

Đề số 1

Thời gian làm bài 120 phút

Câu 1: (2 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{a^3 + 2a^2 - 1}{a^3 + 2a^2 + 2a + 1}$.

a, Rút gọn biểu thức.

b, Chứng minh rằng nếu a là số nguyên thì giá trị của biểu thức tìm được của câu a, là một phân số tối giản.

Câu 2: (1 điểm)

Tìm tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số \overline{abc} sao cho $\overline{abc} = n^2 - 1$ và $\overline{cba} = (n - 2)^2$.

Câu 3: (2 điểm)

a. Tìm n để $n^2 + 2006$ là một số chính phương.

b. Cho n là số nguyên tố lớn hơn 3. Hỏi $n^2 + 2006$ là số nguyên tố hay là hợp số.

Câu 4: (2 điểm)

a. Cho a, b, n $\in \mathbb{N}^*$. Hãy so sánh $\frac{a+n}{b+n}$ và $\frac{a}{b}$.

b. Cho $A = \frac{10^{11} - 1}{10^{12} - 1}$; $B = \frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1}$. So sánh A và B.

Câu 5: (2 điểm)

Cho 10 số tự nhiên bất kỳ: a_1, a_2, \dots, a_{10} . Chứng minh rằng thế nào cũng có một số hoặc tổng một số các số liên tiếp nhau trong dãy trên chia hết cho 10.

Câu 6: (1 điểm)

Cho 2006 đường thẳng trong đó bất kì 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng qui. Tính số giao điểm của chúng.

Đề số 2

Thời gian làm bài 120 phút

Câu 1:

a. Tìm các số tự nhiên x, y, sao cho $(2x + 1)(y - 5) = 12$.

b. Tìm số tự nhiên sao cho $4n - 5$ chia hết cho $2n - 1$.

c. Tìm tất cả các số $B = \overline{62xy427}$, biết rằng số B chia hết cho 99.

Câu 2.

a. Chứng tỏ rằng $\frac{12n+1}{30n+2}$ là phân số tối giản.

b. Chứng minh rằng : $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$.

Câu 3:

Một bác nông dân mang cam đi bán. Lần thứ nhất bán $\frac{1}{2}$ số cam và $\frac{1}{2}$ quả; Lần thứ 2 bán $\frac{1}{3}$ số cam còn lại và $\frac{1}{3}$ quả; Lần thứ 3 bán $\frac{1}{4}$ số cam còn lại và $\frac{3}{4}$ quả. Cuối cùng còn lại 24 quả. Hỏi số cam bác nông dân đã mang đi bán.

Câu 4:

Cho 101 đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Đề số 3

Thời gian làm bài: 120'

Bài 1: (1,5đ) Tìm x

a) $5^x = 125$;

b) $3^{2x} = 81$;

c) $5^{2x-3} - 2.5^2 = 5^2.3$.

Bài 2: (1,5đ)

Cho a là số nguyên. Chứng minh rằng: $|a| < 5 \Leftrightarrow -5 < a < 5$.

Bài 3: (1,5đ)

Cho a là một số nguyên. Chứng minh rằng:

a. Nếu a dương thì số liền sau a cũng dương.

b. Nếu a âm thì số liền trước a cũng âm.

c. Có thể kết luận gì về số liền trước của một số dương và số liền sau của một số âm?

Bài 4: (2đ)

Cho 31 số nguyên trong đó tổng của 5 số bất kỳ là một số dương. Chứng minh rằng tổng của 31 số đó là số dương.

Bài 5: (2đ)

Cho các số tự nhiên từ 1 đến 11 được viết theo thứ tự tùy ý sau đó đem cộng mỗi số với số chỉ thứ tự của nó ta được một tổng. Chứng minh rằng trong các tổng nhận được, bao giờ cũng tìm ra hai tổng mà hiệu của chúng là một số chia hết cho 10.

Bài 6: (1,5đ)

Cho tia Ox. Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là Ox. Vẽ hai tia Oy và Oz sao cho góc xOy và xOz bằng 120° . Chứng minh rằng:

a. $\widehat{xOy} = \widehat{xOz} = \widehat{yOz}$.

b. Tia đối của mỗi tia Ox, Oy, Oz là phân giác của góc hợp bởi hai tia còn lại.

Đề số 4

Thời gian làm bài 120 phút

Câu 1. Tính:

a. $A = 4 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{20}$

b. Tìm x biết: $(x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + 100) = 5750$.

Câu 2.

a. Chứng minh rằng nếu: $(\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11$ thì $\overline{abcdeg} : 11$.

b. Chứng minh rằng: $10^{28} + 8 : 72$.

Câu 3.

Hai lớp 6A; 6B cùng thu nhặt một số giấy vụn bằng nhau. Lớp 6A có 1 bạn thu được 26 kg còn lại mỗi bạn thu được 11 kg; Lớp 6B có 1 bạn thu được 25 kg còn lại mỗi bạn thu được 10kg. Tính số học sinh mỗi lớp biết rằng số giấy mỗi lớp thu được trong khoảng 200 kg đến 300 kg.

Câu 4.

Tìm 3 số có tổng bằng 210, biết rằng $\frac{6}{7}$ số thứ nhất bằng $\frac{9}{11}$ số thứ 2 và bằng $\frac{2}{3}$ số thứ 3.

Câu 5. Bốn điểm A, B, C, D không nằm trên đường thẳng a. Chứng tỏ rằng đường thẳng a hoặc không cắt, hoặc cắt ba, hoặc cắt bốn đoạn thẳng AB, AC, AD, BC, BD, CD.

Đề số 5

Thời gian làm bài 120 phút

Bài 1 (3đ):

- So sánh: 222^{333} và 333^{222} .
- Tìm các chữ số x và y để số $\overline{1x8y2}$ chia hết cho 36.
- Tìm số tự nhiên a biết 1960 và 2002 chia cho a có cùng số dư là 28.

Bài 2 (2đ):

Cho : $S = 3^0 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2002}$

- Tính S.
- Chứng minh $S \div 7$.

Bài 3 (2đ):

Tìm số tự nhiên nhỏ nhất, biết rằng khi chia số này cho 29 dư 5 và chia cho 31 dư 28.

Bài 4 (3đ):

Cho góc $AOB = 135^\circ$. C là một điểm nằm trong góc AOB biết góc $BOC = 90^\circ$

- Tính góc AOC.
- Gọi OD là tia đối của tia OC. So sánh hai góc AOD và BOD.

Đề số 6

Thời gian làm bài 120 phút

Bài 1 (8 điểm)

1. Tìm chữ số tận cùng của các số sau:

- 57^{1999}
- 93^{1999}

2. Cho $A = 999993^{1999} - 555557^{1997}$. Chứng minh rằng A chia hết cho 5.

3. Cho phân số $\frac{a}{b}$ ($a < b$) cùng thêm m đơn vị vào tử và mẫu thì phân số mới lớn hơn hay bé hơn $\frac{a}{b}$?

4. Cho số $\overline{155*710*4*16}$ có 12 chữ số. chứng minh rằng nếu thay các dấu * bởi các chữ số khác nhau trong ba chữ số 1,2,3 một cách tùy thì số đó luôn chia hết cho 396.

5. chứng minh rằng:

$$a) \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} < \frac{1}{3}; \quad b) \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} < \frac{3}{16}$$

Bài 2: (2 điểm)

Trên tia Ox xác định các điểm A và B sao cho OA = a (cm), OB = b (cm)

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB, biết b < a

b) Xác định điểm M trên tia Ox sao cho $OM = \frac{1}{2}(a+b)$.

Đề số 7

Thời gian làm bài: 120 phút.

A – Phần số học: (7 điểm)

Câu 1: (2 điểm)

a) Các phân số sau có bằng nhau không? Vì sao?

$$\frac{23}{99}; \quad \frac{23232323}{99999999}; \quad \frac{2323}{9999}; \quad \frac{232323}{999999}$$

b) Chứng tỏ rằng: $2x + 3y$ chia hết cho 17 $\Leftrightarrow 9x + 5y$ chia hết cho 17.

Câu 2: (2 điểm)

Tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{23} - \frac{1}{1009} \right) : \left(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009} + \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{23} \cdot \frac{1}{1009} \right) + 1 : (30 \cdot 1009 - 160).$$

Câu 3: (2 điểm)

a) Tìm số tự nhiên x, biết: $\left(\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{8.9.10} \right) \cdot x = \frac{23}{45}$.

b) Tìm các số a, b, c, d $\in \mathbb{N}$, biết:
$$\frac{30}{43} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}}$$

Câu 4: (1 điểm)

Một số tự nhiên chia cho 120 dư 58, chia cho 135 dư 88. Tìm a, biết a bé nhất.

B – Phần hình học (3 điểm) :