C. Chéo nhau.

D. Hoặc song song hoặc trùng nhau.

Câu 6. Giả sử (P), (Q), (R) là ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt a, b, c. Trong đó: $a=(P)\cap(R)$, $b=(Q)\cap(R)$, $c=(P)\cap(Q)$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. a và b cắt nhau hoặc song song với nhau.

B. Ba giao tuyến a, b, c đồng quy hoặc đôi một cắt nhau.

C. Nếu a và b song song với nhau thì a và c không thể cắt nhau, cũng vậy, b và c không thể cắt nhau.

D. Ba giao tuyến a, b, c đồng quy hoặc đôi một song song.

Câu 7. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình bình hành. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) là đường thẳng d:

A. Đi qua S .

B. Đi qua điểm S và song song với AB.

C. Đi qua điểm S và song song với AD.

D. Đi qua điểm S và song song với AC.

Câu 8. Giả sử có ba đường thẳng a, b, c trong đó $b//a$ và $c//a$. Hãy chọn câu đúng:

A. Nếu mặt phẳng (a,b) không trùng với mặt phẳng (a,c) thì b và c chéo nhau.

B. Nếu mặt phẳng (a,b) trùng với mặt phẳng (a,c) thì ba đường thẳng a, b, c song song với nhau từng đôi một.

C. Dù cho hai mặt phẳng (a,b) và (a,c) có trùng nhau hay không, ta vẫn có $b//c$.

D. Cả ba câu trên đều sai.

Câu 9. Cho hai đường thẳng a, b. Hai đường thẳng này sẽ nằm ở một trong các trường hợp:

(1) Hai đường thẳng phân biệt trong không gian.

(2) Hai đường thẳng phân biệt trong mặt phẳng.

(3) a là giao tuyến của (P) và (R), b là giao tuyến của (Q) và (R), trong đó (P), (Q), (R) là ba mặt phẳng khác nhau từng đôi một.

Tương ứng với mỗi trường hợp trên, số các khả năng có thể xảy ra giữa a và b lần lượt là:

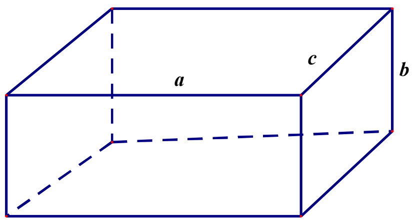
A. 3, 2, 2.

B. 3, 2, 3.

C. 2, 3, 2.

D. 3, 2, 1.

Câu 10. Xét hình bên dưới:



Các cạnh của hình hộp nằm trên các đường thẳng a, b, c như hình vẽ:

(1) Đường thẳng a và đường thẳng b cùng nằm trên một mặt phẳng.

(2) Có một mặt phẳng qua hai đường thẳng a và c.

(3) Có một mặt phẳng qua hai đường thẳng b và c.

Trong ba câu trên:

A. Chỉ có (1) và (2) đúng.

B. Chỉ có (1) và (3) đúng.

C. Chỉ có (2) và (3) đúng.

D. Cả ba câu trên đều đúng.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy lớn là CD. Gọi M là trung điểm của SA, N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. MN và SD cắt nhau.

B. MN và CD chéo nhau.

C. MN và SC cắt nhau. **D.** MN và CD song song với nhau.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,AD,CD,BC. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. MP,NQ chéo nhau. **B.** $MN // PQ$ và $MN = PQ$.

C. $MNPQ$ là hình bình hành. **D.** $MN // BD$ và $MN = \frac{1}{2}BD$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA,SB,SC,SD. Đường thẳng nào sau đây không song song với đường thẳng MN?

A. AB. **B.** CD. **C.** PQ. **D.** SC.

Câu 14. Cho hình chóp $A.BCD$ với đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N,P,Q,R,S lần lượt là trung điểm của các cạnh AC,BD,AB,CD,AD,BC. Các điểm nào sau đây không đồng phẳng?

A. M,P,R,Q. **B.** M,R,S,N. **C.** P,Q,R,S. **D.** M,P,Q,N.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thang với đáy AD và BC $(AD = a > BC = b)$. Gọi I,J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SBC. Mặt phẳng (ADJ) cắt SB,SC lần lượt tại M,N. Mặt phẳng (BCI) cắt SA,SD lần lượt tại P,Q. Gọi E là giao điểm của AM và PB, F là giao điểm của CQ và DN. Trong các mệnh đề dưới đây, có bao nhiêu mệnh đề sai?

1) MN và PQ song song với nhau.

2) MN và EF song song với nhau.

3) $EF = \frac{2}{5}(a+b)$.

4) $EF = \frac{1}{4}(a+b)$

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của AC,BC. K là điểm trên đoạn BD sao cho $KB = 2KD$, F là giao điểm của AD và (IJK). Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (IJK) song song với đường thẳng?

A. AJ. **B.** BI. **C.** IJ. **D.** CI.

Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của BC,BD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (AIJ) và (ACD) là:

A. Đường thẳng d đi qua A và $d // BC$. **B.** Đường thẳng d đi qua A và $d // BD$.

C. Đường thẳng d đi qua A và $d // CD$. **D.** Đường thẳng AB.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$, M là một điểm nằm trong tam giác ABC. Các đường thẳng qua M song song với SA,SB,SC cắt các mặt phẳng $(SBC),(SAC),(SAB)$ lần lượt tại A',B',C'.

a) $\frac{MA'}{SA}+\frac{MB'}{SB}+\frac{MC'}{SC}$ có giá trị không đổi bằng bao nhiêu khi M di động trong tam giác ABC?

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** $\frac{2}{3}$.

b) $\frac{MA'}{SA}.\frac{MB'}{SB}.\frac{MC'}{SC}$ nhận giá trị lớn nhất. Khi đó vị trí của M trong tam giác ABC là:

A. Trực tâm ΔABC. **B.** Trọng tâm ΔABC.

C. Tâm ngoại tiếp ΔABC. **D.** Tâm nội tiếp ΔABC.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Mặt phẳng (α) di động đi qua AB và cắt SC, SD lần lượt tại M, N.

a) Tứ giác $ABMN$ là hình gì?

A. Hình bình hành. **B.** Hình thang.

C. Hình thoi. **D.** Tứ giác lồi có các cặp cạnh đối cắt nhau.

b) Giao điểm của hai đường thẳng AM và BN luôn chạy trên đường thẳng cố định:

A. SO. **B.** Đường thẳng đi qua S.

C. Đường thẳng đi qua S, song song với AB. **D.** Đường thẳng đi qua S, song song với AD.

c) Giao điểm của hai đường thẳng AN và BM luôn chạy trên đường thẳng cố định:

A. SO. **B.** Đường thẳng đi qua S.

C. Đường thẳng đi qua S, song song với AB. **D.** Đường thẳng đi qua S, song song với AD.

d) Tính $\frac{AB}{MN}-\frac{BC}{SK}$?

A. 0. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD và M là điểm nằm bên trong tam giác BCD. Đường thẳng qua M và song song với GA lần lượt cắt các mặt phẳng $(ABC),(ACD),(ADB)$ tại P,Q,R.

a) Khi M di động trong tam giác BCD, đại lượng $\frac{MP+MQ+MR}{GA}$ không đổi và bằng:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

b) Xác định vị trí của M để $MP.MQ.MR$ đạt giá trị lớn nhất?

A. M là trực tâm tam giác BCD. **B.** M là tâm ngoại tiếp tam giác BCD.

C. M là trọng tâm tam giác BCD. **D.** M là tâm ngoại tiếp tam giác BCD.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tâm O. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và $\widehat{SAD}=90°$. Gọi Dx là đường thẳng qua D và song song với SC.

a) Giao điểm I của đường thẳng Dx với mặt phẳng (SAB) chạy trên đường thẳng:

A. Qua S và song song với AB. **B.** Qua S và song song với AD

C. SO. **D.** SD.

b) Diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (AIC) là:

A. $\frac{a^2\sqrt{7}}{8}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{7}}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{7}}{2}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{7}}{16}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tâm O. Mặt bên (SAB) là tam giác đều, $SC = SD = a\sqrt{3}$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của SA, SB. M là điểm trên cạnh AD. Mặt phẳng (HKM) cắt BC tại N.

a) $HKNM$ là hình gì?

A. Tứ giác lồi có các cặp cạnh đối cắt nhau. **B.** Hình thoi.

C. Hình thang cân. **D.** Hình bình hành.

b) Đặt $AM = x$ $(0 \le x \le a)$. Tìm x theo a để diện tích tứ giác $HKNM$ đạt giá trị nhỏ nhất?

A. 0. **B.** a. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a}{4}$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có cạnh đáy AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC. G là trọng tâm của tam giác SAB. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (IJG) là một tứ giác. Tìm điều kiện của AB, CD để thiết diện đó là hình bình hành?

A. $AB = 3CD$. **B.** $AB = 2CD$. **C.** $CD = 2AB$. **D.** $CD = 3AB$.

Câu 24. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, BD. E là một điểm trên cạnh AD (E khác A, D). Tìm điều kiện của tứ diện $ABCD$ và điểm E sao cho thiết diện của hình chóp cắt bởi (IJE) là hình thoi?

A. $AB = CD, \overrightarrow{EA} = -\overrightarrow{ED}$. **B.** $AD = BC, \overrightarrow{EA} = -\overrightarrow{ED}$.

C. $AB = CD, \overrightarrow{EA} = -2\overrightarrow{ED}$. **D.** $AD = BC, \overrightarrow{EA} = -2\overrightarrow{ED}$.

Câu 25. Số đo góc giữa hai đường thẳng bằng 0° thì hai đường thẳng đó:

A. Song song. **B.** Chéo nhau.

C. Trùng nhau. **D.** Song song hoặc trùng nhau.

Câu 26. Bạn Tùng Chi xác định góc giữa hai đường thẳng a, b trong không gian như sau:

Bước 1: Lấy điểm O bất kì. Qua O dựng đường thẳng m song song với a. Trên đường thẳng m lấy điểm A khác O.

Bước 2: Dựng đường thẳng n song song với song song với b. Trên đường thẳng m lấy điểm B khác O.

Bước 3: Góc giữa hai đường thẳng a và b chính là góc $\widehat{AOB}$.

Hỏi bạn Tùng Chi có làm đúng không, nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Bước 1. **B.** Bước 2. **C.** Bước 3. **D.** Bạn làm đúng.

Câu 27. Cho ba đường thẳng a,b,c sao cho $a // b, b \perp c$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng a và c bằng:

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Câu 28. Cho hình chóp $A.BCD$ có các tam giác ABC, ABD đều cạnh a, E là trung điểm của CD. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng AD và BC biết rằng $\widehat{AEB} = 90°$.

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a, \widehat{ASB} = \widehat{SAD} = 90°$. Gọi E,F lần lượt là trung điểm của các đoạn AB,BC. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SE và DF.

A. $\frac{7}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 3a, SA = a\sqrt{3}$. Các tam giác SAB,SAC,SAD vuông tại A. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SC và BD.

A. $\frac{8}{\sqrt{130}}$. **B.** $\frac{4}{\sqrt{130}}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 5, AC = 7, BD = \sqrt{57}, CD = 9$. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng BC và AD?

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = a, \widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60°, \widehat{CAD} = 90°$. Gọi E là trung điểm của đoạn BC. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và ED.

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Đáp án D.

• Đáp án A sai. Giả sử c cắt a,b lần lượt tại A,B, d cắt a,b lần lượt tại C,D. Suy ra A,B,C,D đồng phẳng, hay a,b đồng phẳng, vô lí.

• Đáp án B, C sai, chúng ta có thể dễ dàng thấy một ví dụ là tứ diện $ABCD$ có AB và CD đều cắt hai đường thẳng chéo nhau AD và BC.

Câu 2. Đáp án C.

Câu 3. Đáp án B.

Câu 4. Đáp án D.

Câu 5. Đáp án D.

Câu 6. Đáp án B.

Câu 7. Đáp án C.

Câu 8. Đáp án D.

• Đáp án A sai vì nếu (a,b) và (a,c) không trùng nhau thì a,b,c đôi một phân biệt. theo tính chất bắc cầu suy ra $b // c$.

• Đáp án B, C sai, vì ta có thể lấy ví dụ $b \equiv c$.

Câu 9. Đáp án B.

• Trường hợp (1) có thể xảy ra giữa hai đường thẳng a,b là chéo nhau, song song, cắt nhau.

• Trường hợp (2) có thể là song song, cắt nhau.

• Trường hợp (3) có thể là song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.

Như vậy, tương ứng với mỗi trường hợp, số các khả năng có thể xảy ra giữa a,b là $3,2,3$.

Câu 10. Đáp án C.

Nhìn vào hình vẽ, ta thấy a,b chéo nhau, nên không có mặt phẳng nào chứa cả a,b. Do đó (1) sai. Vậy đáp án A, B, C sai.

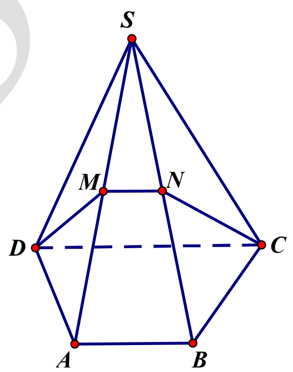
Đường thẳng a,c cắt nhau, xác định duy nhất một mặt phẳng chứa cả hai đường. Đáp án (2) đúng.

Đường thẳng b,c cắt nhau, xác định duy nhất một mặt phẳng chứa cả hai đường. Đáp án (3) đúng.

Câu 11. Đáp án D.

Ta có: $\begin{cases} AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB), CD \subset (MCD) \\ MN = (SAB) \cap (MCD) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel CD$.

Câu 12. Đáp án A.



Do M,N lần lượt là trung điểm của AB, AD nên $MN \parallel BD, MN = \frac{1}{2}BD$.

Do P,Q lần lượt là trung điểm của CD, CB nên $PQ \parallel BD, PQ = \frac{1}{2}BD$.

Suy ra $MN \parallel PQ$, do đó M,N,P,Q đồng phẳng. Do đó MP, NQ không thể chéo nhau.

Câu 13. Đáp án D.

Do MN là đường trung bình của tam giác SAB nên $MN \parallel AB$.

Tương tự, do PQ là đường trung bình của tam giác SCD nên $PQ \parallel CD$.

$ABCD$ là hình bình hành nên $AB // CD$. Do đó: $PQ // MN$ và $MN // CD$.

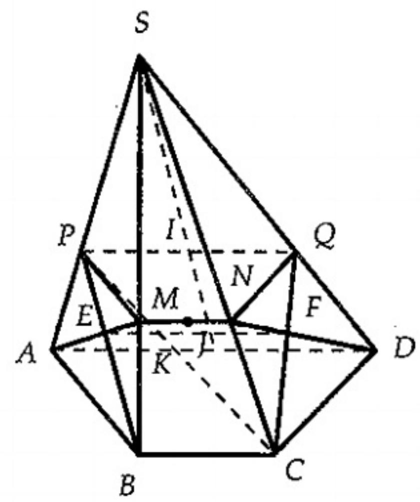
MN không song song với SC vì giả sử ngược lại thì SC và CD trùng nhau (vô lí).

Câu 14. Đáp án A.

Do M,N,P,Q,R,S lần lượt là trung điểm của AC,BD,AB,CD,AD,BC nên $MR // CD // SN$, $PS // AC // RQ$, $MP // BC // NQ$. Do đó M,R,S,N đồng phẳng; P,Q,R,S đồng phẳng; M,P,Q,N đồng phẳng.

M,P,R,Q không đồng phẳng vì giả sử ngược lại thì P sẽ thuộc mặt phẳng (ACD), suy ra B thuộc mặt phẳng (ACD) (vô lí).

Câu 15. Đáp án B.



Ta có $I \in (SAD)$, suy ra $I \in (SAD) \cap (BCI)$.

Do $\begin{cases} (SAD) \cap (BCI) = PQ \\ AD \subset (SAD), BC \subset (BCI) \\ AD // BC \end{cases} \Rightarrow PQ // AD // BC$.

Ta có: $J \in (SBC)$, suy ra $J \in (SBC) \cap (ADJ)$.

Do $\begin{cases} (SBC) \cap (ADJ) = MN \\ BC \subset (SBC), AD \subset (ADJ) \\ AD // BC \end{cases} \Rightarrow MN // AD // BC$.

Từ đó suy ra MN và PQ song song với nhau.

Ta có: $\begin{cases} EF = (ADNM) \cap (BCQP) \\ AD = (ADNM) \cap (ABCD) \\ BC = (ABCD) \cap (BCQP) \\ AD // BC \end{cases} \Rightarrow EF // AD$.

Suy ra $EF // MN$. Gọi K là giao điểm của CP với EF $EF = EK + KF$.

Do $\frac{SP}{SA}=\frac{2}{3}=\frac{SM}{SB}\Rightarrow PM\,//\,AB$.

Theo định lý Thalet ta có: $\frac{PE}{EB}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{PE}{PB}=\frac{2}{5}$. Do EK song song với BC nên theo định lý Thalet ta có : $\frac{PE}{PB}=\frac{EK}{BC}=\frac{2}{5}\Rightarrow EK=\frac{2}{5}b$.

Tương tự ta cũng có: $\frac{QF}{FC}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{QC}{FC}=\frac{5}{3}\Rightarrow\frac{PQ}{FK}=\frac{5}{3}\Rightarrow FK=\frac{3}{5}PQ=\frac{3}{5}.\frac{2}{3}AD=\frac{2}{5}a$.

Từ đây suy ra $EF=\frac{2}{5}(a+b)$.

Câu 16. Đáp án C.

Ta có: $\begin{cases}(SAD)\cap(IJK)=FK\\ AD\subset(SAD),IJ\subset(IJK)\\ AD\,//\,IJ\end{cases}\Rightarrow FK\,//\,IJ$.

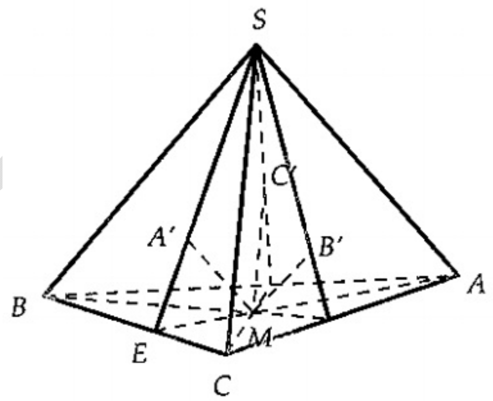
Dễ dàng chứng minh được các đường thẳng còn lại không song song với FK.

Câu 17. Đáp án C.

Do I,J lần lượt là trung điểm của BC,BD nên IJ là đường trung bình của tam giác BCD. Suy ra $IJ\,//\,CD$.

Ta có: $\begin{cases}IJ\,//\,CD,IJ\subset(AIJ),CD\subset(ACD)\\ A\in(AIJ)\cap(ACD)\end{cases}\Rightarrow(AIJ)\cap(ACD)=At\,//\,CD$.

Câu 18. Đáp án C, B.



a) Do $MA'\,//\,SA$ nên bốn điểm này nằm trong cùng mặt phẳng. Giả sử E là giao điểm của mặt phẳng này với BC. Khi đó A,M,E thẳng hàng và ta có: $\frac{MA'}{SA}=\frac{ME}{EA}=\frac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$.

Tương tự ta có: $\frac{MB'}{SB}=\frac{S_{MAC}}{S_{ABC}},\frac{MC'}{SC}=\frac{S_{MAB}}{S_{ABC}}$. Vậy $\frac{MA'}{SA}+\frac{MB'}{SB}+\frac{MC'}{SC}=1$. Vậy đáp án đúng là

.

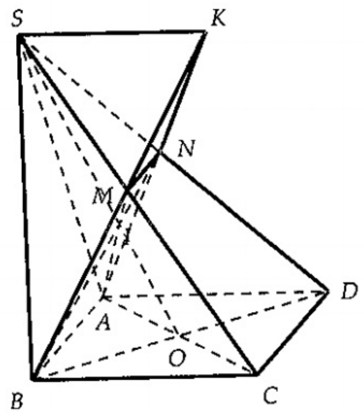
b) Ap dụng bất đẳng thức Cauchy ta có :

$$\frac{MA'}{SA}+\frac{MB'}{SB}+\frac{MC'}{SC}\ge 3\sqrt[3]{\frac{MA'}{SA}.\frac{MB'}{SB}.\frac{MC'}{SC}}\Rightarrow \frac{MA'}{SA}.\frac{MB'}{SB}.\frac{MC'}{SC}\le \frac{1}{27}.$$

Dầu bằng xảy ra khi và chỉ khi: $\frac{MA'}{SA}=\frac{MB'}{SB}=\frac{MC'}{SC}\Rightarrow S_{MAC}=S_{MAB}=S_{MBC}$.

Điều này chỉ xảy ra khi M là trọng tâm tam giác ABC. Vậy đáp án đúng là B.

Câu 19. Đáp án B, A, D, A.



a) Ta có : $\begin{cases} MN=(ABM)\cap(SCD)\\ AB=(ABM)\cap(ABCD)\\ CD=(ABCD)\cap(SCD)\\ CD // AB \end{cases}\Rightarrow MN // AB$. Do đó $ABMN$ là hình thang. Do $MN < AB$ nên $ABMN$ không thể là hình bình hành, hinh thoi. Vậy đáp án đúng là B.

b) Gọi $I = AM \cap BN \Rightarrow \begin{cases} I\in(SAC)\\ I\in(SBD)\end{cases}\Rightarrow I\in SO=(SAC)\cap(SBD)$. Vậy đáp án đúng là A.

c) Gọi $K = AN \cap BM \Rightarrow \begin{cases} I\in(SAD)\\ I\in(SBC)\end{cases}\Rightarrow I\in(SAD)\cap(SBC)$.

Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S và song song với AD.

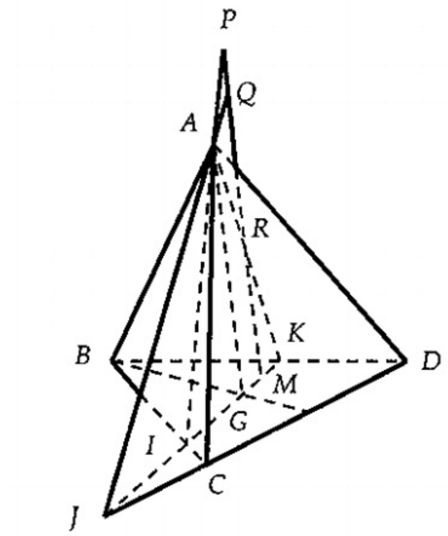
Vậy đáp án đúng là D.

d) Do $MN // AB$ nên $\frac{AB}{MN}=\frac{BM}{MK}$ (1).

Do $SK // BC$ nên $\frac{CB}{SK}=\frac{MB}{MK}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{AB}{MN}-\frac{BC}{SK}=0$. Vậy đáp án đúng là A.

Câu 20. Đáp án C, C.



a) Trong mặt phẳng (BCD), gọi $I = MG \cap BC, J = MG \cap CD, K = MG \cap BD$.

Qua M kẻ $Mx // GA$. Trong $(AIJ): Mx \cap AI = P$ (đây chính là giao điểm của Mx với (ABC))

Tương tự $Mx \cap AK = R, Mx \cap AJ = Q$.

Ta có : $\frac{IM}{IG} = \frac{S_{MIC}}{S_{GIC}} = \frac{S_{MIB}}{S_{GIB}} = \frac{S_{MIC} + S_{MIB}}{S_{GIC} + S_{GIB}} = \frac{S_{MBC}}{S_{GBC}} = \frac{3S_{MBC}}{S_{BCD}}$.

Theo định lý Thalet ta có : $\frac{IM}{IG} = \frac{MP}{GA}$. Do đó : $\frac{MP}{GA} = \frac{3S_{MBC}}{S_{BCD}}$.

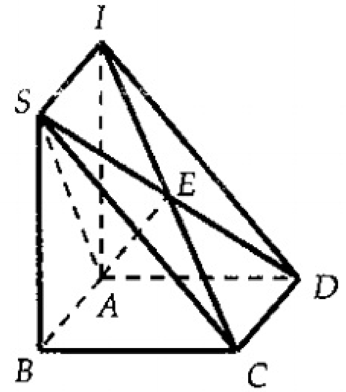
Chứng minh tương tự ta có : $\frac{MQ}{GA} = \frac{3S_{MCD}}{S_{BCD}}, \frac{MR}{GA} = \frac{3S_{MBD}}{S_{BCD}} \Rightarrow \frac{MP + MQ + MR}{GA} = 3$.

Vậy đáp án đúng là C.

b) Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có : $MP.MQ.MR \le \left(\frac{MP + MQ + MR}{3}\right)^3 = GA^3$.

Vậy giá trị lớn nhất của $MP.MQ.MR$ bằng GA^3. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $MP = MQ = MR$. Điều này xảy ra khi M là trọng tâm tam giác BCD. Vậy đáp án đúng là C.

Câu 21. Đáp án A, A.



a) Do $Dx // SC$ nên hai đường thẳng này cùng nằm trong mặt phẳng (SCD).

Lại có, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có D là điểm chung, $AB // CD$ nên giao tuyến là đường thẳng đi qua S và song song với AB. Vậy I thuộc giao tuyến này.

Vậy đáp án đúng là A.

b) Gọi E là giao điểm của SD và IC. Suy ra thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (AIC) là tam giác ACE.

Ta có $SIDC$ là hình thang nên $SI = CD$ và $SI // CD$. Suy ra $SI = AB$ và $SI // AB$. Điều này suy ra $SIDC$ là hình bình hành. Khi đó $AI = SB = a$.

Mặt khác, $AC = SD = a\sqrt{2} \Rightarrow AE = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

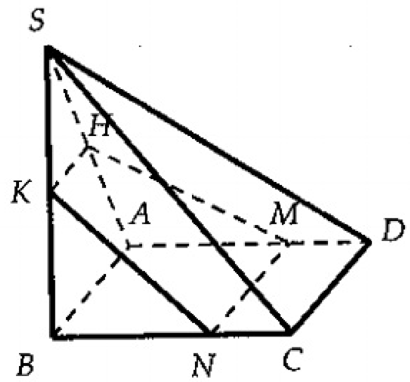
Xét tam giác IAC có : $CI^2 = 2\left(AC^2 + AI^2\right) - 4AE^2 = 4a^2 \Rightarrow CI = 2a$.

Ta có : $\cos\widehat{CAE} = \dfrac{AE^2 + AC^2 - CE^2}{2AC.AE} = \dfrac{\dfrac{a^2}{2} + 2a^2 - a^2}{2a^2} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow \sin\widehat{CAE} = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$.

Diện tích thiết diện là : $S = \dfrac{1}{2}AC.AE.\sin\widehat{CAE} = \dfrac{1}{2}a\sqrt{2}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{\sqrt{7}}{4} = \dfrac{a^2\sqrt{7}}{8}$.

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 22. Đáp án C, A.



a) Ta có :

$\begin{cases} KH \,//\, AB, KH \subset (HKM), AB \subset (ABCD) \\ M \in (HKM) \cap (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (HKM) \cap (ABCD) = MN \,//\, AB \,//\, HK \ (1)$.

Ta lại có: $\Delta SAD = \Delta SBC\,(c.c.c) \Rightarrow \widehat{SAD} = \widehat{SBC}$.