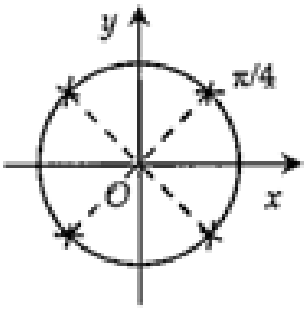
Điều kiện: $\begin{cases}\sin(x+\frac{\pi}{4})\neq 0\\ \sin(\frac{\pi}{4}-x)\neq 0\\ \cos(x+\frac{\pi}{4})\neq 0\\ \cos(\frac{\pi}{4}-x)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x\neq \frac{\pi}{4}+k\pi\\ x\neq \frac{\pi}{4}+k\pi\\ x\neq -\frac{\pi}{4}+k\pi\end{cases}$



Ta có: $\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=\frac{\tan\frac{\pi}{4}-\tan x}{1+\tan\frac{\pi}{4}\tan x}.\frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan x}{1-\tan\frac{\pi}{4}\tan x}=\frac{1-\tan x}{1+\tan x}.\frac{1+\tan x}{1-\tan x}=1$

$(*)\Leftrightarrow \sin^4 2x+\cos^4 2x=\cos^4 4x\Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 4x=1-\sin^2 4x\Leftrightarrow \sin^2 4x=0.$

$\Leftrightarrow \sin 4x=0\Leftrightarrow 2\sin 2x\cos x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin 2x=0\\ \cos x=0\,(L)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z}).$

Kết hợp điều kiện ⇒ nghiệm của phương trình (1) là $x=k\frac{\pi}{2}(k\in Z)$

Vậy số điểm biểu diễn cần tìm là 4.

Lưu ý: Ở bài nầy điều kiện bài toán có thể gộp thành $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}(k\in Z)$

Bài tập rèn luyện kỹ năng
Phương trình lượng giác cơ bản

Câu 1. Phương trình $\sin(x+10^0)=\frac{1}{2}\,(0^0<x<180^0)$ có nghiệm là:

A. $x=30^0$ và $x=150^0$ **B.** $x=20^0$ và $x=140^0$
C. $x=40^0$ và $x=160^0$ **D.** $x=30^0$ và $x=140^0$

Câu 2. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2}\cos(x+\frac{\pi}{4})=1$ với $0\le x\le 2\pi$ là:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 3. Phương trình $\sin(5x+\frac{\pi}{2})=m-2$ có nghiệm khi:

A. $m\in[1;3]$ **B.** $m\in[-1;1]$ **C.** $m\in R$ **D.** $m\in(1;3)$

Câu 4. Phương trình $\tan(3x+60^0)=m^2$ có nghiệm khi:

A. $m\in[-1;1]$ **B.** $m\in[0;1]$ **C.** $m\in R$ **D.** $m\in\varnothing$

Câu 5. Phương trình có nghiệm $\tan(x-1)=2$ là:

A. $x=-1+\arctan(2)+k\pi(k\in Z)$ **B.** $x=1+\arctan(2)+k\pi(k\in Z)$
C. $x=\arctan(2)+k2\pi(k\in Z)$ **D.** $x=1+\arctan(2)+k\frac{\pi}{2}(k\in Z)$

Câu 6. Tổng các nghiệm của phương trình $\tan x=1$ trên khoảng $(0;10)$ là:

A. $\frac{15\pi}{4}$ **B.** $\frac{3\pi}{2}$ **C.** $\frac{7\pi}{2}$ **D.** 8π

Câu 7. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình $\cos x = 0$?

A. $\sin x = 1$ **B.** $\sin x = -1$ **C.** $\tan x = 0$ **D.** $\cot x = 0$

Câu 8. Phương trình $\cos(x + \frac{\pi}{3}) = \sin\frac{\pi}{6}$ Có các nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi$ và $x = -\beta + k2\pi$ $(0 \le \alpha; \beta \le \pi)$ Khi đó $\alpha + \beta$ bằng

A. 0 **B.** $-\frac{\pi}{6}$ **C.** $\frac{2\pi}{3}$ **D.** $-\frac{2\pi}{3}$

Câu 9. Phương trình $\cos 2x = -\cos(x + \frac{\pi}{2})$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $(0;10\pi)$

A. 14 **B.** 15 **C.** 16 **D.** 17

Câu 10. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\cot x = \tan(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2})$

A. $-\frac{2\pi}{3}$ **B.** $-\frac{\pi}{3}$ **C.** $-\frac{4\pi}{3}$ **D.** 0

Câu 11. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $\tan x = 99$ **B.** $\cot 2018x = 2017$

C. $\sin 2x = -\frac{3}{4}$ **D.** $\cos(2x - \frac{\pi}{2}) = \frac{2\pi}{3}$

Một số phương trình lượng giác thường gặp

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ Trên đoạn $[0;2\pi]$

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 13. Phương trình $m\tan x - \sqrt{3} = 0$ Có nghiệm khi

A. $m \ne 0$. $m \in R$ **C.** $-1 \le \frac{\sqrt{3}}{m} \le 1$ **D.** $-1 < \frac{\sqrt{3}}{m} < 1$

Câu 14. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2\cos^2 x + m - 1 = 0$ Có nghiệm?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** Vô số

Câu 15. Tổng các nghiệm của phương trình $2\sin(x + 20^0) - 1 = 0$ trên khoảng $(0^0, 180^0)$

A. 210^0 **B.** 200^0 **C.** 170^0 **D.** 140^0

Câu 16. Phương trình $\sin x - 3\cos x = 0$ có nghiệm dạng $x = \text{arc}\cot m + k\pi, k \in Z$ thì giá trị m là:

A. $m = \frac{1}{3}$ **B.** $m = 3$ **C.** $m = -3$ **D.** $m = -\frac{1}{3}$

Câu 17. Tổng 2 nghiệm dương liên tiếp nhỏ nhất của phương trình: $2\sin^2 x + 7\sin x - 4 = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{6}$ **B.** $\frac{4\pi}{3}$ **C.** $\frac{\pi}{6}$ **D.** $\frac{5\pi}{6}$

Câu 18. Nghiệm của phương trình $\frac{\tan x - \sqrt{3}}{2\cos x + 1} = 0$ là:

A. $S=\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in Z\right\}$ **B.** $S=\left\{\frac{\pi}{3}+(2k+1)\pi, k\in Z\right\}$

C. $S=\left\{\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in Z\right\}$ **D.** $S=\left\{\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}, k\in Z\right\}$

Câu 19. Nghiệm của phương trình $2\tan^2 x+\frac{3}{\cos x}=-3$ là:

A. $x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=(2k+1)\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=k3\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k\frac{\pi}{3},\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 20: Phương trình $\cos^6 x-\sin^6 x=\frac{13}{8}\cos^2 2x$ có bao nhiêu điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác?

A. 3. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 21: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sin^2 x+(m^2-3)\sin x+m^2-4$ có hai nghiệm thuộc $\left[\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$?

A. 1. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** Không có m.

Câu 22: Giá trị của m để phương trình $\cos 2x-(2m+1)\cos x+m+1=0$ có nghiệm trên $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$ là $m\in[a;b)$ thì $a+b$ là:

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 23: Phương trình $\cos^4 x+\sin^4 x+\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{3}{2}=0$ có tổng 2 nghiệm âm lớn nhất liên tiếp là:

A. $-\frac{3\pi}{2}$. **B.** $-\pi$. **C.** $-\frac{\pi}{2}$. **D.** $-\frac{5\pi}{2}$.

Câu 24: Phương trình $\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin x\cos x-m+2=0$ có nghiệm khi $m\in[a;b]$ thì tích $a.b$ bằng:

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{75}{16}$. **D.** $\frac{15}{4}$.

Câu 25: Phương trình $\tan x+2\cot x-3=0$ có các nghiệm dạng $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$ và $x=\arctan m+k\pi$; $k\in\mathbb{Z}$ thì:

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=-2$.

Câu 26: Cho các phương trình sau:.

(1) $2\sin x-\sqrt{5}=0$.

$(2)\ \sin^2 2x+5\cos 2x-7=0$.

$(3)\ \sin^8 3x+\cos^8 3x=\dfrac{5}{4}$.

Trong các phương trình trên, phương trình nào vô nghiệm

A. Chỉ phương trình (1) vô nghiệm. **B.** Chỉ phương trình (2) vô nghiệm.

C. Chỉ phương trình (3) vô nghiệm. **D.** Cả 3 phương trình vô nghiệm.

Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$, $\cos x$.

Câu 27: Phương trình $\sin x+m\cos x=\sqrt{10}$ có nghiệm khi:

A. $\left[\begin{array}{l} m\ge 3 \\ m\le -3 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m> 3 \\ m< -3 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 3 \\ m< -3 \end{array}\right.$. **D.** $-3\le m\le 3$.

Câu 28: Phương trình $\sin x+\sqrt{3}\cos x=1$ có các nghiệm dạng $x=\alpha+k2\pi$ và $x=\beta+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$ với $-\pi<\alpha,\ \beta<\pi$ thì $\alpha.\beta$ là:

A. $-\dfrac{\pi^2}{6}$. **B.** $-\dfrac{\pi^2}{2}$. **C.** $-\dfrac{\pi^2}{12}$. **D.** $\dfrac{\pi^2}{12}$.

Câu 29: Phương trình $\cos 2x+\sin x=\sqrt{3}(\cos x-\sin 2x)$ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{18}+k\dfrac{2\pi}{3} \\ x=-\dfrac{3\pi}{2}-k2\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{12}+k2\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{12}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 30: Phương trình $\sin x+\cos x.\sin x+\sqrt{3}\cos 3x=2(\cos 4x+\sin^3 x)$ có tổng hai nghiệm dương nhỏ nhất liên tiếp là:

A. $\dfrac{\pi}{42}$. **B.** $\dfrac{13\pi}{42}$. **C.** $\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 31: Phương trình $\left(\sin\dfrac{x}{2}+\cos\dfrac{x}{2}\right)^2+\sqrt{3}\cos x=2$ có nghiệm dương nhỏ nhất là a và nghiệm âm lớn nhất là b thì $a+b$ là:

A. π. **B.** $\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $-\dfrac{\pi}{3}$.

Phương trình đẳng cấp bậc hai.

Câu 32: Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\cos^2 x-\sqrt{3}\sin 2x=1+\sin^2 x$ trên đường tròn lượng giác là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 33: Cho phương trình $2\cos^2 x+5\sin x\cos x+6\sin^2 x-m-1=0\ (1)$ số giá trị $m\in\mathbb{Z}$ để phương trình (1) có nghiệm là:

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 34: Phương trình $\sin x+\cos x-4\sin^3 x=0$ tương đương với phương trình:

A. $\tan x=-1$. **B.** $\sin x-\cos x=0$. **C.** $2\cos^2 x-1=0$. **D.** $\sqrt{2}\sin x-1=0$.

Câu 35: Phương trình $\sqrt{3}\sin x+\cos x=\dfrac{1}{\cos x}$ có bao nhiêu nghiệm trên $(0;2\pi)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 36: Số giá trị nguyên của m để phương trình $2\sin^2 x-\sin x\cos x-m\cos^2 x=1$ có nghiệm trên $\left[-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right]$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Phương trình đối xứng và các phương trình lượng giác không mẫu mực.

Câu 37: Phương trình $\sin x+\cos x+\sqrt{2}\sin 2x=0$ có số điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sin 2x+\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)-m-1$ có nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 39: Cho phương trình $\cot x-\tan x=\sin x+\cos x$. Khi đặt $t=\sin x-\cos x$ thì:

A. $t=1-\sqrt{2}$. **B.** $t=\sqrt{2}-1$. **C.** $t=0$. **D.** $t=-1-\sqrt{2}$.

Câu 40: Phương trình $\tan x+\cot x=t$ có nghiệm khi:

A. $\left[\begin{array}{l}t\ge 2\\ t\le -2\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}t>2\\ t<-2\end{array}\right.$. **C.** $\forall t\in\mathbb{R}$. **D.** $t\in[-2;2]$.

Câu 41: Cho phương trình $3\tan^2 x+4\tan x+4\cot x+3\cot^2 x+2=0\ (1)$. Đặt $\tan x+\cot x=t$ với $t\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$ thì phương trình (1) tương đương với phương trình:

A. $3t^2+4t+2=0$. **B.** $-3t^2+4t-4=0$. **C.** $3t^2+4t-4=0$. **D.** $3t^2-4t-4=0$.

Một số phương trình lượng giác khác.

Câu 42: Phương trình $\cos x+\cos 3x+2\cos 5x=0$ có các nghiệm là $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ và $x=\pm\dfrac{1}{2}\arccos m+k\pi$. Giá trị của m là:

A. $m=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{8}$. **B.** $m=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{16}$. **C.** $m=\dfrac{\pm 1+\sqrt{17}}{8}$. **D.** $m=\dfrac{\pm 1+\sqrt{17}}{16}$.

Câu 43: Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\sin 3x-\sin x+\sin 2x=0$ trên đường tròn lượng giác là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 44: Phương trình $\sin^4 x+\cos^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{4}$ có bao nghiêu nghiệm trên $(2\pi;3\pi)$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 45: Phương trình $\cos^3 x.\cos 3x+\sin^3 x.\cos 3x=\sin^3 4x$ có bao nhiêu nghiệm trên $[0;2\pi]$?

A. 1. **B.** 24. **C.** 12. **D.** 2.

Câu 46: Phương trình $\cos x.\cos\frac{x}{2}.\cos\frac{3x}{2}-\sin x.\sin\frac{x}{2}.\sin\frac{3x}{2}=\frac{1}{2}$ có tích các nghiệm trên $(-\pi;0)$ là:

A. $-\frac{\pi^2}{8}$. **B.** $\frac{\pi^2}{8}$. **C.** $\frac{5\pi^2}{72}$. **D.** $-\frac{\pi^2}{32}$.

Câu 47: Phương trình $\sin 5x.\cos 3x=\sin 7x.\cos 5x$ có tập nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{20}+k\frac{\pi}{10} \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\frac{\pi}{20}+k\frac{\pi}{10} \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k\frac{\pi}{10} \\ x=\frac{\pi}{20}+k\frac{\pi}{10} \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=k\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{20}+k\frac{\pi}{5} \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 48: Phương trình $\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\sin\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)}=4\sin\left(\frac{7\pi}{4}-x\right)$ có tổng 3 nghiệm âm liên tiếp lớn nhất là:

A. $-\frac{\pi}{2}$. **B.** $-\frac{5\pi}{8}$. **C.** $-\frac{3\pi}{8}$. **D.** $-\frac{3\pi}{4}$.

Câu 49: Số nghiệm của phương trình $\sin^8 x-\cos^8 x=\frac{2}{\sqrt{3}}$ trên $[0;2\pi]$ là:

A. 0. **B.** Vô số. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 50: Phương trình $\tan^2 x+2\sin^2 x-2\tan x-2\sqrt{2}\sin x+2=0$ có bao nhiêu nghiệm trên $(0;2\pi)$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 51: Phương trình $\sin\left(\frac{3\pi}{10}-\frac{x}{2}\right)=\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{10}+\frac{3x}{2}\right)$ có bao nhiêu nghiệm trên $(0;2\pi)$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 52: Phương trình $\sqrt{2}(\sin x-2\cos x)=2-\sin 2x$ có tập nghiệm là:

A. $S=\left\{\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $S=\left\{\pm\frac{3\pi}{4}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $S=\left\{\pm\frac{3\pi}{4}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S=\left\{\frac{5\pi}{4}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 53: Phương trình $\cot x-1=\frac{\cos 2x}{1+\tan x}+\sin^2 x-\frac{1}{2}\sin 2x$ có các nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{5\pi}{4}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 54: Phương trình $\cot x-\tan x+4\sin 2x=\frac{2}{\sin 2x}$ có bao nhiêu nghiệm trên $(0;2\pi)$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 55: Phương trình $2\sin^2 2x+\sin 7x-1=\sin x$ đưa về phương trình tích được phương trình tương đương là:

A. $\cos 4x(1-\sin 3x)=0$. **B.** $2\cos 4x(1-\sin 3x)=0$.

C. $\cos 4x(1+\sin 3x)=0$. **D.** $\cos 2x(1+\sin 3x)=0$.

Câu 56: Phương trình $2\sin x(1+\cos 2x)+\sin 2x=1+2\cos x$ là phương trình hệ quả của phương trình:

A. $\cos 2x=0$. **B.** $2\cos x-1=0$. **C.** $\sin 2x+1=0$. **D.** $\sin 2x-1=0$.

Câu 57: Phương trình $6\sin x-2\cos^3 x=\frac{5\sin x.\cos x}{2\cos 2x}$ có số nghiệm trên $(0;2\pi)$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 58: Phương trình $\sin 4x=\tan x$ có nghiệm dạng $x=k\pi$ và $x=\pm m\arccos n+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$ thì $m+n$ bằng:

A. $m+n=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $m+n=-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $m+n=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$. **D.** $m+n=\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$.

Câu 59: Phương trình $\cos 2x-\tan^2 x=\frac{\cos^2 x-\cos^3 x-1}{\cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm trên $[1;70]$?

A. 32. **B.** 33. **C.** 34. **D.** 35.

Phương trình lượng giác chứa tham số.

Câu 60: Phương trình $(2\sin x+1)(\sin x-m)=0$ (m là tham số) có nghiệm trên $(0;\pi)$ khi:

A. $\forall m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\in\varnothing$. **C.** $m\in(0;1]$. **D.** $m\in(0;1)$.

Câu 61: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm lớn hơn -10 của m để phương trình $(2\cos x-1)(2\cos 2x+2\cos x-m)=3-4\sin^2 x$ có hai nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$?

A. 7. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 62: Các giá trị của $m\in[a;b]$ để phương trình $\cos 2x+\sin^2 x+3\cos x-m=5$ có nghiệm thì:

A. $a+b=2$. **B.** $a+b=12$. **C.** $a.b=-8$. **D.** $a.b=8$.

Câu 63: Cho phương trình $m\sin x+(m+1)\cos x=\dfrac{m}{\cos x}$. Số các giá trị nguyên dương của m nhỏ hơn 10 để phương trình có nghiệm là:

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 7.

Câu 64: Phương trình $\cos 2x+(2m+1)\sin x-m-1=0$ có nghiệm trên $\left(-\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$ khi tất cả các giá trị thỏa mãn:

A. $m\in\varnothing$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m\in[-1;1]$. **D.** $m\in(-1;1)$.

Câu 65: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m nhỏ hơn 2018 để phương trình $\dfrac{3}{\sin^2 x}+3\tan^2 x+\tan x+\cot x=m$ có nghiệm ?

A. 2000. **B.** 2001. **C.** 2010. **D.** 2011.

hoc360.net

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Phương trình lượng giác cơ bản

Câu 1: Đáp án B.

$\sin\left(x+10^o\right)=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \sin\left(x+10^o\right)=\sin 30^o$

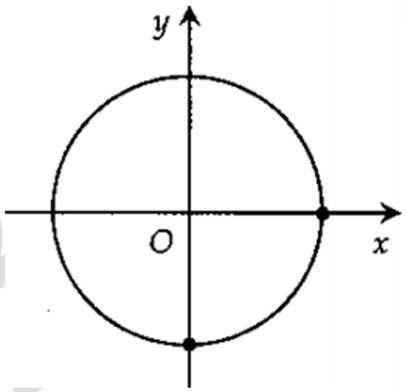
$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+10^o=30^o+k360^o\\x+10^o=180^o-30^o+k360^o\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=20^o+k360^o\\x=140^o+k360^o\end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Mà $x\in\left(0^o;180^o\right)\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=20^o\\x=140^o\end{array}\right.$.

Câu 2: Đáp án C.

$\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\cos\dfrac{\pi}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\\x+\dfrac{\pi}{4}=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right).$

Biểu diễn trên đường trong lượng giác:



Vậy có 2 họ nghiệm thuộc $[0;2\pi]$.

Câu 3: Đáp án A.

Phương trình $\sin\left(5x+\dfrac{\pi}{2}\right)=m-2$ có nghiệm khi $|m-2|\le 1\Leftrightarrow -1\le m-2\le 1\Leftrightarrow 1\le m\le 3$.

Câu 4: Đáp án C.

Phương trình $\tan\left(x+60^o\right)=m^2$ có nghiệm khi $m\in\mathbb{R}$.

Câu 5: Đáp án B.

Phương trình $\tan\left(x-1\right)=2\Leftrightarrow x-1=\text{rac}\tan 2+k\pi\Leftrightarrow x=1+\text{rac}\tan 2+k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 6: Đáp án A.

$\tan x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Mà $x\in\left(0;10\right)\Leftrightarrow 0<\dfrac{\pi}{4}+k\pi<10\Leftrightarrow -\dfrac{1}{4}<k<\dfrac{10}{\pi}-\dfrac{1}{4}$

Do $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k\in\{0;1;2\}\Leftrightarrow 3$ nghiệm $\in(0;10)$ là $x_1=\frac{\pi}{4}$, $x_2=\frac{\pi}{4}+\pi$, $x_3=\frac{\pi}{4}+2\pi$

$\Rightarrow x_1+x_2+x_3=\frac{15\pi}{4}$.

Câu 7: Đáp án D.

Ta có $\cot x=0\Leftrightarrow\cos x=0$

Câu 8: Đáp án D.

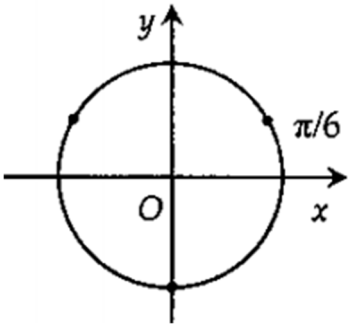
$$\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{6}\Leftrightarrow\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\x+\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$$

Vậy $\left\{\begin{array}{l}\alpha=0\\\beta=-\frac{2\pi}{3}\end{array}\right.\Rightarrow\alpha+\beta=-\frac{2\pi}{3}$.

Câu 9: Đáp án B.

$$\cos 2x=-\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow\cos 2x=\cos\left[\pi-\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\right]\Leftrightarrow\cos 2x=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\frac{\pi}{2}-x+k2\pi\\2x=-\frac{\pi}{2}+x+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}\\x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}$$



(Chú ý gộp nghiệm trên đường tròn lượng giác)

Ta có: $0<x<10\pi\Leftrightarrow 0<\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}<10\pi\Leftrightarrow-\frac{1}{4}<k<\frac{59}{4}$

Mà $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k\in\{0;1;2;3;...;14\}$

Vậy có 15 giá trị $k\Rightarrow$ có 15 nghiệm $\in(0;10\pi)$.

Câu 10: Đáp án A.

$\cot x=\tan\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow\cot x=\cot\left(\pi-\frac{x}{2}\right)\Leftrightarrow x=\pi-\frac{x}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=(k+1)\frac{2\pi}{3}$ với $k\in\mathbb{Z}$.

Vậy nghiệm âm lớn nhất là $x=-\frac{2\pi}{3}$.

Câu 11: Đáp án D.

Vì $\frac{2\pi}{3}>1$.

Một số phương trình lượng giác thường gặp

Câu 12: Đáp án B.

$$2\sin x-\sqrt{3}=0\Leftrightarrow \sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm thuộc $[0;2\pi]$ là $x=\frac{\pi}{3}$ và $x=\frac{2\pi}{3}$.

Câu 13: Đáp án A.

+ Với $m=0$: Phương trình $\Leftrightarrow -\sqrt{3}=0$ (vô nghiệm) $\Rightarrow m=0$ không thỏa mãn.

+ Với $m\neq 0$: Phương trình $\Leftrightarrow \tan x=\frac{\sqrt{3}}{m}$ xác định với mọi giá trị $\frac{\sqrt{3}}{m}\in\mathbb{R}$.

Câu 14: Đáp án C.

$2\cos^2 x+m-1=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \cos^2 x=\frac{1-m}{2}$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow 0\le\frac{1-m}{2}\le 1\Leftrightarrow 0\le 1-m\le 2\Leftrightarrow -1\le m\le 1$$

Vậy có 3 giá trị m nguyên thỏa mãn.

Câu 15: Đáp án D.

$$2\sin\left(x+20^o\right)-1=0\Leftrightarrow \sin\left(x+20^o\right)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \sin\left(x+20^o\right)=\sin 30^0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+20^o=30^o+k360^0 \\ x+20^o=180^o-30^o+k360^0 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=10^o+k360^0 \\ x=130^o+k360^0 \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$$

Vậy tổng các nghiệm trên $\left(0^o;180^o\right)$ là: $10^o+130^o=140^o$.

Câu 16: Đáp án B.

$\sin x-3\cos x=0\Leftrightarrow 3\cos x=\sin x\Leftrightarrow \cot x=3\Leftrightarrow x=\operatorname{arc}\cot 3+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

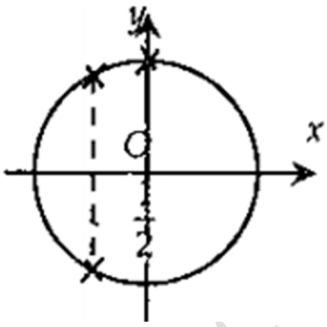
Vậy $m=3$.

Câu 17: Đáp án A.

$$2\sin^2 x+7\sin x-4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=\frac{1}{2} \\ \sin x=-4(VN) \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}).$$

Vậy tổng 2 nghiệm dương liên tiếp nhỏ nhất là: $\frac{\pi}{6}+\frac{5\pi}{6}=\pi$.

Câu 18: **Đáp án C**

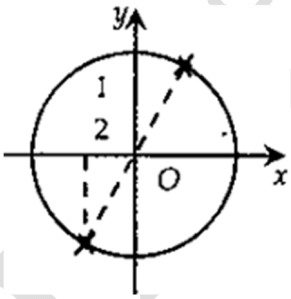


$\dfrac{\tan x-\sqrt{3}}{2\cos x+1}=0$

Điều kiện: $\begin{cases}\cos x\neq -\dfrac{1}{2}\\ \cos x\neq 0\end{cases}$

Phương trình $\Leftrightarrow \tan x=\sqrt{3}\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

Kết hợp điều kiện suy ra nghiệm của phương trình là $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$



Câu 19: **Đáp án B.**

Điều kiện: $\cos x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Ta có: $1+\tan^2 x=\dfrac{1}{\cos^2 x}\Rightarrow \tan^2 x=\dfrac{1}{\cos^2 x}-1$

Phương trình $\Leftrightarrow 2\left(\dfrac{1}{\cos^2 x}-1\right)+\dfrac{3}{\cos^2 x}=-3\Leftrightarrow 2.\dfrac{1}{\cos^2 x}+3.\dfrac{1}{\cos x}+1=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{\cos x}=-1\\ \dfrac{1}{\cos x}=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=-1\ (TM)\\ \cos x=-2\ (l)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

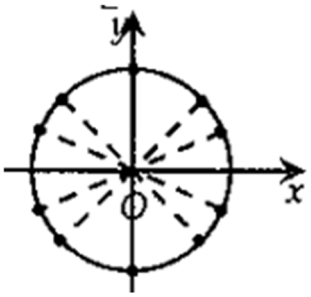
Câu 20: **Đáp án C.**

$\cos^6 x-\sin^6 x=\dfrac{13}{8}\cos^2 2x\Leftrightarrow\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)\left(\cos^4 x+\sin^2 x.\cos^2 x+\cos^4 x\right)=\dfrac{13}{8}\cos^2 2x$

$\cos 2x\left[\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)-\sin^2 x.\cos^2 x\right]=\dfrac{13}{8}\cos^2 2x\Leftrightarrow\cos 2x\left(1-\dfrac{1}{4}\sin^2 2x\right)-\dfrac{13}{8}\cos^2 2x=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\ 1-\dfrac{1}{4}\left(1-\cos^2 2x\right)-\dfrac{13}{8}\cos 2x=0\end{array}\right.$

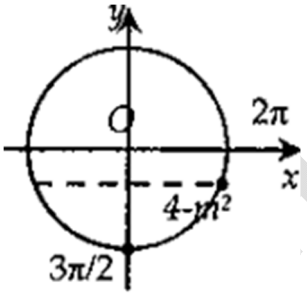
$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\ 2\cos^2 2x-13\cos 2x+6=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\ \cos 2x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$



$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2} \\ x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$$

Câu 21: Đáp án D.

$$\sin^2 x+\left(m^2-3\right)\sin x+m^2-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=-1 \\ \sin x=4-m^2 \end{array}\right.$$



+ Với $\sin x=-1 \Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

có 1 nghiệm $x=\dfrac{3\pi}{2}\in\left[\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right)$

+ Phương trình có 2 nghiệm $\in\left[\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right) \Leftrightarrow \sin x=m^2-4$ có 1 nghiệm $\in\left[\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right)$ khác $\dfrac{3\pi}{2}$.

Câu 22. Đáp án B.

$$\cos 2x-(2m+1)\cos x+m+1=0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x-(2m+1)\cos x+m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=\dfrac{1}{2} \\ \cos x=m \end{array}\right.$$

$x\in\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos x\in[-1;0) \Rightarrow \cos x=\dfrac{1}{2}$ không có nghiệm thỏa mãn $\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)$.

Phương trình có nghiệm trên $\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right) \Leftrightarrow -1\le m<0 \Rightarrow a+b=1$.

Câu 23. Đáp án D.

$$\cos^4 x+\sin^4 x+\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right).\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{3}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow 1-2\sin^2 x.\cos^2 x+\frac{1}{2}\left[\sin\left(4x-\frac{\pi}{2}\right)+\sin 2x\right]-\frac{3}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow 2-\sin^2 2x-\cos 4x+\sin 2x-3=0$$

$$\Leftrightarrow 2-\sin^2 2x-\left(1-2\sin^2 2x\right)+\sin 2x-3=0$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 2x+\sin 2x-2=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2x=-2\,(vn) \\ \sin 2x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z}).$$

Vậy tổng hai nghiệm âm lớn nhất là $-\dfrac{3\pi}{4}-\dfrac{7\pi}{4}=-\dfrac{5\pi}{2}$.

Câu 24. Đáp án C.

$$\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin x.\cos x-m+2=0$$

$$\Leftrightarrow 1-\frac{3}{4}\sin^2 2x+\frac{3}{2}\sin 2x-m+2=0\ (*)$$

$$\Leftrightarrow 4m=-3\sin^2 2x+6\sin 2x+12$$

Đặt $t=\sin 2x, t\in[-1;1]$. Xét $f(t)=-3t^2+6t+12$ trên $[-1;1]$.

t	-1		1
$f(t)$	3	$\nearrow$	15

Suy ra (*) có nghiệm $\Leftrightarrow 3\le 4m\le 15\Leftrightarrow \frac{3}{4}\le m\le \frac{15}{4}$.

Vậy $ab=\frac{75}{16}$.

Câu 25. Đáp án B.

Điều kiện $\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cos x\neq 0\end{cases}$.

Phương trình $\Leftrightarrow \tan x+\frac{2}{\tan x}-3=0\Leftrightarrow \tan^2 x-3\tan x+2=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=1\\ \tan x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\arctan 2+k\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$$

Vậy $m=2$.

Câu 26. Đáp án D.

Phương trình bậc nhất đối với $\sin x,\cos x$

Câu 27. Đáp án A.

Phương trình có nghiệm $1^2+m^2\ge 10\Leftrightarrow m^2\ge 9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 3\\ m\le -3\end{array}\right.$.

Câu 28. Đáp án C.

$$\sin x+\sqrt{3}\cos x=1\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}).$$

$$\Rightarrow \alpha.\beta=-\frac{\pi}{6}.\frac{\pi}{2}=-\frac{\pi^2}{12}.$$

Câu 29. Đáp án A.

$$\cos 2x+\sin x=\sqrt{3}(\cos x-\sin 2x)$$

$$\Leftrightarrow \sin x-\sqrt{3}\cos x=-(\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x=-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{3}\sin x-\sin\frac{\pi}{3}\cos x=-\left(\cos\frac{\pi}{6}\sin 2x+\sin\frac{\pi}{6}\cos 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$$

$\Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(-2x-\frac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-\frac{\pi}{3}=-2x-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x-\frac{\pi}{3}=\pi+2x+\frac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{18}+k\frac{2\pi}{3} \\ x=-\frac{3\pi}{2}-k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$

Câu 30. **Đáp án C.**

$\sin x+\cos x.\sin 2x+\sqrt{3}\cos 3x=2\left(\cos 4x+\sin^3 x\right)$

$\Leftrightarrow \left(1-2\sin^2 x\right)\sin x+\cos x.\sin 2x+\sqrt{3}\cos 3x=2\cos 4x.$

$\Leftrightarrow \sin x.\cos 2x+\cos x.\sin 2x+\sqrt{3}\cos 3x=2\cos 4x$

$\Leftrightarrow \sin 3x+\sqrt{3}\cos 3x=2\cos 4x$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 3x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 3x=\cos 4x$

$\Leftrightarrow \sin\frac{\pi}{6}\sin 3x+\cos\frac{\pi}{6}\cos 3x=\cos 4x$

$\Leftrightarrow \cos\left(3x-\frac{\pi}{6}\right)=\cos 4x$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x=3x-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ 4x=-3x+\frac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{42}+k\frac{2\pi}{7} \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$

Hai nghiệm dương liên tiếp nhỏ nhất là $x_1=\frac{\pi}{42}, x_2=\frac{13\pi}{42}\Rightarrow x_1+x_2=\frac{\pi}{3}$.

Câu 31. **Đáp án C.**

$\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)^2+\sqrt{3}\cos x=2$

$\Leftrightarrow 1+2\sin\frac{x}{2}.\cos\frac{x}{2}+\sqrt{3}\cos x=2$

$\Leftrightarrow \sin x+\sqrt{3}\cos x=1 \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$

Nghiệm dương nhỏ nhất là $\frac{\pi}{2}$, nghiệm âm lớn nhất là $-\frac{\pi}{6}$.

Vậy $a+b=\frac{\pi}{3}$.

Phương trình đẳng cấp bậc 2.

Câu 32. **Đáp án D.**

$\cos^2 x-\sqrt{3}\sin 2x=1+\sin^2 x(1) \Leftrightarrow \sin^2 x+2\sqrt{3}\sin x.\cos x-\cos^2 x=-1$

- Với $\cos x=0\Rightarrow \sin^2 x=1\Rightarrow (1)\Leftrightarrow 1=-1$ vô lí.
- Với $\cos x\neq 0$ chia cả hai vế cho $\cos^2 x$ ta được:

$(1)\Leftrightarrow \tan^2 x+2\sqrt{3}\tan x-1=-\left(1+\tan^2 x\right) \Leftrightarrow 2\tan^2 x+2\sqrt{3}\,t=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=0\\ \tan x=-\sqrt{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$$

Vậy số điểm biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác là 4.

Câu 33. **Đáp án C.**

$2\cos^2 x+5\sin x.\cos x+\cos^2 x-m-1=0$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x-1+5\sin x.\cos x+6\dfrac{1-\cos 2x}{2}=m$

$\Leftrightarrow \cos 2x+\dfrac{5}{2}\sin 2x+3-3\cos 2x=m\Leftrightarrow \dfrac{5}{2}\sin 2x-2\cos 2x=m-3$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \left(\dfrac{5}{2}\right)^2+(-2)^2\geq (m-3)^2$

$\Leftrightarrow (m-3)^2\leq \dfrac{41}{4}\Leftrightarrow |m-3|\leq \dfrac{\sqrt{41}}{2}$

$\Leftrightarrow -\dfrac{\sqrt{41}}{2}\leq m-3\leq \dfrac{\sqrt{41}}{2}\Leftrightarrow -\dfrac{\sqrt{41}}{2}+3\leq m\leq \dfrac{\sqrt{41}}{2}+3$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0;1;2;3;4;5;6\}$.

Vậy có 7 giá trị m thỏa mãn.

Câu 34. **Đáp án B.**

Phương trình $\sin x+\cos x-4\sin^3 x=0(*)$

-Với $\cos x=0\Rightarrow \sin x=\pm 1$ không thỏa mãn phương trình.

-Với $\cos x\neq 0$, chia cả hai vế của phương trình cho $\cos^3 x$ ta được

$(*)\Leftrightarrow \tan x\left(1+\tan^2 x\right)+1+\tan^2 x-4\tan^3 x=0$

$\Leftrightarrow 3\tan^3 x-\tan^2 x-\tan x-1=0$

$\Leftrightarrow \tan x=1\Leftrightarrow \sin x-\cos x=0$

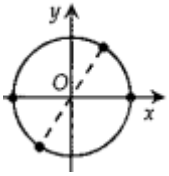
Câu 35. **Chọn đáp án B.**

Điều kiện $\cos x\neq 0$

Phương trình $\Leftrightarrow \sqrt{3}\tan x+1=1+\tan^2 x\Leftrightarrow \tan^2 x-\sqrt{3}\tan x=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=0\\ \tan x=\sqrt{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}).$$

Vây só nghiệm trên $(0;2\pi)$ là 3.



Câu 36. **Đáp án C.**

$2\sin^2 x-\sin x.\cos x-m\cos^2 x=1(1)$

Trên $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right] \Rightarrow \cos x\neq 0$

$(1)\Leftrightarrow 2\tan^2 x-\tan x-m=\tan^2 x+1\Leftrightarrow m=\tan^2 x-\tan x-1$

Đặt $\tan x=t\Rightarrow t\in[-1;1]\forall x\in\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$

Yêu cầu bài toán tìm m để phương trình $m=f(t)=t^2-t-1$ có nghiệm trên $[-1;1]$

t	-1		$\frac{1}{2}$		1
$f(t)$	1	↘	$-\frac{5}{4}$	↗	-1

$\Rightarrow$ Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow m\in\left[-\frac{5}{4};1\right]$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Phương trình đối xứng và các phương trình lượng giác không mẫu mực.

Câu 37. **Đáp án C.**

$\sin x+\cos x+\sqrt{2}\sin 2x=0(1)$

$\Leftrightarrow \sin x+\cos x+2\sqrt{2}\sin x.\cos x=0$

Đặt $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

$t^2=1+2\sin x.\cos x\Rightarrow 2\sin x.\cos x=t^2-1\Rightarrow (1)\Leftrightarrow t+\sqrt{2}\left(t^2-1\right)=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}t^2+t-\sqrt{2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{1}{\sqrt{2}}\\ t=-\sqrt{2}\end{array}\right.$

+ Với $t=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{12}+k2\pi\\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$

+ Với $t=-\sqrt{2}\Rightarrow\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}\Leftrightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$

$\Leftrightarrow x=-\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Vậy có 3 điểm biểu diễn các nghiệm.

Câu 38. **Đáp án D.**

$\sin 2x+\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)-m-1=0 \Leftrightarrow 2\sin x.\cos x+\sin x-\cos x-m-1=0$

Đặt $t=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\Rightarrow t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

$2\sin x.\cos x=-t^2+1$

Phương trình $\Leftrightarrow m=-t^2+t(*)$ có nghiệm trên $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$

Xét hàm số $f(t)=-t^2+t$ trên $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$

t	$-\sqrt{2}$		$\dfrac{1}{2}$		$\sqrt{2}$
$-t^2+t$	$-\sqrt{2}-2$	$\nearrow$	$\dfrac{1}{4}$	$\searrow$	$\sqrt{2}-2$

Phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow m\in\left[-\sqrt{2}-2;\dfrac{1}{4}\right]$

Vậy các giá trị $m\in\{-3;-2;-1;0\}$ thỏa mãn.

Câu 39. **Đáp án A.**

Điều kiện $\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cos x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow x\neq k\dfrac{\pi}{2}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{\cos x}{\sin x}-\dfrac{\sin x}{\cos x}=\sin x+\cos x$

$\Leftrightarrow \cos^2 x-\sin^2 x=\sin x.\cos x\left(\sin x+\cos x\right)$

$\Leftrightarrow \left(\sin x+\cos x\right)\left(\sin x.\cos x+\sin x-\cos x\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x+\cos x=0(1)\\ \sin x.\cos x+\sin x-\cos x=0(2)\end{array}\right.$

Giải (1) $\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Giải (2). Đặt $t=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\Rightarrow t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$, $\sin x.\cos x=\dfrac{1-t^2}{2}$.

$(2)\Leftrightarrow \dfrac{1-t^2}{2}+t=0\Leftrightarrow t^2-2t-1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=1-\sqrt{2}\,(tm)\\ t=1+\sqrt{2}\,(l)\end{array}\right.$

$\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1-\sqrt{2}}{2}$. Vậy $t=\dfrac{1-\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40. **Chọn đáp án B.**

Cách 1: Điều kiện để phương tình $\tan x+\cot x=t$ có nghiệm:

$|t|=|\tan x+\cot x|=|\tan x|+|\cot x|\ge 2\sqrt{|\tan x.\cot x|}=2 \Rightarrow t\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$

Cách 2: Phương trình $\tan x+\dfrac{1}{\tan x}=t(\tan x\ne 0)$ có nghiệm

$\Leftrightarrow \tan^2 x-t.\tan x+1=0$ có nghiệm

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta\ge 0\\ 0^2-t.0+1\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow t^2-4\ge 0\Leftrightarrow |t|\ge 2$.

Câu 41. Đáp án C.

$3\tan^2 x+4\tan x+4\cot x+3\cot^2 x+2=0$

$\Leftrightarrow 4(\tan x+\cot x)+3(\tan^2 x+\cot^2 x)+2=0$

$\Leftrightarrow 4t+3(t^2-2)+2=0\Leftrightarrow 3t^2+4t-4=0$.

Câu 42. Đáp án A.

$\cos x+\cos 3x+2\cos 5x=0$

$\Leftrightarrow(\cos 5x+\cos x)+(\cos 5x+\cos 3x)=0$

$\Leftrightarrow 2\cos 3x.\cos 2x+2\cos 4x.\cos x=0$

$\Leftrightarrow(4\cos^3 x-3\cos x)\cos 2x+\cos 4x.\cos x=0$

$\Leftrightarrow \cos x\left[(4\cos^2 x-3\cos x)\cos 2x+\cos 4x\right]=0$

$\Leftrightarrow \cos x\left[(2\cos 2x-1)\cos 2x+2\cos^2 2x-1\right]=0$

$\Leftrightarrow \cos x(4\cos^2 2x-\cos 2x-1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \cos 2x=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{8}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x=\pm\dfrac{1}{2}\arccos\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{8}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

Vậy $m=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{8}$.

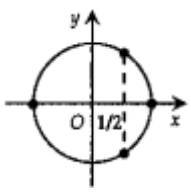
Câu 43. Đáp án C.

$\sin 3x-\sin x+\sin 2x=0$

$\Leftrightarrow 2\cos 2x.\sin x+2\sin x.\cos x=0$

$\Leftrightarrow \sin x(2\cos^2 x+\cos x-1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \cos x=-1\\ \cos x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\pi+k2\pi\\ x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$



Vậy có 4 điểm biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác.

Câu 44. **Đáp án A.**

$$\sin^4 x+\cos^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{4}\Leftrightarrow\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)^2+\left(\frac{1+\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow(1-\cos 2x)^2+\left[1+\cos\left(\frac{\pi}{2}-(-2x)\right)\right]^2=1$$

$$\Leftrightarrow(1-\cos 2x)^2+(1-\sin 2x)^2=1$$

$$\Leftrightarrow 1-2\cos 2x+\cos^2 2x+1-2\sin 2x+\sin^2 2x=1$$

$$\Leftrightarrow 3-2\cos 2x-2\sin 2x=1$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x+\cos 2x=1 \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=1\Leftrightarrow \sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\x=\frac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm thuộc $(2\pi;3\pi)$.

Câu 45. **Đáp án B.**

$$\cos^3 x.\sin 3x+\sin^3 x.\cos 3x=\sin^3 4x$$

$$\Leftrightarrow\frac{\cos 3x+3\cos x}{4}.\sin 3x+\frac{3\sin x-\sin 3x}{4}.\cos 3x=\sin^3 4x$$

$$\Leftrightarrow\frac{3}{4}(\sin 3x.\cos x+\sin x.\cos 3x)=\sin^3 4x$$

$$\Leftrightarrow\frac{3}{4}\sin 4x=\sin^3 4x\Leftrightarrow\sin 12x=0\Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{12}(k\in\mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có 24 nghiệm trên $[0;2\pi]$.

Câu 46. **Đáp án B.**

$$\cos x.\cos\frac{x}{2}.\cos\frac{3x}{2}-\sin x.\sin\frac{x}{2}.\sin\frac{3x}{2}=\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow\cos x.\frac{1}{2}(\cos 2x+\cos x)-\sin x.\frac{1}{2}(\cos x-\cos 2x)=\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow\cos x(\cos 2x+\cos x)+1-\sin^2 x-\sin x.\cos x=1$$

$$\Leftrightarrow\cos 2x(\sin x+\cos x)-\sin x(\sin x+\cos x)=0$$

$$\Leftrightarrow(\sin x+\cos x)(1-2\sin^2 x-\sin x)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x+\cos x=0\\ 2\sin^2 x+\sin x-1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=-1\\ \sin x=-1\\ \sin x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$$

Suy ra có hai nghiệm thuộc $(-\pi;0)$ là $-\dfrac{\pi}{4}$ và $-\dfrac{\pi}{2}$.

Vậy tích hai nghiệm là $\dfrac{\pi^2}{8}$.

Câu 47. **Đáp án A.**

$$\sin 5x.\cos 3x=\sin 7x.\cos 5x \Leftrightarrow \sin 8x+\sin 2x=\sin 12x+\sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin 8x=\sin 12x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}12x=8x+k2\pi\\ 12x=\pi-8x+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{k\pi}{2}\\ x=\dfrac{\pi}{20}+k\dfrac{\pi}{10}\end{array}\right. (k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 48. **Đáp án D.**

Điều kiện $\left\{\begin{array}{l}\sin x\neq 0\\ \sin\left(x-\dfrac{3\pi}{2}\right)\neq 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x\neq k\pi\\ x\neq \dfrac{3\pi}{2}+k\pi\end{array}\right. (k\in\mathbb{Z}).$

Ta có

$$\sin\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)=\sin\left(x-\pi-\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{4}-x\right)=\sin\left(2\pi-\frac{\pi}{4}-x\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x+\cos x).$$

Phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{1}{\sin x}+\dfrac{1}{\cos x}=-2\sqrt{2}(\sin x+\cos x)$

$$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)\left(\frac{1}{\sin x.\cos x}+2\sqrt{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x+\cos x=0\\ \sin x.\cos x=-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0\\ \sin 2x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{8}+k\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{8}+k\pi\end{array}\right. (k\in\mathbb{Z}).$$

Vậy tổng các nghiệm âm liên tiếp lớn nhất là $-\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\pi}{8}-\dfrac{3\pi}{8}=-\dfrac{3\pi}{4}$.

Câu 49. **Đáp án A.**

Ta có $\left\{\begin{array}{l}\sin^8 x\le 1\\ -\cos^8 x\le 0\end{array}\right. \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow \sin^8 x-\cos^8 x\le 1$, mà $\dfrac{2}{\sqrt{3}}>1$.

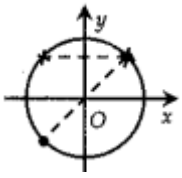
Vậy phương tình đã cho vô nghiệm.

Câu 50. **Đáp án A.**

$\tan^2 x+2\sin^2 x-2\tan x-2\sqrt{2}\sin x+2=0$

$\Leftrightarrow\left(\tan^2 x-2\tan x+1\right)+\left(2\sin^2 x-2\sqrt{2}\sin x+1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(\tan x-1\right)^2+\left(\sqrt{2}\sin x-1\right)^2=0$



$\Leftrightarrow\begin{cases}\tan x=1\\ \sin x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Vậy phương trình có 1 nghiệm trên $(0;2\pi)$.

Câu 51. **Đáp án C.**

Đặt $t=\dfrac{3\pi}{10}-\dfrac{x}{2}\Rightarrow\dfrac{x}{2}=\dfrac{3\pi}{10}-t\Leftrightarrow\dfrac{3x}{2}=\dfrac{9\pi}{10}-3t$

Phương trình $\Leftrightarrow\sin t=\dfrac{1}{2}\sin\left(\pi-3t\right)\Leftrightarrow 2\sin t=\sin 3t$

$\Leftrightarrow 2\sin t=3\sin t-4\sin^3 t\Leftrightarrow\sin t\left(2\cos 2t-1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin t=0\\ \cos 2t=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=k\pi\\ t=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3\pi}{5}-k2\pi\\ x=\dfrac{14\pi}{5}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)\\ x=\dfrac{4\pi}{5}+k2\pi\end{array}\right.$

Vậy phương trình có 3 nghiệm thuộc $(0;2\pi)$.

Câu 52. **Đáp án B.**

$\sqrt{2}\left(\sin x-2\cos x\right)=2-\sin 2x$

$\Leftrightarrow\sqrt{2}\sin x-2\sqrt{2}\cos x=2-2\sin x.\cos x$

$\Leftrightarrow\left(\sqrt{2}\sin x-2\right)\left(\sqrt{2}\cos x+1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=\sqrt{2}\,(vn)\\ \cos x=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right).$

Câu 53. **Đáp án B.**

Điều kiện $\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cos x\neq 0\\ \tan x\neq -1\end{cases}$

Phương trình $\Leftrightarrow\dfrac{\cos x-\sin x}{\sin x}=\dfrac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\dfrac{\cos x+\sin x}{\cos x}}+\sin x\left(\sin x-\cos x\right)$

$\Leftrightarrow\cos x-\sin x=\sin x.\cos x\left(\cos x-\sin x\right)+\sin x\left(\cos x-\sin x\right)$

$\Leftrightarrow\left(\cos x-\sin x\right)\left(1-\sin x\cos x+\sin^2 x\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x-\cos x=0\\ 1-\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1-\cos 2x}{2}=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=1(tm)\\ \sin x+\cos x=3(vn)\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right).$$

Câu 54. **Đáp án B.**

Điều kiện $\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cos x\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow \cos 2x\neq \pm 1$.

Phương trình $\Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x}-\frac{\sin x}{\cos x}+4\sin 2x=\frac{2}{\sin 2x}$

$\Leftrightarrow 2\cos 2x+4\sin^2 2x=2 \Leftrightarrow 2\cos^2 2x-\cos 2x-1=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=1(l)\\ \cos 2x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow 2x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Vậy phương trình có 4 nghiệm trên $\left(0;2\pi\right)$

Câu 55. **Đáp án** C.

$2\sin^2 2x+\sin 7x-1=\sin x$

$\Leftrightarrow 2\sin^2 2x-1+\sin 7x-\sin x=0$

$\Leftrightarrow 2\cos 4x+2\cos 4x.\sin 3x=0$

$\Leftrightarrow 2\cos 4x\left(1+\sin 3x\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 4x=0\\ 1+\sin 3x=0\end{array}\right.$$

Vậy ta chọn đáp án **C.**

Câu 56. **Đáp án D.**

$2\sin x\left(1+\cos 2x\right)+\sin 2x=1+2\cos x$

$\Leftrightarrow 2\sin x\left(1+\cos^2 x-1\right)+\sin 2x=1+2\cos x$

$\Leftrightarrow 4\sin x.\cos^2 x+\sin 2x=1+2\cos x$

$\Leftrightarrow 2\sin 2x.\cos x+\sin 2x=1+2\cos x$

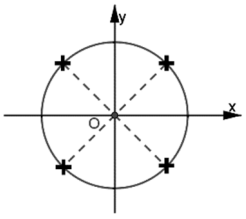
$\Leftrightarrow \left(2\cos x+1\right)\left(\sin 2x-1\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2\cos x+1=0\\ \sin 2x-1=0\end{array}\right.$$

Vậy ta chọn đáp án D.

Câu 57. **Đáp án A.**

Điều kiện: $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$



Phương trình $\Leftrightarrow 6\sin x - 2\cos^3 x = 5\sin 2x.\cos x$

$\Leftrightarrow 3\sin x - \cos^3 x - 5\sin x.\cos^3 x = 0 (*)$

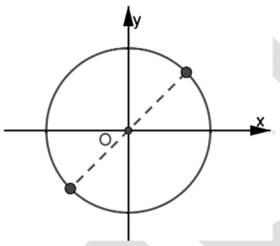
- Với $\cos x = 0$: Không thỏa mãn phương trình $(*)$

- Với $\cos x \neq 0$: Chia hai vế cho $\cos^3 x$ ta được:

$(*) \Leftrightarrow 3\tan x\left(1+\tan^2 x\right) - 1 - 5\tan x = 0$

$\Leftrightarrow 3\tan^3 x - 2\tan x - 1 = 0$

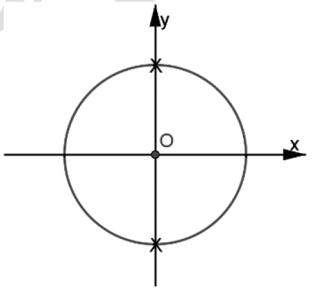
$\Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$



Kết hợp với điều kiện $\Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm

Câu 58. **Đáp án A.**

Điều kiện: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$



Phương trình $\Leftrightarrow \sin 4x.\cos x = \sin x$

$\Leftrightarrow 2\sin 2x.\cos 2x.\cos x - \sin x = 0$

$\Leftrightarrow 4\sin x.\cos^2 x.\cos 2x - \sin x = 0$

$\Leftrightarrow \left(4\cos^2 x.\cos 2x - 1\right)\sin x = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 0\\ 2\cos^2 2x + 2\cos 2x - 1 = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 0\\ \cos 2x = \frac{-1+\sqrt{3}}{2}\\ \cos 2x = \frac{-1-\sqrt{3}}{2} (VN)\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = k\pi\\ x = \pm\frac{1}{2}\arccos\frac{-1+\sqrt{3}}{2} + k\pi\end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$$

$\Rightarrow m + n = \frac{1}{2} + \frac{-1+\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 59. **Đáp án B.**

Điều kiện: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

PT: $\Leftrightarrow \cos 2x - \tan^2 x = 1 - \cos x - \left(1+\tan^2 x\right)$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = -1\\ \cos x = \frac{1}{2}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pi+k2\pi \\ x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\frac{2\pi}{3}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Mà $x\in[1;70]\Leftrightarrow 1\le\frac{\pi}{3}+k\frac{2\pi}{3}\le 70$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2\pi}-\frac{1}{2}\le k\le\frac{105}{\pi}-\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow k\in\{0;1;2;...;32\}$

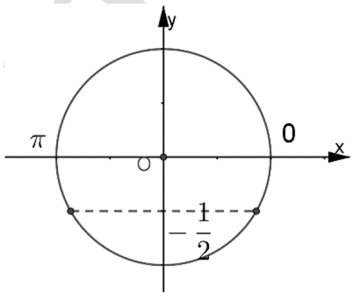
Vậy PT có 33 nghiệm trên $[1;70]$

Phương trình lượng giác chứa tham số

Câu 60. **Đáp án C.**

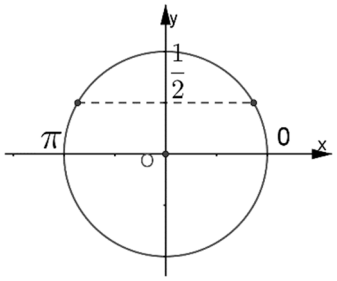
$(2\sin x+1)(\sin x-m)=0(*)$ có nghiệm thuộc $(0;\pi)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=-\dfrac{1}{2}(1) \\ \sin x=m(2) \end{array}\right.$$



Giải $(1)\Rightarrow \sin x=\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$$



$\Rightarrow$ PT (1) không có nghiệm nào thuộc $(0;\pi)$

$\Rightarrow$ (*) có nghiệm $\in(0;\pi)$

$\Leftrightarrow \sin x=m$ có nghiệm $\in(0;\pi)\Leftrightarrow m\in(0;1]$.

Chú ý: Độc giả có thể giải cách khác như sau:

Có $\sin x\in(0;1]\forall x\in(0;\pi)$

$\Rightarrow \sin x=m$

$\Leftrightarrow m\in(0;1]$

Câu 61. **Đáp án A.**

PT $(2\cos x-1)(2\cos 2x+2\cos x-m)=3-4\sin^2 x$ có đúng hai nghiệm $\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

$\Leftrightarrow (2\cos x-1)\left(4\cos^2 x-2+2\cos x-m\right)$

$=(2\cos x-1)(2\cos x+1)$

$\Leftrightarrow (2\cos x-1)\left(4\cos^2 x-3-m\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2\cos x-1=0\\4\cos^2 x--3-m=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=\frac{1}{2}(1)\\\cos^2 x=\frac{m+3}{4}(2)\end{array}\right.$

Giải (1): $\cos x=\frac{1}{2}$ có hai nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

=> Phương trình có hai nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

$\Leftrightarrow$ (2) vô nghiệm hoặc (2) $\Leftrightarrow \cos x=\pm\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-\frac{m+3}{4}>1\\\frac{m+3}{4}<0\\\frac{m+3}{4}=\frac{1}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>1\\m<-3\\m=2\end{array}\right.$

Vậy có 7 giá trị của m thỏa mãn.

Chú ý: $\cos^2 x\in[0;1]\forall x\in R$

Câu 62. **Đáp án C**

$\cos 2x+\sin^2 x+3\cos x-m=5(*)$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x-1+1-\cos^2 x+3\cos x-m-5=0$

$\Leftrightarrow \cos^2 x+3\cos x=m+5$

Đặt $\cos x=t\in[-1;1]$, phương trình $\Leftrightarrow t^2+3t=m+5$

Bảng biến thiên:

t	-1	1
t^2+3t	-2	4

=> Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow -2\le m+5\le 4$

$\Leftrightarrow -7\le m\le -1$. Vậy a + b = -8

Câu 63. **Đáp án B**

$m\sin x+(m+1)\cos x=\frac{m}{\cos x}(*)$

Điều kiện: $\cos x\neq 0$

$(*) \Leftrightarrow m\sin x\cos x+(m+1)\cos^2 x=m$

$\Leftrightarrow \frac{m}{2}\sin 2x+\frac{m+1}{2}(1+\cos 2x)=m$

$\Leftrightarrow m\sin 2x+(m+1)\cos 2x=m-1(1)$

+ Từ m = 0 $(*) \Leftrightarrow \cos x=0$ loại do điều kiện $\Rightarrow m=0$ phương trình (*) vô nghiệm.

+ Với $m\neq 0$

=> (*) có nghiệm khi (1)

$\Leftrightarrow m^2+(m+1)^2\geq (m-1)^2$

$\Leftrightarrow m^2+4m\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\leq -4 \\ m\geq 0 \end{array}\right.$

Vậy có 9 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 64. **Đáp án B**

$\cos 2x+(2m+1)\sin -m-1=0$

$\Leftrightarrow 1-2\sin^2 x+2m\sin x+\sin x-m-1=0$

$\Leftrightarrow 2\sin x(m-\sin x)-(m-\sin x)=0$

$\Leftrightarrow (\sin x\text{-m})(2\sin x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=\frac{1}{2}(1) \\ \sin x=m(2) \end{array}\right.$

Giải (1): $\sin x=\frac{1}{2}$ luôn có 2 nghiệm $\in\left(-\frac{\pi}{2};\pi\right)$

$\Rightarrow \forall m$ phương trình có nghiệm.

Câu 65. **Đáp án D**

$\frac{3}{\sin^2 x}+3\tan^2 x+t\text{anx}+\cot x=m$

$\Leftrightarrow 3(1+\cot^2 x)+3\tan^2 x+\tan x+\cot x+3-m=0$ Đặt $t=\tan x+\cot x \Rightarrow t^2-2=\tan^2 x+\cot^2 x$

$\Leftrightarrow 3(\tan^2 x+\cot^2 x)+\tan x+\cot x+3-m=0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t\geq 2 \\ t\leq -2 \end{array}\right.$ => Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để phương trình $3(t^2-2)+t+3-m=0$ có nghiệm $t\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty) \Leftrightarrow m=3t^2+t-3$

có nghiệm $t\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{6}$	2	$+\infty$
$3t^2+t-3$	$+\infty$	7		11	$+\infty$

=> Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq 7$

Vậy có 2011 giá trị của m nhỏ hơn 2018

+ Với $\cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 2\sin x \cos x = 0 \\ \cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = -1 \end{cases}$ thì $(1) \Rightarrow -m - 1 = m - 1 \Leftrightarrow m = 0$

hoc360.net

hoc360.net