

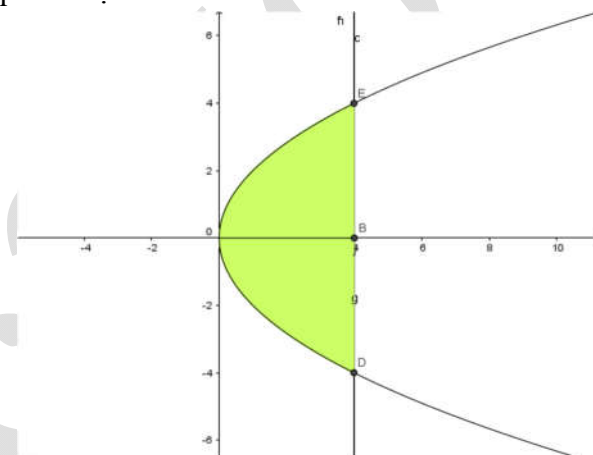
- A.  $\int_{-4}^4 4(16-x^2)dx$       B.  $\int_{-4}^4 4x^2 dx$       C.  $\int_{-4}^4 4\pi x^2 dx$       D.  $\int_{-4}^4 4\pi(16-x^2)dx$

**Hướng dẫn giải**

Thiết diện cắt trục Ox tại điểm H có hoành độ bằng x thì cạnh của thiết diện bằng  $2\sqrt{16-x^2}$ .

Vậy thể tích của vật thể bằng  $V = \int_{-4}^4 S(x)dx = \int_{-4}^4 4(16-x^2)dx$ .

- Câu 53.** Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường  $y^2 = 4x$  và đường thẳng  $x = 4$ . Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi D xoay quanh trục Ox là:



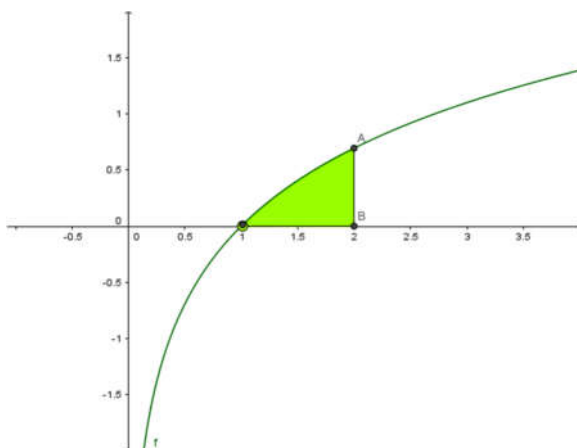
- A.  $32\pi$       B.  $64\pi$       C.  $16\pi$       D.  $4\pi$

**Hướng dẫn giải**

Giao điểm của hai đường  $y^2 = 4x$  và  $x = 4$  là  $D(4; -4)$  và  $E(4; 4)$ . Phần phía trên Ox của đường  $y^2 = 4x$  có phương trình  $y = 2\sqrt{x}$ . Từ hình vẽ suy ra thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^4 \pi \cdot (2\sqrt{x})^2 dx = 32\pi.$$

- Câu 54.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \ln x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 2$  quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



A.  $2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2$

B.  $\pi(2\ln^2 2 + 4\ln 2 - 2)$

C.  $\pi(2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2)$

D.  $\pi(2\ln 2 - 1)$

**Hướng dẫn giải**

Tọa độ giao điểm của hai đường  $y = \ln x$  và  $y = 0$  là điểm  $C(1;0)$ . Vậy thể tích của khối tròn

xoay cần tính là:  $V = \int_1^2 \pi \cdot \ln^2 x dx = \pi(2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2)$ .

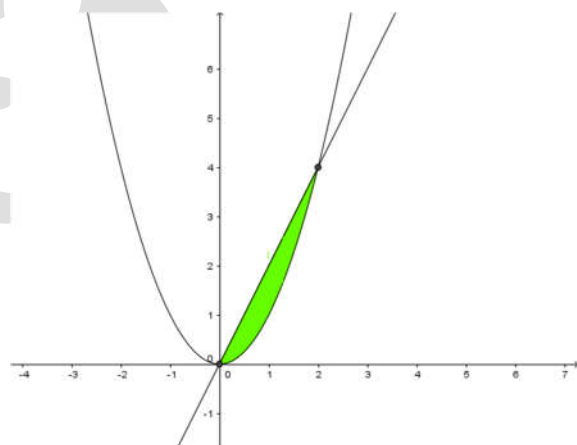
**Câu 55.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = a \cdot x^2$ ,  $y = bx$  ( $a, b \neq 0$ ) quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A.  $V = \pi \cdot \frac{b^3}{a^3} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$

B.  $V = \pi \cdot \frac{b^5}{5a^3}$

C.  $V = \pi \cdot \frac{b^5}{3a^3}$

D.  $V = \pi \cdot \frac{b^5}{a^3} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$

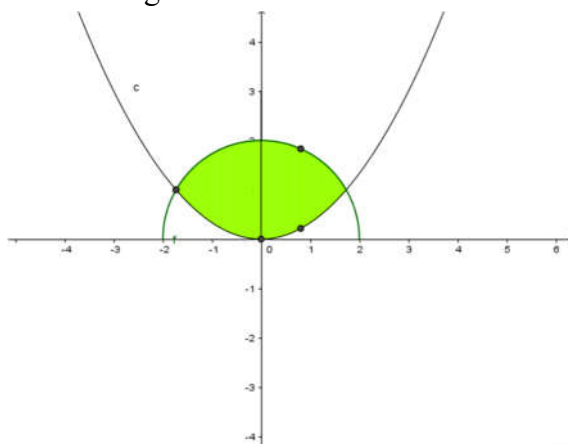


**Hướng dẫn giải**

Tọa độ giao điểm của hai đường  $y = ax^2$  và  $y = bx$  là các điểm  $O(0;0)$  và  $A\left(\frac{b}{a}; \frac{b^2}{a}\right)$ . Vậy thể tích

của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \int_0^{\frac{b}{a}} \pi \cdot b^2 x^2 dx - \int_0^{\frac{b}{a}} \pi \cdot a^2 x^4 dx = \pi \cdot \frac{b^5}{a^3} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$ .

**Câu 56.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{4-x^2}$ ,  $y = \frac{1}{3}x^2$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



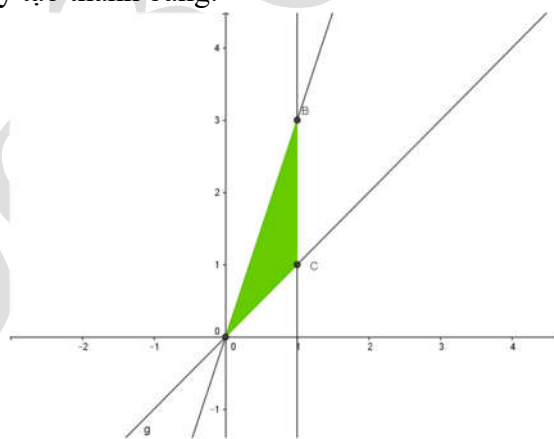
- A.  $V = \frac{24\pi\sqrt{3}}{5}$       B.  $V = \frac{28\pi\sqrt{3}}{5}$       C.  $V = \frac{28\pi\sqrt{2}}{5}$       D.  $V = \frac{24\pi\sqrt{2}}{5}$

**Hướng dẫn giải**

Tọa độ giao điểm của hai đường  $y = \sqrt{4-x^2}$  và  $y = \frac{1}{3}x^2$  là các điểm  $A(-\sqrt{3};1)$  và  $B(\sqrt{3};1)$ .

Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \pi \cdot (4-x^2) dx - \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \pi \cdot \frac{1}{9} x^4 dx = \pi \cdot \frac{28\sqrt{3}}{5}$ .

**Câu 57.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 3x$ ,  $y = x$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



- A.  $V = \frac{8\pi}{3}$       B.  $V = \frac{4\pi}{3}$       C.  $V = \frac{2\pi}{3}$       D.  $V = \pi$

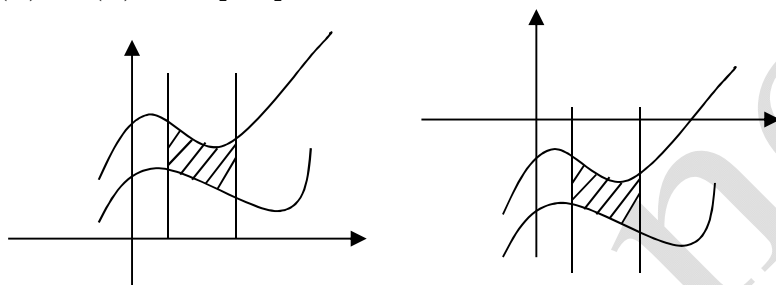
**Hướng dẫn giải**

Tọa độ giao điểm của đường  $x = 1$  với  $y = x$  và  $y = 3x$  là các điểm  $C(1;1)$  và  $B(3;1)$ . Tọa độ giao điểm của đường  $y = 3x$  với  $y = x$  là  $O(0;0)$ . Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^1 \pi \cdot 9x^2 dx - \int_0^1 \pi \cdot x^2 dx = \pi \cdot \frac{8}{3}$$

**Câu 58.** Gọi (H) là hình phẳng được tạo bởi hai đường cong  $(C_1): y = f(x)$ ,  $(C_2): y = g(x)$ , hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$ ,  $a < b$ . Giả sử rằng  $(C_1)$  và  $(C_2)$  không có điểm chung trên  $[a, b]$  và thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh Ox là  $V = \pi \int_a^b \left( [f(x)]^2 - [g(x)]^2 \right) dx$ . Khi đó

- (1):  $f(x) > g(x), \forall x \in [a, b]$
- (2):  $f(x) > g(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$
- (3):  $0 \leq f(x) < g(x), \forall x \in [a, b]$



Số nhận định đúng trong các nhận định trên là:

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

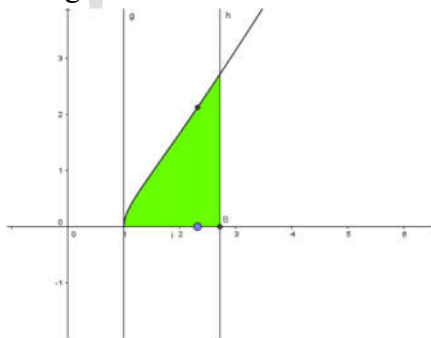
**Hướng dẫn giải**

Từ giả thiết ta suy ra có thể xảy ra một trong hai trường hợp:

- (2):  $f(x) > g(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$
- hoặc (3):  $0 \leq f(x) < g(x), \forall x \in [a, b]$ .

Do đó số nhận định đúng là không.

**Câu 59.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x\sqrt{\ln x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = e$  quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



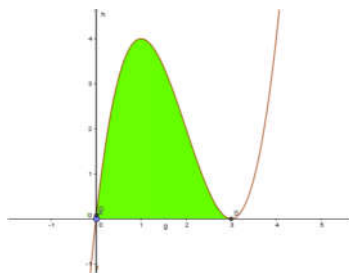
- A.  $\pi \cdot \frac{4e^3 + 1}{9}$
- B.  $\pi \cdot \frac{4e^3 - 1}{9}$
- C.  $\pi \cdot \frac{2e^3 + 1}{9}$
- D.  $\pi \cdot \frac{2e^3 - 1}{9}$

**Hướng dẫn giải**

Tọa độ giao điểm của đường  $x = e$  với  $y = x\sqrt{\ln x}$  là điểm  $C(3;3)$ . Tọa độ giao điểm của đường  $y = x\sqrt{\ln x}$  với  $y = 0$  là  $A(1;0)$ . Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_1^e \pi x^2 \ln x dx = \pi \cdot \frac{2e^3 + 1}{9}.$$

**Câu 60.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ ,  $y = 0$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

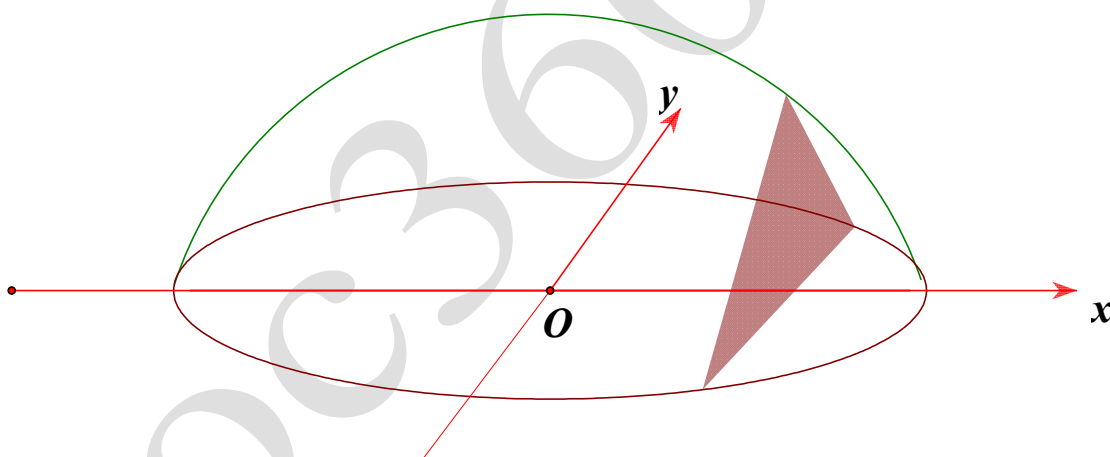


- A.  $\frac{729\pi}{35}$       B.  $\frac{27\pi}{4}$       C.  $\frac{256608\pi}{35}$       D.  $\frac{7776\pi}{5}$

**Hướng dẫn giải**

Tọa độ giao điểm của đường  $y = x^3 - 6x^2 + 9x$  với  $y = 0$  là các điểm  $C(e; e)$  và  $A(3; 0)$ . Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \int_0^3 \pi \cdot (x^3 - 6x^2 + 9x)^2 dx = \pi \cdot \frac{729}{35}$ .

**Câu 61.** Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đây là hình tròn giới hạn bởi đường tròn  $x^2 + y^2 = 16$  (nằm trong mặt phẳng  $Oxy$ ), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  ta được thiết diện là tam giác đều. Thể tích của vật thể là:



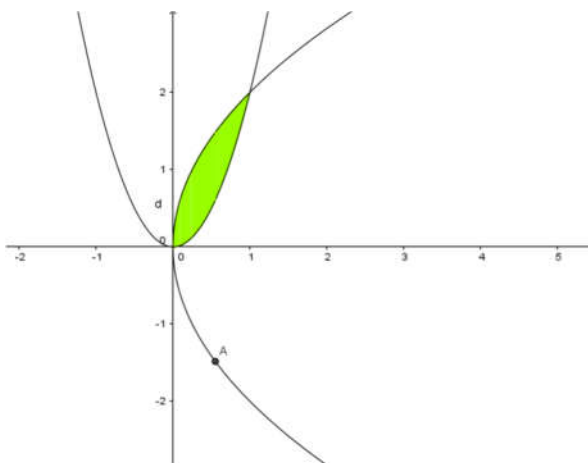
- A.  $V = \frac{256\sqrt{3}}{3}$       B.  $V = \frac{256}{3}$       C.  $V = \frac{32\sqrt{3}}{3}$       D.  $V = \frac{32}{3}$

**Hướng dẫn giải**

Giao điểm của thiết diện và  $Ox$  là  $H$ . Đặt  $OH = x$  suy ra cạnh của thiết diện là  $2\sqrt{16 - x^2}$ . Diện tích thiết diện tại  $H$  là  $S(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} 4(16 - x^2)$ .

Vậy thể tích của vật thể là  $V = \int_{-4}^4 \sqrt{3}(16 - x^2) dx = \frac{256\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 62.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2x^2$ ,  $y^2 = 4x$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



- A.  $V = \frac{88\pi}{5}$ .      B.  $V = \frac{9\pi}{70}$ .      C.  $V = \frac{4\pi}{3}$ .      D.  $V = \frac{6\pi}{5}$ .

**Hướng dẫn giải**

Với  $x \in [0; 2]$  thì  $y^2 = 4x \Leftrightarrow y = \sqrt{4x}$

Tọa độ giao điểm của đường  $y = 2x^2$  với  $y^2 = 4x$  là các điểm  $O(0;0)$  và  $A(1;2)$ . Vậy thể tích

của khối tròn xoay cần tính là:  $V = \int_0^1 \pi \cdot 4x dx - \int_0^1 \pi \cdot 4x^4 dx = \pi \cdot \frac{6}{5}$ .

**BÀI TẬP TỔNG HỢP**

(Chỉ có phần đáp số)

**Câu 63.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong  $ax = y^2; ay = x^2$  ( $a > 0$  cho trước) là:

- A.  $S = \frac{a^3}{3}$       B.  $S = \frac{a^3}{2}$       C.  $S = \frac{2a^3}{3}$       D.  $S = \frac{4a^3}{3}$

**Câu 64.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của:  $y = x^2 - 2x$ , trục Ox và 2 đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 2$  là:

- A.  $\frac{2}{3}$       B.  $\frac{4}{3}$       C.  $\frac{1}{3}$       D. 0

**Câu 65.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol  $y = -x^2$  và đường thẳng  $y = -x - 2$

- A.  $\frac{11}{2}$       B.  $\frac{5}{2}$       C.  $\frac{9}{2}$       D.  $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$

**Câu 66.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đường:  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$  và  $x = 0$

- A.  $2 + \sqrt{2}$       B.  $2\sqrt{2} + 1$       C.  $\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{2} - 1$

**Câu 67.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol:  $y = \frac{1}{4}x^2$  và  $y = 3x - \frac{1}{2}x^2$  là:

- A. 7      B. 8      C. 9      D. 6.

**Câu 68.** Diện tích giới hạn bởi 2 đường cong:  $(C_1): y = f_1(x) = x^2 + 1; (C_2): y = f_2(x) = x^2 - 2x$  và đường thẳng  $x = -1$  và  $x = 2$ .

- A. 7                      B.  $\frac{11}{2}$                       **C.**  $\frac{13}{2}$                       D.  $-\frac{11}{2}$

**Câu 69.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol:  $y = x^2 - 2x + 2$  tiếp tuyến với parabol tại điểm M(3 ; 5) và trục tung

- A. 7                      **B.** 6                      C. 5                      D. 9

**Câu 70.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi:  $y = x(x - 1)(x - 2)$ ,  $y = 0$

- A. 1.                      B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{4}$                       **D.**  $\frac{1}{3}$

**Câu 71.** Cho D là miền kín giới hạn bởi các đường  $y = 1$ ,  $y = 2 - x$  và  $x = 0$ . Tính diện tích của miền D

- A. 1                      B.  $\frac{1}{4}$                       **C.**  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{1}{8}$

**Câu 72.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:  $y = \cos x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$

- A.  $\frac{3}{2}$                       B. 1                      C. 2                      **D.**  $\frac{1}{2}$

**Câu 73.** Tính thể tích vật thể giới hạn bởi mặt sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi:  $y = 2x - x^2$ ;  $y = 0$  quay quanh Ox.

- A.  $\frac{14\pi}{15}$                       B.  $\frac{16\pi}{15}$                       **C.**  $\frac{17\pi}{15}$                       D.  $\frac{48\pi}{15}$

**Câu 74.** Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = x^2$ ;  $8x = y^2$  quay quanh trục Oy là:

- A.**  $\frac{21\pi}{15}$                       B.  $\frac{23\pi}{15}$                       C.  $\frac{24\pi}{15}$                       D.  $\frac{48\pi}{5}$

**Câu 75.** Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và Parabol (C)  $y = ax - x^2$  ( $a > 0$ ) là:

- A.  $\frac{\pi a^5}{30}$                       B.  $\frac{\pi a^5}{20}$                       C.  $\frac{\pi a^4}{5}$                       **D.**  $\frac{\pi a^5}{10}$

**Câu 76.** Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi ta quay quanh trục Ox, hình phẳng S giới hạn bởi các đường:  $y = x.e^x$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) là:

- A.  $\frac{\pi(e^2 + 1)}{4}$                       **B.**  $\frac{\pi(e^2 - 1)}{4}$                       C.  $\frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$                       D.  $\frac{\pi(e^2 - 1)}{12}$ .