

• Gọi  $d$  đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$ , ta có :  $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$

• Tâm  $I \in d \Rightarrow I(1 + 2t; -1 + 3t; 1 - t)$ .

$$I \in (Q) \Rightarrow 2(1 + 2t) - (-1 + 3t) - (1 - t) + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow I(-3; -7; 3)$$

• Bán kính mặt cầu là  $R = IA = 2\sqrt{14}$ .

• Phương trình mặt cầu  $(S) : (x + 3)^2 + (y + 7)^2 + (z - 3)^2 = 56$ .

Lựa chọn đáp án **A**.

**Câu 52.** Cho điểm  $I(0; 0; 3)$  và đường thẳng  $d : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt đường

thẳng  $d$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho tam giác  $IAB$  vuông là:

**A.**  $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = \frac{3}{2}$ .

**B.**  $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = \frac{8}{3}$ .

**C.**  $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = \frac{2}{3}$ .

**D.**  $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = \frac{4}{3}$ .

**Hướng dẫn giải:**

• Gọi  $H(-1 + t; 2t; 2 + t) \in d$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  lên đường thẳng  $d$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IH} = (-1 + t; 2t; -1 + t)$$

• Ta có vectơ chỉ phương của  $d : \vec{a}_d = (1; 2; 1)$  và  $IH \perp d$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IH} \cdot \vec{a}_d = 0 \Leftrightarrow -1 + t + 4t - 1 + t = 0 \Leftrightarrow -2 + 6t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \Rightarrow H\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$$

$$\Rightarrow IH = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

• Vì tam giác  $IAB$  vuông tại  $I$  và  $IA = IB = R$ . Suy ra tam giác  $IAB$  vuông cân tại  $I$ , do đó bán kính:

$$R = IA = AB \cos 45^\circ = 2IH \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}IH = \sqrt{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

• Vậy phương trình mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = \frac{8}{3}$ .

Lựa chọn đáp án **B**.

**Câu 53.** Cho đường thẳng  $\Delta : \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$  và mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 21 = 0$ . Số giao điểm của  $(\Delta)$  và  $(S)$  là:

**A.** 2.

**B.** 1.

**C.** 0.

**D.** 3.

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua  $M = (-2; 0; 3)$  và có VTCP  $\vec{u} = (-1; 1; -1)$

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I = (1; 2; -3)$  và bán kính  $R=9$

Ta có  $\vec{MI} = (3; 2; -6)$  và  $[\vec{u}, \vec{MI}] = (-4; -9; -5)$

$$\Rightarrow d(I; \Delta) = \frac{|[\vec{u}, \vec{MI}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{366}}{3}$$

Vì  $d(I, \Delta) < R$  nên  $(\Delta)$  cắt mặt cầu  $(S)$  tại hai điểm phân biệt.

Lựa chọn đáp án **A**.

**Câu 54.** Cho đường thẳng  $d : \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$  và mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$ . Tọa độ giao điểm của  $(\Delta)$  và  $(S)$  là:

**A.**  $A(0; 0; 2), B(-2; 2; -3)$ .

**B.**  $A(2; 3; 2)$ .

**C.**  $A(-2; 2; -3)$ .

**D.**  $(\Delta)$  và  $(S)$  không cắt nhau.

**Hướng dẫn giải:**

Tọa độ giao điểm là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -3 + 2t \\ x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow t = 0 \Rightarrow A(-2; 2; -3).$$

Lựa chọn đáp án **C**.

**Câu 55.** Cho đường thẳng  $(\Delta) : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -4 + 7t \end{cases}$  và mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0$ . Giao điểm của  $(\Delta)$  và  $(S)$  là các điểm có tọa độ:

**A.**  $(\Delta)$  và  $(S)$  không cắt nhau.

**B.**  $A(1; 2; 5), B(-2; 0; 4)$ .

**C.**  $A(2; -2; 5), B(4; 0; 3)$ .

**D.**  $A(1; 2; -4), B(2; 2; 3)$ .

**Hướng dẫn giải:**

Tọa độ giao điểm là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -4 + 7t \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow A(1; 2; -4) \\ t = 1 \Rightarrow B(2; 2; 3) \end{cases}$$

Lựa chọn đáp án **D**.

**Câu 56.** Cho điểm  $I(1;0;0)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt đường thẳng  $d$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho  $AB = 4$  là:

**A.**  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 9.$

**B.**  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 3.$

**C.**  $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 3.$

**D.**  $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 9.$

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳng  $(d)$  đi qua  $M(1; 1; -2)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; 2; 1)$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I$  trên  $(d)$ . Ta có:  $IH = d(I; AB) = \frac{|\overrightarrow{[u, MI]}|}{|\vec{u}|} = \sqrt{5}$

$$\Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 9.$$

Vậy phương trình mặt cầu:  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 9.$

Lựa chọn đáp án **A.**

**Câu 57.** Cho điểm  $I(1;1;-2)$  đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt đường thẳng  $d$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho  $AB = 6$  là:

**A.**  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 27.$

**B.**  $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 27.$

**C.**  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 24.$

**D.**  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 54.$

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳng  $(d)$  đi qua  $M(-1; 3; 2)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; 2; 1)$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I$  trên  $(d)$ . Ta có:  $IH = d(I; AB) = \frac{|\overrightarrow{[u, MI]}|}{|\vec{u}|} = \sqrt{18}$

$$\Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 27.$$

Vậy phương trình mặt cầu:  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 27.$

Lựa chọn đáp án **A.**

**Câu 58.** Cho điểm  $I(1;0;0)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt đường thẳng  $d$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho tam giác  $IAB$  vuông là:

**A.**  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 12.$

**B.**  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 10.$

**C.**  $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 8.$

**D.**  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 16.$

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳng  $d$  đi qua  $M(1; 1; -2)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; 2; 1)$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I$  trên  $D$ . Ta có :  $IH = d(I; AB) = \frac{[\vec{u}, \overrightarrow{MI}]}{|\vec{u}|} = \sqrt{5}$

$$\Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 10.$$

Vậy phương trình mặt cầu là :  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 10$ .

Lựa chọn đáp án **B**.

**Câu 59.** Cho điểm  $I(1; 0; 0)$  và đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = -2+t \end{cases}$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt đường

thẳng  $d$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho tam giác  $IAB$  đều là:

**A.**  $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$ .

**B.**  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$ .

**C.**  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{16}{4}$ .

**D.**  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{5}{3}$ .

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M = (1; 1; -2)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; 2; 1)$

Ta có  $\overrightarrow{MI} = (0; -1; 2)$  và  $[\vec{u}, \overrightarrow{MI}] = (5; -2; -1)$

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I$  trên  $D$ . Ta có :  $IH = d(I; AB) = \frac{[\vec{u}, \overrightarrow{MI}]}{|\vec{u}|} = \sqrt{5}$ .

Xét tam giác  $IAB$ , có  $IH = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{2IH}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$

Vậy phương trình mặt cầu là:  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$ .

Lựa chọn đáp án **B**.

**Câu 60.** Cho các điểm  $I(1; 1; -2)$  và đường thẳng  $d : \begin{cases} x = -1+t \\ y = 3+2t \\ z = 2+t \end{cases}$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt

đường thẳng  $d$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho tam giác  $IAB$  vuông là:

**A.**  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$ .

**B.**  $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ .

**C.**  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$ .

**D.**  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 36$ .

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳng  $d$  đi qua  $M(-1; 3; 2)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; 2; 1)$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I$  trên  $D$ . Ta có :  $IH = d(I; AB) = \frac{[\vec{u}, \overline{MI}]}{|\vec{u}|} = \sqrt{18}$

$$\Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 36.$$

Vậy phương trình mặt cầu là:  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 36$ .

Lựa chọn đáp án **D**.

**Câu 61.** Cho điểm  $I(1;1;-2)$  đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt đường thẳng  $d$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho tam giác  $IAB$  đều là:

**A.**  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 24$ .                      **B.**  $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 24$ .

**C.**  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 18$                       **D.**  $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 18$ .

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳng  $d$  đi qua  $M(-1; 3; 2)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; 2; 1)$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I$  trên  $D$ . Ta có :  $IH = d(I; AB) = \frac{[\vec{u}, \overline{MI}]}{|\vec{u}|} = \sqrt{18}$ .

$$\Rightarrow IH = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{2IH}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}.$$

Vậy phương trình mặt cầu là :  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 24$ .

Lựa chọn đáp án **A**.

**Câu 62.** Cho điểm  $I(1;1;-2)$  đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt đường thẳng  $d$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho  $\widehat{IAB} = 30^\circ$  là:

**A.**  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 72$ .                      **B.**  $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 36$ .

**C.**  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 66$ .                      **D.**  $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 46$ .

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳng  $d$  đi qua  $M(-1; 3; 2)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; 2; 1)$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I$  trên  $D$ . Ta có:  $IH = d(I; AB) = \frac{[\vec{u}, \overline{MI}]}{|\vec{u}|} = \sqrt{18}$ .

$$\Rightarrow R = IA = 2\sqrt{18}.$$

Vậy phương trình mặt cầu là:  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 72$ .

Lựa chọn đáp án **A**.

**Câu 63.** Phương trình mặt cầu có tâm  $I(3; \sqrt{3}; -7)$  và tiếp xúc trục tung là:

A.  $(x-3)^2 + (y-\sqrt{3})^2 + (z+7)^2 = 61.$       B.  $(x-3)^2 + (y-\sqrt{3})^2 + (z+7)^2 = 58.$

C.  $(x+3)^2 + (y+\sqrt{3})^2 + (z-7)^2 = 58.$       D.  $(x-3)^2 + (y-\sqrt{3})^2 + (z+7)^2 = 12.$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I(3; \sqrt{3}; -7)$  trên  $Oy \Rightarrow H(0; \sqrt{3}; 0) \Rightarrow R = IH = \sqrt{58}$

Vậy phương trình mặt cầu là:  $(x-3)^2 + (y-\sqrt{3})^2 + (z+7)^2 = 58.$

Lựa chọn đáp án **B**.

**Câu 64.** Phương trình mặt cầu có tâm  $I(\sqrt{5}; 3; 9)$  và tiếp xúc trục hoành là:

A.  $(x+\sqrt{5})^2 + (y+3)^2 + (z+9)^2 = 86.$       B.  $(x-\sqrt{5})^2 + (y-3)^2 + (z-9)^2 = 14.$

C.  $(x-\sqrt{5})^2 + (y-3)^2 + (z-9)^2 = 90.$       D.  $(x+\sqrt{5})^2 + (y+3)^2 + (z+9)^2 = 90.$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I(\sqrt{5}; 3; 9)$  trên  $Ox \Rightarrow H(\sqrt{5}; 0; 0) \Rightarrow R = IH = \sqrt{90}$

Vậy phương trình mặt cầu là:  $(x-\sqrt{5})^2 + (y-3)^2 + (z-9)^2 = 90.$

Lựa chọn đáp án **C**.

**Câu 65.** Phương trình mặt cầu có tâm  $I(-\sqrt{6}; -\sqrt{3}; \sqrt{2}-1)$  và tiếp xúc trục  $Oz$  là:

A.  $(x+\sqrt{6})^2 + (y+\sqrt{3})^2 + (z-\sqrt{2}+1)^2 = 9.$       B.  $(x+\sqrt{6})^2 + (y+\sqrt{3})^2 + (z-\sqrt{2}-1)^2 = 9.$

C.  $(x+\sqrt{6})^2 + (y+\sqrt{3})^2 + (z-\sqrt{2}-1)^2 = 3.$       D.  $(x+\sqrt{6})^2 + (y+\sqrt{3})^2 + (z-\sqrt{2}+1)^2 = 3.$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I(-\sqrt{6}; -\sqrt{3}; \sqrt{2}-1)$  trên  $Oz \Rightarrow H(0; 0; \sqrt{2}-1) \Rightarrow R = IH = 3.$

Vậy phương trình mặt cầu là:  $(x+\sqrt{6})^2 + (y+\sqrt{3})^2 + (z-\sqrt{2}+1)^2 = 9.$

Lựa chọn đáp án **A**.

**Câu 66.** Phương trình mặt cầu có tâm  $I(4; 6; -1)$  và cắt trục  $Ox$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho tam giác  $IAB$  vuông là:

A.  $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 26.$       B.  $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 74.$

C.  $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 34.$       D.  $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 104.$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I(4; 6; -1)$  trên  $Ox \Rightarrow H(4; 0; 0) \Rightarrow IH = d(I; Ox) = \sqrt{37}$

$$\Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 37 + 37 = 74$$

Vậy phương trình mặt cầu là:  $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 74.$

Lựa chọn đáp án **B**.

**Câu 67.** Phương trình mặt cầu có tâm  $I(\sqrt{3}; -\sqrt{3}; 0)$  và cắt trục  $Oz$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho tam giác  $IAB$  đều là:

**A.**  $(x + \sqrt{3})^2 + (y - \sqrt{3})^2 + z^2 = 8.$

**B.**  $(x - \sqrt{3})^2 + (y + \sqrt{3})^2 + z^2 = 9.$

**C.**  $(x + \sqrt{3})^2 + (y - \sqrt{3})^2 + z^2 = 9.$

**D.**  $(x - \sqrt{3})^2 + (y + \sqrt{3})^2 + z^2 = 8.$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I(\sqrt{3}; -\sqrt{3}; 0)$  trên  $Oz \Rightarrow H(0; 0; 0) \Rightarrow IH = d(I; Oz) = \sqrt{6}$

$$\Rightarrow IH = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{2IH}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$$

Vậy phương trình mặt cầu là :  $(x - \sqrt{3})^2 + (y + \sqrt{3})^2 + z^2 = 8.$

Lựa chọn đáp án **D**.

**Câu 68.** Phương trình mặt cầu có tâm  $I(3; 6; -4)$  và cắt trục  $Oz$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho diện tích tam giác  $IAB$  bằng  $6\sqrt{5}$  là:

**A.**  $(x - 3)^2 + (y - 6)^2 + (z + 4)^2 = 49.$

**B.**  $(x - 3)^2 + (y - 6)^2 + (z + 4)^2 = 45.$

**C.**  $(x - 3)^2 + (y - 6)^2 + (z + 4)^2 = 36.$

**D.**  $(x - 3)^2 + (y - 6)^2 + (z + 4)^2 = 54.$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I(3; 6; -4)$  trên  $Oz \Rightarrow H(0; 0; -4) \Rightarrow IH = d(I; Oz) = \sqrt{45}$

$$S_{\Delta IAB} = \frac{IH \cdot AB}{2} \Rightarrow AB = \frac{2S_{\Delta IAB}}{IH} = 4 \Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 49$$

Vậy phương trình mặt cầu là :  $(x - 3)^2 + (y - 6)^2 + (z + 4)^2 = 49.$

Lựa chọn đáp án **A**.

**Câu 69.** Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2; 1; -1)$  và cắt trục  $Ox$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho tam giác  $IAB$  vuông. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu  $(S)$ :

**A.**  $(2; 1; 1).$

**B.**  $(2; 1; 0).$

**C.**  $(2; 0; 0).$

**D.**  $(1; 0; 0).$

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I(2; 1; -1)$  trên  $Ox \Rightarrow H(2; 0; 0) \Rightarrow IH = d(I, Ox) = \sqrt{2}$

$$\Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 4$$

Vậy phương trình mặt cầu là :  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 4$

$\Rightarrow (2; 1; 1) \in (S).$

Lựa chọn đáp án **A**.

**Câu 70.** Gọi  $(S)$  là mặt cầu có tâm  $I(1; -3; 0)$  và cắt trục  $Ox$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho tam giác  $IAB$  đều.

Điểm nào sau đây không thuộc mặt cầu  $(S)$ :

- A.  $(-1; -3; 2\sqrt{3})$ .      B.  $(3; -3; 2\sqrt{2})$ .      C.  $(3; -3; -2\sqrt{2})$ .      D.  $(2; -1; 1)$ .

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I(1; -3; 0)$  trên  $Ox \Rightarrow H(1; 0; 0) \Rightarrow IH = d(I; Ox) = 3$

$$\Rightarrow IH = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{2IH}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

Vậy phương trình mặt cầu là:  $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 12 \Rightarrow (2; -1; 1) \notin (S)$ .

Lựa chọn đáp án **D**.

**Câu 71.** Cho các điểm  $I(-1; 0; 0)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và tiếp xúc  $d$  là:

- A.  $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 5$ .      B.  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5$ .  
C.  $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 10$ .      D.  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 10$ .

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳng  $d$  đi qua  $I(2; 1; 1)$  và có một vectơ chỉ phương:

$$\vec{u} = (1; 2; 1) \Rightarrow d(I; d) = \frac{[\vec{u}, \overrightarrow{MI}]}{|\vec{u}|} = \sqrt{5}$$

Phương trình mặt cầu là:  $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 5$ .

Lựa chọn đáp án **A**.

**Câu 72.** Cho điểm  $I(1; 7; 5)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z}{3}$ . Phương trình mặt cầu có tâm  $I$  và cắt đường thẳng  $d$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho tam giác diện tích tam giác  $IAB$  bằng  $2\sqrt{6015}$  là:

- A.  $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2018$ .      B.  $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2017$ .  
C.  $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2016$ .      D.  $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2019$ .

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I(1; 7; 5)$  trên  $d \Rightarrow H(0; 0; -4) \Rightarrow IH = d(I; d) = 2\sqrt{3}$

$$S_{\Delta IAB} = \frac{IH \cdot AB}{2} \Rightarrow AB = \frac{2S_{\Delta IAB}}{IH} = \sqrt{8020} \Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 2017$$

Vậy phương trình mặt cầu là:  $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2017$ .

Lựa chọn đáp án **B**.

**Câu 73.** Cho các điểm  $A(1; 3; 1)$  và  $B(3; 2; 2)$ . Mặt cầu đi qua hai điểm  $A, B$  và tâm thuộc trục  $Oz$  có đường kính là:



- A.  $\sqrt{14}$ .                      B.  $2\sqrt{14}$ .                      C.  $2\sqrt{10}$ .                      D.  $2\sqrt{6}$ .

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $I(0;0;t)$  trên  $Oz$  vì  $IA = IB \Rightarrow t = 3 \Rightarrow I(0;0;3)$

$\Rightarrow R = IA = \sqrt{14} \Rightarrow$  đường kính là:  $2\sqrt{14}$ .

Lựa chọn đáp án **B**.

**Câu 74.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1;2;1)$  và  $B(0;1;1)$ . Mặt cầu đi qua hai điểm  $A, B$  và tâm thuộc trục hoành có đường kính là:

- A.  $2\sqrt{6}$ .                      B.  $\sqrt{6}$ .                      C.  $2\sqrt{5}$ .                      D. 12.

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $I(t;0;0)$  trên  $Ox$ . Vì  $IA = IB \Rightarrow t = 2 \Rightarrow I(2;0;0)$

$\Rightarrow R = IA = \sqrt{6} \Rightarrow$  đường kính bằng  $2\sqrt{6}$ .

Lựa chọn đáp án **A**.

**Câu 75.** Cho các điểm  $A(2;1;-1)$  và  $B(1;0;1)$ . Mặt cầu đi qua hai điểm  $A, B$  và tâm thuộc trục  $Oy$  có đường kính là:

- A.  $2\sqrt{2}$ .                      B.  $2\sqrt{6}$ .                      C.  $4\sqrt{2}$ .                      D.  $\sqrt{6}$ .

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $I(0;t;0)$  trên  $Oy$  vì  $IA = IB \Rightarrow t = 2 \Rightarrow I(0;2;0)$

$\Rightarrow R = IA = \sqrt{6} \Rightarrow$  đường kính bằng  $2\sqrt{6}$ .

Lựa chọn đáp án **A**.

**Câu 76.** Cho các điểm  $A(0;1;3)$  và  $B(2;2;1)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$ . Mặt cầu đi qua hai điểm  $A, B$  và tâm thuộc đường thẳng  $d$  thì tọa độ tâm là:

- A.  $\left(\frac{13}{10}; \frac{17}{10}; \frac{12}{5}\right)$ .                      B.  $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 2\right)$ .                      C.  $\left(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$ .                      D.  $\left(\frac{6}{5}; \frac{9}{5}; \frac{13}{5}\right)$ .

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $I(1+t;2-t;3-2t)$  trên  $d$  vì  $IA = IB \Rightarrow t = \frac{3}{10} \Rightarrow I\left(\frac{13}{10}; \frac{17}{10}; \frac{12}{5}\right)$ .

Lựa chọn đáp án **A**.

**Câu 77.** Cho các điểm  $A(1;3;0)$  và  $B(2;1;1)$  và đường thẳng  $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{1}$ . Mặt cầu  $(S)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và tâm thuộc đường thẳng  $d$  thì tọa độ tâm của  $(S)$  là:

- A.  $(4;5;2)$ .                      B.  $(6;6;3)$ .                      C.  $(8;7;4)$ .                      D.  $(-4;1;-2)$ .

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $I(2t;3+t;t)$  trên  $d$  vì  $IA = IB \Rightarrow t = 4 \Rightarrow I(8;7;4)$ .

Lựa chọn đáp án **C**.

**Câu 78.** Cho các điểm  $A(1;1;3)$  và  $B(2;2;0)$  và đường thẳng  $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ . Mặt cầu  $(S)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và tâm thuộc đường thẳng  $d$  thì tọa độ tâm  $(S)$  là:

- A.  $\left(\frac{-11}{6}; \frac{23}{6}; \frac{7}{6}\right)$ .      B.  $\left(\frac{5}{6}; \frac{7}{6}; \frac{23}{6}\right)$ .      C.  $\left(\frac{5}{6}; \frac{7}{6}; \frac{25}{6}\right)$ .      D.  $\left(\frac{1}{6}; \frac{9}{6}; \frac{19}{6}\right)$ .

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $I(t; 2-t; 3+t)$  trên  $d$  vì  $IA = IB \Rightarrow t = -\frac{11}{6} \Rightarrow I\left(\frac{-11}{6}; \frac{23}{6}; \frac{7}{6}\right)$ .

Lựa chọn đáp án A.

**Câu 79.** Cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 \end{cases}$ . Phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn thẳng vuông góc chung của đường thẳng  $d$  và trục  $Ox$  là:

- A.  $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = \frac{1}{2}$ .      B.  $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = \frac{1}{4}$ .  
C.  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{2}$ .      D.  $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + y^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ .

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $A(t; -1+3t; 1) \in d; B(t'; 0; 0) \in Ox \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (t'-t; 1-3t; -1)$ ,  $\overrightarrow{u_d} = (1; 3; 0)$ ,  $\vec{i} = (1; 0; 0)$ .

Ta có:  $\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{i} = 0 \end{cases} \Rightarrow t = t' = \frac{1}{3}$  và  $R = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + y^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ .

Lựa chọn đáp án C.

**Câu 80.** Cho hai đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 4 \end{cases}$  và  $d': \begin{cases} x = t' \\ y = 3 - t' \\ z = 0 \end{cases}$ . Phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn

thẳng vuông góc chung của đường thẳng  $d$  và  $d'$  là:

- A.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$ .      B.  $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4$ .  
C.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 2$ .      D.  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$ .

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $A(2t; t; 4) \in d; B(t'; 3-t'; 0) \in d' \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (t'-2t; 3-t'-t; -4)$ ,  $\overrightarrow{u_d} = (2; 1; 0)$ ,  $\overrightarrow{u_{d'}} = (1; -1; 0)$

Ta có:  $\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_{d'}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow A(2; 1; 4) \\ t' = 2 \Rightarrow B(2; 1; 0) \end{cases}$

$\Rightarrow I(2; 1; 2)$  và  $R = 2 \Rightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$ .

Lựa chọn đáp án A.

**Câu 81.** Cho các điểm  $A(-2;4;1)$  và  $B(2;0;3)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu đi qua  $A, B$  và có tâm thuộc đường thẳng  $D$ . Bán kính mặt cầu  $(S)$  bằng:

- A.  $\frac{\sqrt{1169}}{4}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{873}}{4}$ .                      C.  $\frac{1169}{16}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{967}}{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $I(1+2t; -2-t; 3-2t)$  trên  $d$  vì  $IA = IB \Rightarrow t = \frac{-11}{4} \Rightarrow IA = \frac{\sqrt{1169}}{4}$ .

Lựa chọn đáp án A.

**Câu 82.** Cho các điểm  $A(2;4;-1)$  và  $B(0;-2;1)$  và đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu đi qua

$A, B$  và có tâm thuộc đường thẳng  $D$ . Đường kính mặt cầu  $(S)$  bằng:

- A.  $2\sqrt{19}$ .                      B.  $2\sqrt{17}$ .                      C.  $\sqrt{19}$ .                      D.  $\sqrt{17}$ .

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  $I(1+2t; 2-t; 1+t)$  trên  $d$  vì  $IA = IB \Rightarrow t = 1 \Rightarrow R = IA = \sqrt{19}$  đường kính là  $2\sqrt{19}$ .

Lựa chọn đáp án A.

**Câu 83.** Mặt cầu tâm  $I(2;4;6)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(Oxy)$  có phương trình:

- A.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 16$ .                      B.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 36$ .  
C.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 4$ .                      D.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 56$ .

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu tâm  $I(2;4;6)$ , bán kính  $R$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(Oxy): z = 0 \Leftrightarrow R = d(I; (Oxy))$

$\Leftrightarrow R = \frac{|6|}{1} = 6$ . Vậy  $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 36$ .

Lựa chọn đáp án B.

**Câu 84.** Mặt cầu tâm  $I(2;4;6)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(Oxz)$  có phương trình:

- A.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 16$ .                      B.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 4$ .  
C.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 36$ .                      D.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 56$ .

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu tâm  $I(2;4;6)$ , bán kính  $R$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(Oxz): y = 0 \Leftrightarrow R = d(I; (Oxz))$

$\Leftrightarrow R = \frac{|4|}{1} = 4$ . Vậy  $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 16$ .

Lựa chọn đáp án A.

**Câu 85.** Phương trình mặt cầu tâm  $I(2;4;6)$  nào sau đây tiếp xúc với trục  $Ox$ :

- A.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 20$ .                      B.  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 40$ .

**C.**  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 52.$

**D.**  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 56.$

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu tâm  $I(2;4;6)$ , bán kính  $R$  và tiếp xúc trục  $Ox \Leftrightarrow R = d(I; Ox)$

$$\Leftrightarrow R = \sqrt{y_I^2 + z_I^2} = \sqrt{52}. \text{ Vậy } (S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 52.$$

Lựa chọn đáp án **C**.

**Lưu ý:** Học sinh hoàn toàn có thể sử dụng công thức khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng để giải quyết.

**Câu 86.** Mặt cầu tâm  $I(2;4;6)$  tiếp xúc với trục  $Oz$  có phương trình:

**A.**  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 20.$

**B.**  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 40.$

**C.**  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 52.$

**D.**  $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 56.$

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu tâm  $I(2;4;6)$ , bán kính  $R$  và tiếp xúc trục  $Ox \Leftrightarrow R = d(I; Oz)$

$$\Leftrightarrow R = \sqrt{x_I^2 + y_I^2} = \sqrt{20}. \text{ Vậy } (S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 20.$$

Lựa chọn đáp án **A**.

**Lưu ý:** Học sinh hoàn toàn có thể sử dụng công thức khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng để giải quyết.

**Câu 87.** Cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ . Phương trình mặt cầu nào sau đây

là phương trình của mặt cầu đối xứng với mặt cầu  $(S)$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$ :

**A.**  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9.$

**B.**  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9.$

**C.**  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9.$

**D.**  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9.$

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1;2;3)$ , bán kính  $R = 3$ . Do mặt cầu  $(S')$  đối xứng với  $(S)$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$  nên tâm  $I'$  của  $(S')$  đối xứng với  $I$  qua  $(Oxy)$ , bán kính  $R' = R = 3$ .

Ta có:  $I'(1;2;-3)$ . Vậy  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$ .

Lựa chọn đáp án **D**.

**Lưu ý:** Để ý thấy rằng trung điểm  $II'$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  và  $\overline{II'} \perp (Oxy)$ . Cả 4 đáp án trên đều có thể dễ dàng tìm được tọa độ  $I'$  nên nếu tình ý ta sẽ tiết kiệm được thời gian hơn trong việc tìm đáp án.

**Câu 88.** Cho mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$ . Phương trình mặt cầu nào sau đây là phương trình mặt cầu đối xứng với mặt cầu  $(S)$  qua trục  $Oz$ :

**A.**  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4.$

**B.**  $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4.$

**C.**  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4.$

**D.**  $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4.$

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(-1;1;2)$ , bán kính  $R = 2$ . Do mặt cầu  $(S')$  đối xứng với  $(S)$  qua trục  $Oz$  nên tâm  $I'$  của  $(S')$  đối xứng với  $I$  qua trục  $Oz$ , bán kính  $R' = R = 2$ .

Ta có :  $I'(1;-1;2)$ . Vậy  $(S') : (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$ .

Lựa chọn đáp án **A**.

**Lưu ý:** Sẽ vất vả hơn rất nhiều nếu học sinh không nhớ được tính chất đối xứng, tọa độ của một điểm đối xứng qua các trục tọa độ.

**Câu 89.** Đường tròn giao tuyến của  $(S) : (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$  khi cắt bởi mặt phẳng  $(Oxy)$  có chu vi bằng :

A.  $\sqrt{7}\pi$ .

B.  $2\sqrt{7}\pi$ .

C.  $7\pi$ .

D.  $14\pi$ .

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1;2;3)$ , bán kính  $R = 4$ . Ta có :  $d(I; (Oxy)) = |z_I| = 3$ .

Gọi  $r$  là bán kính đường tròn  $(C)$  giao tuyến của mặt cầu  $(S)$  và mặt phẳng  $(Oxy)$ , ta suy ra :

$$r = \sqrt{R^2 - [d(I; (Oxy))]^2} = \sqrt{7}. \text{ Vậy chu vi } (C) \text{ bằng : } 2\sqrt{7}\pi.$$

Lựa chọn đáp án **B**.

**Lưu ý:** Để hiểu và làm nhanh bài này học sinh nên vẽ minh họa hình học và từ đó rút ra công thức tổng quát xác định bán kính đường tròn giao tuyến như hướng dẫn giải ở trên.