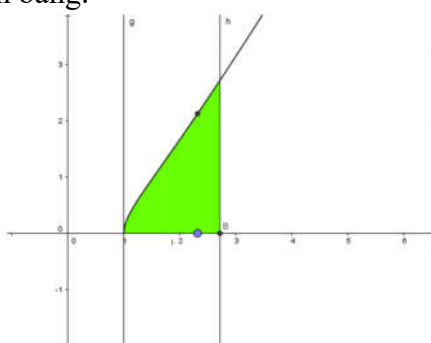
A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

**Câu 59.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x\sqrt{\ln x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = e$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



A.  $\pi \cdot \frac{4e^3 + 1}{9}$

B.  $\pi \cdot \frac{4e^3 - 1}{9}$

C.  $\pi \cdot \frac{2e^3 + 1}{9}$

D.  $\pi \cdot \frac{2e^3 - 1}{9}$

**Câu 60.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ ,  $y = 0$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

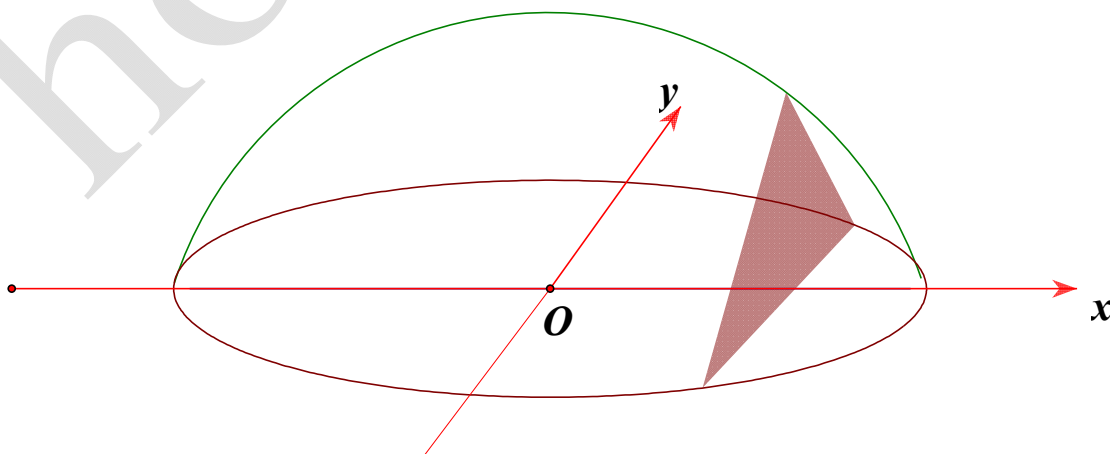
A.  $\frac{729\pi}{35}$

B.  $\frac{27\pi}{4}$

C.  $\frac{256608\pi}{35}$

D.  $\frac{7776\pi}{5}$

**Câu 61.** Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn  $x^2 + y^2 = 16$  (nằm trong mặt phẳng  $Oxy$ ), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  ta được thiết diện là tam giác đều. Thể tích của vật thể là:



A.  $V = \frac{256\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $V = \frac{256}{3}$ .      C.  $V = \frac{32\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $V = \frac{32}{3}$ .

**Câu 62.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2x^2$ ,  $y^2 = 4x$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A.  $V = \frac{88\pi}{5}$ .      B.  $V = \frac{9\pi}{70}$ .      C.  $V = \frac{4\pi}{3}$ .      D.  $V = \frac{6\pi}{5}$ .

### BÀI TẬP TỔNG HỢP

(Chỉ có phần đáp số)

**Câu 63.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong  $ax = y^2$ ;  $ay = x^2$  ( $a > 0$  cho trước) là:

A.  $S = \frac{a^3}{3}$       B.  $S = \frac{a^3}{2}$       C.  $S = \frac{2a^3}{3}$       D.  $S = \frac{4a^3}{3}$

**Câu 64.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của:  $y = x^2 - 2x$ , trục  $Ox$  và 2 đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 2$  là:

A.  $\frac{2}{3}$       B.  $\frac{4}{3}$       C.  $\frac{1}{3}$       D. 0

**Câu 65.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol  $y = -x^2$  và đường thẳng  $y = -x - 2$

A.  $\frac{11}{2}$       B.  $\frac{5}{2}$       C.  $\frac{9}{2}$       D.  $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$

**Câu 66.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đường:  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$  và  $x = 0$

A.  $2 + \sqrt{2}$       B.  $2\sqrt{2} + 1$       C.  $\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{2} - 1$

**Câu 67.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol:  $y = \frac{1}{4}x^2$  và  $y = 3x - \frac{1}{2}x^2$  là:

A. 7      B. 8      C. 9      D. 6.

**Câu 68.** Diện tích giới hạn bởi 2 đường cong:  $(C_1): y = f_1(x) = x^2 + 1$ ;  $(C_2): y = f_2(x) = x^2 - 2x$  và đường thẳng  $x = -1$  và  $x = 2$ .

A. 7      B.  $\frac{11}{2}$       C.  $\frac{13}{2}$       D.  $-\frac{11}{2}$

**Câu 69.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol:  $y = x^2 - 2x + 2$  tiếp tuyến với parabol tại điểm  $M(3; 5)$  và trục tung

A. 7      B. 6      C. 5      D. 9

**Câu 70.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi:  $y = x(x - 1)(x - 2)$ ,  $y = 0$

A. 1.      B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{4}$       D.  $\frac{1}{3}$

**Câu 71.** Cho D là miền kín giới hạn bởi các đường  $y = 1$ ,  $y = 2 - x$  và  $x = 0$ . Tính diện tích của miền D

- A. 1                      B.  $\frac{1}{4}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{1}{8}$

**Câu 72.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:  $y = \cos x$ ,  $y = 0$ ,  $x=0$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$

- A.  $\frac{3}{2}$                       B. 1                      C. 2                      D.  $\frac{1}{2}$

**Câu 73.** Tính thể tích vật thể giới hạn bởi mặt sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi:  $y = 2x - x^2$ ;  $y = 0$  quay quanh Ox.

- A.  $\frac{14\pi}{15}$                       B.  $\frac{16\pi}{15}$                       C.  $\frac{17\pi}{15}$                       D.  $\frac{48\pi}{15}$

**Câu 74.** Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = x^2$ ;  $8x = y^2$  quay quanh trục Oy là:

- A.  $\frac{21\pi}{15}$                       B.  $\frac{23\pi}{15}$                       C.  $\frac{24\pi}{15}$                       D.  $\frac{48\pi}{5}$

**Câu 75.** Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và Parabol (C)  $y = ax - x^2$  ( $a > 0$ ) là:

- A.  $\frac{\pi a^5}{30}$                       B.  $\frac{\pi a^5}{20}$                       C.  $\frac{\pi a^4}{5}$                       D.  $\frac{\pi a^5}{10}$

**Câu 76.** Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi ta quay quanh trục Ox, hình phẳng S giới hạn bởi các đường:  $y = x.e^x$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) là:

- A.  $\frac{\pi(e^2 + 1)}{4}$                       B.  $\frac{\pi(e^2 - 1)}{4}$                       C.  $\frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$                       D.  $\frac{\pi(e^2 - 1)}{12}$

**B. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**I – ĐÁP ÁN**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	B	A	A	A	C	D	C	D	B	A	D	B	B	C	C	D	B	C

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	A	A	A	B	D	D	D	C	B	B	C	A	B	C	D	B	D	C	A

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	B	B	C	B	C	D	D	D	D	B	A	A	C	D	B	A	A	C	A

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76				
A	D	A	B	A	D	B	C	B	D	C	D	C	A	D	B				

**II – HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 1.** Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  liên tục trên  $[a ; b]$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ) là:

- A.  $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .      B.  $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$ .  
 C.  $S = \int_a^b (f(x) - g(x))^2 dx$ .      D.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

**Câu 2.** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , liên tục trên  $[a ; b]$  trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ) cho bởi công thức:

- A.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .      B.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .      C.  $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$ .      D.  $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

**Câu 3.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 + 11x - 6$ ,  $y = 6x^2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . (Đơn vị diện tích)

- A.  $\frac{4}{3}$       B.  $\frac{5}{2}$       C.  $\frac{8}{3}$       D.  $\frac{18}{23}$

**Hướng dẫn giải:**

Đặt  $h(x) = (x^3 + 11x - 6) - 6x^2 = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$h(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 2 \vee x = 3$  (loại).

Bảng xét dấu

x	0	1	2		
h(x)		-	0	+	0

$$S = -\int_0^1 (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx + \int_1^2 (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx$$

$$= -\left(\frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{11x^2}{2} - 6x\right)\bigg|_0^1 + \left(\frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{11x^2}{2} - 6x\right)\bigg|_1^2 = \frac{5}{2}.$$

**Câu 4.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = x^3$ ,  $y = 4x$  là:

A. 8

B. 9

C. 12

D. 13

**Hướng dẫn giải:**

Ta có  $x^3 = 4x \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 0 \vee x = 2$

$$\Rightarrow S = \left| \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \right| = \left| \left( \frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 \right| + \left| \left( \frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_0^2 \right| = 8.$$

Vậy  $S = 8$  (đvdt).

**Chú ý:** Nếu trong đoạn  $[a; \beta]$  phương trình  $f(x) = g(x)$  không còn nghiệm nào nữa thì ta có thể

dùng công thức  $\int_a^\beta |f(x) - g(x)| dx = \left| \int_a^\beta [f(x) - g(x)] dx \right|$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức

A.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .      B.  $S = -\int_a^b f(x) dx$ .      C.  $S = -\int_a^b f^2(x) dx$ .      D.  $S = \int_a^b f^2(x) dx$ .

**Hướng dẫn giải**

Theo công thức (SGK cơ bản) ta có  $S = \int_a^b f(x) dx$ .

**Câu 6.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức

A.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .      B.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .      C.  $S = \int_a^b |f(x)|^2 dx$ .      D.  $S = \pi \int_a^b f(x) dx$ .

**Hướng dẫn giải**

Theo công thức (SGK cơ bản) ta có  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .

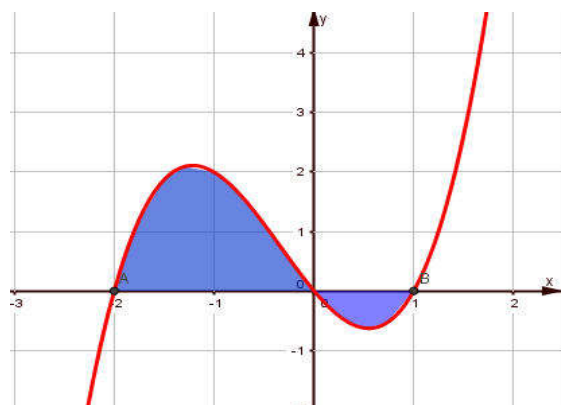
**Câu 7.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức

A.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|^2 dx$ .      B.  $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ .  
 C.  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .      D.  $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)|^2 dx$ .

**Hướng dẫn giải**

Theo công thức (SGK cơ bản) ta có  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

**Câu 8.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$ . Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) là



A.  $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx$

B.  $S = \int_{-2}^1 f(x)dx$

C.  $S = \int_0^{-2} f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx$

D.  $S = \int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx$

**Hướng dẫn giải**

Theo định nghĩa ta có  $S = \int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx$

**Câu 9.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 3$  là

A. 19

B. 18

C. 20

D. 21

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $x^3 \geq 0$  trên đoạn  $[1;3]$  nên  $S = \int_1^3 |x^3| dx = \int_1^3 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_1^3 = 20$

**Câu 10.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 4$  là

A. 4

B.  $\frac{14}{5}$

C.  $\frac{13}{3}$

D.  $\frac{14}{3}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\sqrt{x} \geq 0$  trên đoạn  $[1;4]$  nên  $S = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx = \int_1^4 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_1^4 = \frac{14}{3}$

**Câu 11.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt[3]{x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 8$  là

A.  $\frac{45}{2}$

B.  $\frac{45}{4}$

C.  $\frac{45}{7}$

D.  $\frac{45}{8}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\sqrt[3]{x} \geq 0$  trên đoạn  $[1;8]$  nên  $S = \int_1^8 |\sqrt[3]{x}| dx = \int_1^8 \sqrt[3]{x} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} \Big|_1^8 = \frac{45}{4}$



**Câu 12.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sin x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = \pi$ ,  $x = \frac{3\pi}{2}$  là

- A. 1                                      B.  $\frac{1}{2}$                                       C. 2                                      D.  $\frac{3}{2}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\sin x \leq 0$  trên đoạn  $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$  nên  $S = \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} |\sin x| dx = - \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \sin x dx = \cos x \Big|_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} = 1$

**Câu 13.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \tan x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = \frac{\pi}{6}$ ,  $x = \frac{\pi}{4}$  là

- A.  $\ln \frac{\sqrt{3}}{3}$                                       B.  $\ln \frac{\sqrt{6}}{3}$                                       C.  $-\ln \frac{\sqrt{3}}{3}$                                       D.  $-\ln \frac{\sqrt{6}}{3}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\tan x \geq 0$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right]$  nên  $S = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} |\tan x| dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = -\ln(\cos x) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = -\ln \frac{\sqrt{6}}{3}$

**Câu 14.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = e^{2x}$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 3$  là

- A.  $\frac{e^6}{2} + \frac{1}{2}$                                       B.  $\frac{e^6}{2} - \frac{1}{2}$                                       C.  $\frac{e^6}{3} + \frac{1}{3}$                                       D.  $\frac{e^6}{3} - \frac{1}{3}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $e^{2x} \geq 0$  trên đoạn  $[0; 3]$  nên  $S = \int_0^3 |e^{2x}| dx = \int_0^3 e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_0^3 = \frac{e^6}{2} - \frac{1}{2}$

**[DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG]  
VẬN DỤNG THẤP**

**Câu 15.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 4$  là

- A.  $\frac{53}{4}$                                       B.  $\frac{51}{4}$                                       C.  $\frac{49}{4}$                                       D.  $\frac{25}{2}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \in [1; 4]$

Khi đó diện tích hình phẳng là

$$S = \int_1^4 |x^3 - 3x^2| dx = \left| \int_1^3 (x^3 - 3x^2) dx \right| + \left| \int_3^4 (x^3 - 3x^2) dx \right| = \left| \left( \frac{x^4}{4} - x^3 \right) \Big|_1^3 \right| + \left| \left( \frac{x^4}{4} - x^3 \right) \Big|_3^4 \right| = 6 + \frac{27}{4} = \frac{51}{4}$$

**Câu 16.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3x^2 - 4$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 3$  là

A.  $\frac{142}{5}$

B.  $\frac{143}{5}$

C.  $\frac{144}{5}$

D.  $\frac{141}{5}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [0; 3]$

Khi đó diện tích hình phẳng là

$$S = \int_0^3 |x^4 - 3x^2 - 4| dx = \left| \int_0^2 (x^4 - 3x^2 - 4) dx \right| + \left| \int_2^3 (x^4 - 3x^2 - 4) dx \right|$$

$$= \left| \left( \frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right) \Big|_0^2 \right| + \left| \left( \frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right) \Big|_2^3 \right| = \frac{48}{5} + \frac{96}{5} = \frac{144}{5}$$

**Câu 17.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x+2}$ , trục hoành và đường thẳng  $x = 2$  là

A.  $3 + 2 \ln 2$

B.  $3 - \ln 2$

C.  $3 - 2 \ln 2$

D.  $3 + \ln 2$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$  nên  $S = \int_{-1}^2 \left| \frac{x+1}{x+2} \right| dx = \left| \int_{-1}^2 \left( 1 - \frac{1}{x+2} \right) dx \right| = \left| (x - \ln|x+2|) \Big|_{-1}^2 \right| = 3 - 2 \ln 2$

**Câu 18.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol  $y = 2 - x^2$  và đường thẳng  $y = -x$  là

A.  $\frac{7}{2}$

B.  $\frac{9}{4}$

C. 3

D.  $\frac{9}{2}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $2 - x^2 = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$  và  $2 - x^2 \geq -x, \forall x \in [-1; 2]$

Nên  $S = \int_{-1}^2 (2 + x - x^2) dx = \left( 2x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{9}{2}$

**Câu 19.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \cos 2x$ , trục hoành và hai đường thẳng

$x = 0, x = \frac{\pi}{2}$  là

A. 2

B. 1

C. 3

D. 4

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} \in \left[ 0; \frac{\pi}{2} \right]$

Nên  $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos 2x| dx = \left| \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx \right| + \left| \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx \right| = \left| \left( \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \right| + \left| \left( \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \right| = 1$

**Câu 20.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3x^2 - 4$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 3$  là

A.  $\frac{71}{5}$

B.  $\frac{73}{5}$

C.  $\frac{72}{5}$

D. 14

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [0; 3]$

Khi đó diện tích hình phẳng là

$$S = \int_0^3 |x^4 - 3x^2 - 4| dx = \left| \int_0^2 (x^4 - 3x^2 - 4) dx \right| + \left| \int_2^3 (x^4 - 3x^2 - 4) dx \right|$$

$$= \left| \left( \frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right) \Big|_0^2 \right| + \left| \left( \frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right) \Big|_2^3 \right| = \frac{48}{5} + \frac{96}{5} = \frac{144}{5}$$

**Câu 21.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x+2}$ , trục hoành và đường thẳng  $x = 2$  là

A.  $3 + 2 \ln 2$

B.  $3 - \ln 2$

C.  $3 - 2 \ln 2$

D.  $3 + \ln 2$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$  nên

$$S = \int_{-1}^2 \left| \frac{x+1}{x+2} \right| dx = \left| \int_{-1}^2 \left( 1 - \frac{1}{x+2} \right) dx \right| = \left| (x - \ln|x+2|) \Big|_{-1}^2 \right| = 3 - 2 \ln 2$$

**Câu 22.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol  $y = 2 - x^2$  và đường thẳng  $y = -x$  là

A.  $\frac{9}{2}$

B.  $\frac{9}{4}$

C. 3

D.  $\frac{7}{2}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $2 - x^2 = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$  và  $2 - x^2 \geq -x, \forall x \in [-1; 2]$

$$\text{Nên } S = \int_{-1}^2 (2 + x - x^2) dx = \left( 2x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{9}{2}$$

**Câu 23.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \cos 2x$ , trục hoành và hai đường thẳng

$x = 0, x = \frac{\pi}{2}$  là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} \in [0; \frac{\pi}{2}]$

Nên

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos 2x| dx = \left| \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx \right| + \left| \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx \right| = \left| \left( \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \right| + \left| \left( \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \right| = 1$$

**Câu 24.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$  và  $y = \sqrt[3]{x}$  là

A.  $\frac{1}{12}$

B.  $\frac{1}{13}$

C.  $\frac{1}{14}$

D.  $\frac{1}{15}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\sqrt{x} = \sqrt[3]{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$

Nên  $S = \int_0^1 |\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}| dx = \int_0^1 (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}) dx = \left[ \left( \frac{2}{3} \sqrt{x^3} - \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} \right) \right]_0^1 = \frac{1}{12}$

**Câu 25.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$  và  $y = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$  là

A.  $\frac{37}{13}$

B.  $\frac{37}{12}$

C. 3

D. 4

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $2x^3 - 3x^2 + 1 = x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Nên  $S = \int_{-2}^0 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx + \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx$   
 $= \left[ \left( \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \right]_{-2}^0 + \left[ \left( \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \right]_0^1 = \frac{37}{12}$

**Câu 26.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 4$ , đường thẳng  $x = 3$ , trục tung và trục hoành là

A.  $\frac{22}{3}$

B.  $\frac{32}{3}$

C.  $\frac{25}{3}$

D.  $\frac{23}{3}$

**Hướng dẫn giải**

Xét pt  $-x^2 + 4 = 0$  trên đoạn  $[0; 3]$  có nghiệm  $x = 2$

Suy ra  $S = \int_0^2 |-x^2 + 4| dx + \int_2^3 |-x^2 + 4| dx = \frac{23}{3}$

**Câu 27.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = x^3 - 4x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -3$ ,  $x = 4$  là

A.  $\frac{202}{3}$

B.  $\frac{203}{4}$

C.  $\frac{201}{5}$

D.  $\frac{201}{4}$

**Hướng dẫn giải**

Xét pt  $x^3 - 4x = 0$  trên đoạn  $[-3; 4]$  có nghiệm  $x = -2$ ;  $x = 0$ ;  $x = 2$

Suy ra  $S = \int_{-3}^{-2} |x^3 - 4x| dx + \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx + \int_2^4 |x^3 - 4x| dx = \frac{201}{4}$

**Câu 28.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = x \ln x$ , trục hoành và đường thẳng  $x = e$  là

- A.  $\frac{e^2-1}{2}$                       B.  $\frac{e^2+1}{2}$                       C.  $\frac{e^2-1}{4}$                       D.  $\frac{e^2+1}{4}$

**Hướng dẫn giải**

Xét pt  $x \ln x = 0$  trên nửa khoảng  $(0; e]$  có nghiệm  $x = 1$

Suy ra  $S = \int_1^e x \ln x dx = \frac{e^2+1}{4}$

**Câu 29.** Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = x^2 + x - 2$ ,  $y = x + 2$  và hai đường thẳng  $x = -2$ ;  $x = 3$ . Diện tích của (H) bằng

- A.  $\frac{87}{5}$                       B.  $\frac{87}{4}$                       C.  $\frac{87}{3}$                       D.  $\frac{87}{5}$

**Hướng dẫn giải**

Xét phương trình  $(x^2 + x - 2) - (x + 2) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Suy ra  $S = \int_{-2}^2 |x^2 - 4| dx + \int_2^3 |x^2 - 4| dx = \frac{87}{3}$

**Câu 30.** Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = (1 + e^x)x$ ,  $y = (1 + e)x$ . Diện tích của (H) bằng

- A.  $\frac{e-1}{2}$                       B.  $\frac{e-2}{2}$                       C.  $\frac{e-2}{2}$                       D.  $\frac{e+1}{2}$

**Hướng dẫn giải**

Xét pt  $(1 + e^x)x - (1 + e)x = 0$  có nghiệm  $x = 0, x = 1$

Suy ra  $S = \int_0^1 |x(e - e^x)| dx = \int_0^1 x(e - e^x) dx = \frac{e-2}{2}$

**VẬN DỤNG CẤP ĐỘ CAO**

**Câu 31.** Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = |x^2 - 1|$ ,  $y = |x| + 5$ . Diện tích của (H) bằng

- A.  $\frac{71}{3}$                       B.  $\frac{73}{3}$                       C.  $\frac{70}{3}$                       D.  $\frac{74}{3}$

**Hướng dẫn giải**

Xét pt  $|x^2 - 1| = |x| + 5$  có nghiệm  $x = -3, x = 3$

Suy ra  $S = \int_{-3}^3 (|x^2 - 1| - (|x| + 5)) dx = 2 \int_0^3 (|x^2 - 1| - (x + 5)) dx$

Bảng xét dấu  $x^2 - 1$  trên đoạn  $[0; 3]$

x	0	1	3
$x^2 - 1$	-	0	+

Vậy  $S = 2 \left| \int_0^1 (-x^2 - x - 4) dx + \int_1^3 (x^2 - x - 6) dx \right| = \frac{73}{3}$

**Câu 32.** Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = |x^2 - 4x + 3|$ ,  $y = x + 3$ . Diện tích của (H) bằng

A.  $\frac{108}{5}$

B.  $\frac{109}{5}$

**C.  $\frac{109}{6}$**

D.  $\frac{119}{6}$

**Hướng dẫn giải**

Xét pt  $|x^2 - 4x + 3| = x + 3$  có nghiệm  $x = 0, x = 5$

Suy ra  $S = \int_0^1 (-x^2 + 5x) dx + \int_1^3 (x^2 - 3x + 6) dx + \int_3^5 (-x^2 + 5x) dx = \frac{109}{6}$

**Câu 33.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) :  $y = x^2 + 3$ , tiếp tuyến của (P) tại điểm có hoành độ  $x = 2$  và trục tung bằng

**A.  $\frac{8}{3}$**

B.  $\frac{4}{3}$

C. 2

D.  $\frac{7}{3}$

**Hướng dẫn giải**

PTTT của (P) tại  $x = 2$  là  $y = 4x + 3$

Xét pt  $(x^2 + 3) - (4x + 3) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Suy ra  $S = \int_0^2 |(x^2 - 4x + 4)| dx = \left| \int_0^2 (x^2 - 4x + 4) dx \right| = \left| \left( \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x \right) \Big|_0^2 \right| = \frac{8}{3}$

**Câu 34.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y^2 - 2y + x = 0, x + y = 0$  là

A.  $\frac{9}{4}$

**B.  $\frac{9}{2}$**

C.  $\frac{7}{2}$

D.  $\frac{11}{2}$

**Hướng dẫn giải**

Biến đổi về hàm số theo biến số  $y$  là  $x = -y^2 + 2y, x = -y$

Xét pt tung độ giao điểm  $(-y^2 + 2y) - (-y) = 0$  có nghiệm  $y = 0, y = 3$

Vậy  $S = \int_0^3 |-y^2 + 3y| dy = \int_0^3 (-y^2 + 3y) dy = \frac{9}{2}$

**Câu 35.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số  $y = x^2; y = \frac{1}{27}x^2; y = \frac{27}{x}$  bằng

A.  $27 \ln 2$

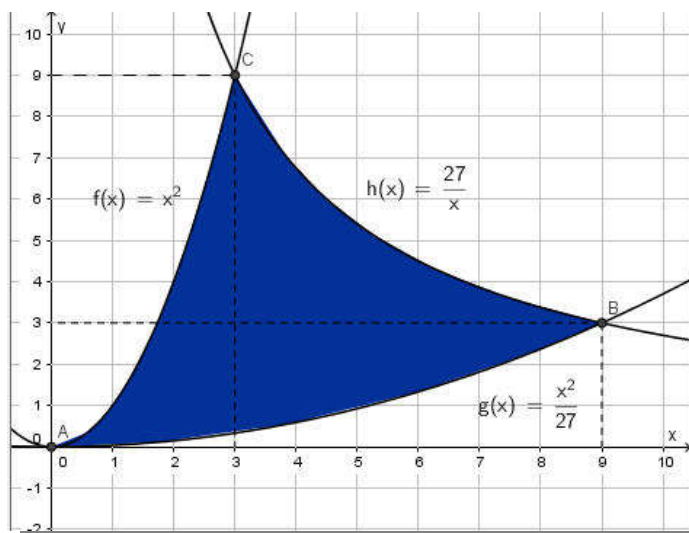
**B.  $27 \ln 3$**

C.  $28 \ln 3$

D.  $29 \ln 3$

**Hướng dẫn giải**

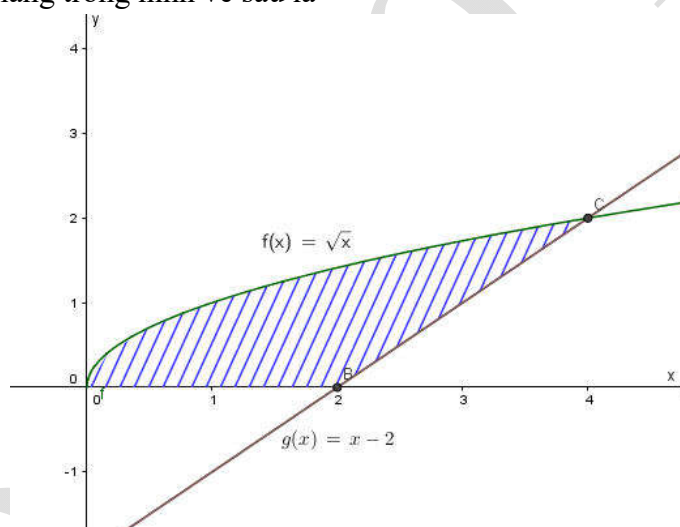
Xét các pthđgđ  $x^2 - \frac{x^2}{27} = 0 \Rightarrow x = 0; x^2 - \frac{27}{x} = 0 \Rightarrow x = 3; \frac{x^2}{27} - \frac{27}{x} = 0 \Rightarrow x = 9$



Suy ra

$$S = \int_0^3 \left( x^2 - \frac{x^2}{27} \right) dx + \int_3^9 \left( \frac{27}{x} - \frac{x^2}{27} \right) dx = 27 \ln 3$$

**Câu 36.** Diện tích hình phẳng trong hình vẽ sau là



A.  $\frac{8}{3}$

B.  $\frac{11}{3}$

C.  $\frac{7}{3}$

D.  $\frac{10}{3}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $y^2 = y + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = 2 \end{cases}$ , Nên  $S = \int_0^2 (y + 2 - y^2) dy = \frac{10}{3}$

**Câu 37.** Diện tích hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng  $y = 8x$ ,  $y = x$

và đồ thị hàm số  $y = x^3$  là  $\frac{a}{b}$ . Khi đó  $a + b$  bằng

A. 68

B. 67

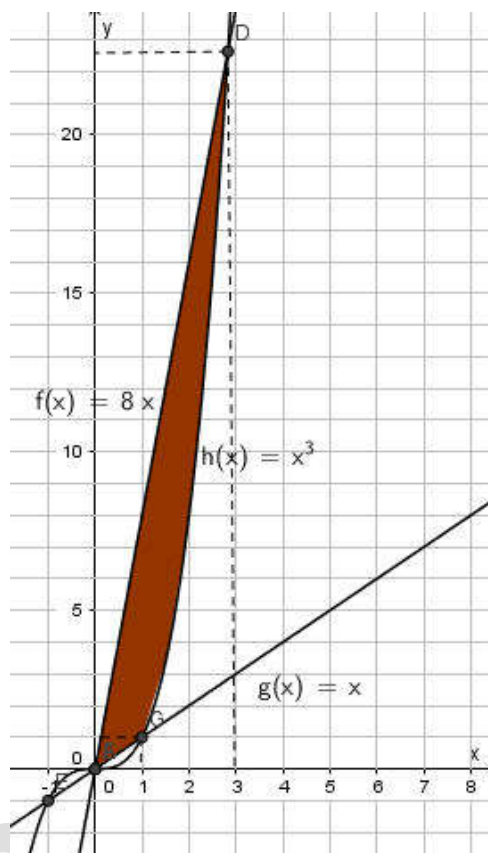
C. 66

D. 65

**Hướng dẫn giải**

Ta có

$$8x - x = 0 \Rightarrow x = 0; 8x - x^3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2\sqrt{2} \end{cases}; x - x^3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$



$$\text{Nên } S = \int_0^1 (8x - x) dx + \int_1^{2\sqrt{2}} (8x - x^3) dx = \frac{63}{4}$$

**Câu 38.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng  $y = 1, y = x$  và đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{4}$  trong miền

$x \geq 0, y \leq 1$  là  $\frac{a}{b}$ . Khi đó  $b - a$  bằng

A. 4

B. 2

C. 3

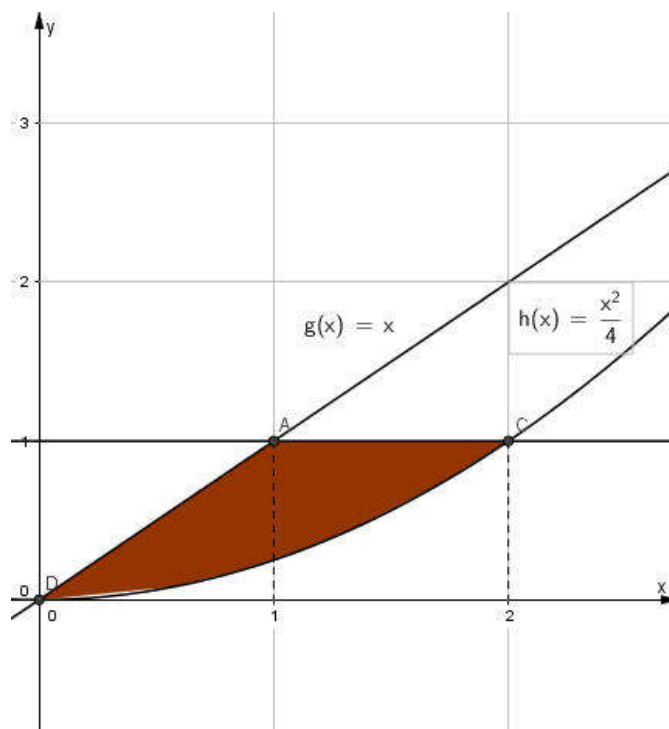
D. 1

**Hướng dẫn giải**

Ta có

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1; x - \frac{x^2}{4} = 0 \Rightarrow x = 0; 1 - \frac{x^2}{4} = 0 \Rightarrow x = 2$$





$$\text{Nên } S = \int_0^1 \left( x - \frac{x^2}{4} \right) dx + \int_1^2 \left( 1 - \frac{x^2}{4} \right) dx = \frac{5}{6}$$

**Câu 39.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng  $y = \begin{cases} -x, & \text{nếu } x \leq 1 \\ x-2, & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$  và  $y = \frac{10}{3}x - x^2$  là  $\frac{a}{b}$ .

Khi đó  $a + 2b$  bằng

A. 16

B. 15

C. 17

D. 18

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

Ta có

$$\frac{10}{3}x - x^2 = -x \Rightarrow x = 0$$

$$\frac{10}{3}x - x^2 = x - 2 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{Nên } S = \int_0^1 \left( \frac{10}{3}x - x^2 + x \right) dx + \int_1^3 \left( \frac{10}{3}x - x^2 - x + 2 \right) dx = \frac{13}{2}$$

**Câu 40.** Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $(C): y = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x-1}$ , tiệm cận xiêm của  $(C)$  và hai đường thẳng  $x = 0, x = a$  ( $a < 0$ ) có diện tích bằng 5. Khi đó  $a$  bằng

A.  $1 - e^5$

B.  $1 + e^5$

C.  $1 + 2e^5$

D.  $1 - 2e^5$

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

Ta có

$$TCX : y = -x + 3$$

$$\text{Nên } S(a) = \int_a^0 \left( -\frac{1}{x-1} \right) dx = \int_0^a \left( \frac{1}{x-1} \right) dx = \ln|x-1| \Big|_0^a = \ln(1-a)$$

$$\text{Suy ra } \ln(1-a) = 5 \Leftrightarrow a = 1 - e^5$$

## II-Câu hỏi tính thể tích vật tròn xoay giới hạn bởi các đường:

Những điểm cần lưu ý:

. **Tính thể tích khối tròn xoay:**

**Trường hợp 1.** Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = a$  và

$$x = b \ (a < b) \text{ quay quanh trục } Ox \text{ là } V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

**Trường hợp 2.** Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $x = a$

$$\text{và } x = b \ (a < b) \text{ quay quanh trục } Ox \text{ là } V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$

### NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

**Câu 41.** Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \frac{4}{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$  quanh trục  $ox$  là:

- A.  $6\pi$                       B.  $6\pi$                       C.  $12\pi$                       D.  $6\pi$

**Hướng dẫn giải**

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \int_1^4 \pi \cdot \left(\frac{4}{x}\right)^2 dx = 12\pi.$

**Câu 42.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \cos 4x$ ,  $Ox$ ,  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{8}$  quay xung quanh trục  $Ox$ .

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A.  $\frac{\pi^2}{2}$                       B.  $\frac{\pi^2}{16}$                       C.  $\frac{\pi}{4}$                       D.  $\left(\frac{\pi+1}{16}\right) \cdot \pi$

**Hướng dẫn giải**

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \pi \cdot \cos^2 4x dx = \frac{\pi^2}{16}.$

**Câu 43.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $Ox$ ,  $x = a$ ,  $x = b$  quay xung quanh trục  $Ox$ .

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A.  $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$                       B.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$                       C.  $V = \int_a^b \pi^2 \cdot f^2(x) dx.$                       D.  $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

**Hướng dẫn giải**

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

**Câu 44.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x-1}$ ; trục  $Ox$  và đường thẳng  $x = 3$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A.  $\frac{3}{2}\pi$                       B.  $3\pi$                       C.  $2\pi$                       D.  $\pi$

Giao điểm của hai đường  $y = \sqrt{x-1}$  và  $y = 0$  là  $A(1;0)$ . Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \pi \int_1^3 (x-1)dx = 2\pi$ .

**Câu 45.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A.  $\frac{79\pi}{63}$                       B.  $\frac{23\pi}{14}$                       C.  $\frac{5\pi}{4}$                       D.  $9\pi$

**Hướng dẫn giải**

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \pi \int_0^1 (x^3 + 1)^2 dx = \frac{23\pi}{14}$ .

**Câu 46.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y^2 = x$ ,  $x = a$ ,  $x = b$  ( $0 < a < b$ ) quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A.  $V = \pi^2 \int_a^b x dx$ .                      B.  $V = \pi \int_a^b \sqrt{x} dx$ .                      C.  $V = \pi \int_a^b x dx$ .                      D.  $V = \pi^2 \int_a^b \sqrt{x} dx$ .

**Hướng dẫn giải**

Với  $x \in [a; b]$  thì  $y^2 = x \Leftrightarrow y = \sqrt{x}$ .

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \pi \int_a^b x dx$ .

**Câu 47.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = -x^2 + 2x$ ,  $y = 0$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A.  $\frac{496\pi}{15}$                       B.  $\frac{4\pi}{3}$                       C.  $\frac{64\pi}{15}$                       D.  $\frac{16\pi}{15}$

**Hướng dẫn giải**

Giao điểm của hai đường  $y^2 = -x^2 + 2x$  và  $y = 0$  là  $O(0;0)$  và  $A(2;0)$ . Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$ .

**Câu 48.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{1-x^2}$ ,  $y = 0$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A.  $\frac{3\pi}{2}$                       B.  $\frac{2\pi}{3}$                       C.  $\frac{\pi}{2}$                       D.  $\frac{4}{3}\pi$

**Hướng dẫn giải**

Giao điểm của hai đường  $y = \sqrt{1-x^2}$  và  $y = 0$  là  $B(-1;0)$  và  $A(1;0)$ . Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \pi \int_{-1}^1 (1-x^2) dx = \frac{4\pi}{3}$ .

- Câu 49.** Thể tích khối tròn xoay trong không gian Oxyz giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x = 0$ ;  $x = \pi$  và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm  $(x; 0; 0)$  bất kỳ là đường tròn bán kính  $\sqrt{\sin x}$  là:  
A.  $V = 2$ .                      B.  $V = \pi$ .                      C.  $V = 4\pi$ .                      D.  $V = 2\pi$ .

**Hướng dẫn giải**

Khối tròn xoay trong đề bài có được bằng cách quay hình phẳng tạo bởi các đường  $x = 0$ ;  $x = \pi$ ;  $y = \sqrt{\sin x}$ ; Ox quay trục Ox.

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \pi \int_0^\pi \sin x dx = 2\pi$ .

- Câu 50.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \tan x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{3}$  quay xung quanh trục Ox.

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A.  $V = \pi \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$       B.  $V = \pi \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$       C.  $V = \pi \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$       D.  $V = \pi \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

**Hướng dẫn giải**

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x dx = \pi \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$ .

- Câu 51.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 1 + \sqrt{x}$ , Ox,  $x = 0$ ,  $x = 4$  quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

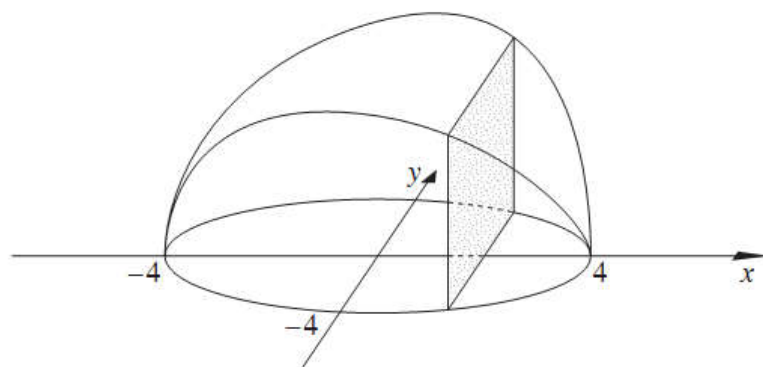
- A.  $\pi^2 \frac{28}{3}$                       B.  $\pi \cdot \frac{68}{3}$                       C.  $\pi \frac{28}{3}$                       D.  $\pi^2 \cdot \frac{68}{3}$

**Hướng dẫn giải**

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \int_0^4 \pi \cdot (1 + \sqrt{x})^2 dx = \frac{68\pi}{3}$ .

**VẬN DỤNG**

- Câu 52.** Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đây là hình tròn giới hạn bởi đường tròn  $x^2 + y^2 = 16$  (nằm trong mặt phẳng Oxy), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là hình vuông. Thể tích của vật thể là:



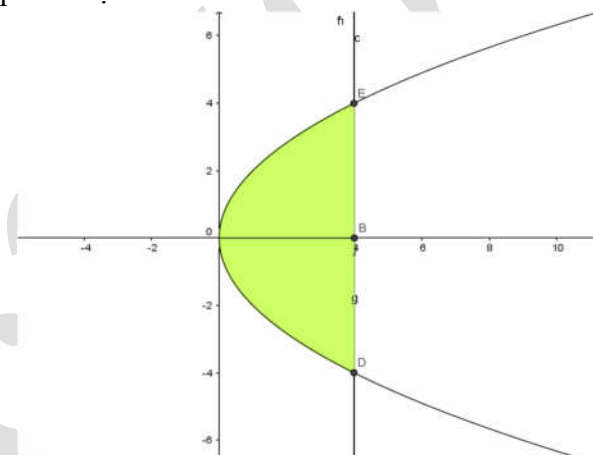
- A.  $\int_{-4}^4 4(16-x^2)dx$     B.  $\int_{-4}^4 4x^2 dx$     C.  $\int_{-4}^4 4\pi x^2 dx$     D.  $\int_{-4}^4 4\pi(16-x^2)dx$

**Hướng dẫn giải**

Thiết diện cắt trục Ox tại điểm H có hoành độ bằng x thì cạnh của thiết diện bằng  $2\sqrt{16-x^2}$ .

Vậy thể tích của vật thể bằng  $V = \int_{-4}^4 S(x)dx = \int_{-4}^4 4(16-x^2)dx$ .

- Câu 53.** Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường  $y^2 = 4x$  và đường thẳng  $x = 4$ . Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi D xoay quanh trục Ox là:



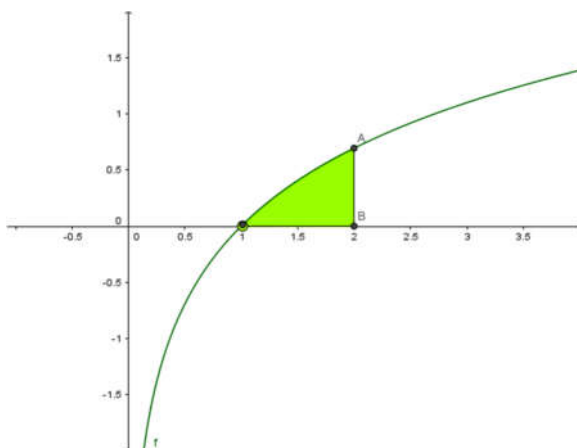
- A.  $32\pi$     B.  $64\pi$     C.  $16\pi$     D.  $4\pi$

**Hướng dẫn giải**

Giao điểm của hai đường  $y^2 = 4x$  và  $x = 4$  là  $D(4; -4)$  và  $E(4; 4)$ . Phần phía trên Ox của đường  $y^2 = 4x$  có phương trình  $y = 2\sqrt{x}$ . Từ hình vẽ suy ra thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^4 \pi \cdot (2\sqrt{x})^2 dx = 32\pi.$$

- Câu 54.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \ln x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 2$  quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



A.  $2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2$

B.  $\pi(2\ln^2 2 + 4\ln 2 - 2)$

C.  $\pi(2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2)$

D.  $\pi(2\ln 2 - 1)$

**Hướng dẫn giải**

Tọa độ giao điểm của hai đường  $y = \ln x$  và  $y = 0$  là điểm  $C(1;0)$ . Vậy thể tích của khối tròn

xoay cần tính là:  $V = \int_1^2 \pi \cdot \ln^2 x dx = \pi(2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2)$ .

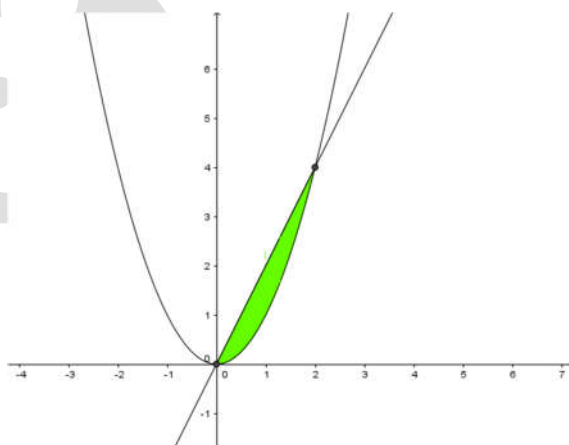
**Câu 55.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = a \cdot x^2$ ,  $y = bx$  ( $a, b \neq 0$ ) quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A.  $V = \pi \cdot \frac{b^3}{a^3} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$

B.  $V = \pi \cdot \frac{b^5}{5a^3}$

C.  $V = \pi \cdot \frac{b^5}{3a^3}$

D.  $V = \pi \cdot \frac{b^5}{a^3} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$

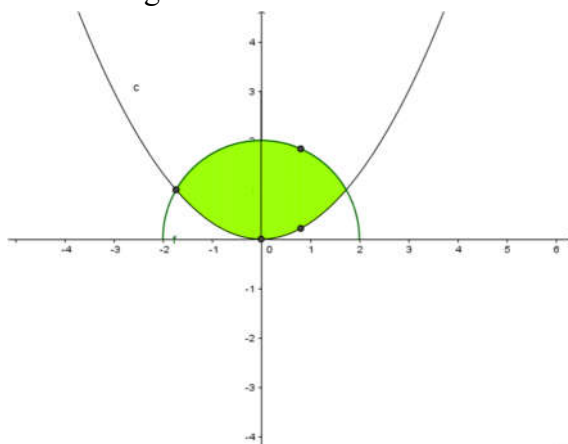


**Hướng dẫn giải**

Tọa độ giao điểm của hai đường  $y = ax^2$  và  $y = bx$  là các điểm  $O(0;0)$  và  $A\left(\frac{b}{a}; \frac{b^2}{a}\right)$ . Vậy thể tích

của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \int_0^{\frac{b}{a}} \pi \cdot b^2 x^2 dx - \int_0^{\frac{b}{a}} \pi \cdot a^2 x^4 dx = \pi \cdot \frac{b^5}{a^3} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$ .

**Câu 56.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{4-x^2}$ ,  $y = \frac{1}{3}x^2$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



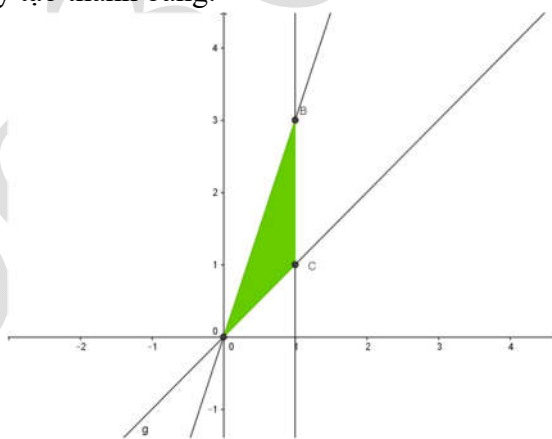
- A.  $V = \frac{24\pi\sqrt{3}}{5}$       B.  $V = \frac{28\pi\sqrt{3}}{5}$       C.  $V = \frac{28\pi\sqrt{2}}{5}$       D.  $V = \frac{24\pi\sqrt{2}}{5}$

**Hướng dẫn giải**

Tọa độ giao điểm của hai đường  $y = \sqrt{4-x^2}$  và  $y = \frac{1}{3}x^2$  là các điểm  $A(-\sqrt{3};1)$  và  $B(\sqrt{3};1)$ .

Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \pi \cdot (4-x^2) dx - \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \pi \cdot \frac{1}{9} x^4 dx = \pi \cdot \frac{28\sqrt{3}}{5}$ .

**Câu 57.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 3x$ ,  $y = x$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



- A.  $V = \frac{8\pi}{3}$       B.  $V = \frac{4\pi}{3}$       C.  $V = \frac{2\pi}{3}$       D.  $V = \pi$

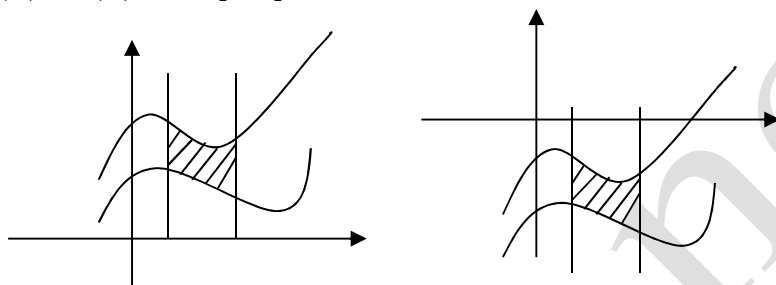
**Hướng dẫn giải**

Tọa độ giao điểm của đường  $x = 1$  với  $y = x$  và  $y = 3x$  là các điểm  $C(1;1)$  và  $B(3;1)$ . Tọa độ giao điểm của đường  $y = 3x$  với  $y = x$  là  $O(0;0)$ . Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^1 \pi \cdot 9x^2 dx - \int_0^1 \pi \cdot x^2 dx = \pi \cdot \frac{8}{3}$$

**Câu 58.** Gọi (H) là hình phẳng được tạo bởi hai đường cong  $(C_1): y = f(x)$ ,  $(C_2): y = g(x)$ , hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$ ,  $a < b$ . Giả sử rằng  $(C_1)$  và  $(C_2)$  không có điểm chung trên  $[a, b]$  và thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh Ox là  $V = \pi \int_a^b \left( [f(x)]^2 - [g(x)]^2 \right) dx$ . Khi đó

- (1):  $f(x) > g(x), \forall x \in [a, b]$
- (2):  $f(x) > g(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$
- (3):  $0 \leq f(x) < g(x), \forall x \in [a, b]$



Số nhận định đúng trong các nhận định trên là:

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

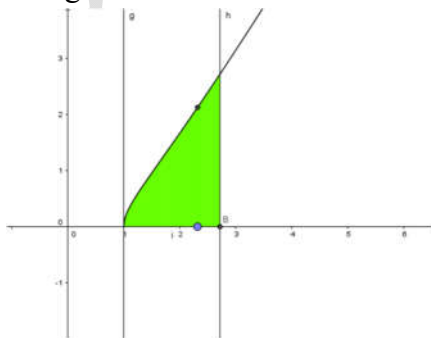
**Hướng dẫn giải**

Từ giả thiết ta suy ra có thể xảy ra một trong hai trường hợp:

- (2):  $f(x) > g(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$
- hoặc (3):  $0 \leq f(x) < g(x), \forall x \in [a, b]$ .

Do đó số nhận định đúng là không.

**Câu 59.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x\sqrt{\ln x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = e$  quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



- A.  $\pi \cdot \frac{4e^3 + 1}{9}$
- B.  $\pi \cdot \frac{4e^3 - 1}{9}$
- C.  $\pi \cdot \frac{2e^3 + 1}{9}$
- D.  $\pi \cdot \frac{2e^3 - 1}{9}$

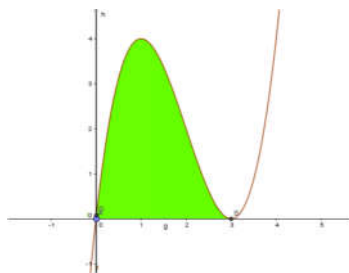
**Hướng dẫn giải**

Tọa độ giao điểm của đường  $x = e$  với  $y = x\sqrt{\ln x}$  là điểm  $C(3;3)$ . Tọa độ giao điểm của đường  $y = x\sqrt{\ln x}$  với  $y = 0$  là  $A(1;0)$ . Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_1^e \pi x^2 \ln x dx = \pi \cdot \frac{2e^3 + 1}{9}.$$



**Câu 60.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ ,  $y = 0$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

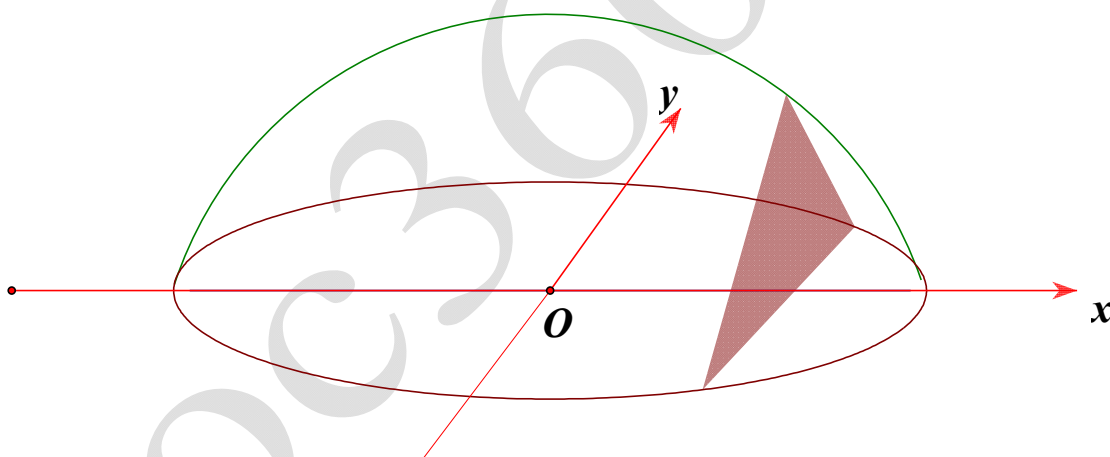


- A.  $\frac{729\pi}{35}$       B.  $\frac{27\pi}{4}$       C.  $\frac{256608\pi}{35}$       D.  $\frac{7776\pi}{5}$

**Hướng dẫn giải**

Tọa độ giao điểm của đường  $y = x^3 - 6x^2 + 9x$  với  $y = 0$  là các điểm  $C(e; e)$  và  $A(3; 0)$ . Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \int_0^3 \pi \cdot (x^3 - 6x^2 + 9x)^2 dx = \pi \cdot \frac{729}{35}$ .

**Câu 61.** Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đây là hình tròn giới hạn bởi đường tròn  $x^2 + y^2 = 16$  (nằm trong mặt phẳng  $Oxy$ ), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  ta được thiết diện là tam giác đều. Thể tích của vật thể là:



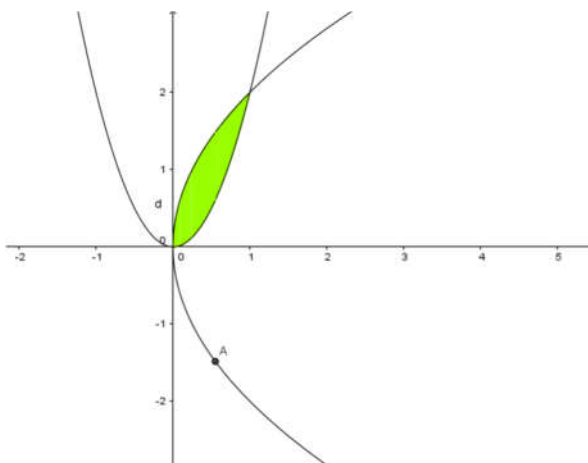
- A.  $V = \frac{256\sqrt{3}}{3}$       B.  $V = \frac{256}{3}$       C.  $V = \frac{32\sqrt{3}}{3}$       D.  $V = \frac{32}{3}$

**Hướng dẫn giải**

Giao điểm của thiết diện và  $Ox$  là  $H$ . Đặt  $OH = x$  suy ra cạnh của thiết diện là  $2\sqrt{16 - x^2}$ . Diện tích thiết diện tại  $H$  là  $S(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} 4(16 - x^2)$ .

Vậy thể tích của vật thể là  $V = \int_{-4}^4 \sqrt{3}(16 - x^2) dx = \frac{256\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 62.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2x^2$ ,  $y^2 = 4x$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



- A.  $V = \frac{88\pi}{5}$ .      B.  $V = \frac{9\pi}{70}$ .      C.  $V = \frac{4\pi}{3}$ .      D.  $V = \frac{6\pi}{5}$ .

**Hướng dẫn giải**

Với  $x \in [0; 2]$  thì  $y^2 = 4x \Leftrightarrow y = \sqrt{4x}$

Tọa độ giao điểm của đường  $y = 2x^2$  với  $y^2 = 4x$  là các điểm  $O(0;0)$  và  $A(1;2)$ . Vậy thể tích

của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \int_0^1 \pi \cdot 4x dx - \int_0^1 \pi \cdot 4x^4 dx = \pi \cdot \frac{6}{5}$ .

**BÀI TẬP TỔNG HỢP**

(Chỉ có phần đáp số)

**Câu 63.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong  $ax = y^2; ay = x^2$  ( $a > 0$  cho trước) là:

- A.  $S = \frac{a^3}{3}$       B.  $S = \frac{a^3}{2}$       C.  $S = \frac{2a^3}{3}$       D.  $S = \frac{4a^3}{3}$

**Câu 64.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của:  $y = x^2 - 2x$ , trục Ox và 2 đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 2$  là:

- A.  $\frac{2}{3}$       B.  $\frac{4}{3}$       C.  $\frac{1}{3}$       D. 0

**Câu 65.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol  $y = -x^2$  và đường thẳng  $y = -x - 2$

- A.  $\frac{11}{2}$       B.  $\frac{5}{2}$       C.  $\frac{9}{2}$       D.  $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$

**Câu 66.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đường:  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$  và  $x = 0$

- A.  $2 + \sqrt{2}$       B.  $2\sqrt{2} + 1$       C.  $\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{2} - 1$

**Câu 67.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol:  $y = \frac{1}{4}x^2$  và  $y = 3x - \frac{1}{2}x^2$  là:

- A. 7      B. 8      C. 9      D. 6.

**Câu 68.** Diện tích giới hạn bởi 2 đường cong:  $(C_1): y = f_1(x) = x^2 + 1; (C_2): y = f_2(x) = x^2 - 2x$  và đường thẳng  $x = -1$  và  $x = 2$ .

- A. 7                      B.  $\frac{11}{2}$                       **C.**  $\frac{13}{2}$                       D.  $-\frac{11}{2}$

**Câu 69.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol:  $y = x^2 - 2x + 2$  tiếp tuyến với parabol tại điểm  $M(3; 5)$  và trục tung

- A. 7                      **B.** 6                      C. 5                      D. 9

**Câu 70.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi:  $y = x(x - 1)(x - 2)$ ,  $y = 0$

- A. 1.                      B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{4}$                       **D.**  $\frac{1}{3}$

**Câu 71.** Cho D là miền kín giới hạn bởi các đường  $y = 1$ ,  $y = 2 - x$  và  $x = 0$ . Tính diện tích của miền D

- A. 1                      B.  $\frac{1}{4}$                       **C.**  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{1}{8}$

**Câu 72.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:  $y = \cos x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$

- A.  $\frac{3}{2}$                       B. 1                      C. 2                      **D.**  $\frac{1}{2}$

**Câu 73.** Tính thể tích vật thể giới hạn bởi mặt sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi:  $y = 2x - x^2$ ;  $y = 0$  quay quanh Ox.

- A.  $\frac{14\pi}{15}$                       B.  $\frac{16\pi}{15}$                       **C.**  $\frac{17\pi}{15}$                       D.  $\frac{48\pi}{15}$

**Câu 74.** Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = x^2$ ;  $8x = y^2$  quay quanh trục Oy là:

- A.**  $\frac{21\pi}{15}$                       B.  $\frac{23\pi}{15}$                       C.  $\frac{24\pi}{15}$                       D.  $\frac{48\pi}{5}$

**Câu 75.** Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và Parabol (C)  $y = ax - x^2$  ( $a > 0$ ) là:

- A.  $\frac{\pi a^5}{30}$                       B.  $\frac{\pi a^5}{20}$                       C.  $\frac{\pi a^4}{5}$                       **D.**  $\frac{\pi a^5}{10}$

**Câu 76.** Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi ta quay quanh trục Ox, hình phẳng S giới hạn bởi các đường:  $y = x.e^x$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) là:

- A.  $\frac{\pi(e^2 + 1)}{4}$                       **B.**  $\frac{\pi(e^2 - 1)}{4}$                       C.  $\frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$                       D.  $\frac{\pi(e^2 - 1)}{12}$ .