

TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

Câu 1. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = f(x), y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a, x = b$ là:

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ B. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$

C. $S = \left| \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right|$ D. $S = \int_a^b (|f(x)| - |g(x)|) dx$

Câu 2. Trong các công thức sau đây, công thức nào sai:

A. $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$ B. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$

C. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$ D.

$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \quad (a < c < b)$

Câu 3. Nguyên hàm của hàm $f(x) = (2x - 1)^{-2}$ là:

A. $\int f(x) dx = \frac{-1}{2(2x-1)} + c$ B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2(2x-1)} + c$

C. $\int f(x) dx = \frac{-2}{(2x-1)} + c$ D. $\int f(x) dx = \frac{2}{(2x-1)} + c$

Câu 4. Nguyên hàm của hàm $f(x) = (1 - 2x)^{-1}$ là:

A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \ln|1 - 2x| + c$ B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln(1 - 2x) + c$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \ln(1 - 2x) + c$ D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2(2x-1)^2} + c$

Câu 5. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin 2x (1 - \cos^2 x) dx$

A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

Câu 6. Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} 2x(1 + \sin x) dx$

- A. $\pi^2 + 2\pi$ B. $\pi^2 - 2\pi$ C. $2\pi^2 + \pi$ D.
 $2\pi^2 - \pi$

Câu 7. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin 2x(1 - \sin^2 x) dx$

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

Câu 8. Tính tích phân $I = \int_1^e 2x(1 + \ln x) dx$

- A. $\frac{3e^2}{2} - \frac{1}{2}$ B. $\frac{5e^2}{2} - \frac{3}{2}$ C. $\frac{3e^2}{2} + \frac{1}{2}$ D.
 $\frac{5e^2}{2} + \frac{3}{2}$

Câu 9. Tìm $a > 0$, biết: $I = \int_a^{2a} \frac{x^3 - 2x - 3}{x} dx = \frac{1}{3} - 3 \ln 2$

- A. 1 B. 2 C. e D. 2e

Câu 10. Tìm $a > 0$, biết: $I = \int_{\frac{a}{4}}^a \frac{1}{x(x+1)} dx = \ln \frac{8}{5}$

- A. 4 B. 3 C. 3e D. 4e

Câu 11. Hình phẳng giới hạn bởi các đường cong: $f(x) = x^2 + 2x$ và $g(x) = x + 2$ có diện tích là:

- A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{19}{2}$ C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{17}{2}$

Câu 12. Hình phẳng giới hạn bởi các đường cong: $f(x) = x^2 - 2x + 1$, $g(x) = x + 1$ và các đường thẳng: $x = -1$, $x = 1$ có diện tích là:

- A. 3 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 13. Khối tròn xoay sinh ra khi xoay quanh trục hoành phần hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$ có thể tích là:

- A. $\frac{\pi^2}{2}$ B. $\frac{\pi^2}{4}$ C. $\frac{3\pi^2}{2}$ D. $\frac{3\pi^2}{4}$

Câu 14. Khối tròn xoay sinh ra khi xoay quanh trục hoành phần hình phẳng giới hạn bởi các đường : $y = x^2 + 1, y = x + 1$ có thể tích là:

- A. $\frac{7\pi}{15}$ B. $\frac{28\pi}{15}$ C. $\frac{7\pi^2}{15}$ D. $\frac{28\pi^2}{15}$

MŨ, LOGARIT.

Câu 1. Cho $\log_a b = \sqrt{3}$ khi đó giá trị của biểu thức $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$ bằng :

- A. $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}$ B. $\sqrt{3}-1$ C. $\sqrt{3}+1$ D. $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+2}$

Câu 2. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ với $0 < a \neq 1$ đối xứng với nhau qua trục hoành .
- B. Hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a < 1$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a \neq 1$ có tập xác định là \mathbb{R} .
- D. Hàm số $y = \log_a x$ với $a > 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 3. Với a, b, c là các số dương khác 1, các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

- A. $\log_a b \cdot \log_c a \cdot \log_b c = 0$. B. $\log_a b - \frac{\log_c b}{\log_c a} = 0$.
- C. $\log_a b - \frac{1}{\log_c a \cdot \log_b c} = 0$. D. $\log_a b - \frac{1}{\log_b a} = 0$.

Câu 4. Với a, b, c là các số dương, a khác 1, các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

- A. $\log_a b \cdot \log_a c = \log_a (bc)$. B. $\log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c} \right)$.

C. $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$. D. $a^{\log_a b} - b = 0$.

Câu 5. Nếu $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$ thì :

- A. $\log_{30} 1350 = 2a + b + 1$ B. $\log_{30} 1350 = a + 2b + 1$.
C. $\log_{30} 1350 = 2a + b + 2$ D. $\log_{30} 1350 = a + 2b + 2$.

Câu 6. Cho $\log_{27} 5 = a; \log_8 7 = b; \log_2 3 = c$. Tính $\log_{12} 35$ bằng:

- A. $\frac{3b + 3ac}{c + 2}$ B. $\frac{3b + 2ac}{c + 2}$ C. $\frac{3b + 2ac}{c + 3}$ D. $\frac{3b + 3ac}{c + 1}$

Câu 7. Hàm số $y = x^2 e^x$ nghịch biến trên khoảng :

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 8. Hàm số $y = x \ln x$ đồng biến trên khoảng : $\max_{[0;1]} y = \frac{1}{e}$, $\min_{[0;1]} y = -\frac{1}{e}$

- A. $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{1}{e}\right)$. C. $(0; 1)$. D. $\left(0; \frac{1}{e}\right)$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $32.4^x - 18.2^x + 1 < 0$ là tập con của tập:

- A. $(-5; 0)$. B. $(-5; -2)$. C. $(1; 4)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = x.e^{-x}$ $x \in [0; 1]$ mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\max_{[0;1]} y = \frac{1}{e}$, $\min_{[0;1]} y = 0$ B. $\max_{[0;1]} y = \frac{1}{e}$, $\min_{[0;1]} y = -\frac{1}{e}$
C. $\min_{[0;1]} y = \frac{1}{e}$; không tồn tại $\max_{[0;+\infty)} y$. D. $\max_{[0;1]} y = \frac{1}{e}$; không tồn tại $\min_{[0;1]} y$.

ĐÁP ÁN

(Các câu hỏi đều chọn đáp án A)

THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN, KHỐI TRÒN XOAY, KHOẢNG CÁCH

Câu 1. Thể tích khối tứ diện đều cạnh a là $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ (Công thức lập thành sẵn)

Câu 2. Thể tích khối bát diện đều cạnh a là $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. (Công thức lập thành sẵn)

Câu 3.

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a$$

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}, \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}. \text{ Vậy: } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$

Câu 4. SA là đường cao, $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{2}$, diện tích tam giác đều ABC:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$$

Câu 5. Ta suy ra AC là đường cao, đáy là tam giác đều SBC, Thể tích cần tìm là:

$$V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

Câu 6. Ta có $AB = BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}, \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{a^2}{4}, SA = \tan 60^\circ \cdot AB = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Vậy $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$

Câu 7. Tứ diện có đường cao là AD, tam giác ABC vuông tại A, hạ AK vuông góc BC,

$$AH \text{ vuông góc DK, ta có } d(A, (BCD)) = AH = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}}} = \frac{12}{\sqrt{34}}$$

Câu 8. Dựng hình với SD là đường cao. Gọi I, M tương ứng là trung điểm của DC và BC, G chính là giao điểm của DM và BI.

Vì $GM = \frac{1}{3}DM$ nên $d(G, (SBC)) = \frac{1}{3}d(D, (SBC)) = \frac{1}{3}DH$ với H là trung điểm SB

Tam giác SDB vuông cân tại D nên: $DH = \frac{1}{2}SD = a$ Vậy: $d(G, (SBC)) = \frac{a}{3}$

Câu 9. Gọi R_1 là bán kính khối cầu, ta suy ra $R_1 = 2$, thể tích khối cầu ban đầu là:

$$V_1 = \frac{32\pi}{3} (m^3)$$

Thể tích khối cầu cần tăng là: $V_2 = \frac{64\pi}{3} \Leftrightarrow \frac{4\pi R_2^3}{3} = \frac{64\pi}{3} \Leftrightarrow R_2 = \sqrt[3]{16}$

Diện tích khối cầu sau khi tăng là: $S = 4\pi R_2^2 = 4\pi \sqrt[3]{(16)^2} = 4\sqrt[3]{256} \cdot \pi (m^2)$

Câu 10. Bán kính đường tròn đáy là $R = \frac{3}{2}$, thể tích bồn nước

$$V = \frac{9\pi h}{4} = 18 \Leftrightarrow h = \frac{18 \cdot 4}{9\pi} = \frac{8}{\pi} (m)$$

Câu 11: Diện tích xung quanh của khối trụ bằng $S = 2\pi R \cdot 10 = 80\pi \Leftrightarrow R = 4$.

Thể tích của khối trụ là: $V = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi$

Câu 12. Thể tích của khối trụ bằng $V = \pi R^2 \cdot 10 = 90\pi \Rightarrow R = 3$.

Diện tích xung quanh của khối trụ là: $S = 2\pi \cdot 3 \cdot 10 = 60\pi$

Câu 13. Gọi O là tâm đường tròn đáy, I là trung điểm dây AB, K là hình chiếu của O trên cạnh SI, OK là khoảng cách từ O đến (SAB).

Trong tam giác vuông OIB ta có: $OI = \sqrt{OB^2 - IB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

$$\text{Chiều cao h của khối nón là: } SO = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{OK^2} - \frac{1}{OI^2}}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{2^2} - \frac{1}{8^2}}} = \frac{8\sqrt{15}}{15}$$

Câu 14. Dựng tứ diện SABC với SA là đường cao, tam giác SBC là đáy. Gọi M là trung điểm BC, từ M, dựng đường thẳng d vuông góc (SBC). Từ trung điểm N của SA dựng đường thẳng song song với SM cắt d tại I, ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện

SABC, bán kính:

$$R = SI = \sqrt{SM^2 + IM^2} = \sqrt{\left(\frac{BC}{2}\right)^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{SB^2 + SC^2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2}. \text{ Vậy: } V = \frac{9\pi a^3}{2}$$

Câu 15. Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ, ta có: $4\pi R^2 = 64\pi \Rightarrow R = 4$, gọi h, m, n tương ứng là chiều cao, đường chéo, đường chéo của đáy lăng trụ, ta có: $m=2R$, $n = 4\sqrt{2}$ và $h = \sqrt{m^2 - n^2} = 4\sqrt{2}$

Câu 16. Gọi a là cạnh của bát diện đều ta có: $\frac{a^3\sqrt{2}}{3} = \frac{8\sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow a = 2$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp bát diện đều là $R = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

Thể tích mặt cầu: $V = \frac{4\pi(\sqrt{2})^3}{3} = \frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$

TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

Câu 1. Diện tích $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Câu 2. Công thức nào sai: $\int_a^b [f(x).g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx . \int_a^b g(x) dx$

Câu 3. Nguyên hàm của hàm $f(x) = (2x-1)^{-2}$ là: $\int f(x) dx = \frac{-1}{2(2x-1)} + c$

Câu 4. Nguyên hàm của hàm $f(x) = (1-2x)^{-1}$ là: $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \ln|1-2x| + c$

Câu 5. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin 2x(1 - \cos^2 x) dx = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx = 1 \quad (u = \cos x)$

Không loại trừ khả năng học sinh dùng máy tính để tìm.

Câu 6. $I = \int_0^\pi 2x(1 + \sin x) dx = \pi^2 + 2\pi$

HD: Đặt: $\begin{cases} u = 2x \\ dv = (1 + \sin x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = x + \cos x \end{cases}$

HOC360.NET - TÀI LIỆU HỌC TẬP MIỄN PHÍ

Câu 7. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin 2x(1 - \sin^2 x) dx = 1$ (Tương tự bài 5)

Câu 8. Tích phân $I = \int_1^e 2x(1 + \ln x) dx = \frac{3e^2}{2} - \frac{1}{2}$

HD: Đặt:
$$\begin{cases} u = 1 + \ln x \\ dv = 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x^2 \end{cases}$$

Câu 9. Ta có: $a=1$.

HD:
$$I = \int_a^{2a} \frac{x^3 - 2x - 3}{x} dx = \int_a^{2a} \left(x^2 - 2 - \frac{3}{x} \right) dx = \left(\frac{1}{3} x^3 - 2x - 3 \ln |x| \right) \Big|_a^{2a} = \frac{1}{3} - 3 \ln 2$$

Câu 10. Tìm $a=4$,

HD:
$$I = \int_{\frac{a}{4}}^a \frac{1}{x(x+1)} dx = \int_{\frac{a}{4}}^a \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{(x+1)} \right] dx = \left(\ln \left| \frac{x}{x+1} \right| \right) \Big|_{\frac{a}{4}}^a = \ln \frac{8}{5}$$

Câu 11. Xét pthđđ: $x^2 + 2x = x + 2 \Leftrightarrow x = 1, x = -2$

Diện tích cần tìm là:
$$I = \int_{-2}^1 |x^2 + x - 2| dx = \left| \int_{-2}^1 (x^2 + x - 2) dx \right| = \frac{9}{2}$$

Câu 12. Xét pthđđ: $x^2 - 2x + 1 = x + 1 \Leftrightarrow x = 0, x = 3$ (Trong đó $x=3$ không nhận.)

Diện tích cần tìm là:
$$I = \int_{-1}^1 |x^2 - 3x| dx = \left| \int_{-1}^0 (x^2 - 3x) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^2 - 3x) dx \right| = 3$$

Câu 13. Thể tích là:
$$V = \pi \int_0^{\pi} \cos^2 x dx = \pi \int_0^{\pi} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx = \frac{\pi^2}{2}$$

Câu 14. Xét pthđđ: $x^2 + 1 = x + 1 \Leftrightarrow x = 0, x = 1$

Thể tích là:
$$V = \left| \pi \int_0^{\pi} (x^2 + 1)^2 dx - \pi \int_0^{\pi} (x + 1)^2 dx \right| = \left| \pi \int_0^{\pi} (x^4 + x^2 - 2x) dx \right| = \frac{7\pi}{15}$$

MŨ, LOGARIT.

Câu 1. $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{\log_a \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{\log_a \sqrt{b} - \log_a \sqrt{a}}{\log_a \sqrt{b} - \log_a a} = \frac{\frac{1}{2} \log_a b - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \log_a b - 1} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}$

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ với $0 < a \neq 1$ đối xứng với nhau qua trục hoành.

Câu 3. Đẳng thức sai: $\log_a b \cdot \log_a c \cdot \log_b c = 0$.

Câu 4. Đẳng thức sai: $\log_a b \cdot \log_a c = \log_a (bc)$

Câu 5. $\log_{30} 1350 = \log_{30} (30 \cdot 45) = 1 + \log_{30} (9 \cdot 5) = 1 + 2 \log_{30} 3 + \log_{30} 5 = 2a + b + 1$

Câu 6. $\log_{12} 35 = \frac{3b+3ac}{c+2}$ (Phân tích tương tự)

Câu 7.

$$y = x^2 e^x \Rightarrow y' = e^x (x^2 + 2x)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow e^x (x^2 + 2x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = -2$$

Xét dấu y' ta thấy: $y' < 0$ trên $(-2; 0)$, nên hàm số nghịch biến.

Câu 8. $y = x \ln x, y' = \ln x + 1, y' = 0 \Leftrightarrow x = e^{-1}$

Xét dấu y' ta thấy: $y' > 0$ trên $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$, nên hàm số đồng biến.

Câu 9. $32 \cdot 4^x - 18 \cdot 2^x + 1 < 0 \Leftrightarrow 2^{-4} < 2^x < 2^{-1} \Leftrightarrow -4 < x < -1$

Ta thấy tập nghiệm của bpt thuộc khoảng $(-5; 0)$

Câu 10. $y = x \cdot e^{-x}, y' = e^{-x} (1-x), y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [0; 1]$

$$y(0) = 0, y(1) = \frac{1}{e}. \text{vậy: } \max_{[0;1]} y = \frac{1}{e}, \min_{[0;1]} y = 0$$

hoc360.net