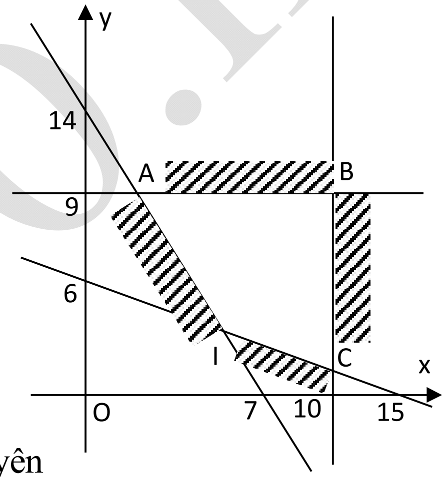
khó khăn lắm ta có thể đưa vào giảng dạy thay thế hoặc lồng ghép trong bài dạy (như các Bài 5, 7, 8, 9, 10, 12). Một số bài còn lại việc vận dụng Bất đẳng thức Côsi cần phải biến đổi, dùng đến kỹ thuật có thể dùng làm bài tập hoặc dành cho học sinh khá giỏi (như các Bài 6, 11, 13, 14, 15). Các bài toán này có thể dùng khi dạy bài ***Bất đẳng thức*** *trong Mục* ***Bất đẳng thức Côsi*** *Chương trình* ***Đại số 10*** *THPT.*

16. Trước hết ta hãy đặt Bài toán thành hệ bất phương trình.

Gọi x, y (x, y $\in$ N) lần lượt là số xe loại MITSUBISHI, loại FORD cần thuê. Từ bài toán ta được hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \le x \le 10 \\ 0 \le y \le 9 \\ 20x + 10y \ge 140 \\ 0{,}6x + 1{,}5y \ge 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 10 \\ 0 \le y \le 9 \\ 2x + y \ge 14 \\ 2x + 5y \ge 30 \end{cases} \quad (*)$$



Tổng chi phí T(x,y) = 4x + 3y (triệu đồng).

Thực chất của Bài toán này là tìm x, y nguyên không âm thoả mãn hệ (*) sao cho T(x, y) nhỏ nhất.

Bước tiếp theo ta tìm miền nghiệm của hệ bất phương trình

Miền nghiệm là miền tứ giác lồi IABC. Ta cần xác định toạ độ (x, y) của một điểm thuộc miền tứ giác IABC (kể cả biên) sao cho T(x, y) = 4x + 3y đạt cực tiểu. Xét họ đường thẳng cho bởi phương trình: 4x + 3y = T ($T \in R$) hay $y = -\frac{4}{3}x + \frac{T}{3}$, ta thấy đường thẳng này song song với đường thẳng $y = -\frac{4}{3}x$ $(T \neq 0)$. Khi T tăng, đường thẳng này tịnh tiến song song lên phía trên. Khi T giảm, đường thẳng này tịnh tiến song song xuống phía dưới. Giá trị nhỏ nhất của T đạt được tại đỉnh I của tứ giác IABC là giao điểm của hai đường thẳng 2x + 5y = 30 và 2x + y = 14. Toạ độ của I là ($x_I = 5$; $y_I = 4$). Như vậy thuê 5 xe hiệu MITSUBISHI và 4 xe hiệu FORD thì chi phí vận tải là thấp nhất.

17. Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại I, loại II với x, y ≥ 0. Bài toán đưa đến tìm x, y thoả mãn hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 100 \\ 2x + y \leq 80 \end{cases} \quad \text{sao cho } 4x + 3y \text{ đạt giá trị lớn nhất}$$

Giải tương tự như Bài 16, ta có x = 20, y = 40 thì có mức lời cao nhất.

18. Gọi x, y lần lượt là số cái bánh Đậu xanh, bánh Dẻo ($x, y \in N$).

Bài toán trở thành tìm x, y ≥ 0 thoả mãn hệ $\begin{cases} 6x + 7y \leq 30000 \\ 2x + y \leq 5000 \end{cases}$

sao cho L = 2x + 1,8y lớn nhất.

Giải tương tự Bài 16, ta có $\begin{cases} x = 625 \\ y = 3750 \end{cases}$

19. Gọi x, y lần lượt là số tấm bìa cắt theo cách thứ nhất, thứ hai.

Bài toán đưa đến tìm x, y ≥ 0 thoả mãn hệ $\begin{cases} 3x + 2y \geq 900 \\ x + 3y \geq 1000 \\ 6x + y = 900 \end{cases}$

sao cho L = x + y nhỏ nhất

Đáp số: x = 100, y = 300

** Các bài toán thực tiễn ứng dụng kiến thức về **Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn** (như các Bài 16, 17, 18, 19), việc giải chúng không thực sự khó khăn lắm, vì vậy, trong các bài trên ta có thể chọn hai bài đưa vào giảng dạy (chẳng hạn, Bài 16 và Bài 17) còn các bài khác (như Bài 18, 19) có thể làm các bài tập cho học sinh khi dạy bài **Hệ bất phương trình bậc nhất** trong Chương trình **Đại số 10** THPT.*

20. Gọi x (tấn) là số cá dự định đánh bắt mỗi ngày theo kế hoạch. Thời gian đánh bắt theo kế hoạch là $\frac{1800}{x}$ ngày. Số cá đánh bắt được trong 3 ngày bị bão là 3(x - 20) tấn. Số cá còn phải đánh bắt trong $\left(\frac{1800}{x} - 3\right)$ ngày còn lại là: 1800 - 3(x - 20) = 1860 - 3x tấn. Số cá đánh bắt được mỗi ngày sau khi bão là: x + 20 tấn. Số ngày đánh bắt cá sau khi bão là $\frac{1860-3x}{x+20}$ ngày.

Theo bài ra ta có phương trình: $\left(\frac{1800}{x} - 3\right) - \frac{1860-3x}{x+20} = 2 \Leftrightarrow \frac{1800}{x} - \frac{1860-3x}{x+20} = 5 \Leftrightarrow 2x^2 + 160x - 36000 = 0$. Giải phương trình ta được x = 100 thoả mãn yêu cầu bài toán.

Vậy kế hoạch đánh bắt là 18 ngày, mỗi ngày đoàn tàu phải đánh bắt 100 tấn cá.

21. Gọi v, v_0 (km/h) là vận tốc du thuyền khi nước đứng yên, vận tốc dòng nước (cũng là vận tốc trôi của bè gỗ). Theo bài ra ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \dfrac{20}{v+v_0} + \dfrac{20}{v-v_0} = 7 \quad (1) \\ \dfrac{20}{v+v_0} + \dfrac{8}{v-v_0} = \dfrac{12}{v_0} \quad (2) \end{cases}$$

Đặt $k = \dfrac{v}{v_0}$ $(k \neq 0)$ suy ra $v = kv_0$ thay vào (2) ta được phương trình: $3k^2 - 7k = 0$

suy ra $k = 7/3$, thay $v = \dfrac{7}{3}v_0$ vào phương trình (2) ta được kết quả là $v = 7$km/h, $v_0 = 3$km/h.

Đáp số: Vận tốc thuyền khi đi xuôi dòng là 10km/h; vận tốc dòng nước là 3km/h.

22. Gọi x (Đồng) là số tiền mà mỗi người dự định đóng góp cho chuyến Du lịch Sinh thái. Suy ra x + 30000 (Đồng) là số tiền mà mỗi người đi đóng góp. Gọi y (người) là số người dự định đi lúc đầu, suy ra y - 2 (người) là số người tham gia chuyến du lịch đó. Điều kiện $y \in N$, $y > 2$. Chi phí dự kiến của chuyến du lịch cũng chính là chi phí ghi trong bản hợp đồng là xy (Đồng) chi phí thực tế do các người tham gia đóng góp là: $(x + 30000)(y - 2)$. Ta có phương trình $xy = (x + 30000)(y - 2)$ (1), với điều kiện $700 \leq xy \leq 750000$ (2).

Từ (1) suy ra $xy = xy - 2x + 30000y - 60000 \Leftrightarrow x = 15000y - 30000$ (3)

Thay (3) vào (2) suy ra $700 \leq y(15000y - 30000) \leq 750000$

Ta được hệ $\begin{cases} 15000y^2 - 30000y - 700000 \geq 0 \\ 15000y^2 - 30000y - 750000 \leq 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y^2 - 6y - 140 \geq 0 \\ 3y^2 - 6y - 150 \leq 0 \\ y > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \dfrac{3+\sqrt{429}}{3} \le y \le \dfrac{3+\sqrt{459}}{3}$. Do $y \in N$ suy ra y = 8 từ đó ta suy ra x =15000.8 -30000 = 90000.

Đáp số: Số người lúc đầu dự định đi Du lịch là 8 người

Mỗi người dự kiến đóng góp 90000 đồng

Chi phí chuyến đi Du lịch Sinh thái là 720000 đồng

23. Gọi x (giờ), y (giờ) lần lượt là thời gian người thứ nhất, người thứ hai làm một mình xong công việc. Đổi 3 giờ 36 phút ra $\dfrac{18}{5}$ giờ. Số công việc người thứ nhất làm trong 1 giờ là $\dfrac{1}{x}$. Số công việc người thứ hai làm trong 1 giờ là $\dfrac{1}{y}$. Khi đó ta có hệ: $\begin{cases} \dfrac{y}{3x} + \dfrac{x}{3y} = \dfrac{13}{18} \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{5}{18} \end{cases}$

Giải hệ đối xứng loại I này ta được hai nghiệm $\begin{cases} x = 6 \\ y = 9 \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 9 \\ y = 6 \end{cases}$

Do đó thời gian mỗi người làm riêng xong công việc là

Người thứ nhất 9 giờ, người thứ hai 6 giờ; hoặc:

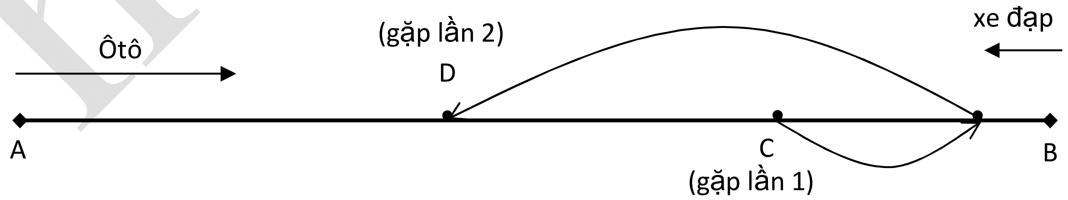
Người thứ nhất 6 giờ, người thứ hai 9 giờ

24. Gọi x (km/phút) là vận tốc của ôtô, y (km/phút) là vận tốc của xe đạp. Theo bài ra ta nhận thấy rằng chuyển động của ôtô từ A đến chỗ gặp lần thứ nhất trong cả hai trường hợp đều mất một số thời gian như nhau và chuyển động của ôtô từ chỗ gặp lần thứ nhất đến B trong cả hai trường hợp cũng đều mất một thời gian như nhau. Ta hãy tính thời gian trong mỗi trường hợp.

Sau khi gặp xe đạp lần thứ nhất, ôtô chạy thêm 3 phút theo chiều đến B. Trên đường ngược lại tới chỗ gặp lần thứ nhất cần 3 phút. Trong thời gian này xe đạp đã đi được 6y km tính từ chỗ gặp nhau lần thứ nhất. Ôtô để gặp xe đạp lần thứ hai với vận tốc chênh lệch (x - y) km/phút và cần thời gian $\frac{6y}{x-y}$ phút. Trên đường ngược lại từ chỗ gặp lần thứ hai tới chỗ gặp nhau lần thứ nhất cũng bị mất $\frac{6y}{x-y}$ phút, nghĩa là mất $3+3+2\frac{6y}{x-y}=6+\frac{12y}{x-y}$ phút. Lý luận tương tự ta được: 1+1+ $\frac{2.\frac{15}{7}y}{x-\frac{15}{7}y}+\frac{2.\frac{15}{7}y}{x-\frac{15}{7}y}=2+\frac{60y}{7x-15y}$ phút. Hai thời gian này bằng nhau vì vậy ta được phương trình: $6+\frac{12y}{x-y}=2+\frac{60y}{7x-15y}$.

Bái toán dẫn đến phương trình thuần nhất bậc hai: $7x^2 - 16xy - 15y^2 = 0$

Đặt $t=\frac{x}{y}$(tỉ số vận tốc ôtô và xe đạp). Giải phương trình trên ta được t = 3 thoả mãn.



** Các Bài 20, 21, 22, 23, 24 đây là các bài tập điển hình vận dụng kiến thức về Phương trình, Bất phương trình, Hệ phương trình, Hệ bất phương trình bậc hai và đặc biệt vận dụng phương pháp giải toán Hệ đối xứng loại I, Phương trình thuần nhất bậc hai. Vì vậy Bài 22 có thể dùng khi dạy bài* ***Sơ lược về hệ bất phương trình bậc hai****, các Bài 21, 23 có thể dùng khi dạy bài* ***Hệ phương trình bậc hai****, các Bài 20, 24 có thể dùng khi dạy bài* ***Phương trình bậc hai*** *trong Chương trình* ***Đại số 10*** *THPT.*

25. Từ ngày 1 tháng 1 đến ngày 1 tháng 5 số ngày có ít nhất là: 31 + 28 + 31 + 30 = 120 (ngày). Số tiền bỏ ống của An mỗi ngày tăng theo *cấp số cộng* với công sai bằng 100 đồng. Do đó tổng số tiền có được của An đến

ngày 1 tháng 5 là: $\frac{120}{2}(2.100+(120-1)100)=\frac{120.121.100}{2}=726000$ đồng.

Vậy An có đủ tiền mua quà sinh nhật cho mình.

26. Nếu người làm vườn có x quả Xoài thì người khách hàng thứ nhất đã mua: $\frac{x}{2}+\frac{1}{2}=\frac{x+1}{2}$ quả; người thứ 2 mua: $\frac{1}{2}(x-\frac{x+1}{2})+\frac{1}{2}=\frac{x+1}{2^2}$ quả; người khách hàng thứ 3 mua: $\frac{1}{2}(x-\frac{x+1}{2}-\frac{x+1}{2^2})+\frac{1}{2}=\frac{x+1}{2^3}$ quả; ... và người khách hàng thứ 7 mua: $\frac{x+1}{2^7}$ quả. Ta có phương trình:

$$\frac{x+1}{2}+\frac{x+1}{2^2}+...+\frac{x+1}{2^7}=x \Leftrightarrow (x+1)(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+...+\frac{1}{2^7})=x \quad (1)$$

Tính tổng các số hạng của cấp số nhân trong ngoặc ta được:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^7}=\frac{1}{2}\frac{1-\frac{1}{2^7}}{\frac{1}{2}}=\frac{127}{128}$$

Do đó phương trình (1) $\Leftrightarrow\ (x+1)\frac{127}{128}=x\Leftrightarrow\ x=127$

Vậy bác nông dân đã thu hoạch được 127 quả Xoài đầu mùa.

* *Hai bài toán điển hình trong việc vận dụng cấp số để giải các bài toán trong thực tiễn phù hợp trong dạy học các bài **Cấp số cộng, Cấp số nhân** trong Chương trình **Đại số và Giải tích 11** THPT.*

27. a) Gọi x là tỷ lệ phải tìm, ta có phương trình: $x=\left(\frac{2500}{2200}\right)^{12}=\left(\frac{25}{22}\right)^{12}$, suy ra $\lg x=12(\lg 25-\lg 12)$. Áp dụng Bảng số hoặc tính các lôgarit bằng máy tính ta có $x\approx 4{,}6$. Một bóng đèn có hơi sáng gấp 4 lần một bóng đèn chân không.

Suy ra rằng, một bóng đèn chân không có độ sáng là 50 nến thì cũng bóng ấy chứa đầy hơi có độ sáng là 50x4,6 = 230 nến.

b) Gọi y là phần trăm phải tăng nhiệt độ tuyệt đối. Ta có phương trình

$\left(1+\frac{y}{100}\right)^{12}=2\Leftrightarrow\ \lg(1+\frac{y}{100})=\frac{\lg 2}{12}$, dùng Bảng số hoặc máy tính ta tính được $y\approx 6\%$

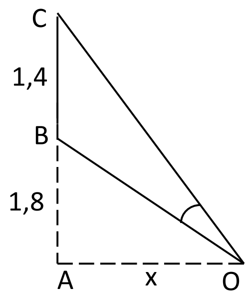
c) Dùng lôgarit cơ số 10 thì từ $x=(1{,}01)^{12}$, suy ra lgx = 12lg(1,01), ta tính được $x\approx 1{,}13$ nghĩa là độ sáng sẽ tăng là 13%.

Tương tự với sự tăng nhiệt dây tóc là 2%, ta tính được mức tăng độ chiếu sáng là 27%, và tăng nhiệt độ lên 3% thì mức tăng độ chiếu sáng là 43%.

Chính vì vậy mà trong kỷ nghệ làm bóng đèn điện người ta nghiên cứu làm tăng nhiệt độ dây tóc.

** Bài toán này thể hiện một vai trò quan trọng của việc ứng dụng Lôgarit để tính toán trong thực tế, nhất là khi tính toán với số mũ lớn, có căn thức bậc lớn. Bài này có thể dùng khi dạy học bài **Hàm số lôgarit** trong Chương trình **Đại số và Giải tích 11** THPT.*

28. Với bài toán này ta cần xác định OA để góc $\widehat{BOC}$ lớn nhất. Điều này xảy ra khi và chỉ khi tg$\widehat{BOC}$ lớn nhất. Đặt OA = x (m) với x > 0, ta có $\text{tg}\widehat{BOC} = \text{tg}(\widehat{AOC} - \widehat{AOB}) = \dfrac{\text{tg}\widehat{AOC} - \text{tg}\widehat{AOB}}{1 + \text{tg}\widehat{AOC}.\text{tg}\widehat{AOB}} =$



$$= \frac{\dfrac{AC}{OA} - \dfrac{AB}{OA}}{1 + \dfrac{AC.AB}{OA^2}} = \frac{\dfrac{1,4}{x}}{1 + \dfrac{3,2.1,8}{x^2}} = \frac{1,4x}{x^2 + 5,76}$$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{1,4x}{x^2 + 5,76}$

Bài toán trở thành tìm x > 0 để f(x) đạt giá trị lớn nhất. Ta có $f'(x) = \dfrac{-1,4x^2 + 1,4.5,76}{(x^2 + 5,76)^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2,4$

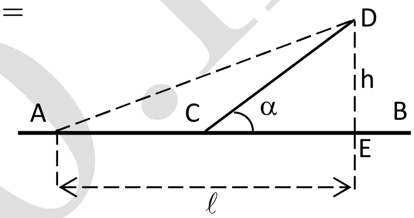
Ta có bảng biến thiên

x	0		2,4		$+\infty$
f'(x)		+	0	−	
f(x)	0	↗	$\dfrac{84}{193}$	↘	0

Vậy vị trí đứng cho góc nhìn lớn nhất là cách màn ảnh 2,4m.

29. Gọi t là thời gian vận chuyển hàng hóa từ cảng A đến cảng D.

Thời gian t là: $t = \dfrac{AC}{v_1} + \dfrac{CD}{v_2} = \dfrac{AE - CE}{v_1} + \dfrac{CD}{v_2} =$

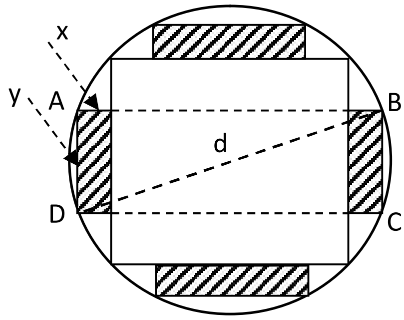


$$= \dfrac{\ell - \dfrac{h}{tg\alpha}}{v_1} + \dfrac{\dfrac{h}{\sin\alpha}}{v_2} = \dfrac{\ell - h.\cot g\alpha}{v_1} - \dfrac{h}{v_2 \sin\alpha}$$

Xét hàm số $t(\alpha) = \dfrac{\ell - h.\cot g\alpha}{v_1} - \dfrac{h}{v_2 \sin\alpha}$. Ứng dụng Đạo hàm ta được $t(\alpha)$ nhỏ nhất khi $\cos\alpha = \dfrac{v_2}{v_1}$. Vậy để t nhỏ nhất ta chọn C sao cho $\cos\alpha = \dfrac{v_2}{v_1}$.

30. Gọi x, y là chiều rộng, chiều dài miếng phụ như Hình vẽ. Gọi d là đường kính của khúc gỗ, khi đó ta có tiết diện ngang của thanh xà có cạnh là $\dfrac{d}{\sqrt{2}}$ và $0 < x < \dfrac{d(2-\sqrt{2})}{4}$, $0 < y < \dfrac{d}{\sqrt{2}}$.

Theo bài ra ta được hình chữ nhật ABCD như Hình vẽ bên. Áp dụng Định lý Pitago ta có

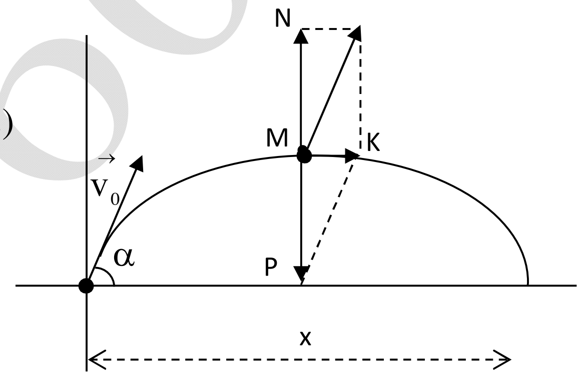


$$\left(2x+\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2+y^2=d^2 \Leftrightarrow y=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{d^2-8x^2-4\sqrt{2}\,x}\,.$$

Suy ra $S=S(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}x\sqrt{d^2-4\sqrt{2}dx-8x^2}$ với $0<x<\frac{d(2-\sqrt{2})}{4}$. S là diện tích một miếng phụ. Ứng dụng Đạo hàm ta có S lớn nhất khi và chỉ khi $x=\frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{16}$.

31. a) Véc tơ $\vec{v}_0$ được phân tích thành tổng của hai véc tơ theo hai phương vuông góc với nhau (phương ngang và phương thẳng đứng) như Hình vẽ. Vật cao nhất khi $\vec{MN}=-\vec{MP}$, trong đó $\left|\vec{MP}\right|=gt$ (1), $MN^2=v_0^2-MK^2$

suy ra $MN^2=v_0^2-v_0^2\cos^2\alpha$ (2).



Từ (1) và (2) $\Rightarrow g^2t^2=v_0^2(1-\cos^2\alpha)$

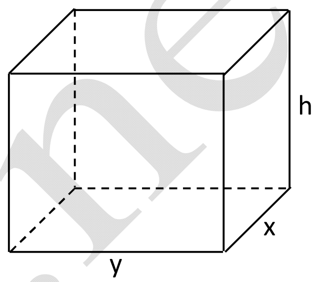
$\Leftrightarrow t=\frac{v_0\sin\alpha}{g}$. Vậy h lớn nhất khi

và chỉ khi $t=\frac{v_0\sin\alpha}{g}$ và khi đó

$$\max h=v_0\sin\alpha\frac{v_0\sin\alpha}{g}=\frac{v_0^2.\sin^2\alpha}{g}.$$

b) Vì quỹ đạo của vật ném xiên là Parabol nên tầm ném của vật được tính $x = MK.2t = v_0\cos\alpha\, 2\dfrac{v_0\sin\alpha}{g} = \dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$. Ứng dụng Đạo hàm đối với hàm $f(\alpha) = \dfrac{v_0^2.\sin 2\alpha}{g}$, cho ta tầm ném cực đại khi $\alpha = 45^0$.

32. Gọi x, y (x, y > 0) lần lượt là chiều rộng, chiều dài của đáy hố ga.



Gọi h là chiều cao của hố ga (h > 0). Ta có $k = \dfrac{h}{x}$

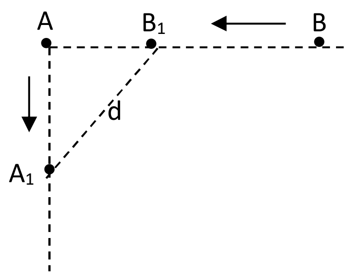
suy ra $h = kx$ (1), $V = hxy \Rightarrow y = \dfrac{V}{hx} = \dfrac{V}{kx^2}$ (2).

Diện tích toàn phần của hố ga là:

$S = 2xh + 2yh + xy = 2xh + 2h\dfrac{V}{kx^2} + 2x\dfrac{V}{kx^2}$ kết hợp (1) và (2) ta suy ra $S = 2kx^2 + 2\dfrac{(k+1)V}{kx}$. Áp dụng Đạo hàm ta có S nhỏ nhất khi $x = \sqrt[3]{\dfrac{k+1}{2k^2}V}$, khi đó $y = \sqrt[3]{\dfrac{4kV}{(k+1)^2}}$, $h = \sqrt[3]{\dfrac{k(k+1)V}{2}}$.

33. Tại thời điểm t sau khi xuất phát, khoảng cách giữa hai tàu là d.

Ta có $d^2 = AB_1^2 + AA_1^2 = (5 - BB_1)^2 + AA_1^2 = (5 - 7.t)^2 + (6t)^2$



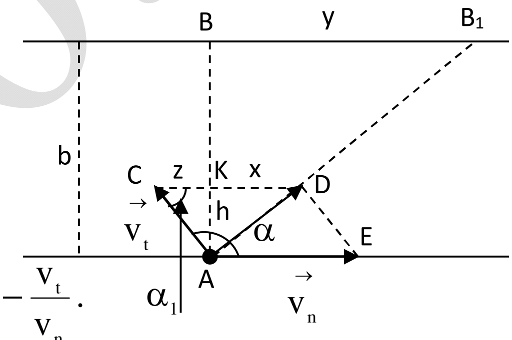
Suy ra $d = d(t) = \sqrt{85t^2 - 70t + 25}$.

Áp dụng Đạo hàm ta được d nhỏ nhất khi $t = \dfrac{7}{17}$ (giờ), khi đó ta có $d \approx 3{,}25$ Hải lý.

34. Giả sử hướng của thuyền, hướng của dòng nước chảy theo véctơ vận tốc là $\vec{v_t}$, $\vec{v_n}$ như Hình vẽ. Gọi góc giữa hai véctơ vận tốc của thuyền và của dòng nước là α, y là độ dời của thuyền do dòng nước chảy, b là khoảng cách giữa hai bờ sông, các ký hiệu x, h, z, α_1, A, B, C, D, E, B_1, K như Hình vẽ.

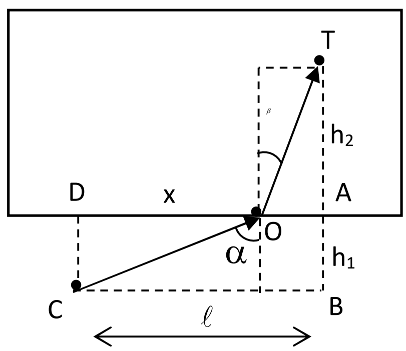
Ta có $h.v_n = v_t.v_n.\sin\alpha$ (vì cùng bằng diện tích của hình bình hành ACDE) Suy ra $h = v_t.\sin\alpha$. Do $\alpha_1 + \alpha = 180^0$ (tổng của hai góc trong cùng phía), suy ra $z = -v_t\cos\alpha \Rightarrow x = v_n - (-v_t\cos\alpha) \Rightarrow x = v_n + v_t\cos\alpha$ (x = CD - z). Mặt khác ta có $\frac{x}{y} = \frac{h}{b}$ (Do KD // BB_1)

suy ra $y = \frac{bx}{h} = \frac{b(v_n + v_t\cos\alpha)}{v_t\sin\alpha}$



Xét hàm số $y(\alpha) = b(\cot g\alpha + \frac{v_n}{v_t\sin\alpha})$

Ứng dụng Đạo hàm ta có y nhỏ nhất khi $\cos\alpha = -\frac{v_t}{v_n}$.

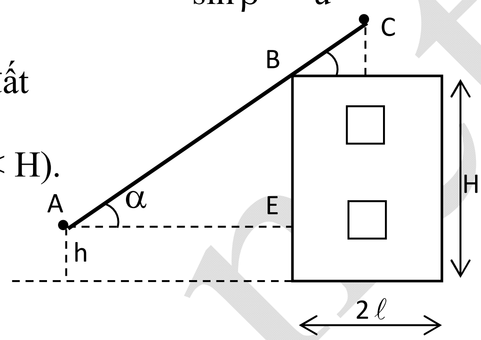


35. Giả sử người cứu hộ ở vị trí C, cần cứu một người ở vị trí T. Anh ta chọn điểm O là điểm anh ta xuống hồ. Với các ký hiệu như Hình vẽ bên ta có thời gian t người cứu hộ đi là: $t = \dfrac{CO}{v} + \dfrac{OT}{u} = \dfrac{\sqrt{x^2 + h_1^2}}{v} + \dfrac{\sqrt{(\ell - x)^2 + h_2^2}}{u}$

với $0 \le x \le \ell$. Ứng dụng Đạo hàm ta có t nhỏ nhất khi $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{v}{u}$.

36. Gọi h là khoảng cách tính từ mặt đất đến đầu dưới của cánh tay Cần cẩu $(0 < h < H)$.

Các ký hiệu α, A, B, C, E như Hình vẽ.



Khi đó cánh tay cần cẩu AC là: $AC = L(\alpha) = \dfrac{H-h}{\sin\alpha} + \dfrac{\ell}{\cos\alpha}$ với $0 < \alpha < 90^o$.

Ta có $L'(\alpha) = (H\text{-}h)\dfrac{-\cos\alpha}{\sin^2\alpha} + \ell\dfrac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha}$.

$L'(\alpha) = 0 \Leftrightarrow (H - h)\cos^3\alpha = \ell\sin^3\alpha \Leftrightarrow tg^3\alpha = \dfrac{H-h}{\ell} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow tg\alpha = \sqrt[3]{\dfrac{H-h}{\ell}}$, khi đó $\cos\alpha = \sqrt{\dfrac{1}{\sqrt[3]{\left(\dfrac{H-h}{\ell}\right)^2} + 1}}$, $\sin\alpha = \sqrt{\dfrac{1}{\sqrt[3]{\left(\dfrac{\ell}{H-h}\right)^2} + 1}}$,

Dễ thấy với α này thì AC_{min} và $AC_{min} = (H - h)\sqrt{\sqrt[3]{\left(\dfrac{\ell}{H-h}\right)^2} + 1}$ +

$+ \ell.\sqrt{\sqrt[3]{\left(\dfrac{H-h}{\ell}\right)^2} + 1}$, vậy độ dài cánh tay nâng ít nhất phải là

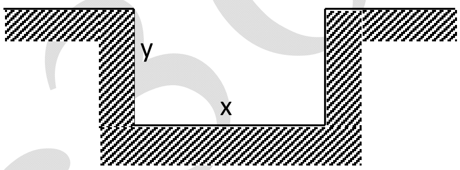
$$AC_{\min} = (H - h)\sqrt{\sqrt[3]{\left(\frac{\ell}{H-h}\right)^2}+1} + \ell.\sqrt{\sqrt[3]{\left(\frac{H-h}{\ell}\right)^2}+1}$$

37. Gọi x, y lần lượt là chiều rộng, chiều cao của mương. Theo bài ra ta có: $S = xy$; $\ell = 2y + x = \frac{2S}{x} + x$. Xét hàm số $\ell(x) = \frac{2S}{x} + x$.

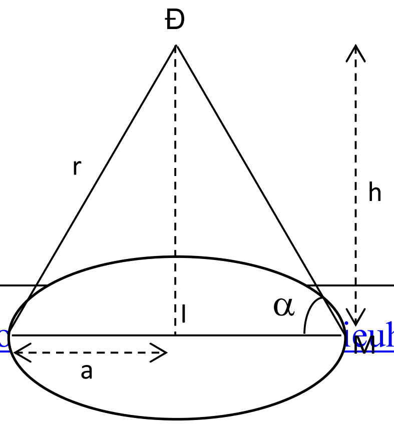
Ta có $\ell'(x) = \frac{-2S}{x^2} + 1 = \frac{x^2 - 2S}{x^2}$.

$\ell'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2S = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2S}$, khi đó $y = \frac{S}{x} = \sqrt{\frac{S}{2}}$.

Dễ thấy với x, y như trên thì mương có dạng thuỷ động học, vậy các kích thước của mương là $x = \sqrt{2S}$, $y = \sqrt{\frac{S}{2}}$ thì mương có dạng thuỷ động học.



38. Gọi h là độ cao của đèn so với mặt bàn (h > 0). Các ký hiệu r, M, N, Đ, I như Hình vẽ. Ta có $\sin\alpha = \frac{h}{r}$ và $h^2 = r^2 - a^2$, suy ra cường độ sáng là: $C = C(r) = k\frac{\sqrt{r^2 - a^2}}{r^3}$ $(r > a)$. Ứng dụng Đạo hàm ta có C lớn nhất khi và chỉ khi $r = a.\sqrt{\frac{3}{2}}$, khi đó $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



** Công cụ Đạo hàm dùng khá hiệu quả trong việc giải các bài toán cực trị. Các bài toán cực trị còn có thể giải được bằng phương pháp dùng Bất đẳng thức Côsi, tuy nhiên trong các bài toán trên (các Bài từ bài 28 đến bài 38) việc sử dụng Bất đẳng thức Côsi là gặp nhiều khó khăn, điều này thể hiện rằng, chủ đề Đạo hàm có rất nhiều tiềm năng trong việc khai thác những bài toán có nội dung thực tiễn. Các bài ở mức độ vừa phải (như các Bài 30, 32, 33, 37, 38) có thể đưa vào dạy học trên lớp, các bài có cùng mức độ hoặc nâng cao hơn (như các Bài 28, 29, 35, 36) có thể dùng làm bài tập cho học sinh, các bài khó (như các Bài 31, 34) có thể dùng cho học sinh giỏi khi dạy học các bài **Cực đại và cực tiểu, Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số** trong Chương trình **Giải tích 12** THPT.*

2.4. Một số gợi ý về phương pháp dạy học sử dụng Hệ thống bài tập đã được xây dựng

Hệ thống bài tập được xem là cơ sở quan trọng trong việc lồng ghép những bài toán thực tiễn vào dạy học. Tuỳ vào từng chương, từng bài hay từng mục, từng chi tiết cụ thể mà ta có kế hoạch dạy học, rèn luyện cho học sinh năng lực vận dụng kiến thức Toán học vào thực tiễn một cách phù hợp nhất. Những bài toán trong Hệ thống bài tập có thể chỉ vận dụng vào bài dạy mang tính chất điểm tựa, để bài dạy thêm sinh động, tận dụng được nhiều cơ hội liên hệ thực tế hơn. Trong nhiều trường hợp ta cần sáng tạo thêm một số bài toán khác đơn giản hơn, cụ thể hơn, sát thực đời sống thực tế hơn nhưng không phức tạp trong việc giải chúng. Cụ thể khi sử dụng và giảng dạy Hệ thống bài tập cần chú ý những điểm sau đây:

Thứ nhất: Về việc khai thác Hệ thống bài tập trong giảng dạy

Mặc dù Hệ thống bài tập có nội dung thực tiễn được lựa chọn, cân nhắc một cách thận trọng về nội dung cũng như hình thức và số lượng theo từng chủ đề kiến thức Toán trong Chương trình THPT; nhưng trong quá trình giảng dạy cần chú ý vận dụng linh hoạt vào từng trường hợp cụ thể, chẳng hạn:

+) Đối với những chủ đề chưa có bài tập trong Hệ thống, ta có thể sáng tạo các bài toán có lời văn mang nội dung thực tiễn hoặc các bài toán khác làm ví dụ minh họa cho học sinh:

Ví dụ 1: Ở bài *Các phép toán về tập hợp* trong *Đại số 10* THPT, ta có thể đưa vào ví dụ: Nhà bạn An có hai con mèo và ba con chó. Nhà bạn Bình có một con mèo, hai con chó và một con gà. Gọi A là tập các con vật nhà bạn An, B là tập hợp các con vật nhà bạn Bình. Hãy tìm:

a) $A \cap B = ?$ b) $A \cup B = ?$ c) $B \setminus A = ?$

Trong Ví dụ trên, học sinh thường hay mắc sai lầm rằng, con vật nhà bạn An giống con vật nhà bạn Bình (chẳng hạn, học sinh nghĩ sai rằng: các con mèo nhà bạn An giống các con mèo nhà bạn Bình).

Ví dụ 2: Ở bài *Phương trình bậc hai* trong SGK *Đại số 10* THPT hiện hành, ta có thể đưa vào Ví dụ sau:

Một người đi xe đạp dự định trong buổi sáng đi hết quãng đường 60km. Khi đi được $\frac{1}{2}$ quãng đường, anh ta thấy vận tốc của mình chỉ bằng $\frac{2}{3}$ vận tốc dự định, anh ta bèn đạp nhanh hơn vận tốc dự định 3km/h, đến nơi anh ta vẫn chậm mất 45 phút. Hỏi vận tốc dự định của người đi xe đạp là bao nhiêu?

Lời giải:

Gọi v (km/h) là vận tốc dự định của người đi xe đạp (v > 0). Theo bài ra ta có phương trình $\frac{30}{\frac{2}{3}v} + \frac{30}{v+3} = \frac{60}{v} + \frac{3}{4} \Leftrightarrow 3v^2 - 51v + 180 = 0$ (1).

Giải phương trình (1) ta được hai nghiệm v = 12 (thoả mãn) và v = 5 (loại)

Trong Bài toán trên, mặc dù nghiệm v = 5 thoả mãn điều kiện bài toán (v > 0), nhưng nghiệm này vẫn bị loại vì hai lý do thực tế sau: thứ nhất, vận tốc 5km/h là quá chậm không phù hợp với vận tốc bình thường của xe đạp; thứ hai là, với vận tốc 5km/h, trong buổi sáng không thể đi hết quãng đường 60km như đã dự định.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Trần Văn Hạo, Cam Duy Lễ (2000), *Đại số 10* (Sách chỉnh lí hợp nhất năm2000), Nxb Gd, Hà Nội.

2. Trần Văn Hạo, Cam Duy Lễ, Ngô Thúc Lanh, Ngô Xuân Sơn, Vũ Tuấn 2003), *Đại số và Giải tích 11* (Sách chỉnh lí hợp nhất năm 2000, tái bản lần thứ ba), Nxb Giáo dục, Hà Nội.

3. Phạm Văn Hoàn, Nguyễn Gia Cốc, Trần Thúc Trình (1981), *Giáo dục học môn Toán*, Nxb Giáo dục, Hà Nội.

4. Luận Văn Nguyễn Văn Tân

5. Hồ Thị Bích Hiệp

6. SGK Toán các lớp 10, 11, 12 ban khoa học tự nhiên hiện hành.