

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 6

Thời gian: 120 phút

Câu 1: (6 điểm)

a. Tính $A = \frac{2}{3.5} + \frac{3}{5.8} + \frac{11}{8.19} + \frac{13}{8.19} + \frac{25}{32.57} + \frac{30}{57.87}$

b. Cho $a, b \in \mathbb{N}$. Chứng tỏ rằng nếu $5a + 3b$ và $13a + 8b$ cùng chia hết cho 2012 thì a và b cũng chia hết cho 2012.

c. Tìm các số tự nhiên a, b, c nhỏ nhất khác 0 sao cho $16a = 25b = 30c$

Câu 2: (4 điểm)

1. CMR: $A = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{50^2} > \frac{1}{4}$

2. Rút gọn các phân số sau:

$$A = \frac{10.11 + 50.55 + 70.77}{11.12 + 55.60 + 77.84}$$

$$B = \frac{2^{15} \cdot 5^3 \cdot 2^6 \cdot 3^4}{8 \cdot 2^{18} \cdot 81 \cdot 5}$$

Câu 3: (2 điểm)

Cho p và $p+4$ là các số nguyên tố ($p > 3$). Chứng tỏ rằng $p+8$ là hợp số.

Câu 4: (6 điểm)

a. Cho 3 tia OA, OB, OC sao cho. Góc AOB = 110° , góc BOC = 130° , góc COA = 120° . Hỏi tia nào nằm giữa 2 tia còn lại.

- b. Trên cùng 1 nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox. Vẽ các tia Oy, Oz sao cho góc $\widehat{xOy} = a^\circ$, góc $\widehat{xOz} = b^\circ$ ($a < b \leq 180^\circ$). Vẽ các tia Om, On lần lượt là các tia phân giác của xOy, xOz. Chứng tỏ rằng: $\widehat{mOn} = \frac{b^\circ - a^\circ}{2}$.

Câu 5 (2 điểm):

Tìm các số tự nhiên x, y ($x < y$) sao cho.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$$

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Hướng dẫn giải

<p>Câu 1:</p> <p>a.</p> <p>b</p>	$A = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{32} + \frac{1}{32} - \frac{1}{57} + \frac{1}{57} - \frac{1}{87}$ $A = \frac{1}{3} - \frac{1}{87} = \frac{28}{87}$ <p>Ta có: $5a + 3b : 2012 \Rightarrow 13(5a+3b) : 2012$ $\Rightarrow 65a + 39b : 2012$ (1)</p> <p>Lại có: $13a + 8b : 2012 \Rightarrow 5(13a + 8b) : 2012$ $\Rightarrow 65a + 40b : 2012$ (2)</p> <p>Từ (1)(2) $\Rightarrow (65a + 40b) - (65a+39b) : 2012$ $\Rightarrow b : 2012$</p> <p>Tương tự $\Rightarrow a : 2012$</p> <p>Vậy a, b cũng chia hết cho 2012</p> <p>Đặt $16a = 25b = 30c = x$</p>
----------------------------------	--

c	<p>$\Rightarrow x:16, x:25, x:30$</p> <p>Mà a,b,c nhỏ nhất, khác 0.</p> <p>$\Rightarrow x$ nhỏ nhất khác 0</p> <p>Vậy $x = \text{BCNN}(16, 25, 30)$.</p> <p>$X = 1200$.</p>	
<p>Câu 2</p> <p>1.</p> <p>2.</p>	<p>Ta có: $A > \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{50.51}$</p> <p>$A > \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{50} - \frac{1}{51}$</p> <p>$A > \frac{1}{3} - \frac{1}{51}$</p> <p>$A > \frac{16}{51} > \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$</p> <p>Vậy $A > \frac{1}{4}$</p> <p>$A = \frac{10.11(1+5.5+7.7)}{11.12(2+5.5+7.7)} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$</p> <p>$B = \frac{2^{15}.5^3.2^6.3^4}{2^3.2^{18}.3^4.5} = \frac{2^{21}.3^4.5^3}{2^{21}.3^4.5} = 5^2 = 25$</p>	<p>1đ</p> <p>1đ</p>
Câu 3	<p>Vì p là số nguyên tố, $p > 3$ nên p có dạng</p> <p>$P = 3k + 1$ hoặc $p = 3k + 2$ ($k \in \mathbb{N}$)</p> <p>* Nếu $p = 3k + 1 \Rightarrow p + 8 = 3k + 1 + 8$</p> <p style="text-align: center;">$P + 8 = 3k + 9$, là hợp số.</p> <p>* Nếu $p = 3k + 2 \Rightarrow p + 4 = 3k + 6$, là hợp số (loại)</p> <p>Vậy $p, p+4$ là số nguyên tố ($p > 3$) thì $p+8$ là hợp số.</p>	

Câu 4

a. Ta có $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 110^\circ + 130^\circ = 240^\circ \neq \widehat{COA}$

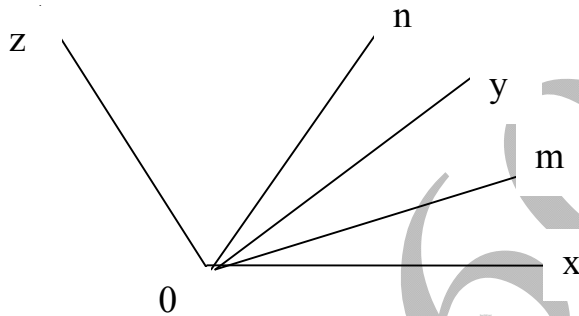
Vậy tia \widehat{OB} không nằm giữa 2 tia OA và OC .

Ta có $\widehat{AOB} + \widehat{COA} = 110^\circ + 120^\circ = 230^\circ \neq \widehat{BOC}$

Vậy tia OA không nằm giữa 2 tia OB , OC

KL: Vậy trong 3 tia OA , OB , OC không có tia nào nằm giữa 2 tia còn lại

b.



Vì tia Om là tia phân giác của xOy .

$$\text{Nên } \widehat{xOm} = \widehat{mOy} = \frac{\widehat{xOy}}{2} = \frac{a^\circ}{2}$$

Vì tia On là tia phân giác của xOz

$$\text{Nên } \widehat{xOn} = \widehat{nOz} = \frac{\widehat{xOz}}{2} = \frac{b^\circ}{2}$$

Trên cùng 1 nửa mp bờ ox có $a < b$.

$$\rightarrow \widehat{xOm} < \widehat{xOn}$$

$\rightarrow Om$ nằm giữa 2 tia Ox và On .

$$\text{Ta có } \widehat{xOm} + \widehat{mOn} = \widehat{xOn}$$

$$\rightarrow \frac{a^\circ}{2} + \widehat{mOn} = \frac{b^\circ}{2}$$

$$\rightarrow \widehat{m\hat{O}n} = \frac{b^0}{2} - \frac{a^0}{2} = \frac{b^0 - a^0}{2}$$

Câu 5

Ta có $x < y \Rightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$

$$\Rightarrow \frac{2}{x} > \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow x < 16$$

Lại có $\frac{1}{x} < \frac{1}{8} \Rightarrow x > 8$

$$\Rightarrow 8 < x < 16 \Rightarrow x \in \{9; 10; 11; 12; 13; 14; 15\}$$

Ta có bảng giá trị

x	9	10	11	12	13	14	15
$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{y} = \frac{1}{8} - \frac{1}{x}$	$\frac{1}{72}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{3}{88}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{5}{104}$	$\frac{3}{56}$	$\frac{7}{120}$
y	72	40	Loại	24	Loại	Loại	Loại