

**CHỦ ĐỀ. TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN**

**A. LÝ THUYẾT**

**1. Hệ trục tọa độ trong không gian**

Trong không gian, xét ba trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$  vuông góc với nhau từng đôi một và chung một điểm gốc  $O$ . Gọi  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  là các vectơ đơn vị, tương ứng trên các trục  $Ox, Oy, Oz$ . Hệ ba trục như vậy gọi là **hệ trục tọa độ vuông góc** trong không gian.

Chú ý:  $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$  và  $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{j} = 0$ .

**2. Tọa độ của vectơ**

**a) Định nghĩa:**  $\vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

**b) Tính chất:** Cho  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3), k \in \mathbb{R}$

•  $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$

•  $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$

•  $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$

•  $\vec{0} = (0; 0; 0), \vec{i} = (1; 0; 0), \vec{j} = (0; 1; 0), \vec{k} = (0; 0; 1)$

•  $\vec{a}$  cùng phương  $\vec{b} (\vec{b} \neq \vec{0}) \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} (k \in \mathbb{R})$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}, (b_1, b_2, b_3 \neq 0)$$

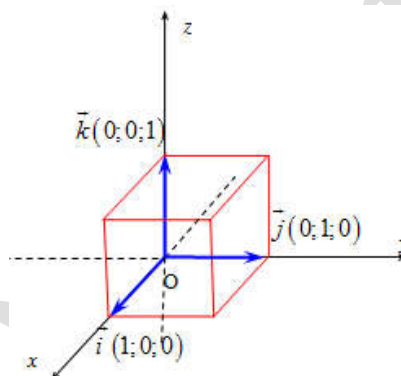
•  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$

•  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0$

•  $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$

•  $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

•  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} (v\text{ới } \vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0})$



**3. Tọa độ của điểm**

**a) Định nghĩa:**  $M(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (x : \text{hoành độ}, y : \text{tung độ}, z : \text{cao độ})$

Chú ý: •  $M \in (Oxy) \Leftrightarrow z = 0; M \in (Oyz) \Leftrightarrow x = 0; M \in (Oxz) \Leftrightarrow y = 0$

•  $M \in Ox \Leftrightarrow y = z = 0; M \in Oy \Leftrightarrow x = z = 0; M \in Oz \Leftrightarrow x = y = 0$ .

**b) Tính chất:** Cho  $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B)$

•  $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$

•  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

• Tọa độ trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB : M \left( \frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2} \right)$

• Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC :$

$$G \left( \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \right)$$

- Toạ độ trọng tâm  $G$  của tứ diện  $ABCD$ :

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}; \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}; \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4}\right)$$

#### 4. Tích có hướng của hai vectơ

**a) Định nghĩa:** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai vectơ  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ ,  $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ . Tích có hướng của hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , kí hiệu là  $[\vec{a}, \vec{b}]$ , được xác định bởi

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{pmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$$

**Chú ý:** Tích có hướng của hai vectơ là một vectơ, tích vô hướng của hai vectơ là một số.

#### b) Tính chất:

- $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{a}$ ;  $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{b}$
- $[\vec{a}, \vec{b}] = -[\vec{b}, \vec{a}]$
- $[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}$ ;  $[\vec{j}, \vec{k}] = \vec{i}$ ;  $[\vec{k}, \vec{i}] = \vec{j}$
- $[\vec{a}, \vec{b}] = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$  (Chương trình nâng cao)
- $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương  $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$  (chứng minh 3 điểm thẳng hàng)

#### c) Ứng dụng của tích có hướng: (Chương trình nâng cao)

- **Điều kiện đồng phẳng của ba vectơ:**  $\vec{a}, \vec{b}$  và  $\vec{c}$  đồng phẳng  $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$

- **Diện tích hình bình hành  $ABCD$ :**  $S_{\square ABCD} = |[\vec{AB}, \vec{AD}]|$

- **Diện tích tam giác  $ABC$ :**  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]|$

- **Thể tích khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ :**  $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA}'|$

- **Thể tích tứ diện  $ABCD$ :**  $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|$

#### Chú ý:

– **Tích vô hướng** của hai vectơ thường sử dụng để chứng minh hai đường thẳng vuông góc, tính góc giữa hai đường thẳng.

– **Tích có hướng** của hai vectơ thường sử dụng để tính diện tích tam giác; tính thể tích khối tứ diện, thể tích hình hộp; chứng minh các vectơ đồng phẳng – không đồng phẳng, chứng minh các vectơ cùng phương.

$$\begin{aligned} \vec{a} \perp \vec{b} &\Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \\ \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ cùng phương} &\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0} \\ \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ đồng phẳng} &\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0 \end{aligned}$$

#### 5. Một vài thao tác sử dụng máy tính bỏ túi (Casio Fx570 Es Plus, Casio Fx570 Vn Plus, Vinacal 570 Es Plus)

Trong không gian  $Oxyz$  cho bốn điểm  $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B), C(x_C; y_C; z_C), D(x_D; y_D; z_D)$

w 8 1 1 (nhập vectơ  $\vec{AB}$ )

q 5 2 2 2 (nhập vectơ  $\vec{AC}$ )

q 5 2 3 1 (nhập vectơ  $\vec{AD}$ )

C q53q54= (tính  $[\vec{AB}, \vec{AC}]$ )

C q53q54q57q55= (tính  $[\vec{AB}, \vec{AC}].\vec{AD}$ )

Cqc(Abs) q53q54q57q55= (tính  $|\vec{AB}, \vec{AC}].\vec{AD}|$ )

C1a6qc(Abs) q53q54q57q55=

$$\text{(tính } V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}].\vec{AD}| \text{)}$$

hoc360.net

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , với  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  khác  $\vec{0}$ , khi đó  $\cos \varphi$  bằng
- A.  $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$ .      B.  $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$ .      C.  $\frac{-\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$ .      D.  $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$ .
- Câu 2.** Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{a} = (1; 2; 0)$  và  $\vec{b} = (2; 0; -1)$ , khi đó  $\cos \varphi$  bằng
- A. 0.      B.  $\frac{2}{5}$ .      C.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .      D.  $-\frac{2}{5}$ .
- Câu 3.** Cho vectơ  $\vec{a} = (1; 3; 4)$ , tìm vectơ  $\vec{b}$  cùng phương với vectơ  $\vec{a}$
- A.  $\vec{b} = (-2; -6; -8)$ .      B.  $\vec{b} = (-2; -6; 8)$ .      C.  $\vec{b} = (-2; 6; 8)$ .      D.  $\vec{b} = (2; -6; -8)$ .
- Câu 4.** Tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{a} = (-2; 2; 5)$ ,  $\vec{b} = (0; 1; 2)$  trong không gian bằng
- A. 10.      B. 13.      C. 12.      D. 14.
- Câu 5.** Trong không gian cho hai điểm  $A(-1; 2; 3)$ ,  $B(0; 1; 1)$ , độ dài đoạn  $AB$  bằng
- A.  $\sqrt{6}$ .      B.  $\sqrt{8}$ .      C.  $\sqrt{10}$ .      D.  $\sqrt{12}$ .
- Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  là các vectơ đơn vị, khi đó với  $M(x; y; z)$  thì  $\overrightarrow{OM}$  bằng
- A.  $-x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$ .      B.  $x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$ .      C.  $x\vec{j} + y\vec{i} + z\vec{k}$ .      D.  $x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ .
- Câu 7.** Tích có hướng của hai vectơ  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ ,  $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$  là một vectơ, kí hiệu  $[\vec{a}, \vec{b}]$ , được xác định bằng tọa độ
- A.  $(a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$ .      B.  $(a_2b_3 + a_3b_2; a_3b_1 + a_1b_3; a_1b_2 + a_2b_1)$ .  
 C.  $(a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 + a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$ .      D.  $(a_2b_2 - a_3b_3; a_3b_3 - a_1b_1; a_1b_1 - a_2b_2)$ .
- Câu 8.** Cho các vectơ  $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$  và  $\vec{v} = (v_1; v_2; v_3)$ ,  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  khi và chỉ khi
- A.  $u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3 = 1$ .      B.  $u_1 + v_1 + u_2 + v_2 + u_3 + v_3 = 0$ .  
 C.  $u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3 = 0$ .      D.  $u_1v_2 + u_2v_3 + u_3v_1 = -1$ .
- Câu 9.** Cho vectơ  $\vec{a} = (1; -1; 2)$ , độ dài vectơ  $\vec{a}$  là
- A.  $\sqrt{6}$ .      B. 2.      C.  $-\sqrt{6}$ .      D. 4.
- Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M$  nằm trên trục  $Ox$  sao cho  $M$  không trùng với gốc tọa độ, khi đó tọa độ điểm  $M$  có dạng
- A.  $M(a; 0; 0), a \neq 0$ .      B.  $M(0; b; 0), b \neq 0$ .      C.  $M(0; 0; c), c \neq 0$ .      D.  $M(a; 1; 1), a \neq 0$ .
- Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M$  nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho  $M$  không trùng với gốc tọa độ và không nằm trên hai trục  $Ox, Oy$ , khi đó tọa độ điểm  $M$  là  $(a, b, c \neq 0)$
- A.  $(0; b; a)$ .      B.  $(a; b; 0)$ .      C.  $(0; 0; c)$ .      D.  $(a; 1; 1)$
- Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (0; 3; 4)$  và  $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ , khi đó tọa độ vectơ  $\vec{b}$  có thể là
- A.  $(0; 3; 4)$ .      B.  $(4; 0; 3)$ .      C.  $(2; 0; 1)$ .      D.  $(-8; 0; -6)$ .
- Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$ , khi đó  $[[\vec{u}, \vec{v}]]$  bằng

**A.**  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$ .      **B.**  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .      **C.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .      **D.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$ .

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba vector  $\vec{a} = (1; -1; 2)$ ,  $\vec{b} = (3; 0; -1)$ ,  $\vec{c} = (-2; 5; 1)$ , vector  $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$  có tọa độ là

**A.**  $(6; 0; -6)$ .      **B.**  $(-6; 6; 0)$ .      **C.**  $(6; -6; 0)$ .      **D.**  $(0; 6; -6)$ .

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1; 0; -3)$ ,  $B(2; 4; -1)$ ,  $C(2; -2; 0)$ . Độ dài các cạnh  $AB, AC, BC$  của tam giác  $ABC$  lần lượt là

**A.**  $\sqrt{21}, \sqrt{13}, \sqrt{37}$ .      **B.**  $\sqrt{11}, \sqrt{14}, \sqrt{37}$ .      **C.**  $\sqrt{21}, \sqrt{14}, \sqrt{37}$ .      **D.**  $\sqrt{21}, \sqrt{13}, \sqrt{35}$ .

**Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1; 0; -3)$ ,  $B(2; 4; -1)$ ,  $C(2; -2; 0)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

**A.**  $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$ .      **B.**  $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$ .      **C.**  $(5; 2; 4)$ .      **D.**  $\left(\frac{5}{2}; 1; -2\right)$ .

**Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(-1; 1; 3)$ ,  $C(0; -2; 5)$ . Để 4 điểm  $A, B, C, D$  đồng phẳng thì tọa độ điểm  $D$  là

**A.**  $D(-2; 5; 0)$ .      **B.**  $D(1; 2; 3)$ .      **C.**  $D(1; -1; 6)$ .      **D.**  $D(0; 0; 2)$ .

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a} = (1; 2; 3)$ ,  $\vec{b} = (-2; 0; 1)$ ,  $\vec{c} = (-1; 0; 1)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$

**A.**  $\vec{n} = (6; 2; 6)$ .      **B.**  $\vec{n} = (6; 2; -6)$ .      **C.**  $\vec{n} = (0; 2; 6)$ .      **D.**  $\vec{n} = (-6; 2; 6)$ .

**Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 0; 2)$ ,  $B(-2; 1; 3)$ ,  $C(3; 2; 4)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$

**A.**  $G\left(\frac{2}{3}; 1; 3\right)$ .      **B.**  $G(2; 3; 9)$ .      **C.**  $G(-6; 0; 24)$ .      **D.**  $G\left(2; \frac{1}{3}; 3\right)$ .

**Câu 20.** Cho 3 điểm  $M(2; 0; 0)$ ,  $N(0; -3; 0)$ ,  $P(0; 0; 4)$ . Nếu  $MNPQ$  là hình bình hành thì tọa độ của điểm  $Q$  là

**A.**  $Q(-2; -3; 4)$       **B.**  $Q(2; 3; 4)$       **C.**  $Q(3; 4; 2)$       **D.**  $Q(-2; -3; -4)$

**Câu 21.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $M(1; 1; 1)$ ,  $N(2; 3; 4)$ ,  $P(7; 7; 5)$ . Để tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành thì tọa độ điểm  $Q$  là

**A.**  $Q(-6; 5; 2)$ .      **B.**  $Q(6; 5; 2)$ .      **C.**  $Q(6; -5; 2)$ .      **D.**  $Q(-6; -5; -2)$ .

**Câu 22.** Cho 3 điểm  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(1; 0; -1)$ ,  $C(0; -1; 2)$ . Tam giác  $ABC$  là

**A.** tam giác có ba góc nhọn.      **B.** tam giác cân đỉnh  $A$ .  
**C.** tam giác vuông đỉnh  $A$ .      **D.** tam giác đều.

**Câu 23.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(-1; 2; 2)$ ,  $B(0; 1; 3)$ ,  $C(-3; 4; 0)$ . Để tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành thì tọa độ điểm  $D$  là

**A.**  $D(-4; 5; -1)$ .      **B.**  $D(4; 5; -1)$ .      **C.**  $D(-4; -5; -1)$ .      **D.**  $D(4; -5; 1)$ .

**Câu 24.** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  tạo với nhau góc  $60^\circ$  và  $|\vec{a}| = 2$ ;  $|\vec{b}| = 4$ . Khi đó  $|\vec{a} + \vec{b}|$  bằng

**A.**  $\sqrt{8\sqrt{3} + 20}$ .      **B.**  $2\sqrt{7}$ .      **C.**  $2\sqrt{5}$ .      **D.**  $2$ .

- Câu 25.** Cho điểm  $M(1;2;-3)$ , khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(Oxy)$  bằng  
**A.** 2.                      **B.**  $-3$ .                      **C.** 1.                      **D.** 3.
- Câu 26.** Cho điểm  $M(-2;5;0)$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên trục  $Oy$  là điểm  
**A.**  $M'(2;5;0)$ .                      **B.**  $M'(0;-5;0)$ .                      **C.**  $M'(0;5;0)$ .                      **D.**  $M'(-2;0;0)$ .
- Câu 27.** Cho điểm  $M(1;2;-3)$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  là điểm  
**A.**  $M'(1;2;0)$ .                      **B.**  $M'(1;0;-3)$ .                      **C.**  $M'(0;2;-3)$ .                      **D.**  $M'(1;2;3)$ .
- Câu 28.** Cho điểm  $M(-2;5;1)$ , khoảng cách từ điểm  $M$  đến trục  $Ox$  bằng  
**A.**  $\sqrt{29}$ .                      **B.**  $\sqrt{5}$ .                      **C.** 2.                      **D.**  $\sqrt{26}$ .
- Câu 29.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  với  $I$  là trọng tâm của đáy  $ABC$ . Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng  
**A.**  $\vec{IA} = \vec{IB} + \vec{IC}$ .                      **B.**  $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{CI} = \vec{0}$ .                      **C.**  $\vec{IA} + \vec{BI} + \vec{IC} = \vec{0}$ .                      **D.**  $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$ .
- Câu 30.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho 3 vector  $\vec{a} = (-1;1;0)$ ;  $\vec{b} = (1;1;0)$ ;  $\vec{c} = (1;1;1)$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai:  
**A.**  $\vec{b} \perp \vec{c}$ .                      **B.**  $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ .                      **C.**  $|\vec{c}| = \sqrt{3}$ .                      **D.**  $\vec{a} \perp \vec{b}$ .
- Câu 31.** Cho điểm  $M(3;2;-1)$ , điểm đối xứng của  $M$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$  là điểm  
**A.**  $M'(3;-2;1)$ .                      **B.**  $M'(3;-2;-1)$ .                      **C.**  $M'(3;2;1)$ .                      **D.**  $M'(3;2;0)$ .
- Câu 32.** Cho điểm  $M(3;2;-1)$ , điểm  $M'(a;b;c)$  đối xứng của  $M$  qua trục  $Oy$ , khi đó  $a+b+c$  bằng  
**A.** 6.                      **B.** 4.                      **C.** 0.                      **D.** 2.
- Câu 33.** Cho  $\vec{u} = (1;1;1)$  và  $\vec{v} = (0;1;m)$ . Để góc giữa hai vector  $\vec{u}, \vec{v}$  có số đo bằng  $45^\circ$  thì  $m$  bằng  
**A.**  $\pm\sqrt{3}$ .                      **B.**  $2 \pm \sqrt{3}$ .                      **C.**  $1 \pm \sqrt{3}$ .                      **D.**  $\sqrt{3}$ .
- Câu 34.** Cho  $A(1;-2;0), B(3;3;2), C(-1;2;2), D(3;3;1)$ . Thể tích của tứ diện  $ABCD$  bằng  
**A.** 5.                      **B.** 4.                      **C.** 3.                      **D.** 6.
- Câu 35.** Trong không gian  $Oxyz$  cho tứ diện  $ABCD$ . Độ dài đường cao vẽ từ  $D$  của tứ diện  $ABCD$  cho bởi công thức nào sau đây:  
**A.**  $h = \frac{1}{3} \frac{|\llbracket \vec{AB}, \vec{AC} \rrbracket \cdot \vec{AD}|}{|\llbracket \vec{AB}, \vec{AC} \rrbracket|}$ .                      **B.**  $h = \frac{1}{3} \frac{|\llbracket \vec{AB}, \vec{AC} \rrbracket \cdot \vec{AD}|}{|\vec{AB} \cdot \vec{AC}|}$ .  
**C.**  $h = \frac{|\llbracket \vec{AB}, \vec{AC} \rrbracket \cdot \vec{AD}|}{|\vec{AB} \cdot \vec{AC}|}$ .                      **D.**  $h = \frac{|\llbracket \vec{AB}, \vec{AC} \rrbracket \cdot \vec{AD}|}{|\llbracket \vec{AB}, \vec{AC} \rrbracket|}$ .
- Câu 36.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(1;-2;0), B(3;3;2), C(-1;2;2), D(3;3;1)$ . Độ dài đường cao của tứ diện  $ABCD$  hạ từ đỉnh  $D$  xuống mặt phẳng  $(ABC)$  là  
**A.**  $\frac{9}{7\sqrt{2}}$ .                      **B.**  $\frac{9}{7}$ .                      **C.**  $\frac{9}{\sqrt{2}}$ .                      **D.**  $\frac{9}{14}$ .
- Câu 37.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  có  $A(1;0;2), B(-2;1;3), C(3;2;4), D(6;9;-5)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tứ diện  $ABCD$

- A.**  $G\left(-9; \frac{18}{4}; -30\right)$ .    **B.**  $G(8; 12; 4)$ .    **C.**  $G\left(3; 3; \frac{14}{4}\right)$ .    **D.**  $G(2; 3; 1)$ .
- Câu 38.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 1), B(2; -1; 2)$ . Điểm  $M$  trên trục  $Ox$  và cách đều hai điểm  $A, B$  có tọa độ là
- A.**  $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .    **B.**  $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$ .    **C.**  $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$ .    **D.**  $M\left(0; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .
- Câu 39.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 1), B(3; -1; 2)$ . Điểm  $M$  trên trục  $Oz$  và cách đều hai điểm  $A, B$  có tọa độ là
- A.**  $M(0; 0; 4)$ .    **B.**  $M(0; 0; -4)$ .    **C.**  $M\left(0; 0; \frac{3}{2}\right)$ .    **D.**  $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .
- Câu 40.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(-1; -2; 3), B(0; 3; 1), C(4; 2; 2)$ . Cosin của góc  $\widehat{BAC}$  là
- A.**  $\frac{9}{2\sqrt{35}}$ .    **B.**  $\frac{9}{\sqrt{35}}$ .    **C.**  $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$ .    **D.**  $-\frac{9}{\sqrt{35}}$ .
- Câu 41.** Tọa độ của vectơ  $\vec{n}$  vuông góc với hai vectơ  $\vec{a} = (2; -1; 2), \vec{b} = (3; -2; 1)$  là
- A.**  $\vec{n} = (3; 4; 1)$ .    **B.**  $\vec{n} = (3; 4; -1)$ .    **C.**  $\vec{n} = (-3; 4; -1)$ .    **D.**  $\vec{n} = (3; -4; -1)$ .
- Câu 42.** Cho  $|\vec{a}| = 2; |\vec{b}| = 5$ , góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng  $\frac{2\pi}{3}$ ,  $\vec{u} = k\vec{a} - \vec{b}; \vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b}$ . Để  $\vec{u}$  vuông góc với  $\vec{v}$  thì  $k$  bằng
- A.**  $-\frac{6}{45}$ .    **B.**  $\frac{45}{6}$ .    **C.**  $\frac{6}{45}$ .    **D.**  $-\frac{45}{6}$ .
- Câu 43.** Cho  $\vec{u} = (2; -1; 1), \vec{v} = (m; 3; -1), \vec{w} = (1; 2; 1)$ . Với giá trị nào của  $m$  thì ba vectơ trên đồng phẳng
- A.**  $\frac{3}{8}$ .    **B.**  $-\frac{3}{8}$ .    **C.**  $\frac{8}{3}$ .    **D.**  $-\frac{8}{3}$ .
- Câu 44.** Cho hai vectơ  $\vec{a} = (1; \log_3 5; m), \vec{b} = (3; \log_5 3; 4)$ . Với giá trị nào của  $m$  thì  $\vec{a} \perp \vec{b}$
- A.**  $m = 1; m = -1$ .    **B.**  $m = 1$ .    **C.**  $m = -1$ .    **D.**  $m = 2; m = -2$ .
- Câu 45.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2; 5; 3), B(3; 7; 4), C(x; y; 6)$ . Giá trị của  $x, y$  để ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng là
- A.**  $x = 5; y = 11$ .    **B.**  $x = -5; y = 11$ .    **C.**  $x = -11; y = -5$ .    **D.**  $x = 11; y = 5$ .
- Câu 46.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1; 0; 0), B(0; 0; 1), C(2; 1; 1)$ . Tam giác  $ABC$  là
- A.** tam giác vuông tại  $A$ .    **B.** tam giác cân tại  $A$ .  
**C.** tam giác vuông cân tại  $A$ .    **D.** Tam giác đều.
- Câu 47.** Trong không gian  $Oxyz$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 0; 0), B(0; 0; 1), C(2; 1; 1)$ . Tam giác  $ABC$  có diện tích bằng
- A.**  $\sqrt{6}$ .    **B.**  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .    **C.**  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .    **D.**  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 48.** Ba đỉnh của một hình bình hành có tọa độ là  $(1; 1; 1), (2; 3; 4), (7; 7; 5)$ . Diện tích của hình bình hành đó bằng
- A.**  $2\sqrt{83}$ .    **B.**  $\sqrt{83}$ .    **C.**  $83$ .    **D.**  $\frac{\sqrt{83}}{2}$ .
- Câu 49.** Cho 3 vectơ  $\vec{a} = (1; 2; 1); \vec{b} = (-1; 1; 2)$  và  $\vec{c} = (x; 3x; x + 2)$ . Tìm  $x$  để 3 vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng

A. 2.                      B. -1.                      C. -2.                      D. 1.

Câu 50. Trong không gian  $Oxyz$  cho ba vector  $\vec{a} = (3; -2; 4)$ ,  $\vec{b} = (5; 1; 6)$ ,  $\vec{c} = (-3; 0; 2)$ . Tìm vector  $\vec{x}$  sao cho vector  $\vec{x}$  đồng thời vuông góc với  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

A.  $(1; 0; 0)$ .                      B.  $(0; 0; 1)$ .                      C.  $(0; 1; 0)$ .                      D.  $(0; 0; 0)$ .

Câu 51. Trong không gian  $Oxyz$ , cho 2 điểm  $B(1; 2; -3)$ ,  $C(7; 4; -2)$ . Nếu  $E$  là điểm thỏa mãn đẳng thức  $\vec{CE} = 2\vec{EB}$  thì tọa độ điểm  $E$  là

A.  $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$ .                      B.  $\left(3; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$ .                      C.  $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$ .                      D.  $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$ .

Câu 52. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-2; 3; 3)$ . Điểm  $M(a; b; c)$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABCM$ , khi đó  $P = a^2 + b^2 - c^2$  có giá trị bằng

A. 43..                      B. 44..                      C. 42..                      D. 45.

Câu 53. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-2; 3; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  là chân đường phân giác trong góc  $A$  của tam giác  $ABC$

A.  $D(0; 1; 3)$ .                      B.  $D(0; 3; 1)$ .                      C.  $D(0; -3; 1)$ .                      D.  $D(0; 3; -1)$ .

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(-1; 3; 5)$ ,  $B(-4; 3; 2)$ ,  $C(0; 2; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $I$  tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$

A.  $I\left(\frac{8}{3}; \frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ .                      B.  $I\left(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$ .                      C.  $I\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$ .                      D.  $I\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; \frac{5}{3}\right)$ .

Câu 55. Trong không gian  $Oxyz$ , cho 3 vector  $\vec{a} = (-1; 1; 0)$ ,  $\vec{b} = (1; 1; 0)$ ,  $\vec{c} = (1; 1; 1)$ . Cho hình hộp  $OABC.O'A'B'C'$  thỏa mãn điều kiện  $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OC} = \vec{c}$ . Thể tích của hình hộp nói trên bằng:

A.  $\frac{1}{3}$                       B. 4                      C.  $\frac{2}{3}$                       D. 2

Câu 56. Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$  cho tọa độ 4 điểm  $A(2; -1; 1)$ ,  $B(1; 0; 0)$ ,  $C(3; 1; 0)$ ,  $D(0; 2; 1)$ .

Cho các mệnh đề sau:

- 1) Độ dài  $AB = \sqrt{2}$ .
- 2) Tam giác  $BCD$  vuông tại  $B$ .
- 3) Thể tích của tứ diện  $ABCD$  bằng 6.

Các mệnh đề đúng là:

A. 2).                      B. 3).                      C. 1); 3).                      D. 2), 1)

Câu 57. Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba vector  $\vec{a} = (-1, 1, 0)$ ;  $\vec{b} = (1, 1, 0)$ ;  $\vec{c} = (1, 1, 1)$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

A.  $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .                      B.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ .

A.  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng.                      D.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ .

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$ , biết  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(-1; 1; 2)$ ,  $C(-1; 1; 0)$ ,  $D(2; -1; -2)$ . Độ dài đường cao  $AH$  của tứ diện  $ABCD$  bằng:

A.  $\frac{2}{\sqrt{13}}$ .                      B.  $\frac{1}{\sqrt{13}}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{13}}{2}$ .                      D.  $\frac{3\sqrt{13}}{13}$ .



- Câu 59.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  với  $I$  là trọng tâm của đáy  $ABC$ . Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng
- A.  $\vec{SI} = \frac{1}{2}(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC})$ .                      B.  $\vec{SI} = \frac{1}{3}(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC})$ .  
C.  $\vec{SI} = \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC}$ .                      D.  $\vec{SI} + \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = \vec{0}$ .
- Câu 60.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  có  $A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 1), D(-2; 1; -1)$ . Thể tích của tứ diện  $ABCD$  bằng
- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B. 3.                      C. 1.                      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 61.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = a, SC = 3a, \widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ, \widehat{CSA} = 90^\circ$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Khi đó khoảng cách  $SG$  bằng
- A.  $\frac{a\sqrt{15}}{3}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{5}}{3}$ .                      C.  $\frac{a\sqrt{7}}{3}$ .                      D.  $a\sqrt{3}$ .
- Câu 62.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2; 5; 1), B(-2; -6; 2), C(1; 2; -1)$  và điểm  $M(m; m; m)$ , để  $|\vec{MB} - 2\vec{AC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $m$  bằng
- A. 2.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 4.
- Câu 63.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2; 5; 1), B(-2; -6; 2), C(1; 2; -1)$  và điểm  $M(m; m; m)$ , để  $MA^2 - MB^2 - MC^2$  đạt giá trị lớn nhất thì  $m$  bằng
- A. 3.                      B. 4.                      C. 2.                      D. 1.
- Câu 64.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  biết  $A(-2; 2; 6), B(-3; 1; 8), C(-1; 0; 7), D(1; 2; 3)$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $CD$ ,  $SH \perp (ABCD)$ . Để khối chóp  $S.ABCD$  có thể tích bằng  $\frac{27}{2}$  (đvtt) thì có hai điểm  $S_1, S_2$  thỏa mãn yêu cầu bài toán. Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của  $S_1S_2$
- A.  $I(0; -1; -3)$ .                      B.  $I(1; 0; 3)$                       C.  $I(0; 1; 3)$ .                      D.  $I(-1; 0; -3)$ .
- Câu 65.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -1; 7), B(4; 5; -2)$ . Đường thẳng  $AB$  cắt mặt phẳng  $(Oyz)$  tại điểm  $M$ . Điểm  $M$  chia đoạn thẳng  $AB$  theo tỉ số nào
- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B. 2.                      C.  $\frac{1}{3}$ .                      D.  $\frac{2}{3}$ .
- Câu 66.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  có  $A(2; 1; -1), B(3; 0; 1), C(2; -1; 3)$  và  $D$  thuộc trục  $Oy$ . Biết  $V_{ABCD} = 5$  và có hai điểm  $D_1(0; y_1; 0), D_2(0; y_2; 0)$  thỏa mãn yêu cầu bài toán. Khi đó  $y_1 + y_2$  bằng
- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.
- Câu 67.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1; 2; 4), B(3; 0; -2), C(1; 3; 7)$ . Gọi  $D$  là chân đường phân giác trong của góc  $A$ . Tính độ dài  $|\vec{OD}|$ .
- A.  $\frac{\sqrt{207}}{3}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{203}}{3}$                       C.  $\frac{\sqrt{201}}{3}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{205}}{3}$ .
- Câu 68.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$ , biết  $A(1; 1; 1), B(5; 1; -2), C(7; 9; 1)$ . Tính độ dài phân giác trong  $AD$  của góc  $A$
- A.  $\frac{2\sqrt{74}}{3}$ .                      B.  $\frac{3\sqrt{74}}{2}$ .                      C.  $2\sqrt{74}$ .                      D.  $3\sqrt{74}$ .

- Câu 69.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho 4 điểm  $A(2;4;-1)$ ,  $B(1;4;-1)$ ,  $C(2;4;3)$ ,  $D(2;2;-1)$ . Biết  $M(x; y; z)$ , để  $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $x + y + z$  bằng
- A. 7.                              B. 8.                              C. 9.                              D. 6.
- Câu 70.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;3;1)$ ,  $B(-1;2;0)$ ,  $C(1;1;-2)$ .  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ , khi đó, độ dài đoạn  $OH$  bằng
- A.  $\frac{\sqrt{870}}{12}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{870}}{14}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{870}}{16}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{870}}{15}$ .
- Câu 71.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(3;1;0)$ ,  $B$  nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$  và có hoành độ dương,  $C$  nằm trên trục  $Oz$  và  $H(2;1;1)$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Tọa độ các điểm  $B$ ,  $C$  thỏa mãn yêu cầu bài toán là:
- A.  $B\left(\frac{-3+\sqrt{177}}{4}; \frac{17-\sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3-\sqrt{177}}{4}\right)$ .
- B.  $B\left(\frac{-3-\sqrt{177}}{4}; \frac{17+\sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3+\sqrt{177}}{4}\right)$ .
- C.  $B\left(\frac{-3+\sqrt{177}}{4}; \frac{17-\sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3+\sqrt{177}}{4}\right)$ .
- D.  $B\left(\frac{-3+\sqrt{177}}{4}; \frac{17+\sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3-\sqrt{177}}{4}\right)$ .
- Câu 72.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình vuông  $ABCD$ ,  $B(3;0;8)$ ,  $D(-5;-4;0)$ . Biết đỉnh  $A$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  và có tọa độ là những số nguyên, khi đó  $|\overline{CA} + \overline{CB}|$  bằng:
- A.  $5\sqrt{10}$ .                      B.  $6\sqrt{10}$ .                      C.  $10\sqrt{6}$ .                      D.  $10\sqrt{5}$ .
- Câu 73.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$ , biết  $A(5;3;-1)$ ,  $B(2;3;-4)$ ,  $C(3;1;-2)$ . Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$  bằng:
- A.  $9-2\sqrt{6}$ .                      B.  $9-3\sqrt{6}$ .                      C.  $9+3\sqrt{6}$ .                      D.  $9+2\sqrt{6}$ .
- Câu 74.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(3;0;0)$ ,  $N(m;n;0)$ ,  $P(0;0;p)$ . Biết  $MN = \sqrt{13}$ ,  $\widehat{MON} = 60^\circ$ , thể tích tứ diện  $OMNP$  bằng 3. Giá trị của biểu thức  $A = m + 2n^2 + p^2$  bằng
- A. 29.                              B. 27.                              C. 28.                              D. 30.
- Câu 75.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;3;1)$ ,  $B(-1;2;0)$ ,  $C(1;1;-2)$ . Gọi  $I(a;b;c)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Tính giá trị biểu thức  $P = 15a + 30b + 75c$
- A. 48.                              B. 50.                              C. 52.                              D. 46.

**B. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**I – ĐÁP ÁN 8.1**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	A	C	A	D	A	C	A	A	B	D	A	C	C	A	A	D	A	B

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	A	B	D	C	A	D	D	A	C	C	B	C	D	A	D	C	A	A

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
B	D	D	C	A	A	C	A	A	D	A	B	A	C	D	A	A	B	B	D

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A	A	B	C	A	B	D	A	A	D	A	B	B	A	B					

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119		

**II – HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 1.** Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , với  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  khác  $\vec{0}$ , khi đó  $\cos \varphi$  bằng

- A.  $\frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$ .      B.  $\frac{|\vec{a}\vec{b}|}{|\vec{a}||\vec{b}|}$ .      C.  $\frac{-\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$ .      D.  $\frac{\vec{a}+\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$ .

**Câu 2.** Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{a} = (1; 2; 0)$  và  $\vec{b} = (2; 0; -1)$ , khi đó  $\cos \varphi$  bằng

- A. 0.      B.  $\frac{2}{5}$ .      C.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .      D.  $-\frac{2}{5}$ .

**Câu 3.** Cho vectơ  $\vec{a} = (1; 3; 4)$ , tìm vectơ  $\vec{b}$  cùng phương với vectơ  $\vec{a}$

- A.  $\vec{b} = (-2; -6; -8)$ .      B.  $\vec{b} = (-2; -6; 8)$ .      C.  $\vec{b} = (-2; 6; 8)$ .      D.  $\vec{b} = (2; -6; -8)$ .

**Câu 4.** Tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{a} = (-2; 2; 5)$ ,  $\vec{b} = (0; 1; 2)$  trong không gian bằng

- A. 10.      B. 13.      C. 12.      D. 14.

**Câu 5.** Trong không gian cho hai điểm  $A(-1; 2; 3)$ ,  $B(0; 1; 1)$ , độ dài đoạn  $AB$  bằng

- A.  $\sqrt{6}$ .      B.  $\sqrt{8}$ .      C.  $\sqrt{10}$ .      D.  $\sqrt{12}$ .

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  là các vectơ đơn vị, khi đó với  $M(x; y; z)$  thì  $\vec{OM}$  bằng

- A.  $-x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$ .      B.  $x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$ .      C.  $x\vec{j} + y\vec{i} + z\vec{k}$ .      D.  $x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ .

**Câu 7.** Tích có hướng của hai vectơ  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ ,  $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$  là một vectơ, kí hiệu  $[\vec{a}, \vec{b}]$ , được xác định bằng tọa độ

- A.  $(a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$ .      B.  $(a_2b_3 + a_3b_2; a_3b_1 + a_1b_3; a_1b_2 + a_2b_1)$ .  
 C.  $(a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 + a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$ .      D.  $(a_2b_2 - a_3b_3; a_3b_3 - a_1b_1; a_1b_1 - a_2b_2)$ .

**Câu 8.** Cho các vectơ  $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$  và  $\vec{v} = (v_1; v_2; v_3)$ ,  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  khi và chỉ khi

**A.**  $u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3 = 1$ .

**B.**  $u_1 + v_1 + u_2 + v_2 + u_3 + v_3 = 0$ .

**C.**  $u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3 = 0$ .

**D.**  $u_1v_2 + u_2v_3 + u_3v_1 = -1$ .

**Câu 9.** Cho vector  $\vec{a} = (1; -1; 2)$ , độ dài vector  $\vec{a}$  là

**A.**  $\sqrt{6}$ .

**B.** 2.

**C.**  $-\sqrt{6}$ .

**D.** 4.

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M$  nằm trên trục  $Ox$  sao cho  $M$  không trùng với gốc tọa độ, khi đó tọa độ điểm  $M$  có dạng

**A.**  $M(a; 0; 0), a \neq 0$ .    **B.**  $M(0; b; 0), b \neq 0$ .    **C.**  $M(0; 0; c), c \neq 0$ .    **D.**  $M(a; 1; 1), a \neq 0$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M$  nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho  $M$  không trùng với gốc tọa độ và không nằm trên hai trục  $Ox, Oy$ , khi đó tọa độ điểm  $M$  là  $(a, b, c \neq 0)$

**A.**  $(0; b; a)$ .

**B.**  $(a; b; 0)$ .

**C.**  $(0; 0; c)$ .

**D.**  $(a; 1; 1)$

**Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (0; 3; 4)$  và  $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ , khi đó tọa độ vector  $\vec{b}$  có thể là

**A.**  $(0; 3; 4)$ .

**B.**  $(4; 0; 3)$ .

**C.**  $(2; 0; 1)$ .

**D.**  $(-8; 0; -6)$ .

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai vector  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$ , khi đó  $[[\vec{u}, \vec{v}]]$  bằng

**A.**  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$ .

**B.**  $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .

**C.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .

**D.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$ .

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba vector  $\vec{a} = (1; -1; 2), \vec{b} = (3; 0; -1), \vec{c} = (-2; 5; 1)$ , vector  $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$  có tọa độ là

**A.**  $(6; 0; -6)$ .

**B.**  $(-6; 6; 0)$ .

**C.**  $(6; -6; 0)$ .

**D.**  $(0; 6; -6)$ .

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1; 0; -3), B(2; 4; -1), C(2; -2; 0)$ . Độ dài các cạnh  $AB, AC, BC$  của tam giác  $ABC$  lần lượt là

**A.**  $\sqrt{21}, \sqrt{13}, \sqrt{37}$ .

**B.**  $\sqrt{11}, \sqrt{14}, \sqrt{37}$ .

**C.**  $\sqrt{21}, \sqrt{14}, \sqrt{37}$ .

**D.**  $\sqrt{21}, \sqrt{13}, \sqrt{35}$ .

**Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1; 0; -3), B(2; 4; -1), C(2; -2; 0)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

**A.**  $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$ .

**B.**  $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$ .

**C.**  $(5; 2; 4)$ .

**D.**  $\left(\frac{5}{2}; 1; -2\right)$ .

**Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1; 2; 0), B(-1; 1; 3), C(0; -2; 5)$ . Để 4 điểm  $A, B, C, D$  đồng phẳng thì tọa độ điểm  $D$  là

**A.**  $D(-2; 5; 0)$ .

**B.**  $D(1; 2; 3)$ .

**C.**  $D(1; -1; 6)$ .

**D.**  $D(0; 0; 2)$ .

**Hướng dẫn giải**

**Cách 1:** Tính  $[[\vec{AB}, \vec{AC}]] \cdot \vec{AD} = 0$

**Cách 2:** Lập phương trình (ABC) và thế tọa độ D vào phương trình tìm được.

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba vecto  $\vec{a} = (1; 2; 3), \vec{b} = (-2; 0; 1), \vec{c} = (-1; 0; 1)$ . Tìm tọa độ của vector  $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$

**A.**  $\vec{n} = (6; 2; 6)$ .

**B.**  $\vec{n} = (6; 2; -6)$ .

**C.**  $\vec{n} = (0; 2; 6)$ .

**D.**  $\vec{n} = (-6; 2; 6)$ .

**Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 0; 2), B(-2; 1; 3), C(3; 2; 4)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$

- A.  $G\left(\frac{2}{3}; 1; 3\right)$ .      B.  $G(2; 3; 9)$ .      C.  $G(-6; 0; 24)$ .      D.  $G\left(2; \frac{1}{3}; 3\right)$ .

**Câu 20.** Cho 3 điểm  $M(2; 0; 0), N(0; -3; 0), P(0; 0; 4)$ . Nếu  $MNPQ$  là hình bình hành thì tọa độ của điểm  $Q$  là

- A.  $Q(-2; -3; 4)$       B.  $Q(2; 3; 4)$       C.  $Q(3; 4; 2)$       D.  $Q(-2; -3; -4)$

**Hướng dẫn giải**

Gọi  $Q(x; y; z)$ ,  $MNPQ$  là hình bình hành thì  $\overline{MN} = \overline{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z - 4 = 0 \end{cases}$

**Câu 21.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $M(1; 1; 1), N(2; 3; 4), P(7; 7; 5)$ . Để tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành thì tọa độ điểm  $Q$  là

- A.  $Q(-6; 5; 2)$ .      B.  $Q(6; 5; 2)$ .      C.  $Q(6; -5; 2)$ .      D.  $Q(-6; -5; -2)$ .

**Hướng dẫn giải**

Điểm  $Q(x; y; z)$

$$\overline{MN} = (1; 2; 3), \overline{QP} = (7 - x; 7 - y; 5 - z)$$

Vì  $MNPQ$  là hình bình hành nên  $\overline{MN} = \overline{QP} \Rightarrow Q(6; 5; 2)$

**Câu 22.** Cho 3 điểm  $A(1; 2; 0), B(1; 0; -1), C(0; -1; 2)$ . Tam giác  $ABC$  là

- A. tam giác có ba góc nhọn.      B. tam giác cân đỉnh  $A$ .  
C. tam giác vuông đỉnh  $A$ .      D. tam giác đều.

**Hướng dẫn giải**

$\overline{AB} = (0; -2; -1); \overline{AC} = (-1; -3; 2)$ . Ta thấy  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} \neq 0 \Rightarrow \Delta ABC$  không vuông.

$|\overline{AB}| \neq |\overline{AC}| \Rightarrow \Delta ABC$  không cân.

**Câu 23.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(-1; 2; 2), B(0; 1; 3), C(-3; 4; 0)$ . Để tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành thì tọa độ điểm  $D$  là

- A.  $D(-4; 5; -1)$ .      B.  $D(4; 5; -1)$ .      C.  $D(-4; -5; -1)$ .      D.  $D(4; -5; 1)$ .

**Hướng dẫn giải**

Điểm  $D(x; y; z)$

$$\overline{AB} = (1; -1; 1), \overline{DC} = (-3 - x; 4 - y; -z)$$

Vì  $ABCD$  là hình bình hành nên  $\overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow D(-4; 5; -1)$

**Câu 24.** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  tạo với nhau góc  $60^\circ$  và  $|\vec{a}| = 2; |\vec{b}| = 4$ . Khi đó  $|\vec{a} + \vec{b}|$  bằng

- A.  $\sqrt{8\sqrt{3} + 20}$ .      B.  $2\sqrt{7}$ .      C.  $2\sqrt{5}$ .      D. 2.

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}| \cdot \cos(60^\circ) = 4 + 16 + 8 = 28 \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{7}$ .

**Câu 25.** Cho điểm  $M(1; 2; -3)$ , khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(Oxy)$  bằng

- A. 2.      B. -3.      C. 1.      D. 3.

**Hướng dẫn giải**

Với  $M(a;b;c) \Rightarrow d(M, (Oxy)) = |c|$

- Câu 26.** Cho điểm  $M(-2;5;0)$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên trục  $Oy$  là điểm  
A.  $M'(2;5;0)$ .      B.  $M'(0;-5;0)$ .      C.  $M'(0;5;0)$ .      D.  $M'(-2;0;0)$ .

**Hướng dẫn giải**

Với  $M(a;b;c) \Rightarrow$  hình chiếu vuông góc của  $M$  lên trục  $Oy$  là  $M_1(0;b;0)$

- Câu 27.** Cho điểm  $M(1;2;-3)$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  là điểm  
A.  $M'(1;2;0)$ .      B.  $M'(1;0;-3)$ .      C.  $M'(0;2;-3)$ .      D.  $M'(1;2;3)$ .

**Hướng dẫn giải**

Với  $M(a;b;c) \Rightarrow$  hình chiếu vuông góc của  $M$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  là  $M_1(a;b;0)$

- Câu 28.** Cho điểm  $M(-2;5;1)$ , khoảng cách từ điểm  $M$  đến trục  $Ox$  bằng  
A.  $\sqrt{29}$ .      B.  $\sqrt{5}$ .      C. 2.      D.  $\sqrt{26}$ .

**Hướng dẫn giải**

Với  $M(a;b;c) \Rightarrow d(M, Ox) = \sqrt{b^2 + c^2}$

- Câu 29.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  với  $I$  là trọng tâm của đáy  $ABC$ . Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng  
A.  $\vec{IA} = \vec{IB} + \vec{IC}$ .      B.  $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{CI} = \vec{0}$ .      C.  $\vec{IA} + \vec{BI} + \vec{IC} = \vec{0}$ .      D.  $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$ .

- Câu 30.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho 3 vector  $\vec{a} = (-1;1;0)$ ;  $\vec{b} = (1;1;0)$ ;  $\vec{c} = (1;1;1)$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai:  
A.  $\vec{b} \perp \vec{c}$ .      B.  $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ .      C.  $|\vec{c}| = \sqrt{3}$ .      D.  $\vec{a} \perp \vec{b}$ .

**Hướng dẫn giải**

Vì  $\vec{b} \cdot \vec{c} = 2 \neq 0$ .

- Câu 31.** Cho điểm  $M(3;2;-1)$ , điểm đối xứng của  $M$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$  là điểm  
A.  $M'(3;-2;1)$ .      B.  $M'(3;-2;-1)$ .      C.  $M'(3;2;1)$ .      D.  $M'(3;2;0)$ .

**Hướng dẫn giải**

Với  $M(a;b;c) \Rightarrow$  điểm đối xứng của  $M$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$  là  $M(a;b;-c)$

- Câu 32.** Cho điểm  $M(3;2;-1)$ , điểm  $M'(a;b;c)$  đối xứng của  $M$  qua trục  $Oy$ , khi đó  $a+b+c$  bằng  
A. 6.      B. 4.      C. 0.      D. 2.

**Hướng dẫn giải**

Với  $M(a;b;c) \Rightarrow$  điểm đối xứng của  $M$  qua trục  $Oy$  là  $M'(-a;b;-c)$

$\Rightarrow M'(-3;2;1) \Rightarrow a+b+c = 0$ .

- Câu 33.** Cho  $\vec{u} = (1;1;1)$  và  $\vec{v} = (0;1;m)$ . Đê góc giữa hai vector  $\vec{u}, \vec{v}$  có số đo bằng  $45^\circ$  thì  $m$  bằng  
A.  $\pm\sqrt{3}$ .      B.  $2 \pm \sqrt{3}$ .      C.  $1 \pm \sqrt{3}$ .      D.  $\sqrt{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\cos \varphi = \frac{1.0+1.1+1.m}{\sqrt{3}.\sqrt{m^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{2}(m+1) = \sqrt{3}\sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 3(m^2+1) = 2(m+1)^2 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow m = 2 \pm \sqrt{3}$$

- Câu 34.** Cho  $A(1; -2; 0), B(3; 3; 2), C(-1; 2; 2), D(3; 3; 1)$ . Thể tích của tứ diện  $ABCD$  bằng
- A. 5.    B. 4.    C. 3.    D. 6.**

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Tính } \overrightarrow{AB} = (2; 5; 2), \overrightarrow{AC} = (-2; 4; 2), \overrightarrow{AD} = (2; 5; 1)$$

$$V = \frac{1}{6} | [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} | = 3$$

**Sử dụng Casio**

w 8 1 1 (nhập vector  $\overrightarrow{AB}$ )

q 5 2 2 2 (nhập vector  $\overrightarrow{AC}$ )

q 5 2 3 1 (nhập vector  $\overrightarrow{AD}$ )

C1a6qc(abs) q53q54q57q55= (tính  $V$ )

- Câu 35.** Trong không gian  $Oxyz$  cho tứ diện  $ABCD$ . Độ dài đường cao vẽ từ  $D$  của tứ diện  $ABCD$  cho bởi công thức nào sau đây:

**A.**  $h = \frac{1}{3} \frac{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}}{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]}$

**B.**  $h = \frac{1}{3} \frac{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}$

**C.**  $h = \frac{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}$

**D.**  $h = \frac{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}}{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]}$

**Hướng dẫn giải**

Vì  $V_{ABCD} = \frac{1}{3} h \cdot \frac{1}{2} | [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] | = \frac{1}{6} | [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} |$  nên  $h = \frac{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}}{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]}$

- Câu 36.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(1; -2; 0), B(3; 3; 2), C(-1; 2; 2), D(3; 3; 1)$ . Độ dài đường cao của tứ diện  $ABCD$  hạ từ đỉnh  $D$  xuống mặt phẳng  $(ABC)$  là

**A.**  $\frac{9}{7\sqrt{2}}$

**B.**  $\frac{9}{7}$

**C.**  $\frac{9}{\sqrt{2}}$

**D.**  $\frac{9}{14}$

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Tính } \overrightarrow{AB} = (2; 5; 2), \overrightarrow{AC} = (-2; 4; 2), \overrightarrow{AD} = (2; 5; 1)$$

$$V = \frac{1}{6} | [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} | = 3$$

$$V = \frac{1}{3} B \cdot h, \text{ với } B = S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} | [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] | = 7\sqrt{2}, h = d(D, (ABC))$$

$$\Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 3}{7\sqrt{2}} = \frac{9}{7\sqrt{2}}$$

- Câu 37.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  có  $A(1; 0; 2), B(-2; 1; 3), C(3; 2; 4), D(6; 9; -5)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tứ diện  $ABCD$

- A.  $G\left(-9; \frac{18}{4}; -30\right)$ .    B.  $G(8; 12; 4)$ .    C.  $G\left(3; 3; \frac{14}{4}\right)$ .    D.  $G(2; 3; 1)$ .

**Câu 38.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 1), B(2; -1; 2)$ . Điểm  $M$  trên trục  $Ox$  và cách đều hai điểm  $A, B$  có tọa độ là

- A.  $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .    B.  $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$ .    C.  $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$ .    D.  $M\left(0; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .

**Hướng dẫn giải**

$$M \in Ox \Rightarrow M(a; 0; 0)$$

$$M \text{ cách đều hai điểm } A, B \text{ nên } MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow (1-a)^2 + 2^2 + 1^2 = (2-a)^2 + 2^2 + 1^2$$

$$\Leftrightarrow 2a = 3 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$$

**Câu 39.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 1), B(3; -1; 2)$ . Điểm  $M$  trên trục  $Oz$  và cách đều hai điểm  $A, B$  có tọa độ là

- A.  $M(0; 0; 4)$ .    B.  $M(0; 0; -4)$ .    C.  $M\left(0; 0; \frac{3}{2}\right)$ .    D.  $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 40.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(-1; -2; 3), B(0; 3; 1), C(4; 2; 2)$ . Cosin của góc  $\widehat{BAC}$  là

- A.  $\frac{9}{2\sqrt{35}}$ .    B.  $\frac{9}{\sqrt{35}}$ .    C.  $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$ .    D.  $-\frac{9}{\sqrt{35}}$ .

**Câu 41.** Tọa độ của vectơ  $\vec{n}$  vuông góc với hai vectơ  $\vec{a} = (2; -1; 2), \vec{b} = (3; -2; 1)$  là

- A.  $\vec{n} = (3; 4; 1)$ .    B.  $\vec{n} = (3; 4; -1)$ .    C.  $\vec{n} = (-3; 4; -1)$ .    D.  $\vec{n} = (3; -4; -1)$ .

**Câu 42.** Cho  $|\vec{a}| = 2; |\vec{b}| = 5$ , góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng  $\frac{2\pi}{3}$ ,  $\vec{u} = k\vec{a} - \vec{b}; \vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b}$ . Để  $\vec{u}$  vuông góc với  $\vec{v}$  thì  $k$  bằng

- A.  $-\frac{6}{45}$ .    B.  $\frac{45}{6}$ .    C.  $\frac{6}{45}$ .    D.  $-\frac{45}{6}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{v} &= (k\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) = 4k - 50 + (2k - 1)|\vec{a}||\vec{b}|\cos\frac{2\pi}{3} \\ &= -6k - 45 \end{aligned}$$

**Câu 43.** Cho  $\vec{u} = (2; -1; 1), \vec{v} = (m; 3; -1), \vec{w} = (1; 2; 1)$ . Với giá trị nào của  $m$  thì ba vectơ trên đồng phẳng

- A.  $\frac{3}{8}$ .    B.  $-\frac{3}{8}$ .    C.  $\frac{8}{3}$ .    D.  $-\frac{8}{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có: } [\vec{u}, \vec{v}] = (-2; m+2; m+6), \quad [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 3m+8$$

$$\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{8}{3}$$

**Câu 44.** Cho hai vectơ  $\vec{a} = (1; \log_3 5; m), \vec{b} = (3; \log_3 3; 4)$ . Với giá trị nào của  $m$  thì  $\vec{a} \perp \vec{b}$

- A.  $m = 1; m = -1$ .    B.  $m = 1$ .    C.  $m = -1$ .    D.  $m = 2; m = -2$ .



**Câu 45.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;5;3), B(3;7;4), C(x; y; 6)$ . Giá trị của  $x, y$  để ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng là

- A.**  $x = 5; y = 11$ .      **B.**  $x = -5; y = 11$ .      **C.**  $x = -11; y = -5$ .      **D.**  $x = 11; y = 5$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\overrightarrow{AB} = (1; 2; 1), \overrightarrow{AC} = (x-2; y-5; 3)$$

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x-2}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{3}{1} \Leftrightarrow x = 5; y = 11$$

**Câu 46.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1; 0; 0), B(0; 0; 1), C(2; 1; 1)$ . Tam giác  $ABC$  là

- A.** tam giác vuông tại  $A$ .      **B.** tam giác cân tại  $A$ .  
**C.** tam giác vuông cân tại  $A$ .      **D.** Tam giác đều.

**Hướng dẫn giải**

$$\overrightarrow{BA} = (1; 0; -1), \overrightarrow{CA} = (-1; -1; -1), \overrightarrow{CB} = (-2; -1; 0)$$

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA} = 0 \Rightarrow \text{tam giác vuông tại } A, AB \neq AC.$$

**Câu 47.** Trong không gian  $Oxyz$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 0; 0), B(0; 0; 1), C(2; 1; 1)$ . Tam giác  $ABC$  có diện tích bằng

- A.**  $\sqrt{6}$ .      **B.**  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .      **C.**  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .      **D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1), \overrightarrow{AC} = (1; 1; 1). S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right| = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

**Câu 48.** Ba đỉnh của một hình bình hành có tọa độ là  $(1; 1; 1), (2; 3; 4), (7; 7; 5)$ . Diện tích của hình bình hành đó bằng

- A.**  $2\sqrt{83}$ .      **B.**  $\sqrt{83}$ .      **C.**  $83$ .      **D.**  $\frac{\sqrt{83}}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

Gọi 3 đỉnh theo thứ tự là  $A, B, C$

$$\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3), \overrightarrow{AC} = (6; 6; 4)$$

$$S_{hh} = \left| \left[ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right| = \sqrt{(-10)^2 + 14^2 + (-6)^2} = 2\sqrt{83}$$

**Câu 49.** Cho 3 vectơ  $\vec{a} = (1; 2; 1); \vec{b} = (-1; 1; 2)$  và  $\vec{c} = (x; 3x; x+2)$ . Tìm  $x$  để 3 vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng

- A.**  $2$ .      **B.**  $-1$ .      **C.**  $-2$ .      **D.**  $1$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ đồng phẳng thì } \left[ \overrightarrow{\vec{a}}, \overrightarrow{\vec{b}} \right] \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow x = 2.$$

**Câu 50.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba vectơ  $\vec{a} = (3; -2; 4), \vec{b} = (5; 1; 6), \vec{c} = (-3; 0; 2)$ . Tìm vectơ  $\vec{x}$  sao cho vectơ  $\vec{x}$  đồng thời vuông góc với  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

- A.**  $(1; 0; 0)$ .      **B.**  $(0; 0; 1)$ .      **C.**  $(0; 1; 0)$ .      **D.**  $(0; 0; 0)$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Để thấy chỉ có } \vec{x} = (0; 0; 0) \text{ thỏa mãn } \vec{x} \cdot \vec{a} = \vec{x} \cdot \vec{b} = \vec{x} \cdot \vec{c} = 0.$$

**Câu 51.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho 2 điểm  $B(1; 2; -3), C(7; 4; -2)$ . Nếu  $E$  là điểm thỏa mãn đẳng thức

$$\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB} \text{ thì tọa độ điểm } E \text{ là}$$

A.  $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$ .      B.  $\left(3; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$ .      C.  $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$ .      D.  $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$ .

**Hướng dẫn giải**

$$E(x; y; z), \text{ từ } \overline{CE} = 2\overline{EB} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{8}{3} \\ z = -\frac{8}{3} \end{cases}.$$

- Câu 52.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-2; 3; 3)$ . Điểm  $M(a; b; c)$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABCM$ , khi đó  $P = a^2 + b^2 - c^2$  có giá trị bằng  
 A. 43..      B. 44..      C. 42..      D. 45.

**Hướng dẫn giải**

$M(x; y; z)$ ,  $ABCM$  là hình bình hành thì

$$\overline{AM} = \overline{BC} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = -2 - 2 \\ y - 2 = 3 + 1 \\ z + 1 = 3 - 3 \end{cases} \Rightarrow M(-3; 6; -1) \Rightarrow P = 44..$$

- Câu 53.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-2; 3; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  là chân đường phân giác trong góc  $A$  của tam giác  $ABC$   
 A.  $D(0; 1; 3)$ .      B.  $D(0; 3; 1)$ .      C.  $D(0; -3; 1)$ .      D.  $D(0; 3; -1)$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $AB = \sqrt{26}$ ,  $AC = \sqrt{26} \Rightarrow$  tam giác  $ABC$  cân ở  $A$  nên  $D$  là trung điểm  $BC \Rightarrow D(0; 1; 3)$ .

- Câu 54.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(-1; 3; 5)$ ,  $B(-4; 3; 2)$ ,  $C(0; 2; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $I$  tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$

A.  $I\left(\frac{8}{3}; \frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ .      B.  $I\left(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$ .      C.  $I\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$ .      D.  $I\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; \frac{5}{3}\right)$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có:  $AB = BC = CA = 3\sqrt{2} \Rightarrow \Delta ABC$  đều. Do đó tâm  $I$  của đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$  là trọng tâm của nó. Kết luận:  $I\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$ .

- Câu 55.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho 3 vectơ  $\vec{a} = (-1; 1; 0)$ ,  $\vec{b} = (1; 1; 0)$ ,  $\vec{c} = (1; 1; 1)$ . Cho hình hộp  $OABC.O'A'B'C'$  thỏa mãn điều kiện  $\overline{OA} = \vec{a}$ ,  $\overline{OB} = \vec{b}$ ,  $\overline{OC'} = \vec{c}$ . Thể tích của hình hộp nói trên bằng:

A.  $\frac{1}{3}$       B. 4      C.  $\frac{2}{3}$       D. 2

**Hướng dẫn giải**

$$\overline{OA} = \vec{a} \Rightarrow A(-1; 1; 0), \overline{OB} = \vec{b} \Rightarrow B(1; 1; 0), \overline{OC'} = \vec{c} \Rightarrow C'(1; 1; 1)$$

$$\overline{AB} = \overline{OC} \Rightarrow C(2; 0; 0) \Rightarrow \overline{CC'} = (-1; 1; 1) = \overline{OO'} \Rightarrow V_{OABC.O'A'B'C'} = \left| [\overline{OA}, \overline{OB}] \cdot \overline{OO'} \right|$$

- Câu 56.** Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$  cho tọa độ 4 điểm  $A(2; -1; 1)$ ,  $B(1; 0; 0)$ ,  $C(3; 1; 0)$ ,  $D(0; 2; 1)$ . Cho các mệnh đề sau:

- 1) Độ dài  $AB = \sqrt{2}$ .  
 2) Tam giác  $BCD$  vuông tại  $B$ .  
 3) Thể tích của tứ diện  $ABCD$  bằng 6.

Các mệnh đề đúng là:

- A. 2).                                      B. 3).                                      C. 1); 3).                                      D. 2), 1)

**Câu 57.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a} = (-1, 1, 0)$ ;  $\vec{b} = (1, 1, 0)$ ;  $\vec{c} = (1, 1, 1)$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

- A.  $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .                                      B.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ .  
 A.  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng.                                      D.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ .

Hướng dẫn giải

$$\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{c}|}$$

**Câu 58.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$ , biết  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(-1; 1; 2)$ ,  $C(-1; 1; 0)$ ,  $D(2; -1; -2)$ . Độ dài đường cao  $AH$  của tứ diện  $ABCD$  bằng:

- A.  $\frac{2}{\sqrt{13}}$ .                                      B.  $\frac{1}{\sqrt{13}}$ .                                      C.  $\frac{\sqrt{13}}{2}$ .                                      D.  $\frac{3\sqrt{13}}{13}$ .

Hướng dẫn giải

$$\text{Sử dụng công thức } h = \frac{|[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|}{|\vec{AB} \cdot \vec{AC}|} = \frac{1}{\sqrt{13}}$$

**Câu 59.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  với  $I$  là trọng tâm của đáy  $ABC$ . Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng

- A.  $\vec{SI} = \frac{1}{2}(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC})$ .                                      B.  $\vec{SI} = \frac{1}{3}(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC})$ .  
 C.  $\vec{SI} = \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC}$ .                                      D.  $\vec{SI} + \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = \vec{0}$ .

Hướng dẫn giải

$$\left. \begin{aligned} \vec{SI} &= \vec{SA} + \vec{AI} \\ \vec{SI} &= \vec{SB} + \vec{BI} \\ \vec{SI} &= \vec{SC} + \vec{CI} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3\vec{SI} = \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + (\vec{AI} + \vec{BI} + \vec{CI})$$

Vì  $I$  là trọng tâm tam giác  $ABC \Rightarrow \vec{AI} + \vec{BI} + \vec{CI} = \vec{0} \Rightarrow \vec{SI} = \frac{1}{3}(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC})$ .

**Câu 60.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  có  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; 1; 0)$ ,  $C(0; 0; 1)$ ,  $D(-2; 1; -1)$ . Thể tích của tứ diện  $ABCD$  bằng

- A.  $\frac{3}{2}$ .                                      B. 3.                                      C. 1.                                      D.  $\frac{1}{2}$ .

Hướng dẫn giải

$$\text{Thể tích tứ diện: } V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|$$

**Câu 61.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = a, SC = 3a, \widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ, \widehat{CSA} = 90^\circ$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Khi đó khoảng cách  $SG$  bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{15}}{3}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{5}}{3}$ .                      C.  $\frac{a\sqrt{7}}{3}$ .                      D.  $a\sqrt{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

Áp dụng công thức tổng quát: Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = a, SB = b, SC = c$  và có  $\widehat{ASB} = \alpha, \widehat{BSC} = \beta, \widehat{CSA} = \gamma$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ , khi đó

$$SG = \frac{1}{3} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab \cos \alpha + 2ac \cos \gamma + 2bc \cos \beta}$$

Chứng minh:

Ta có:  $\vec{SG} = \frac{1}{3}(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC})$

$$(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC})^2 = \vec{SA}^2 + \vec{SB}^2 + \vec{SC}^2 + 2\vec{SA} \cdot \vec{SB} + 2\vec{SA} \cdot \vec{SC} + 2\vec{SB} \cdot \vec{SC}$$

Khi đó  $SG = \frac{1}{3} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab \cos \alpha + 2ac \cos \gamma + 2bc \cos \beta}$

Áp dụng công thức trên ta tính được  $SG = \frac{a\sqrt{15}}{3}$

**Câu 62.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2; 5; 1), B(-2; -6; 2), C(1; 2; -1)$  và điểm  $M(m; m; m)$ , để  $|\vec{MB} - 2\vec{AC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $m$  bằng

- A. 2.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 4.

**Hướng dẫn giải**

$$\vec{AC}(-1; -3; -2), \vec{MB}(-2 - m; -6 - m; 2 - m)$$

$$|\vec{MB} - 2\vec{AC}| = \sqrt{m^2 + m^2 + (m - 6)^2} = \sqrt{3m^2 - 12m + 36} = \sqrt{3(m - 2)^2 + 24}$$

Để  $|\vec{MB} - 2\vec{AC}|$  nhỏ nhất thì  $m = 2$

**Câu 63.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2; 5; 1), B(-2; -6; 2), C(1; 2; -1)$  và điểm  $M(m; m; m)$ , để  $MA^2 - MB^2 - MC^2$  đạt giá trị lớn nhất thì  $m$  bằng

- A. 3.                      B. 4.                      C. 2.                      D. 1.

**Hướng dẫn giải**

$$\vec{MA} = (2 - m; 5 - m; 1 - m), \vec{MB} = (-2 - m; -6 - m; 2 - m), \vec{MC} = (1 - m; 2 - m; -1 - m)$$

$$MA^2 - MB^2 - MC^2 = -3m^2 - 24m - 20 = 28 - 3(m + 4)^2 \leq 28$$

Để  $MA^2 - MB^2 - MC^2$  đạt giá trị lớn nhất thì  $m = 4$

**Câu 64.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  biết  $A(-2; 2; 6), B(-3; 1; 8), C(-1; 0; 7), D(1; 2; 3)$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $CD$ ,  $SH \perp (ABCD)$ . Để khối chóp  $S.ABCD$  có thể tích bằng  $\frac{27}{2}$  (đvtt) thì có hai điểm  $S_1, S_2$  thỏa mãn yêu cầu bài toán. Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của  $S_1S_2$

- A.  $I(0; -1; -3)$ .                      B.  $I(1; 0; 3)$                       C.  $I(0; 1; 3)$ .                      D.  $I(-1; 0; -3)$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\overline{AB} = (-1; -1; 2), \overline{AC} = (1; -2; 1) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overline{AB}, \overline{AC}] \right| = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\overline{DC} = (-2; -2; 4), \overline{AB} = (-1; -1; 2) \Rightarrow \overline{DC} = 2.\overline{AB} \Rightarrow ABCD$  là hình thang và

$$S_{ABCD} = 3S_{ABC} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

Vì  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH.S_{ABCD} \Rightarrow SH = 3\sqrt{3}$

Lại có  $H$  là trung điểm của  $CD \Rightarrow H(0; 1; 5)$

Gọi  $S(a; b; c) \Rightarrow \overline{SH} = (-a; 1-b; 5-c) \Rightarrow \overline{SH} = k[\overline{AB}, \overline{AC}] = k(3; 3; 3) = (3k; 3k; 3k)$

Suy ra  $3\sqrt{3} = \sqrt{9k^2 + 9k^2 + 9k^2} \Rightarrow k = \pm 1$

+ Với  $k = 1 \Rightarrow \overline{SH} = (3; 3; 3) \Rightarrow S(-3; -2; 2)$

+ Với  $k = -1 \Rightarrow \overline{SH} = (-3; -3; -3) \Rightarrow S(3; 4; 8)$

Suy ra  $I(0; 1; 3)$

**Câu 65.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -1; 7), B(4; 5; -2)$ . Đường thẳng  $AB$  cắt mặt phẳng  $(Oyz)$  tại điểm  $M$ . Điểm  $M$  chia đoạn thẳng  $AB$  theo tỉ số nào

- A.**  $\frac{1}{2}$ .                      **B.** 2.                      **C.**  $\frac{1}{3}$ .                      **D.**  $\frac{2}{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đường thẳng  $AB$  cắt mặt phẳng  $(Oyz)$  tại điểm  $M \Rightarrow M(0; y; z)$

$\Rightarrow \overline{MA} = (2; -1-y; 7-z), \overline{MB} = (4; 5-y; -2-z)$

Từ  $\overline{MA} = k\overline{MB}$  ta có hệ 
$$\begin{cases} 2 = k.4 \\ -1-y = k(5-y) \Rightarrow k = \frac{1}{2} \\ 7-z = k(-2-z) \end{cases}$$

**Câu 66.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  có  $A(2; 1; -1), B(3; 0; 1), C(2; -1; 3)$  và  $D$  thuộc trục  $Oy$ . Biết  $V_{ABCD} = 5$  và có hai điểm  $D_1(0; y_1; 0), D_2(0; y_2; 0)$  thỏa mãn yêu cầu bài toán. Khi đó  $y_1 + y_2$  bằng

- A.** 0.                      **B.** 1.                      **C.** 2.                      **D.** 3.

**Hướng dẫn giải**

$D \in Oy \Rightarrow D(0; y; 0)$

Ta có:  $\overline{AB} = (1; -1; 2), \overline{AD} = (-2; y-1; 1), \overline{AC} = (0; -2; 4)$

$\Rightarrow [\overline{AB}, \overline{AC}] = (0; -4; -2) \Rightarrow [\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD} = -4y + 2$   $V_{ABCD} = 5 \Leftrightarrow \frac{1}{6} |-4y + 2| = 5 \Leftrightarrow y = -7; y = 8$

$\Rightarrow D_1(0; -7; 0), D_2(0; 8; 0) \Rightarrow y_1 + y_2 = 1$

**Câu 67.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1; 2; 4), B(3; 0; -2), C(1; 3; 7)$ . Gọi  $D$  là chân đường phân giác trong của góc  $A$ . Tính độ dài  $|\overline{OD}|$ .

- A.**  $\frac{\sqrt{207}}{3}$ .                      **B.**  $\frac{\sqrt{203}}{3}$                       **C.**  $\frac{\sqrt{201}}{3}$ .                      **D.**  $\frac{\sqrt{205}}{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

Gọi  $D(x; y; z)$

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{14}} = 2$$

Vì  $D$  nằm giữa  $B, C$  (phân giác trong) nên  $\overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x = -2(1-x) \\ -y = -2(3-y) \\ -2-z = -2(7-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases}$

Suy ra  $D\left(\frac{5}{3}; 2; 4\right) \Rightarrow |\overrightarrow{OD}| = \frac{\sqrt{205}}{3}$

**Câu 68.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$ , biết  $A(1;1;1), B(5;1;-2), C(7;9;1)$ . Tính độ dài phân giác trong  $AD$  của góc  $A$

- A.**  $\frac{2\sqrt{74}}{3}$ .      **B.**  $\frac{3\sqrt{74}}{2}$ .      **C.**  $2\sqrt{74}$ .      **D.**  $3\sqrt{74}$ .

**Hướng dẫn giải**

$D(x; y; z)$  là chân đường phân giác trong góc  $A$  của tam giác  $ABC$ .

Ta có  $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DB} \Rightarrow D\left(\frac{17}{3}; \frac{11}{3}; -1\right) \Rightarrow AD = \frac{2\sqrt{74}}{3}$ .

**Câu 69.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho 4 điểm  $A(2;4;-1), B(1;4;-1), C(2;4;3), D(2;2;-1)$ . Biết  $M(x; y; z)$ , để  $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $x + y + z$  bằng

- A.** 7.      **B.** 8.      **C.** 9.      **D.** 6.

**Hướng dẫn giải**

Gọi  $G$  là trọng tâm của  $ABCD$  ta có:  $G\left(\frac{7}{3}; \frac{14}{3}; 0\right)$ .

Ta có:  $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 4MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2$

$\geq GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2$ . Dấu bằng xảy ra khi  $M \equiv G\left(\frac{7}{3}; \frac{14}{3}; 0\right) \Rightarrow x + y + z = 7$ .

**Câu 70.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;3;1), B(-1;2;0), C(1;1;-2)$ .  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ , khi đó, độ dài đoạn  $OH$  bằng

- A.**  $\frac{\sqrt{870}}{12}$ .      **B.**  $\frac{\sqrt{870}}{14}$ .      **C.**  $\frac{\sqrt{870}}{16}$ .      **D.**  $\frac{\sqrt{870}}{15}$ .

**Hướng dẫn giải**

$H(x; y; z)$  là trực tâm của  $\Delta ABC \Leftrightarrow BH \perp AC, CH \perp AB, H \in (ABC)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{15}; y = \frac{29}{15}; z = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{2}{15}; \frac{29}{15}; -\frac{1}{3}\right) \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{870}}{15}$$

**Câu 71.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(3;1;0)$ ,  $B$  nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$  và có hoành độ dương,  $C$  nằm trên trục  $Oz$  và  $H(2;1;1)$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Tọa độ các điểm  $B, C$  thỏa mãn yêu cầu bài toán là:

**A.**  $B\left(\frac{-3+\sqrt{177}}{4}; \frac{17-\sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3-\sqrt{177}}{4}\right).$

**B.**  $B\left(\frac{-3-\sqrt{177}}{4}; \frac{17+\sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3+\sqrt{177}}{4}\right).$

**C.**  $B\left(\frac{-3+\sqrt{177}}{4}; \frac{17-\sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3+\sqrt{177}}{4}\right).$

**D.**  $B\left(\frac{-3+\sqrt{177}}{4}; \frac{17+\sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3-\sqrt{177}}{4}\right).$

**Hướng dẫn giải**

Giả sử  $B(x; y; 0) \in (Oxy), C(0; 0; z) \in Oz$ .

$$H \text{ là trực tâm của tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AH} \text{ đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AH}] \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+z=0 \\ 2x+y-7=0 \\ 3x-3y+yz-z=0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-3-\sqrt{177}}{4}; y = \frac{17+\sqrt{177}}{2}; z = \frac{3+\sqrt{177}}{4}$$

$$\Rightarrow B\left(\frac{-3-\sqrt{177}}{4}; \frac{17+\sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3+\sqrt{177}}{4}\right).$$

**Câu 72.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình vuông  $ABCD$ ,  $B(3; 0; 8)$ ,  $D(-5; -4; 0)$ . Biết đỉnh  $A$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  và có tọa độ là những số nguyên, khi đó  $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}|$  bằng:

**A.**  $5\sqrt{10}$ .

**B.**  $6\sqrt{10}$ .

**C.**  $10\sqrt{6}$ .

**D.**  $10\sqrt{5}$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có trung điểm  $BD$  là  $I(-1; -2; 4)$ ,  $BD = 12$  và điểm  $A$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  nên  $A(a; b; 0)$ .

$$ABCD \text{ là hình vuông} \Rightarrow \begin{cases} AB^2 = AD^2 \\ AI^2 = \left(\frac{1}{2}BD\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-3)^2 + b^2 + 8^2 = (a+5)^2 + (b+4)^2 \\ (a+1)^2 + (b+2)^2 + 4^2 = 36 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 - 2a \\ (a+1)^2 + (6-2a)^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a = \frac{17}{5} \\ b = \frac{-14}{5} \end{cases} \Rightarrow A(1; 2; 0) \text{ hoặc } A\left(\frac{17}{5}; \frac{-14}{5}; 0\right) \text{ (loại)}.$$

Với  $A(1; 2; 0) \Rightarrow C(-3; -6; 8)$ .

**Câu 73.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$ , biết  $A(5; 3; -1)$ ,  $B(2; 3; -4)$ ,  $C(3; 1; -2)$ . Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$  bằng:

**A.**  $9 - 2\sqrt{6}$ .

**B.**  $9 - 3\sqrt{6}$ .

**C.**  $9 + 3\sqrt{6}$ .

**D.**  $9 + 2\sqrt{6}$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $AC^2 + BC^2 = 9 + 9 = AB^2 \Rightarrow$  tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ .

$$\text{Suy ra: } r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{\frac{1}{2}CA \cdot CB}{\frac{1}{2}(AB+BC+CA)} = \frac{3 \cdot 3\sqrt{2}}{3\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{3}} = 9 - 3\sqrt{6}$$

**Câu 74.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(3;0;0), N(m,n,0), P(0;0;p)$ . Biết  $MN = \sqrt{13}, \widehat{MON} = 60^\circ$ , thể tích tứ diện  $OMNP$  bằng 3. Giá trị của biểu thức  $A = m + 2n^2 + p^2$  bằng

**A.** 29.

**B.** 27.

**C.** 28.

**D.** 30.

**Hướng dẫn giải**

$$\overrightarrow{OM} = (3;0;0), \overrightarrow{ON} = (m;n;0) \Rightarrow \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 3m$$

$$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = |\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{ON}| \cos 60^\circ \Rightarrow \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}}{|\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{ON}|} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}} = \frac{1}{2}$$

$$MN = \sqrt{(m-3)^2 + n^2} = \sqrt{13}$$

$$\text{Suy ra } m = 2; n = \pm 2\sqrt{3}$$

$$[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}] \cdot \overrightarrow{OP} = 6\sqrt{3}p \Rightarrow V = \frac{1}{6} |6\sqrt{3}p| = 3 \Rightarrow p = \pm\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy } A = 2 + 2 \cdot 12 + 3 = 29.$$

**Câu 75.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;3;1), B(-1;2;0), C(1;1;-2)$ . Gọi  $I(a;b;c)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Tính giá trị biểu thức  $P = 15a + 30b + 75c$

**A.** 48.

**B.** 50.

**C.** 52.

**D.** 46.

**Hướng dẫn giải**

$$I(x; y; z) \text{ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác } ABC \Leftrightarrow AI = BI = CI, I \in (ABC)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ CI^2 = BI^2 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AI} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{14}{15}; y = \frac{61}{30}; z = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{14}{15}; \frac{61}{30}; -\frac{1}{3}\right) \Rightarrow P = 50.$$