

C. $2.C_{2n+1}^2 + 4.C_{2n+1}^4 + 6.C_{2n+1}^6 + \dots + 2n.C_{2n+1}^{2n} = (2n+1)2^{2n-1}$.

D. $1.C_{2n}^1 + 3.C_{2n}^3 + 5.C_{2n}^5 + \dots + (2n-1).C_{2n}^{2n-1} = 2n.2^{2n+1}$.

D. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

DẠNG 1: VI PHÂN CỦA HÀM SỐ

Câu 1. Đáp án D.

$$dy = 3.1^2 \cdot 0,01 = 0,03$$

Câu 2. Đáp án A.

Ta có: $y' = \frac{7}{(1-2x)^2} \Rightarrow y'(3) = \frac{1}{7} \Rightarrow dy = \frac{1}{7} dx$.

Câu 3. Đáp án C.

Ta có: $x = \sin y \left(0 < y < \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow dx = \cos y dy \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \cos y$ và $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ đúng.

Câu 4. Đáp án C.

$$y' = 2 \cos 3x (-3 \sin 3x) = -3 \sin 6x \Rightarrow dy = -3 \sin 6x dx$$

Câu 5. Đáp án C.

$$x^2 y + y^3 = 2 \Rightarrow d(x^2 y) + d(y^3) = 0 \Leftrightarrow 2xy dx + x^2 dy + 3y^2 dy = 0 \text{ tại điểm } (1;1) \text{ ta có:}$$

$$2dx + dy + 3dy = 0 \Rightarrow 4dy = -2dx \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2} = y'(1)$$

Câu 6. Đáp án C.

$$y' = \cos x \cdot \cos(\sin x) \Rightarrow dy = \cos x \cdot \cos(\sin x) dx$$

Câu 7. Đáp án B.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(x \cos x)(x \cos x - \sin x) - (x \sin x + \cos x)(-x \sin x)}{(x \cos x - \sin x)^2} = \frac{x^2}{(x \cos x - \sin x)^2}$$

Câu 8. Đáp án A.

$$\text{Đặt } u = x^2 \Rightarrow y = f(u)$$

$$\text{Từ } f'(x) = x^2 - 1 \Rightarrow f'(u) = u^2 - 1$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = f'(u) \cdot \frac{du}{dx} = (u^2 - 1)2x = 2x(x^4 - 1)$$

Câu 9. Đáp án C.

$$\text{Chọn } \Delta x = dx = 0,01; x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 1$$

$$dy = 2 \cdot 0,01 = 0,02 \Rightarrow \Delta y - dy = 0,0001$$

Câu 10. Đáp án C.

$$\cos y = \sin^2 x \Rightarrow -\sin y dy = \sin 2x dx$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\sin 2x}{-\sin y} = \frac{\sin 2x}{-\sqrt{1-\cos^2 y}} \text{ (vì } \sin y > 0 \text{)} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = y' = \frac{-\sin \frac{\pi}{2}}{\sqrt{1-\sin^4 \frac{\pi}{4}}} = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

Câu 11. Đáp án A.

$$y' = \frac{(-4x-2)(x^2+x+1)^2 - (-2x^2-2x)2(x^2+x+1)(2x+1)}{(x^2+x+1)^4} = \frac{2(2x+1)(x^2+x-2)}{(x^2+x+1)^3}.$$

Lưu ý: có thể sử dụng MTCT tính đạo hàm tại một điểm $x=0$ và thử lại $x=0$ vào các Đáp án ta được kết quả là A.

Câu 12. Đáp án A.

Ta có: $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x}}, dy = \frac{dx}{\sqrt{1-x}} \Rightarrow \sqrt{1-x}dy - dx = 0.$

DẠNG 2: TÍNH ĐẠO HÀM CẤP CAO VÀ Ý NGHĨA CƠ HỌC CỦA ĐẠO HÀM CẤP HAI.

Câu 13. Đáp án C.

$$y = x^3, y' = 3x^2, y'' = 6x$$

Câu 14. Đáp án B.

$$y' = -\sin 2x, y'' = -2 \cos 2x \Rightarrow y^{(3)} = 4 \sin 2x \Rightarrow y^{(3)}\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3}.$$

Câu 15. Đáp án C.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}, y'' = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{x \cdot x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$$

$$\Rightarrow y \cdot y' = x \text{ và } y^2 \cdot y'' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \text{ nên (I) và (II) sai.}$$

Câu 16. Đáp án B.

$$\text{Ta có } y' = \frac{-7x^2+10x-31}{(x^2-2x-3)^2} \Rightarrow y'' = \frac{2(7x^3-15x^2+93x-77)}{(x^2-2x-3)^3}.$$

Kết luận: Ta có thể sử dụng MTCT tính đạo hàm tại 1 điểm $x=0$ của y' và thử với $x=0$ vào các Đáp án ta được kết quả.

Câu 17. Đáp án D.

$$\text{Ta có: } y' = \sin 2x, y'' = 2 \cos x, y''' = -4 \sin 2x \Rightarrow y^{(4)}(x) = -8 \cos 2x.$$

Câu 18. Đáp án D.

$$\text{Áp dụng } \cos^{(n)}(x) = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right) \Rightarrow y^{(2016)}(x) = \cos(x+1008\pi) = \cos x.$$

Câu 19. Đáp án C.

$$\text{Áp dụng } \left(\frac{1}{ax+b}\right)^n = \frac{(-1)^n \cdot a^n \cdot n!}{(ax+b)^{n+1}} \text{ ta được: } y^{(n)} = \frac{(-1)^n \cdot n!}{(x-1)^{n+1}}.$$

Câu 20. Đáp án D.

$$y' = \tan^2 x - \cot^2 x + \cos x - \sin x \Rightarrow y'' = \frac{2 \tan x}{\cos^2 x} + \frac{2 \cot x}{\sin^2 x} - \sin x - \cos x.$$

Câu 21. Đáp án B.

$$y' = 2 \cos 2x, y'' = -4 \sin 2x \Rightarrow 4y + y'' = 0$$

Câu 22. Đáp án A.

$$y' = -2 \sin 4x, y'' = -8 \cos 4x, y''' = 32 \sin 4x \Rightarrow y'''' + y'' + 16y' + 16y - 8 = 0.$$

Câu 23. Đáp án B.

$$\begin{aligned} \text{Áp dụng } \left[\cos(ax + b) \right]^n &= a^n \cdot \cos\left(ax + b + \frac{n\pi}{2}\right) \\ \Rightarrow f^{(4)}(x) &= 16 \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{3} + 2\pi\right) \Rightarrow f^{(4)}(x) = -8 \\ \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) &= -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{-\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

$$\text{Với } x \in [0; \pi] \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{5\pi}{6}.$$

Câu 24. Đáp án D.

$$f'(x) = 15(x+1)^2 + 4, f''(x) = 30(x+1) \Rightarrow f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Câu 25. Đáp án C.

$$y = 2x - 1 - \frac{1}{x-1} \Rightarrow y' = 2 + \frac{1}{(x-1)^2}, y'' = \frac{-2}{(x-1)^3}, y''' = \frac{2 \cdot 3}{(x-1)^4}, y^{(4)} = \frac{-2 \cdot 3 \cdot 4}{(x-1)^5} = \frac{-24}{(x-1)^5}.$$

Câu 26. Đáp án D.

$$\text{Ta có: } y' = \sin x + x \cos x, y'' = 2 \cos x - x \sin x \Rightarrow y'' + y = 2 \cos x.$$

Câu 27. Đáp án A.

$$\text{Ta có: } \gamma(t) = s''(t) = 40 - 48t$$

$$\text{Gia tốc: } \gamma(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{6} \Rightarrow v(t) = s'(t) = 40 - 24t^2.$$

$$v\left(\frac{5}{6}\right) = 40 \cdot \frac{5}{6} - 24 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{50}{3} \text{ (m/s)}$$

Câu 28. Đáp án D.

$$v(t) = s'(t) = -3t^2 + 18t + 1 = -3(t^2 - 6t + 9) + 28 = 28 - 3(t-3)^2 \geq 28$$

Vận tốc đạt giá trị lớn nhất khi $t = 3s$.

Câu 29. Đáp án B.

$$s'(t) = 3t^2 - 4t + 4, s''(t) = 6t - 4$$

$$\text{Vậy gia tốc } \gamma(2) = s''(2) = 8 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Câu 30. Đáp án A.

$$s'(t) = 3t^2 - 6t, s''(t) = 6t - 6 \Rightarrow s''(4) = 18 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

DẠNG 3: DÙNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI TOÁN TỔ HỢP C_n^k

Câu 28. Đáp án A.

Từ nhị thức $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x^1 + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n$ (*) lấy đạo hàm hai vế:

$$n(1+x)^{n-1} = C_n^1 + 2xC_n^2 + 3x^2C_n^3 + \dots + nx^{n-1}C_n^n (**).$$

Thay $x = -1$ ta được $S = C_n^1 - 2C_n^2 + 3C_n^3 - \dots - (-1)^{n-1}C_n^n = 0$.

Câu 29. Đáp án C.

Xét khai triển nhị thức $(1+x)^n$. Lấy đạo hàm bậc nhất hai vế ta được

$$n(1+x)^{n-1} = C_n^1 + 2xC_n^2 + 3x^2C_n^3 + \dots + nx^{n-1}C_n^n$$

Cho $x = 2$ ta được $S = n3^{n-1}$.

Với $n = 1000$ ta được $S = 1000 \cdot 3^{999}$.

Câu 30. Đáp án C.

Xét khai triển nhị thức $(1+x)^n$. Lấy đạo hàm bậc nhất hai vế ta được

$$n(1+x)^{n-1} = C_n^1 + 2xC_n^2 + 3x^2C_n^3 + \dots + nx^{n-1}C_n^n$$

Cho $x = 1$ ta được $1C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1} = 11264 \Rightarrow n = 11$

Câu 31. Đáp án A.

$$\text{Xét } S = 1^2C_n^1 + 2^2C_n^2 + 3^2C_n^3 + \dots + n^2C_n^n = 1(2-1)C_n^1 + 2(3-1)C_n^2 + \dots + n(n+1-1)C_n^n$$

$$= [1 \cdot 2 \cdot C_n^1 + 2 \cdot 3 \cdot C_n^2 + 3 \cdot 4 \cdot C_n^3 + \dots + n(n+1)C_n^n] - [1C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n]$$

$$= A - B$$

Từ câu 3 thì $B = n2^{n-1}$

Xét khai triển $x(1+x)^n = x \cdot C_n^0 + x^2 \cdot C_n^1 + x^3 \cdot C_n^2 + \dots + x^{n+1} \cdot C_n^n$

Lấy đạo hàm hai vế: $(1+x)^n + nx(1+x)^{n-1} = C_n^0 + 2x \cdot C_n^1 + 3x^2 \cdot C_n^2 + \dots + (n+1)x^n \cdot C_n^n$

Tiếp tục lấy đạo hàm ta có:

$$n(1+x)^{n-1} + n(1+x)^{n-1} + n(n-1)x(1+x)^{n-2} = 1 \cdot 2 \cdot C_n^1 + 2 \cdot 3x^1 \cdot C_n^2 + \dots + n(n+1)x^{n-1} \cdot C_n^n$$

Cho $x = 1 \Rightarrow A = 2n \cdot 2^{n-1} + n(n-1) \cdot 2^{n-2} \Rightarrow S = n(n+1) \cdot 2^{n-2}$

Với $n = 2000 \Rightarrow S = 2000 \cdot 2001 \cdot 2^{1998}$.

Câu 32. Đáp án C.

Từ khai triển $(1-x)^{200}$ lấy đạo hàm đến cấp 2 hai vế, sau đó thay $x = 3$ ta được $S = 200 \cdot 199 \cdot 2^{198}$.

Câu 33. Đáp án A.

Từ ví dụ 3 - Dạng 3. Phần lý thuyết ta có: $1 \cdot C_n^0 + 2 \cdot C_n^1 + 3 \cdot C_n^2 + \dots + (n+1) \cdot C_n^n = (n+2)2^{n-1}$.

Theo yêu cầu của bài toán $\Rightarrow (n+2) \cdot 2^{n-1} \leq 1024 \cdot (n+2) \Leftrightarrow 2^{n-1} \leq 1024 = 2^{10} \Leftrightarrow n \leq 11, n \in \mathbb{N}$. Vậy chọn A.

Câu 34. Đáp án A.

Khai triển $(1+x)^{100}$ và lấy đạo hàm cấp 1.

Khai triển $(1-x)^{100}$ và lấy đạo hàm cấp 1.

Cộng vế với vế và thay $x = 2$ ta được $S = 50(3^{99} + 1)$

Câu 35. Đáp án C.

Cách 1: Khai triển $(1+x)^{2n+1}$ và lấy đạo hàm cấp 1.

Khai triển $(1-x)^{2n+1}$ và lấy đạo hàm cấp 1.

Cộng vế với vế và thay $x = 1$ ta được kết quả đáp án C.

Cách 2: Thử với $n = 1, 2$ và các đáp án thì ta được kết quả đáp án C đúng

hoc360.net

TIẾP TUYẾN VỚI ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A. LÝ THUYẾT

1. Tiếp tuyến của đường cong phẳng.

Định nghĩa:

Nếu cát tuyến M_0M có vị trí giới hạn M_0T . Khi điểm M di chuyển trên (C) và dần đến M_0 thì đường thẳng M_0T gọi là tiếp tuyến của đường cong (C) tại điểm M_0 . Điểm $M_0(x_0; f(x_0))$ được gọi là tiếp điểm.

Định lý:

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $(a; b)$ và (C) là đồ thị hàm số. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ tại điểm x_0 là hệ số góc của tiếp tuyến M_0T của (C) tại $M_0(x_0; f(x_0))$.

2. Phương trình tiếp tuyến

a. Tiếp tuyến tại một điểm

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ tại điểm $M_0(x_0; y_0) \in (C)$:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$$

UDY TIP

- Hệ số góc $k = f'(x_0)$.
- Nếu cho x_0 thì thế vào $y = f(x)$ tìm y_0 .
- Nếu cho y_0 thì thế vào $y = f(x)$ giải phương trình tìm x_0 .

b. Tiếp tuyến biết hệ số góc

- Hệ số góc k của tiếp tuyến: $k = f'(x_0)$ (*)

Giải phương trình (*) ta tìm được hoành độ của tiếp điểm x_0 thế và phương trình $y = f(x)$ tìm tung độ y_0 .

- Khi đó phương trình tiếp tuyến: $y = k(x - x_0) + y_0$ (d)

UDY TIP

- * Tiếp tuyến $d // \Delta: y = ax + b \Rightarrow k = a$.
- * Tiếp tuyến $d \perp \Delta: y = ax + b \Rightarrow k \cdot a = -1$.
- * $k = \tan \alpha$, với α là góc giữa d và tia Ox .

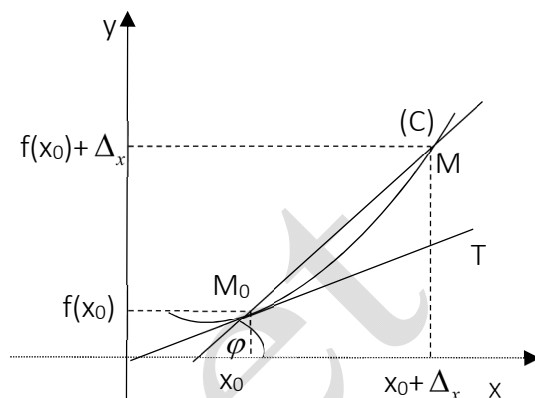
c. Tiếp tuyến đi qua một điểm

Lập phương trình tiếp tuyến d với (C) biết d đi qua điểm $M(x_M; y_M)$

Phương pháp:

- Gọi $M_0(x_0; y_0) \in (C)$ là tiếp điểm.
- Phương trình tiếp tuyến tại $M_0: y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$ (d).
- Vì đường thẳng d đi qua M nên $y_M - y_0 = f'(x_0)(x_M - x_0)$. Giải phương trình ta tìm được x_0 rồi suy ra y_0 .

UDY TIP



Điểm $M(x_0; y_0)$ có thể thuộc hoặc không thuộc đường cong (C)

B. CÁC DẠNG TOÁN VỀ TIẾP TUYẾN VỚI ĐỒ THỊ HÀM SỐ.

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(-1; 3)$ là:

- A.** $y = -3x$. **B.** $y = -x + 3$. **C.** $y = -9x + 6$. **D.** $y = -9x - 6$.

Đáp án A.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 + 6x$$

Phương trình tiếp tuyến tại $M(-1; 3)$ là: $y = y'(-1)(x+1) + 3 \Leftrightarrow y = -3x$

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ là:

- A.** $y = -x + 2$. **B.** $y = x + 2$. **C.** $y = x - 1$. **D.** $y = -x - 3$.

Đáp án D.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$y' = -\frac{4}{(x-1)^2}; y'(-1) = -1; y(-1) = -2$$

Phương trình tiếp tuyến tại $M_0(-1; -2)$ là: $y = y'(-1)(x+1) - y(-1) = -x - 3$

STUDY TIP

Học sinh nhận biết các bài toán về viết phương trình tiếp tuyến tại 1 điểm

- Cho $M(x_0; y_0) \in (C)$.

- Cho x_0 tìm y_0 .

- Cho y_0 tìm x_0 .

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ (C) . Phương trình tiếp tuyến tại điểm có tung độ $y_0 = 2$ là:

- A.** $y = 8x - 6; y = -8x - 6$. **B.** $y = 8x - 6; y = -8x + 6$.
C. $y = 8x - 8; y = -8x + 8$. **D.** $y = 41x - 17$.

Đáp án A.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 4x^3 + 4x$$

$$y_0 = 2 \Leftrightarrow x^4 + 2x^2 - 1 = 2 \Rightarrow x = -1; x = 1$$

Phương trình tiếp tuyến tại $M(1; 2): y = 8x - 6$.

Phương trình tiếp tuyến tại $M(-1; 2): y = -8x - 6$.

STUDY TIP

Giải phương trình $ax^4 + bx^2 + c = 0, (a \neq 0)$. Đặt $t = x^2, t \geq 0$ suy ra giải phương trình bậc hai $at^2 + bt + c = 0$

Ví dụ 4. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+2}{x-2}$ tại điểm $x_0 = 3$ có hệ số góc bằng:

- A.** 3. **B.** -7. **C.** -10. **D.** -3.

Đáp án C.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$y' = -\frac{10}{(x-2)^2}; k = y'(-3) = -10.$$

Ví dụ 5. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có hệ số góc $k = -9$ có phương trình là:

- A.** $y = -9x - 11$. **B.** $y = -9x - 27$. **C.** $y = -9x + 43$. **D.** $y = -9x + 11$.

Đáp án A.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$y' = x^2 + 6x$$

$$k = -9 \Leftrightarrow y'(x_0) = -9 \Leftrightarrow x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 16.$$

Phương trình tiếp tuyến tại $M(-3; 16): y = -9x - 11$

STUDY TIP

Học sinh nhận biết được loại bài toán viết phương trình tiếp tuyến khi biết hệ số góc $k: k = f'(x_0)$.

Ví dụ 6. Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ (C). Phương trình tiếp tuyến biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = -4x + 1$ là:

- A.** $y = -4x - 2; y = -4x + 14$. **B.** $y = -4x + 21; y = -4x + 14$.
C. $y = -4x + 2; y = -4x + 1$. **D.** $y = -4x + 12; y = -4x + 14$.

Đáp án A.

Lời giải:

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R} \setminus \{1\}. y' = \frac{-4}{(x-1)^2}$$

$$\text{Gọi } M(x_0; y_0) \text{ là tiếp điểm } \Rightarrow y'(x_0) = -4 \Leftrightarrow -4 = \frac{-4}{(x-1)^2} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2 \end{cases}$$

Phương trình tiếp tuyến tại $M(0; -2): y = -4x - 2$.

Phương trình tiếp tuyến tại $M(2; 6): y = -4x + 14$.

STUDY TIP

Hai đường thẳng song song thì cùng hệ số góc.

Hai đường thẳng vuông góc thì tích hai hệ số góc của hai đường thẳng bằng -1 .

Ví dụ 7. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x$ (C). Gọi x_1, x_2 là hoành độ các điểm M, N trên (C) mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng $y = -x + 2017$. Khi đó $x_1 + x_2$ bằng:

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.

Đáp án C.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. $y' = 3x^2 - 4x + 2$.

Từ giả thiết suy ra $x_1 + x_2$ là nghiệm của phương trình

$$1 = 3x^2 - 4x + 2 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{4}{3}$$

Ví dụ 8. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến đi qua điểm $M(-7;5)$.

- A. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}; y = -\frac{3}{16}x + \frac{29}{16}$. B. $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}; y = -\frac{3}{16}x + \frac{2}{16}$.
 C. $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}; y = -\frac{3}{16}x + \frac{9}{16}$. D. $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}; y = -\frac{3}{16}x + \frac{29}{16}$.

Đáp án D.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Do tiếp tuyến qua $M(-7;5)$ nên:

$$5 = \frac{-3}{(x_0-1)^2}(-7-x_0) + \frac{2x_0+1}{x_0-1} \Rightarrow x_0^2 - 4x_0 - 5 = 0 \Rightarrow x_0 = -1; x_0 = 5.$$

Ta tìm được hai phương trình tiếp tuyến là: $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$ và $y = -\frac{3}{16}x + \frac{29}{16}$.

STUDY TIP

Học sinh cần phân biệt loại bài toán viết phương trình tiếp tuyến tại một điểm $M_0(x_0; y_0)$ và viết phương trình tiếp tuyến đi qua điểm $M(x_M; y_M)$. Dấu hiệu ban đầu là điểm $M(x_M; y_M)$ có thể thuộc đường cong (C) hay có thể không thuộc đường cong (C)

Ví dụ 9. Cho hàm số $y = x^3 - 1 - m(x+1)$ (C_m). Có bao nhiêu giá trị của m để tiếp tuyến tại (C_m) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Đáp án D.

Lời giải:

(C_m) giao với $Oy : M(0; 1-m)$

$$y' = 3x^2 - m, y'(0) = -m$$

Phương trình tiếp tuyến của (C_m) tại $M: y = -mx + 1 - m$

Nếu $m = 0$ tiếp tuyến song song với Ox (loại)

Xét $m \neq 0$. Gọi A, B lần lượt là giao điểm tiếp tuyến và hai trục tọa độ

$$\Rightarrow A\left(\frac{1-m}{m}; 0\right); B(0; 1-m).$$

$$\text{Ta có } S_{OAB} = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2}OA \cdot OB = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left|\frac{1-m}{m}\right||1-m| = 8 \Leftrightarrow \frac{(1-m)^2}{|m|} = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \pm 4\sqrt{5} \\ m = -7 \pm 4\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy có bốn giá trị của m thỏa mãn.

Ví dụ 10. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m-1)x + 2m$ (C_m). Tìm m để tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị (C_m) vuông góc với đường thẳng $\Delta: y = 2x + 1$

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = \frac{11}{6}$.

D. $m = \frac{6}{11}$.

Đáp án C.

Lời giải:

$$y' = 3x^2 - 4x + m - 1$$

$$\text{Ta có } y' = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + m - \frac{7}{3} \geq m - \frac{7}{3}$$

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = \frac{2}{3}$ có hệ số góc nhỏ nhất và hệ số góc đó có giá trị $k = m - \frac{7}{3}$.

$$\text{Theo bài ra: } 2k = -1 \Leftrightarrow 2\left(m - \frac{7}{3}\right) = -1 \Rightarrow m = \frac{11}{6}.$$

C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG

- Câu 35.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$
A. $y = 2x + 1$. B. $y = 2x - 1$. C. $y = x - 2$. D. $y = x + 2$.
- Câu 36.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x+2}$ tại điểm có tung độ $y_0 = 2$
A. $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$. B. $y = \frac{1}{4}x - \frac{3}{2}$. C. $y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$. D. $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$.
- Câu 37.** Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = \sin x$, $x \in [0; 2\pi]$ song song với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 3$ là:
A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 38.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + 1$ tại điểm $x_0 = -1$ có hệ số góc bằng:
A. 7. B. 5. C. 1. D. -1.
- Câu 39.** Cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x-3}$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến tại giao điểm của (C) với trục hoành là:
A. $y = 2x - 4$. B. $y = 3x + 1$. C. $y = -2x + 4$. D. $y = 2x$.
- Câu 40.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 2$ vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất trên hệ trục Oxy là:
A. $y = -x - 2$ và $y = -x + 4$.
B. $y = -x + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{5\sqrt{3}}{9}$ và $y = -x + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{5\sqrt{3}}{9}$.
C. $y = -x + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{18-5\sqrt{3}}{9}$ và $y = -x - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{18+5\sqrt{3}}{9}$.
D. $y = -x - \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{18-5\sqrt{3}}{9}$ và $y = -x + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{18+5\sqrt{3}}{9}$.
- Câu 41.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x}$ (C) tại các giao điểm của (C) với các trục tọa độ là:
A. $y = x - 1$. B. $y = x - 1$ và $y = x + 1$.
C. $y = -x + 1$. D. $y = x + 1$.
- Câu 42.** Cho hàm số $y = x^2 - 6x + 5$ có tiếp tuyến song song trục hoành. Phương trình tiếp tuyến đó là:
A. $x = -3$. B. $y = -4$. C. $y = 4$. D. $y = 3$.
- Câu 43.** Cho hàm số $y = 2 - \frac{4}{x}$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng $y = -x + 2$ là:
A. $y = x + 4$. B. $y = x - 2$ và $y = x + 4$.
C. $y = x - 2$ và $y = x + 6$. D. $y = x + 3$ và $y = x - 1$.
- Câu 44.** Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Có bao nhiêu cặp điểm thuộc (C) mà tiếp tuyến tại đó song song với nhau?
A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

- Câu 45.** Trên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ có điểm $M(x_0; y_0)$ sao cho tiếp tuyến tại đó cùng với các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2. Khi đó $x_0 + y_0$ bằng :
- A. 3. B. $\frac{13}{3}$. C. $-\frac{1}{7}$. D. $-\frac{13}{4}$.
- Câu 46.** Cho hàm số $(C): y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $y'' = 0$ là
- A. $y = -x - \frac{7}{3}$. B. $y = -x + \frac{7}{3}$. C. $y = x - \frac{7}{3}$. D. $y = \frac{7}{3}x$.
- Câu 47.** Số cặp điểm A, B trên đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 5$ mà tiếp tuyến tại A, B vuông góc với nhau là:
- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.
- Câu 48.** Qua điểm $A(0; 2)$ có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ (C) ?
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 49.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến với (C) và có hệ số góc nhỏ nhất?
- A. $y = -3x + 3$. B. $y = 1$. C. $y = -5x + 7$. D. $y = -3x - 3$.
- Câu 50.** Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2}}$ và $g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{2}}$. Góc giữa hai tiếp tuyến của mỗi đồ thị hàm số đã cho tại giao điểm của chúng là:
- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .
- Câu 51.** Tìm m để đồ thị: $(C_m): y = \frac{1}{3}mx^3 + (m-1)x^2 + (4-3m)x + 1$ tồn tại đúng 2 điểm có hoành độ dương mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng $x + 2y - 3 = 0$.
- A. $m \in \left(0; \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$. B. $m \in \left(0; \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{7}{3}\right)$.
 C. $m \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{8}{3}\right)$. D. $m \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$.
- Câu 52.** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết tiếp tuyến này cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho $OA = 4OB$.
- A. $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$ và $y = -\frac{1}{4}x + \frac{13}{4}$. B. $y = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$ và $y = -\frac{1}{4}x - \frac{13}{4}$.
 C. $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$ và $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$. D. $y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ và $y = \frac{1}{4}x - \frac{5}{2}$.
- Câu 53.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$. Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho diện tích ΔAOB bằng $\frac{3}{2}$. Hỏi m là giá trị nguyên nằm trong khoảng nào sau đây?
- A. $(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$. B. $(-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$. C. $(-4; 0)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 54. Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - mx + m - 1$ tại điểm $x_0 = 1$ cắt đường tròn $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = \frac{1}{5}$ theo cung có độ dài nhỏ nhất.

A. $m = 1$ hoặc $m = 2$. B. $m = 1$ hoặc $m = -\frac{5}{2}$.

C. $m = -3$ hoặc $m = -1$ D. $m = -1$ hoặc $m = 3$.

Câu 55. Cho hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c, c < 0$ có đồ thị (C) cắt Oy tại A và có hai điểm chung với Ox là M, N . Tiếp tuyến với đồ thị tại M đi qua A . Tìm $T = a + b + c$ biết $S_{AMN} = 1$.

A. $T = -1$.

B. $T = 2$.

C. $T = 5$.

D. $T = -3$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 38. Đáp án B.

$$y' = \frac{2}{x+1}; x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1$$

Phương trình tiếp tuyến tại $M(0; -1)$ là: $y = y'(0)(x - 0) - 1 \Leftrightarrow y = 2x - 1$.

Câu 39. Đáp án A.

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x+2}}; y_0 = 2 \Rightarrow \sqrt{x_0 + 2} = 2 \Leftrightarrow x_0 = 2$$

Phương trình tiếp tuyến tại $M(2; 2)$ là $y = y'(2)(x - 2) \Leftrightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$.

Câu 40. Đáp án C.

$$f'(x) = \cos x. \text{ Theo giả thiết } \Rightarrow f'(x_0) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x_0 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_0 = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Do } x_0 \in [0; 2\pi] \Rightarrow x_0 = \frac{\pi}{3}; x_0 = \frac{5\pi}{3}.$$

Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn.

Câu 41. Đáp án B.

$$y' = 3x^2 - 2x \Rightarrow y'(1) = 5$$

Câu 42. Đáp án C.

Giao điểm của (C) với Ox là $A(2; 0)$.

$$y' = \frac{-2}{(x-3)^2}$$

Phương trình tiếp tuyến tại $A(2; 0)$ là :

$$y = y'(2)(x - 2) + 0 \Leftrightarrow y = -2x + 4$$

Câu 43. Đáp án C.

$$y = 3x^2 - 2$$

Đường phân giác của góc phần tư thứ nhất $\Delta: y = x$

$$\Rightarrow y'(x_0) \cdot 1 = -1 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 2 = -2 \Leftrightarrow x_0 = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là : $y = -x + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{18 - 5\sqrt{3}}{9}$ và

$$y = -x - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{18 + 5\sqrt{3}}{9}$$

Câu 44. Đáp án A.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ nên (C) không giao với O_y .

(C) giao với O_x tại $M(1;0)$ nên phương trình tiếp tuyến là: $y = y'(1)(x-1) = x-1$.

Câu 45. Đáp án B.

Ta có: $y' = 2x - 6$.

Phương trình tiếp tuyến song song với trục hoành

$$\Rightarrow y'(x_0) = 0 \Leftrightarrow x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 4$$

Phương trình tiếp tuyến là: $y = -4$.

Câu 46. Đáp án C.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}; y' = \frac{4}{x^2}$.

$$\text{Theo giả thiết } y'(x_0)(-1) = -1 \Leftrightarrow y'(x_0) = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{x_0^2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -2 \end{cases}$$

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y = x - 2$ và $y = x + 6$

Câu 47. Đáp án D.

$y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng $I(1;1)$.

Lấy điểm $A(x_0; y_0) \in (C)$, gọi B là điểm đối xứng với A qua $I \Rightarrow B(2-x_0; 2-y_0) \in (C)$.

Ta có:

$$+ \text{ Hệ số góc của phương trình tại A là: } k_A = y'(x_0) = \frac{-2}{(x_0-1)^2}$$

$$+ \text{ Hệ số góc của phương trình tại B là: } k_B = y'(2-x_0) = \frac{-2}{(x_0-1)^2}$$

Ta thấy $k_A = k_B$ nên có vô số cặp điểm $A, B \in (C)$ mà tiếp tuyến tại đó song song với nhau.

Câu 48. Đáp án D.

Ta có $y' = -\frac{1}{(x-1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến tại $M(x_0; y_0) \in (C)$ là : $y = -\frac{1}{(x_0 - 1)^2}(x - x_0) + \frac{1}{x_0 - 1}$ (Δ)

(Δ) giao với Ox : $A(2x_0 - 1; 0)$.

(Δ) giao với Oy : $B\left(0; \frac{2x_0 - 1}{(x_0 - 1)^2}\right)$.

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB \Leftrightarrow \left(\frac{2x_0 - 1}{x_0 - 1}\right)^2 = 4 \Leftrightarrow x_0 = \frac{3}{4} \Rightarrow y_0 = -4$$

$$\text{Vậy } x_0 + y_0 = \frac{3}{4} - 4 = -\frac{13}{4}.$$

Câu 49. Đáp án A.

$$y' = x^2 + 2x, y'' = 2x + 2$$

$$y''(x_0) = 0 \Leftrightarrow 2x_0 + 2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -\frac{4}{3}$$

Phương trình tiếp tuyến tại $M\left(-1; -\frac{4}{3}\right)$ là : $y = -x - \frac{7}{3}$.

Câu 50. Đáp án C.

$$y' = 3x^2 + 6x + 3. \text{ Gọi } A(x_A; y_A), B(x_B; y_B).$$

Tiếp tuyến tại A, B lần lượt có hệ số góc là:

$$k_A = 3x_A^2 + 6x_A + 3, \quad k_B = 3x_B^2 + 6x_B + 3$$

Theo giả thiết: $k_A \cdot k_B = -1$

$$\Leftrightarrow (3x_A^2 + 6x_A + 3)(3x_B^2 + 6x_B + 3) = -1$$

$$\Leftrightarrow 9(x_A^2 + 2x_A + 1)(x_B^2 + 2x_B + 1) = -1$$

$$\Leftrightarrow 9(x_A + 1)^2(x_B + 1)^2 = -1 \text{ (Vô lý).}$$

Vậy không tồn tại cặp điểm A, B thỏa mãn.

Câu 51. Đáp án D.

$$y' = 4x^3 - 4x. \text{ Gọi } M_0(x_0; y_0) \in (C).$$

Phương trình tiếp tuyến tại M_0 là:

$$y = (4x_0^3 - 4x_0)(x - x_0) + x_0^4 - 2x_0^2 + 2 \text{ (Δ)}$$

Vì Δ đi qua $A(0; 2)$ nên: $2 = (4x_0^3 - 4x_0)(-x_0) + x_0^4 - 2x_0^2 + 2$

$$\Leftrightarrow -3x_0^4 + 2x_0^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = \pm\sqrt{\frac{2}{3}} \end{cases}$$

Ứng với 3 hoành độ x_0 ta viết được 3 phương trình tiếp tuyến với (C).

Câu 52. Đáp án A.

$y' = 3x^2 - 6x$. Gọi $M_0(x_0; y_0) \in (C)$.

Phương trình tiếp tuyến tại M_0 là: $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại M :

$$y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 = 3(x_0 - 1)^2 - 3 \Leftrightarrow y'(x_0) \geq -3$$

Do đó, hệ số góc nhỏ nhất là -3 khi $x_0 = 1$

$$\Rightarrow y_0 = 0.$$

Phương trình tiếp tuyến tại $M_0(0;1)$ là: $y = -3x + 3$

Câu 53. Đáp án B.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{1}{x\sqrt{2}} = \frac{x^2}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = x^2 \Rightarrow x = 1, x \neq 0$$

$$\Rightarrow \text{giao điểm } M\left(1; \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

$$\text{Ta có } f'(1) = -\frac{1}{\sqrt{2}}; g'(1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow f'(1) \cdot g'(1) = -1$$

Vậy góc giữa 2 tiếp tuyến đó là 90° .

Câu 54. Đáp án D.

$$y' = mx^2 + 2(m-1)x + 4 - 3m$$

$$\text{Theo bài ra } y' \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \Leftrightarrow y' = 2$$

$$\Leftrightarrow mx^2 + 2(m-1)x + 2 - 3m = 0 \text{ có 2 nghiệm dương phân biệt}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq \frac{1}{2} \\ 0 < m < 1 \\ 0 < m < \frac{2}{3} \end{cases} \text{ hay } m \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right).$$

Câu 55. Đáp án A.

Phương trình tiếp tuyến tại $M_0(x_0; y_0) \in (C)$ là:

$$y = \frac{-x}{(x_0 - 1)^2} + \frac{2x_0^2 - 2x_0 + 1}{(x_0 - 1)^2} (\Delta)$$

(Δ) giao với Ox tại $A(2x_0^2 - 2x_0 + 1; 0)$.

(Δ) giao với Oy tại $B\left(0; \frac{2x_0^2 - 2x_0 + 1}{(x_0 - 1)^2}\right)$.

$$OA = 4OB \Leftrightarrow (x_0 - 1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = -1 \end{cases}$$

Từ đó ta được 2 phương trình tiếp tuyến là:

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \text{ và } y = -\frac{1}{4}x + \frac{13}{4}.$$

Câu 56. Đáp án A.

Với $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = m - 2 \Rightarrow M(1; m - 2)$

Phương trình tiếp tuyến tại M là (Δ): $y = -3x + m + 1$

(Δ) giao với Ox tại $A\left(\frac{m+1}{3}; 0\right)$.

(Δ) giao với Oy tại $B(0; m+1)$.

$$S_{OAB} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{|m+1|}{3} \cdot |m+1| = 3$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m = 2 \end{cases}.$$

Câu 57. Đáp án B.

Với $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow M(1; 0), y' = 3x^2 - m$

Phương trình tiếp tuyến tại $M(1; 0)$ là:

$$(3 - m)x - y - 3 + m = 0 \quad (\Delta)$$

Đường tròn tâm $I(2; 3)$ và bán kính $R = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Vì $IM > R$ nên độ dài cung nhỏ nhất khi (Δ) tiếp xúc với đường tròn tức là:

$$d(I; \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|(3-m) \cdot 2 - 3 - 3 + m|}{\sqrt{(3-m)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 3m - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{5}{2} \end{cases}.$$

Câu 58. Đáp án A.

Giả sử (C) cắt Ox tại $M(m; 0), N(n; 0)$, cắt Oy tại $A(0; c)$.

Tiếp tuyến tại M có phương trình:

$$y = (3m^2 + 2am + b)(x - m) \quad (\Delta)$$

Tiếp tuyến (Δ) đi qua A nên

$$3m^3 + 2am^2 + bm + c = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^3 + am^2 = 0 \quad (\text{do } m^3 + am^2 + bm + c = 0)$$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{a}{2}.$$

Vì (C) cắt Ox tại 2 điểm nên (C) tiếp xúc với Ox (do tính chất đồ thị hàm bậc 3 học sinh sẽ được học rõ hơn lớp 12).

Nếu M là tiếp điểm $\Rightarrow Ox$ đi qua A (vô lý)

$\Rightarrow (C)$ tiếp xúc với Ox tại N .

$$\text{Do đó } y = x^3 + ax^2 + bx + c = (x-n)^2(x-m)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m+2n = -a \\ 2m.n+n^2 = b \\ m.n^2 = -c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{a}{2}, n = -\frac{a}{4} \\ a^3 = 32c \\ 5a^2 = 16b \end{cases} \quad (I)$$

$$\text{Mặt khác } S_{\Delta MN} = 1 \Leftrightarrow -c \cdot |n-m| = 2 \Leftrightarrow -c \cdot |a| = 8$$

$$\text{- Với } a > 0 \Rightarrow \begin{cases} a^3 = 32c \\ ac = -8 \\ 5a^2 = 16b \end{cases} \quad (\text{vô nghiệm})$$

$$\text{- Với } a < 0 \Rightarrow \begin{cases} a^3 = 32c \\ ac = 8 \\ 5a^2 = 16b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 5 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = a + b + c = -1.$$