

TRƯỜNG THCS NÔNG TRANG-
T.P VIỆT TRÌ

**ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI
CẤP TRƯỜNG MÔN: TOÁN 6**

Thời gian làm bài: 120 phút (không tính thời gian giao đề)

(Đề gồm 01 trang)

Câu 1 (1,5 điểm): Thực hiện phép tính.

$$\text{a) } A = \frac{24 \cdot 47 - 23}{24 + 47 - 23} \cdot \frac{3 + \frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{1001} - \frac{3}{13}}{\frac{9}{1001} - \frac{9}{13} + \frac{9}{7} - \frac{9}{11} + 9}$$

$$\text{b) } M = \frac{1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}}{2^{2014} - 2}$$

Câu 2 (2,5 điểm):

- a) Cho $S = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6 + \dots + 5^{2012}$. Chứng tỏ S chia hết cho 65.
 b) Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho khi chia cho 11 dư 6, chia cho 4 dư 1 và chia cho 19 dư 11.
 c) Chứng tỏ: $A = 10^n + 18n - 1$ chia hết cho 27 (với n là số tự nhiên)

Câu 3 (2 điểm):

- a) Tìm x, y nguyên biết: $2x(3y - 2) + (3y - 2) = -55$
 b) Chứng minh rằng: $\frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2} < \frac{1}{4}$

Câu 4 (2,5 điểm): Cho nửa mặt phẳng bờ AB chứa hai tia đối OA và OB.

- a) Vẽ tia OC tạo với tia OA một góc bằng a° , vẽ tia OD tạo với tia OCC một góc bằng $(a + 10)^\circ$ và với tia OB một góc bằng $(a + 20)^\circ$

Tính a°

- b) Tính góc xOy, biết góc AOx bằng 22° và góc BOy bằng 48°
 c) Gọi OE là tia đối của tia OD, tính số đo góc kề bù với góc xOD khi góc AOC bằng a°

Câu 5 (1,5 điểm): Cho $A = 10^{2012} + 10^{2011} + 10^{2010} + 10^{2009} + 8$

- a) Chứng minh rằng A chia hết cho 24
 b) Chứng minh rằng A không phải là số chính phương.

---- HẾT ----

Lưu ý: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

hoc360.net

**HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KHẢO SÁT
HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
Môn: TOÁN 6**

Câu	Ý	Nội dung, đáp án	Điểm
1			1,5
	a	Đặt $A=B.C$ $B = \frac{24.47 - 23}{24 + 47 - 23} = \frac{1128 - 23}{71 - 23} = \frac{1105}{48}$	0,25
		$C = \frac{3\left(1 + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{1001} - \frac{1}{13}\right)}{9\left(\frac{1}{1001} - \frac{1}{13} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + 1\right)} = \frac{1}{3}$	0,25
		Suy ra $A = \frac{1105}{144}$	0,25
	b	$M = \frac{1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}}{2^{2014} - 2}$ - Đặt $A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}$ - Tính được $A = 2^{2013} - 1$	0,25
		- Đặt $B = 2^{2014} - 2$ - Tính được $B = 2.(2^{2013} - 1)$	0,25
- Tính được $M = \frac{1}{2}$		0,25	
2			2,5
	a	$S = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6 + \dots + 5^{2012}$	0,25
		$S = (5 + 5^2 + 5^3 + 5^4) + 5^5(5 + 5^2 + 5^3 + 5^4) + \dots + 5^{2009}(5 + 5^2 + 5^3 + 5^4)$	0,25
		Vì $(5 + 5^2 + 5^3 + 5^4) = 780 : 65$ Vậy S chia hết cho 65	0,25
	b	Gọi số cần tìm là a ta có: $(a-6) : 11 ; (a-1) : 4 ; (a-11) : 19$.	0,25
		$(a-6+33) : 11 ; (a-1+28) : 4 ; (a-11+38) : 19$.	0,25
$(a+27) : 11 ; (a+27) : 4 ; (a+27) : 19$.		0,25	
	Do a là số tự nhiên nhỏ nhất nên $a+27$ nhỏ nhất Suy ra: $a + 27 = \text{BCNN}(4 ; 11 ; 19)$.	0,25	
	Từ đó tìm được : $a = 809$	0,25	

		$A = 10^n + 18n - 1 = 10^n - 1 - 9n + 27n$	0,25
		$= \underbrace{99\dots9}_n - 9n + 27n$	
		$= 9 \cdot \underbrace{(11\dots1)}_n - n + 27n$	0,25
		Ta biết số n và số có tổng các chữ số bằng n có cùng số dư khi chia cho 9 do đó $\underbrace{11\dots1}_n - n : 9$ nên $9 \cdot \underbrace{(11\dots1)}_n : 27$. Vậy $A : 27$	0,25
			2
3	a	<p> Tìm x, y nguyên biết : $2x(3y - 2) + (3y - 2) = -55$ $\Rightarrow (3y - 1)(2x + 1) = -55$ $\Rightarrow 2x + 1 = \frac{-55}{3y - 2}$ (1) </p>	0,25
		<p> Để x nguyên thì $3y - 2 \in U(-55) = \{1; 5; 11; 55; -1; -5; -11; -55\}$ </p>	0,25
		<p> +) $3y - 2 = 1 \Rightarrow 3y = 3 \Rightarrow y = 1$, thay vào (1) $\Rightarrow x = 28$ +) $3y - 2 = 5 \Rightarrow 3y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{3}$ (Loại) +) $3y - 2 = 11 \Rightarrow 3y = 13 \Rightarrow y = \frac{13}{3}$ (Loại) +) $3y - 2 = 55 \Rightarrow 3y = 57 \Rightarrow y = 19$, thay vào (1) $\Rightarrow x = -1$ </p>	0,25
		<p> +) $3y - 2 = -1 \Rightarrow 3y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$ (Loại) +) $3y - 2 = -5 \Rightarrow 3y = -3 \Rightarrow y = -1$, thay vào (1) $\Rightarrow x = 5$ +) $3y - 2 = -11 \Rightarrow 3y = -9 \Rightarrow y = -3$, thay vào (1) $\Rightarrow x = 2$ +) $3y - 2 = -55 \Rightarrow 3y = -53 \Rightarrow y = \frac{-53}{3}$ (Loại) </p>	
		<p> Vậy ta có 4 cặp số x, y nguyên thỏa mãn là $(x; y) = (28; 1), (-1; 19), (5; -1), (2; -3)$ </p>	0,25
			b
			0,25

		$A = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) < \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} \right)$	0,25
		$A < \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{(n-1)} - \frac{1}{n} \right)$	
		$A < \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{n} \right) < \frac{1}{4} \text{ (ĐPCM)}$	0,25
			2,5
		Vẽ đúng hình	
			0,25
4		Cho nửa mặt phẳng bờ AB chứa hai tia đối OA và OB.	
		Vẽ tia OC tạo với tia OA một góc bằng a° , vẽ tia OD tạo với tia OCC một góc bằng $(a + 10)^\circ$ và với tia OB một góc bằng $(a + 20)^\circ$. Tính a°	0,25
	a	Do OC, OD nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\widehat{COD} > \widehat{COA} (a+10 > a)$. Nên tia OC nằm giữa hai tia OA và OD	0,25
		$\Rightarrow \widehat{AOC} + \widehat{COD} + \widehat{DOB} = \widehat{AOB}$ $\Rightarrow a^\circ + (a + 10)^\circ + (a + 20)^\circ = 180^\circ$ $\Rightarrow 3.a^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow a^\circ = 50^\circ$	0,25
		Tính góc xOy, biết góc AOx bằng 22° và góc BOy bằng 48° Tia Oy nằm giữa hai tia OA và OB	0,25
	b	Ta có : $\widehat{AOy} = 180^\circ - \widehat{BOy} = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ > \widehat{AOx} = 22^\circ$ Nên tia Ox nằm giữa hai tia OA và Oy	0,25
		$\Rightarrow \widehat{AOx} + \widehat{xOy} = \widehat{AOy} \Rightarrow 22^\circ + \widehat{xOy} = 132^\circ \Rightarrow \widehat{xOy} = 132^\circ - 22^\circ = 110^\circ$	0,25
	c	Gọi OE là tia đối của tia OD, tính số đo góc kề bù với góc xOD khi	

	góc AOC bằng a°	0,25
	Vì tia OC nằm giữa hai tia OA và OD nên $\widehat{AOC} + \widehat{COD} = \widehat{AOD} \Rightarrow \widehat{AOD} = a^\circ + (a+10)^\circ = 2a^\circ + 10^\circ = 2.50^\circ + 10^\circ = 110^\circ$	0,25
	Vì $\widehat{AOx} < \widehat{AOD} (22^\circ < 110^\circ)$ nên tia Ox nằm giữa hai tia OA và OD $\Rightarrow \widehat{AOx} + \widehat{xOD} = \widehat{AOD} \Rightarrow 22^\circ + \widehat{xOD} = 110^\circ \Rightarrow \widehat{xOD} = 110^\circ - 22^\circ = 88^\circ$ Vậy số đo góc kề bù với góc xOD có số đo là : $180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$	0,25
		1,5
5	Chứng minh rằng A chia hết cho 24 Ta có : $A = 10^3 (10^{2009} + 10^{2008} + 10^{2007} + 10^{2006}) + 8 = 8.125(10^{2009} + 10^{2008} + 10^{2007} + 10^{2006}) + 8$	0,25
	$A = 8. [125(10^{2009} + 10^{2008} + 10^{2007} + 10^{2006}) + 1] : 8$ (1) Ta lại có các số : $10^{2012} ; 10^{2011} ; 10^{2010} ; 10^{2009}$ có tổng tổng các chữ số bằng 1, nên các số $10^{2012} ; 10^{2011} ; 10^{2010} ; 10^{2009}$ khi chia cho 3 đều có số dư bằng 1 8 chia cho 3 dư 2.	0,25
	Vậy A chia cho 3 có số dư là dư của phép chia $(1 + 1 + 1 + 1 + 2)$ chia cho 3 Hay dư của phép chia 6 chia cho 3 (có số dư bằng 0) Vậy A chia hết cho 3 Vì 8 và 3 là hai số nguyên tố cùng nhau nên A chia hết cho $8.3 = 24$	0,25
	Chứng minh rằng A không phải là số chính phương. Ta có các số : $10^{2012} ; 10^{2011} ; 10^{2010} ; 10^{2009}$ đều có chữ số tận cùng là 0	0,25
	Nên $A = 10^{2012} + 10^{2011} + 10^{2010} + 10^{2009} + 8$ có chữ số tận cùng là 8	0,25
	Vậy A không phải là số chính phương vì số chính phương là những số có chữ số tận cùng là 1 ; 4 ; 5 ; 6 ; 9	0,25

Chú ý: - Mọi cách giải thích khác nếu đúng ghi điểm tối đa.

-----HẾT-----