

Với  $N(-3; -4; 5)$ , ta có  $\Delta: \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-5}{1}$

**Câu 50.**

Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $I(1; 1; 2)$ , hai đường thẳng  $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 \end{cases}$

và  $\Delta_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ . Phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $I$  và cắt hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  là.

A.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ .

B.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$ .

C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ .

D.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$ .

**Hướng dẫn giải**

- Gọi  $(\alpha_1)$  là mặt phẳng qua  $I$  và  $\Delta_1$   
 $\Delta_1$  đi qua  $M_1(3; -1; 4)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{a}_1 = (1; 2; 0)$   
 $\vec{IM}_1 = (2; -2; 2)$   
 $(\alpha_1)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_1 = [\vec{a}_1, \vec{IM}_1] = (4; -2; -6)$
- Gọi  $(\alpha_2)$  là mặt phẳng qua  $I$  và  $\Delta_2$   
 $\Delta_2$  đi qua  $M_2(-2; 0; 2)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{a}_2 = (1; 1; 2)$   
 $\vec{IM}_2 = (-3; -1; 0)$   
 $(\alpha_2)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_2 = [\vec{a}_2, \vec{IM}_2] = (2; -6; 2)$
- $d$  đi qua điểm  $I(1; 1; 2)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{a}_d = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-40; -20; -20)$

Vậy phương trình đường thẳng  $d$  là  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$

**Câu 51.**

Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$ ,

$d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$  và mặt phẳng  $(P): x + y - 2z + 3 = 0$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng song song với  $(P)$

và cắt  $d_1, d_2$  lần lượt tại hai điểm  $A, B$  sao cho  $AB = \sqrt{29}$ . Phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  là

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \Delta: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} & \text{hoặc } \Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = -1 + 3t \end{cases} & \text{B. } \Delta: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \\ \text{C. } \Delta: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} & & \text{D. } \Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \end{array}$$

**Hướng dẫn giải**

$$A \in d_1 \Rightarrow A(1 + 2a; -1 + a; a)$$

$$B \in d_2 \Rightarrow B(1 + b; 2 + 2b; b)$$

$$\Delta \text{ có vectơ chỉ phương } \overrightarrow{AB} = (b - 2a; 3 + 2b - a; b - a)$$

$$(P) \text{ có vectơ pháp tuyến } \vec{n}_p = (1; 1; -2)$$

$$\text{Vì } \Delta // (P) \text{ nên } \overrightarrow{AB} \perp \vec{n}_p \Leftrightarrow b = a - 3. \text{ Khi đó } \overrightarrow{AB} = (-a - 3; a - 3; -3)$$

$$\text{Theo đề bài: } AB = \sqrt{29} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(3; 0; 1), \overrightarrow{AB} = (-4; -2; -3) \\ A(-1; -2; -1), \overrightarrow{AB} = (-2; -4; -3) \end{cases}$$

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$$

**Câu 52.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$  và  $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{-2}$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng song song với  $(P): x + y + z - 7 = 0$  và cắt  $d_1, d_2$  lần lượt tại hai điểm  $A, B$  sao cho  $AB$  ngắn nhất. Phương trình của đường thẳng  $\Delta$  là.

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \begin{cases} x = 12 - t \\ y = 5 \\ z = -9 + t \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x = 6 - t \\ y = \frac{5}{2} \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} x = 6 \\ y = \frac{5}{2} - t \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x = 6 - 2t \\ y = \frac{5}{2} + t \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases} \end{array}$$

**Hướng dẫn giải**

$$A \in d_1 \Rightarrow A(1 + 2a; a; -2 - a)$$

$$B \in d_2 \Rightarrow B(1 + b; -2 + 3b; 2 - 2b)$$

$$\Delta \text{ có vectơ chỉ phương } \overrightarrow{AB} = (b - 2a; 3b - a - 2; -2b + a + 4)$$

$$(P) \text{ có vectơ pháp tuyến } \vec{n}_p = (1; 1; 1)$$

$$\text{Vì } \Delta // (P) \text{ nên } \overrightarrow{AB} \perp \vec{n}_p \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_p = 0 \Leftrightarrow b = a - 1. \text{ Khi đó } \overrightarrow{AB} = (-a - 1; 2a - 5; 6 - a)$$



**Câu 54.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{1}$ , mặt phẳng  $(P): 2x - y - z + 5 = 0$  và  $M(1; -1; 0)$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M$ , cắt  $d$  và tạo với  $(P)$  một góc  $30^\circ$ . Phương trình đường thẳng  $\Delta$  là.

A.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-2}$  và  $\frac{x+4}{5} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+5}{5}$ .

B.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$  và  $\frac{x-4}{5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-5}{5}$ .

C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$  và  $\frac{x-1}{23} = \frac{y+1}{14} = \frac{z}{-1}$ .

D.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-2}$  và  $\frac{x-4}{5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-5}{5}$ .

**Hướng dẫn giải**

Gọi  $N = \Delta \cap d$

$$N \in d \Rightarrow N(2+2t; t; -2+t)$$

$$\Delta \text{ có vectơ chỉ phương } \overrightarrow{MN} = (1+2t; 1+t; -2+t)$$

$$(P) \text{ có vectơ pháp tuyến } \overrightarrow{n_p} = (2; -1; -1)$$

$$\sin[d, (P)] = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{n_p}|}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{n_p}|} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (1; 1; -2) \\ t=\frac{9}{5} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(\frac{23}{5}; \frac{14}{5}; -\frac{1}{5}\right) \end{cases}$$

$\Delta$  đi qua điểm  $M(1; -1; 0)$  và có vectơ chỉ phương  $\overrightarrow{a_\Delta} = \overrightarrow{MN}$

$$\text{Vậy phương trình của } \Delta \text{ là } \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2} \text{ và } \frac{x-1}{23} = \frac{y+1}{14} = \frac{z}{-1}$$

**Câu 55.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , gọi  $d$  đi qua  $A(3; -1; 1)$ , nằm trong mặt phẳng  $(P): x - y + z - 5 = 0$ , đồng thời tạo với  $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$  một góc  $45^\circ$ . Phương trình đường thẳng  $d$  là

A.  $\begin{cases} x = 3 + 7t \\ y = -1 - 8t \\ z = -1 - 15t \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 3 + 7t \\ y = -1 - 8t \\ z = 1 - 15t \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 \end{cases}$  và  $\begin{cases} x = 3 + 7t \\ y = -1 - 8t \\ z = 1 - 15t \end{cases}$

**Hướng dẫn giải**

$\Delta$  có vectơ chỉ phương  $\overrightarrow{a_\Delta} = (1; 2; 2)$

$d$  có vectơ chỉ phương  $\overrightarrow{a_d} = (a; b; c)$

$(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n_p} = (1; -1; 1)$

$$d \subset (P) \Rightarrow \vec{a}_d \perp \vec{n}_P \Leftrightarrow b = a + c; \quad (1)$$

$$(\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \cos(\Delta, d) = \cos 45^\circ$$

$$\Leftrightarrow \frac{|a + 2b + 2c|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2(a + 2b + 2c)^2 = 9(a^2 + b^2 + c^2); \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có: } 14c^2 + 30ac = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 15a + 7c = 0 \end{cases}$$

Với  $c = 0$ , chọn  $a = b = 1$ , phương trình đường thẳng  $d$  là  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 \end{cases}$

Với  $15a + 7c = 0$ , chọn  $a = 7 \Rightarrow c = -15; b = -8$ , phương trình đường thẳng  $d$  là

$$\begin{cases} x = 3 + 7t \\ y = -1 - 8t \\ z = 1 - 15t \end{cases}$$

**Câu 56.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , gọi  $d$  đi qua điểm  $A(1; -1; 2)$ , song song với

$(P): 2x - y - z + 3 = 0$ , đồng thời tạo với đường thẳng  $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$  một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng  $d$  là.

**A.**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{7}$ .

**B.**  $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z+2}{7}$ .

**C.**  $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{7}$ .

**D.**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{-7}$ .

**Hướng dẫn giải**

$\Delta$  có vectơ chỉ phương  $\vec{a}_\Delta = (1; -2; 2)$

$d$  có vectơ chỉ phương  $\vec{a}_d = (a; b; c)$

$(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_P = (2; -1; -1)$

Vì  $d \parallel (P)$  nên  $\vec{a}_d \perp \vec{n}_P \Leftrightarrow \vec{a}_d \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow 2a - b - c = 0 \Leftrightarrow c = 2a - b$

$$\cos(\Delta, d) = \frac{|5a - 4b|}{3\sqrt{5a^2 - 4ab + 2b^2}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{(5a - 4b)^2}{5a^2 - 4ab + 2b^2}}$$

Đặt  $t = \frac{a}{b}$ , ta có:  $\cos(\Delta, d) = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{(5t - 4)^2}{5t^2 - 4t + 2}}$

Xét hàm số  $f(t) = \frac{(5t - 4)^2}{5t^2 - 4t + 2}$ , ta suy ra được:  $\max f(t) = f\left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

Do đó:  $\max[\cos(\Delta, d)] = \sqrt{\frac{5\sqrt{3}}{27}} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{1}{5}$

Chọn  $a = 1 \Rightarrow b = -5, c = 7$

Vậy phương trình đường thẳng  $d$  là  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{7}$

**Câu 57.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , gọi  $d$  đi qua  $A(-1;0;-1)$ , cắt  $\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-1}$

, sao cho góc giữa  $d$  và  $\Delta_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{2}$  là nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng  $d$  là

**A.**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$ .    **B.**  $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-2}$ .    **C.**  $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{-2}$ .    **D.**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$ .

**Hướng dẫn giải**

Gọi  $M = d \cap \Delta_1 \Rightarrow M(1+2t; 2+t; -2-t)$

$d$  có vectơ chỉ phương  $\vec{a}_d = \vec{AM} = (2t+2; t+2; -1-t)$

$\Delta_2$  có vectơ chỉ phương  $\vec{a}_2 = (-1; 2; 2)$

$$\cos(d; \Delta_2) = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{t^2}{6t^2 + 14t + 9}}$$

Xét hàm số  $f(t) = \frac{t^2}{6t^2 + 14t + 9}$ , ta suy ra được  $\min f(t) = f(0) = 0 \Leftrightarrow t = 0$

Do đó  $\min[\cos(\Delta, d)] = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow \vec{AM} = (2; 2; -1)$

Vậy phương trình đường thẳng  $d$  là  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$

**Câu 58.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba đường thẳng  $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$

$d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-3}$  và  $d_3: \frac{x+1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng cắt  $d_1, d_2, d_3$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  sao cho  $AB = BC$ . Phương trình đường thẳng  $\Delta$  là

**A.**  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ .    **B.**  $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ .    **C.**  $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{-1}$ .    **D.**  $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$ .

**Hướng dẫn giải**

Gọi  $A \in d_1, B \in d_2, C \in d_3$

Ta có:  $A(a; 4-a; -1+2a), B(b; 2-3b; -3b), C(-1+5c; 1+2c; -1+c)$

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow A, B, C$  thẳng hàng và  $AB = BC$

$$\Leftrightarrow B \text{ là trung điểm } AC \Leftrightarrow \begin{cases} a-1+5c=2b \\ 4-a+1+2c=2(2-3b) \\ -1+2a-a+c=2(-3b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=0 \end{cases}$$

Suy ra  $A(1;3;1), B(0;2;0), C(-1;1;-1)$

$\Delta$  đi qua điểm  $B(0;2;0)$  và có vector chỉ phương là  $\overline{CB} = (1;1;1)$

Vậy phương trình đường thẳng  $\Delta$  là  $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$

hoc360.net