

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH OAI
TRƯỜNG THCS THANH VĂN

ĐỀ THI OLYMPIC
MÔN: TOÁN 6

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (4điểm):

a) Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng khi chia số đó cho các số 25 ; 28 ; 35 thì được các số dư lần lượt là 5 ; 8 ; 15.

b) Tìm các số tự nhiên x, y sao cho: $\frac{x}{9} - \frac{3}{y} = \frac{1}{18}$

Bài 2 (5điểm): Cho $S = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \dots + 3^{98} - 3^{99}$.

a) Chứng minh rằng S là bội của -20.

b) Tính S, từ đó suy ra 3^{100} chia cho 4 dư 1.

Bài 3 (2 điểm): Tìm số tự nhiên n để phân số $B = \frac{10n - 3}{4n - 10}$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Bài 4 (4 điểm): Ba máy bơm cùng bơm vào một bể lớn, nếu dùng cả máy 1 và máy 2 thì sau 1 giờ 20 phút sẽ đầy bể, dùng cả máy 2 và máy 3 thì sau 1 giờ 30 phút sẽ đầy bể, còn nếu dùng máy 1 và máy 3 thì sau 2 giờ 24 phút bể sẽ đầy. Hỏi nếu mỗi máy bơm được dùng 1 mình thì sau bao lâu bể sẽ đầy?

Bài 5 (5 điểm): Cho góc AOB và góc BOC là hai góc kề bù. Biết góc BOC bằng năm lần góc AOB.

a) Tính số đo mỗi góc.

b) Gọi OD là tia phân giác của góc BOC. Tính số đo góc AOD.

c) Trên cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AC chứa tia OB, OD, vẽ thêm n tia phân biệt (không trùng với các tia OA; OB; OC; OD đã cho) thì có tất cả bao nhiêu góc?

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI OLYMPIC
MÔN TOÁN 6.**

Câu 1

a) Gọi số tự nhiên phải tìm là x .

- Từ giả thiết suy ra $(x + 20) : 25$ và $(x + 20) : 28$ và $(x + 20) : 35 \Rightarrow x + 20$ là bội chung của 25; 28 và 35. (0,5 đ)

- Tìm được BCNN $(25; 28; 35) = 700$ suy ra $(x + 20) = k \cdot 700$ ($k \in \mathbb{N}$). (0,5 đ)

- Vì x là số tự nhiên có ba chữ số suy ra $x \leq 999 \Rightarrow x + 20 \leq 1019 \Rightarrow k = 1$ (0,5 đ)
 $\Rightarrow x + 20 = 700 \Rightarrow x = 680$. (0,5 đ)

b) Từ $\frac{x}{9} - \frac{3}{y} = \frac{1}{18}$ ta có: $\frac{3}{y} = \frac{x}{9} - \frac{1}{18} = \frac{2x-1}{18}$ ($x, y \in \mathbb{N}$)

(0,5 điểm)

Suy ra: $y(2x-1) = 54$ do đó $y \in U(54) = \{1; 2; 3; 6; 9; 18; 27; 54\}$, vì 54 là số chẵn mà $2x-1$ là số lẻ nên y là ước chẵn của 54. Vậy $y \in \{2; 6; 18; 54\}$

(0,5 điểm)

Ta có bảng sau:

y	2	6	18	54
2x-1	27	9	3	1
x	14	5	2	1

(0,5 điểm)

Vậy $(x;y) \in \{(14;2);(5;6);(2;18);(1;54)\}$

(0,5 điểm)

Bài 2 (5 điểm) :

a) Tổng S có 100 số hạng chia thành 25 nhóm , mỗi nhóm có 4 số hạng :

$$S = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \dots + 3^{98} - 3^{99}$$

$$= (1 - 3 + 3^2 - 3^3) + (3^4 - 3^5 + 3^6 - 3^7) + \dots + (3^{96} - 3^{97} + 3^{98} - 3^{99}) \quad (1 \text{ điểm})$$

$$= (-20) + 3^4(-20) + \dots + 3^{96}(-20) : -20 \quad (1 \text{ điểm})$$

Vậy S : -20

b) $S = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \dots + 3^{98} - 3^{99}$

$$3S = 3 - 3^2 + 3^3 - 3^4 + \dots + 3^{99} - 3^{100} \quad (1 \text{ điểm})$$

Cộng từng vế của 2 đẳng thức ta được :

$$3S + S = (3+1)S = 4S = \frac{1-3^{100}}{4} \quad (1 \text{ điểm})$$

S là một số nguyên nên $1 - 3^{100} : 4$ hay $3^{100} - 1 : 4 \Rightarrow 3^{100}$ chia cho 4 dư 1 (1 điểm)

Bài 3 (2 điểm):

$$a) \quad B = \frac{10n-3}{4n-10} = \frac{5(2n-5)+22}{2(2n-5)} = \frac{5}{2} + \frac{22}{2(2n-5)} = \frac{5}{2} + \frac{11}{2n-5} \quad (1 \text{ điểm})$$

B đạt giá trị lớn nhất khi $\frac{11}{2n-5}$ đạt giá trị lớn nhất. Vì $11 > 0$ và không đổi nên $\frac{11}{2n-5}$ đạt giá trị lớn nhất khi: $2n - 5 > 0$ và đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow 2n - 5 = 1 \Leftrightarrow n = 3$

(0,5điểm)

Vậy: B đạt giá trị lớn nhất là $\frac{5}{2} + 11 = 13,5$ khi $n = 3$ (0,5điểm)

Bài 4(4 điểm)

Máy một và máy hai bơm 1 giờ 20 phút hay $\frac{4}{3}$ giờ đầy bể nên một giờ máy một và hai bơm được $\frac{3}{4}$ bể. (0,5đ)

Máy hai và máy ba bơm 1 giờ 30 phút hay $\frac{3}{2}$ giờ đầy bể nên một giờ máy hai và ba bơm được $\frac{2}{3}$ bể. (0,5đ)

Máy một và máy ba bơm 2 giờ 24 phút hay $\frac{12}{5}$ giờ đầy bể nên một giờ máy một và ba bơm được $\frac{5}{12}$ bể. (0,5)

\Rightarrow Một giờ cả ba máy bơm $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{5}{12}\right) : 2 = \frac{11}{12}$ bể. (0,5đ)

Một giờ: máy ba bơm được $\frac{11}{12} - \frac{3}{4} = \frac{1}{6}$ bể \Rightarrow Máy ba bơm một mình 6 giờ đầy bể (0,5đ)

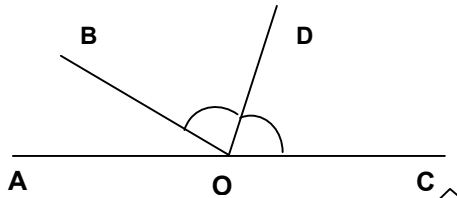
máy một bơm được $\frac{11}{12} - \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$ bể \Rightarrow Máy một bơm một mình 4 giờ đầy bể (0,5đ)

máy hai bơm được $\frac{11}{12} - \frac{5}{12} = \frac{1}{2}$ bể \Rightarrow Máy hai bơm một mình 2 giờ đầy bể (0,5đ)

Kết luận (0,5đ)

Bài 5 (5 điểm)

Vẽ hình đúng



(0,5điểm)

a) Vì góc \widehat{AOB} và góc \widehat{BOC} là hai góc kề bù nên: $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 180^\circ$
(0,5điểm)

mà $\widehat{BOC} = 5 \cdot \widehat{AOB}$ nên: $6 \widehat{AOB} = 180^\circ$

(0,5điểm)

Do đó: $\widehat{AOB} = 180^\circ : 6 = 30^\circ$; $\widehat{BOC} = 5 \cdot 30^\circ = 150^\circ$

(1điểm)

b) Vì OD là tia phân giác của góc

\widehat{BOC} nên $\widehat{BOD} = \widehat{DOC} = \frac{1}{2} \widehat{BOC} = 75^\circ$.

(0,5điểm) Vì góc AOD và góc DOC là

hai góc kề bù nên: $\widehat{AOD} + \widehat{DOC} = 180^\circ$ (0,5điểm)

Do đó $\widehat{AOD} = 180^\circ - \widehat{DOC} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

(0,5điểm)

c) Tất cả có $n+4$ tia phân biệt. Cứ 1 tia trong $n+4$ tia đó tạo với $n+4 - 1 = n+3$ tia còn lại thành $n+3$ góc. Có $n+4$ tia nên tạo thành $(n+4)(n+3)$ góc,

nhưng như thế mỗi góc được tính hai lần. Vậy có tất cả $\frac{(n+4)(n+3)}{2}$ góc

(1 điểm)

***Chú ý :** Học sinh có thể giải cách khác, nếu chính xác thì hưởng trọn số điểm câu đó.