Xét tam giác SIB vuông tại I, ta có: $IB=\sqrt{SB^2-SI^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$

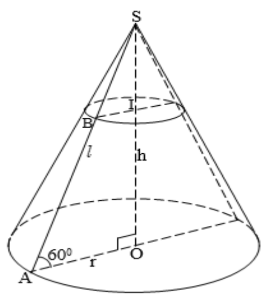
$\Rightarrow BC=2IB=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích thiết diện SBC là: $S_{\Delta SBC}=\frac{1}{2}SI.BC=\frac{1}{2}\frac{a\sqrt{6}}{3}.\frac{2a\sqrt{3}}{3}=\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$ (đvdt).

Cho hình nón tròn xoay có đỉnh là S, O là tâm của đường tròn đáy, đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Gọi I là một điểm trên đường cao SO của hình nón sao cho tỉ số $\frac{SI}{OI}=\frac{1}{3}$. Khi đó, diện tích của thiết diện qua I và vuông góc với trục của hình nón là:

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{18}$. **B.** $\frac{\pi a^2}{9}$. **C.** $\frac{\pi a^2}{18}$. **D.** $\frac{\pi a^2}{36}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi A là một điểm thuộc đường tròn đáy hình nón. Thiết diện qua I và vuông góc với trục của hình nón là một hình tròn có bán kính như hình vẽ. Gọi diện tích này là S_{td}. Theo giả thiết ta có đường sinh $SA=a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy là $\widehat{SAO}=60^0$. Trong tam giác vuông SAO có $OA=SA\cos 60^0=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $\Delta SIB\backsim\Delta SOA\Rightarrow\frac{SI}{SO}=\frac{IB}{OA}\Rightarrow IB=\frac{SI}{SO}.OA=\frac{1}{3}\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{6}$

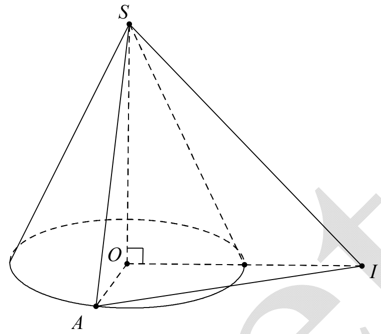
$\Rightarrow S_{td}=\pi IB^2=\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{6}\right)^2=\frac{\pi a^2}{18}$.

Cho hình nón đỉnh S với đáy là đường tròn tâm O bán kính R. Gọi I là một điểm nằm trên mặt phẳng đáy sao cho $OI=R\sqrt{3}$. Giả sử A là điểm nằm trên đường tròn $(O;R)$ sao cho $OA\perp OI$. Biết rằng tam giác SAI vuông cân tại S. Khi đó, diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón và thể tích V của khối nón là:

A. $S_{xq}=\pi R^2\sqrt{2};V=\frac{\pi R^3}{3}$. **B.** $S_{xq}=2\pi R^2;V=\frac{2\pi R^3}{3}$.

C. $S_{xq} = \dfrac{\pi R^2\sqrt{2}}{2}; V = \dfrac{\pi R^3}{6}$. **D.** $S_{xq} = \pi R^2; V = \dfrac{2\pi R^3}{3}$.

✍ Hướng dẫn giải:



+ Xét tam giác AOI vuông tại O, có:

$IA^2 = OA^2 + OI^2 = R^2 + 3R^2 = 4R^2 \Rightarrow IA = 2R$

+ Do tam giác SAI vuông cân tại S nên ta có:

$IA = SA\sqrt{2} \Rightarrow SA = \dfrac{IA}{\sqrt{2}} = \dfrac{2R}{\sqrt{2}} = R\sqrt{2}$.

+ Xét tam giác SOA vuông tại O, ta có:

$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{2R^2 - R^2} = R$.

+ Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi Rl = \pi R.R\sqrt{2} = \pi R^2\sqrt{2}$ (đvdt).

+ Thể tích của khối nón tương ứng là: $V = \dfrac{1}{3}Bh = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{1}{3}\pi R^2 R = \dfrac{\pi R^3}{3}$ (đvtt).

Một hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $a\sqrt{3}$, góc ở đỉnh là 120^0. Thiết diện qua đỉnh của hình nón là một tam giác**.** Diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của thiết điện đó là bao nhiêu ?

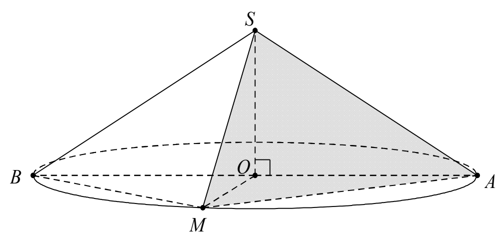
A. $S_{\max} = 2a^2$. **B.** $S_{\max} = a^2\sqrt{2}$. **C.** $S_{\max} = 4a^2$. **D.** $S_{\max} = \dfrac{9a^2}{8}$.

✍ Hướng dẫn giải:

Giả sử O là tâm đáy và AB là một đường kính của đường tròn đáy hình nón. Thiết diện qua đỉnh của hình nón là tam giác cân SAM. Theo giả thiết hình nón có bán kính đáy $R = OA = a\sqrt{3}$ cm, $\widehat{ASB} = 120^0$ nên $\widehat{ASO} = 60^0$. Xét tam giác SOA vuông tại O, ta có:

$\sin 60^0 = \dfrac{OA}{SA} \Rightarrow SA = \dfrac{OA}{\sin 60^0} = 2a$.

Diện tích thiết diện là: $S_{\Delta SAM} = \dfrac{1}{2}SA.SM.\sin\widehat{ASM} = \dfrac{1}{2}2a.2a.\sin\widehat{ASM} = 2a^2\sin\widehat{ASM}$



Do $0 < \sin\widehat{ASM} \le 1$ nên $S_{\Delta SAM}$ lớn nhất khi và chỉ khi $\sin\widehat{ASM} = 1$ hay khi tam giác ASM vuông cân tại đỉnh S (vì $\widehat{ASB} = 120^0 > 90^0$ nên tồn tại tam giác ASM thỏa mãn).

Vậy diện tích thiết diện lớn nhất là: $S_{\max} = 2a^2$ (đvtt).

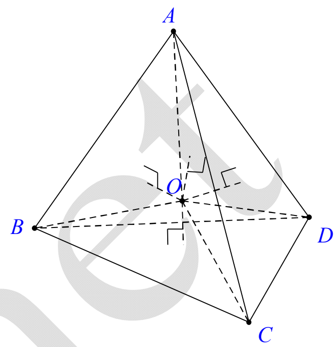
VẬN DỤNG CAO

Bán kính r của mặt cầu nội tiếp tứ diện đều cạnh a là

A. $r = \dfrac{a\sqrt{6}}{12}$. **B.** $r = \dfrac{a\sqrt{6}}{8}$. **C.** $r = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $r = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

✍ Hướng dẫn giải:

Gọi O là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện đều $ABCD$ cạnh a.



Ta tính được thể tích khối tứ diện đều là $V_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Mặt khác, ta lại có: $V_{ABCD} = V_{O.ABC} + V_{O.ACD} + V_{O.BCD} + V_{O.ABD}$ (*)

Mỗi hình tứ diện đỉnh O đều có chiều cao r và diện tích đáy là $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

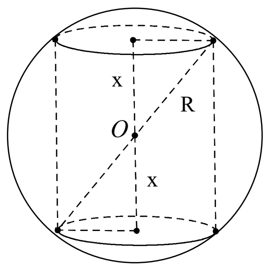
Do đó, từ (*) ta suy ra: $V_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12} = 4.\dfrac{1}{3}r.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow r = \dfrac{a\sqrt{6}}{12}$.

Chiều cao của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình cầu có bán kính R là

A. $R\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{R\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{4R\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$.

✍ Hướng dẫn giải:

Giả sử $2x$ là chiều cao hình trụ $(0 < x < R)$ (xem hình vẽ)



Bán kính của khối trụ là $r = \sqrt{R^2 - x^2}$. Thể tích khối trụ là: $V = \pi(R^2 - x^2)2x$. Xét hàm số $V(x) = \pi(R^2 - x^2)2x,\ 0 < x < R$

Ta có $V'(x) = 2\pi(R^2 - 3x^2) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{R\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên:

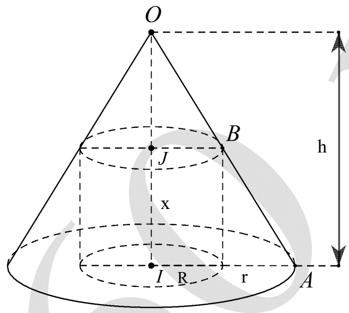
x	0	$\dfrac{R\sqrt{3}}{3}$	R
$V'(x)$	$+$	0	$-$
$V(x)$	$\nearrow$	$\dfrac{4\pi R^3\sqrt{3}}{9}$	$\searrow$

	0 0

Dựa vào BBT, ta thấy thể tích khối trụ lớn nhất khi chiều cao của khối trụ là $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$; $V_{\max} = \frac{4\pi R^3\sqrt{3}}{9}$.

Cho hình nón có chiều cao h. Tính chiều cao x của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình nón theo h.

A. $x = \frac{h}{2}$. **B.** $x = \frac{h}{3}$. **C.** $x = \frac{2h}{3}$. **D.** $x = \frac{h}{\sqrt{3}}$.



Hướng dẫn giải:

Gọi r, R theo thứ tự là bán kính đáy hình nón và khối trụ cần tìm. O là đỉnh của hình nón, I là tâm của đáy hình nón, J là tâm của đáy hình trụ và khác I. OA là một đường sinh của hình nón, B là điểm chung của OA với khối trụ. Ta có: $\frac{r}{R} = \frac{h-x}{h} \Rightarrow r = \frac{R}{h}(h-x)$.

Thể tích khối trụ là: $V = \pi x R^2 = \pi x \frac{R^2}{h^2}(h-x)^2$

Xét hàm số $V(x) = \pi x \frac{R^2}{h^2}(h-x)^2$, $0 < x < h$.

Ta có $V'(x) = \pi \frac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}$ hay $x = h$.

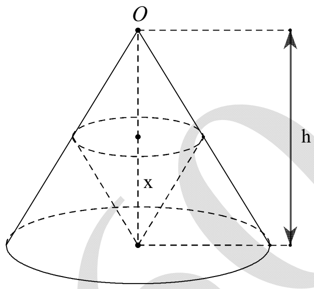
Bảng biến thiên:

x	0 h	$\frac{h}{3}$	
$V'(x)$	+ 0	0	$-$

$V(x)$	0	↗	$\dfrac{4\pi R^2 h}{27}$	↘
	0			

Dựa vào BBT, ta thấy thể tích khối trụ lớn nhất khi chiều cao của khối trụ là $x=\dfrac{h}{3}$; $V_{\max}=\dfrac{4\pi R^2 h}{27}$.

Cho hình nón đỉnh O, chiều cao là h. Một khối nón khác có đỉnh là tâm của đáy và có đáy là là một thiết diện song song với đáy của hình nón đỉnh O đã cho (hình vẽ). Tính chiều cao x của khối nón này để thể tích của nó lớn nhất, biết $0<x<h$.



A. $x=\dfrac{h}{3}$. **B.** $x=h\sqrt{3}$. **C.** $x=\dfrac{2h}{3}$. **D.** $x=\dfrac{h\sqrt{3}}{3}$.

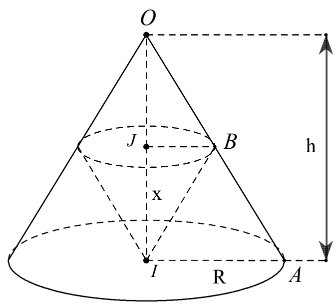
✍ Hướng dẫn giải:

Từ hình vẽ ta có $\dfrac{JB}{IA}=\dfrac{OJ}{OI}=\dfrac{h-x}{h}\Rightarrow JB=\dfrac{R(h-x)}{h}$.

Thể tích khối nón cần tìm là: $V=\dfrac{1}{3}\pi\dfrac{R^2}{h^2}(h-x)^2x$.

Xét hàm số $V(x)=\dfrac{1}{3}\pi\dfrac{R^2}{h^2}(h-x)^2x$, $0<x<h$.

Ta có $V'(x)=\dfrac{1}{3}\pi\dfrac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x)=0\Leftrightarrow x=h$ hay $x=\dfrac{h}{3}$.



Bảng biến thiên:

x	0		$\dfrac{h}{3}$		h
$V'(x)$		+	0	−	0

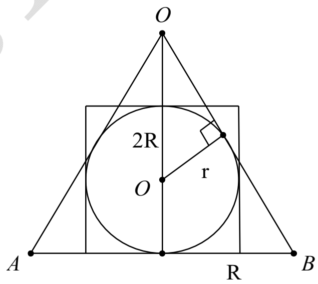
$V(x)$	0 0	$\frac{4\pi R^2 h}{81}$	

Dựa vào BBT, ta thấy thể tích khối nón cần tìm lớn nhất khi chiều cao của nó là $x = \frac{h}{3}$; $V_{\max} = \frac{4\pi R^2 h}{81}$.

Cho một hình nón có bán kính đáy là R, chiều cao là $2R$, ngoại tiếp một hình cầu $S(O;r)$. Khi đó, thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình cầu $S(O;r)$ là

A. $\frac{16\pi R^3}{\left(\sqrt{5}-1\right)^3}$. **B.** $\frac{4\pi R^3}{1+2\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{16\pi R^3}{\left(1+\sqrt{5}\right)^3}$. **D.** $\frac{4\pi R^3}{2\sqrt{5}-1}$.

✍ Hướng dẫn giải:



Giả sử hình nón có đỉnh O và đường kính đáy là AB.

Ta có $OA = OB = \sqrt{R^2 + (2R)^2} = R\sqrt{5}$.

Tam giác OAB có diện tích là $S = 2R^2$,

chu vi là $2p = 2R(1+\sqrt{5})$. Do đó bán kính khối cầu $S(O;r)$ là $r = \frac{S}{p} = \frac{2R}{1+\sqrt{5}}$.

Thể tích khối trụ cần tìm là: $V_{tru} = \pi r^2 h = 2\pi r^3 = \frac{16\pi R^3}{\left(1+\sqrt{5}\right)^3}$.

Trong số các hình trụ có diện tích toàn phần đều bằng S thì bán kính R và chiều cao h của khối trụ có thể tích lớn nhất là:

A. $R = \sqrt{\frac{S}{2\pi}}; h = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{2\pi}}$. **B.** $R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}; h = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$.

C. $R = \sqrt{\frac{2S}{3\pi}}; h = 4\sqrt{\frac{2S}{3\pi}}$. **D.** $R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}; h = 2\sqrt{\frac{S}{6\pi}}$.

✍ Hướng dẫn giải:

Gọi thể tích khối trụ là V, diện tích toàn phần của hình trụ là S.

Ta có: $S = S_{2day} + S_{xq} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$. Từ đó suy ra:

$\frac{S}{2\pi} = R^2 + Rh \Leftrightarrow \frac{S}{2\pi} = R^2 + \frac{V}{\pi R} = R^2 + \frac{V}{2\pi R} + \frac{V}{2\pi R} \overset{Cauchy}{\geq} 3\sqrt[3]{\frac{V^2}{4\pi^2}}$ hay $27\frac{V^2}{4\pi^2} \leq \left(\frac{S}{2\pi}\right)^3 \Leftrightarrow V \leq \sqrt{\frac{S^3}{54\pi}}$.

Vậy $V_{\max} = \sqrt{\frac{S^3}{54\pi}}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ $R^2 = \frac{V}{2\pi R} = \frac{\pi R^2 h}{2\pi R} = \frac{Rh}{2}$ hay $h = 2R$.

Khi đó $S = 6\pi R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}$ và $h = 2R = 2\sqrt{\frac{S}{6\pi}}$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TỰ RÈN LUYỆN (CÓ HƯỚNG DẪN)

Thiết diện qua trục của một hình nón tròn xoay là một tam giác vuông cân có điện tích bằng $2a^2$. Khi đó thể tích của khối nón bằng:

A. $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$ **C.** $\frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có: $S = \frac{1}{2}l^2 = 2a^2 \Rightarrow l = 2a$

Dùng định lý Pitago cho tam giác thiết diện ta được đường kính đường tròn đáy $d = 2a\sqrt{2} \Rightarrow r = a\sqrt{2}$

Vậy $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi r^2\sqrt{l^2 - r^2} = \frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy lần lượt ngoại tiếp các hình vuông ABDC và A'B'C'D'. Khi đó S bằng:

A. $S = \pi a^2$ **B.** $S = \pi a^2\sqrt{2}$ **C.** $S = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$ **D.** $S = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$

Hướng dẫn giải

+) Đáy là hình vuông cạnh $a \Rightarrow$ đường chéo bằng $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow$ bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

+) Đường sinh l bằng cạnh của hình lập phương $\Rightarrow l = a$

+) Vậy $S_{xq} = 2\pi rl = \pi a^2\sqrt{2} \Rightarrow$ Chọn **B.**

Một hình lập phương có diện tích mặt chéo bằng $a^2\sqrt{2}$. Gọi V là thể tích khối cầu và S là diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương nói trên. Khi đó tích $S.V$ bằng:

A. $S.V=\dfrac{3\sqrt{3}\pi^2a^5}{2}$ **B.** $S.V=\dfrac{\sqrt{3}\pi^2a^5}{2}$ **C.** $S.V=\dfrac{3\pi^2a^5}{2}$ **D.** $S.V=\dfrac{3\sqrt{6}\pi^2a^5}{2}$

Hướng dẫn giải

+) Đặt $AB=x\Rightarrow BD=x\sqrt{2}$

+) Ta có: $S_{BDD'B'}=a^2\sqrt{2}=x.x\sqrt{2}\Rightarrow x=a\Rightarrow BD'=a\sqrt{3}\Rightarrow R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

+) Khi đó ta có: $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$ và $S=4\pi R^2=3\pi a^2$

+) Vậy $SV=\dfrac{3\sqrt{3}\pi^2a^5}{2}$ $\Rightarrow$ Chọn **A.**

Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có $AB=a,\ BC=a\sqrt{3},\ AA'=a\sqrt{5}$. Gọi V là thể tích hình nón sinh ra khi quay tam giác AA'C quanh trục AA'. Khi đó V bằng:

A. $V=\dfrac{2\pi a^3\sqrt{5}}{3}$ **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{5}}{3}$ **C.** $V=\dfrac{4\pi a^3\sqrt{5}}{3}$ **D.** $V=\dfrac{4\pi a^3\sqrt{3}}{5}$

Hướng dẫn giải.

Ta có: $r=AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2a$

Vậy: $V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{1}{3}\pi r^2AA'=\dfrac{4\pi a^3\sqrt{5}}{3}$

Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Khi đó thể tích khối trụ tương ứng bằng:

A. 2π **B.** 4π **C.** $\dfrac{\pi}{2}$ **D.** π

Hướng dẫn giải

+) Theo đề ta có: $S_{xq}=4\pi\Rightarrow 2\pi rl=4\pi\Rightarrow rl=2\ (*)$

+) Thiết diện qua trục là hình vuông $\Rightarrow r=\dfrac{l}{2}$. Thay vào (*) ta được: $l=2\Rightarrow r=1$

+) Vậy $V=\pi r^2l=2\pi\Rightarrow$ Chọn **A.**

Tỉ số thể tích của khối lập phương và khối cầu ngoại tiếp khối lập phương đó bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{3\pi}$ **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{\pi}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3\pi}$ **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3\pi}$

Hướng dẫn giải

+) Thể tích khối lập phương $V=a^3$.

+) Đặt AB = a$\Rightarrow AC = a\sqrt{2} \Rightarrow A'C = a\sqrt{3} \Rightarrow$ Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối lập phương là $R = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{Câu} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$ (**).

Từ (*) và (**) suy ra: $\frac{V_{lâp\ phuong}}{V_{CAU}} = \frac{2\sqrt{3}}{3\pi} \Rightarrow$ Chọn D

Một hình nón có đường sinh hợp với đáy một góc α và độ dài đường sinh bằng l. Khi đó diện tích toàn phần của hình nón bằng:

A. $S_{tp} = 2\pi l^2 \cos\alpha.\cos^2\frac{\alpha}{2}$ **B.** $S_{tp} = 2\pi l^2 \cos\alpha.\sin^2\frac{\alpha}{2}$

C. $S_{tp} = \pi l^2 \cos\alpha.\cos^2\frac{\alpha}{2}$ **D.** $S_{tp} = \frac{1}{2}\pi l^2 \cos\alpha.\cos^2\frac{\alpha}{2}$

Hướng dẫn giải

+) Ta có: $\frac{r}{l} = \cos\alpha \Rightarrow r = l\cos\alpha$

+) $S_{TP} = S_{XQ} + S_D = \pi rl + \pi r^2 = \pi l^2\cos\alpha + \pi l^2\cos^2\alpha = \pi l^2\cos\alpha(1+\cos\alpha) = 2\pi l^2\cos\alpha\cos^2\frac{\alpha}{2}$

+) Vậy chọn **A.**

Cho lăng trụ đều có tất cả các cạnh đều bằng **A.** Gọi V là thể tích hình trụ ngoại tiếp khối lăng trụ nói trên. Khi đó V bằng:

A. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $V = \frac{\pi a^3}{3}$ **C.** $V = \frac{3\pi a^3\sqrt{3}}{2}$ **D.** $V = \frac{\pi a^3}{6}$

Hướng dẫn giải

+) Gọi I, G lần lượt là trung điểm BC và trọng tâm tam giác AB**C.**

+) Tam giác ABC đều $\Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} = r$

+) $l = a$.

+) Vậy $V = \pi r^2 l = \frac{\pi a^3}{3} \Rightarrow$ Chọn **B.**

Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Không có mặt cầu ngoại tiếp S.AB**C.**

B. Mặt cầu ngoại tiếp khối chóp có tâm là trọng tâm tam giác AB**C.**

C. Mặt cầu ngoại tiếp khối chóp có tâm là trực tâm tam giác AB**C.**

D. Mặt cầu ngoại tiếp khối chóp có bán kính $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Một hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng **A.** Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác có góc ở đỉnh bằng 120^0. Gọi V là thể tích khối nón. Khi đó V bằng:

A. $V=\dfrac{\pi a^3}{6}$ **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $V=\dfrac{\pi a^3}{3}$

Hướng dẫn giải

+) $r=a$

+) Góc ở đỉnh $=120^0 \Rightarrow h=\dfrac{a}{\tan 60^0}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

+) $V=\dfrac{1}{3}S_D.h=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{9} \Rightarrow$ Chọn **C.**

Trong không gian cho hình vuông ABCD cạnh a. Gọi I và H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Khi quay hình vuông đó xung quanh trục IH ta được một hình trụ tròn xoay.Khi đó thể tích khối trụ tương ứng bằng:

A. $\dfrac{\pi a^3}{4}$ **B.** $\dfrac{\pi a^3}{12}$ **C.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$ **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$

Hướng dẫn giải

+) Ta có: $r=\dfrac{a}{2}$ và $l=a$

+) $V=B.h=\pi r^2 l=\dfrac{\pi a^3}{4}$

Cho tứ diện S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B với AB = 3a, BC = 4a, SA$\perp (ABC)$, cạnh bên SC tạo với đáy góc 60^0. Khi đó thể tích khối cầu ngoại tiếp S.ABC là:

A. $V=\dfrac{\pi a^3}{3}$ **B.** $V=\dfrac{50\pi a^3}{3}$ **C.** $V=\dfrac{5\pi a^3}{3}$ **D.** $V=\dfrac{500\pi a^3}{3}$

Hướng dẫn giải

+) Ta có: ΔSAC vuông tại S(*).

+) $\begin{cases} BC\perp AB \\ BC\perp SA \end{cases} \Rightarrow BC\perp (SAB) \Rightarrow BC\perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B(**)

+) Từ (*) và (**) $\Rightarrow$ Tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp S.ABC là trung điểm đoạn SC.

+) Ta có: AC $=\sqrt{AB^2+BC^2}=5a.\,Mà\,\dfrac{AC}{SC}=\cos 60^0=\dfrac{1}{2}\Rightarrow SC=2AC=10a\Rightarrow R=\dfrac{SC}{2}=5a$

+) Vậy $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{500\pi a^3}{3}\Rightarrow$ Chọn **D.**

Cho hình lăng trụ tứ giác đều ABCD.A′B′C′D′ có cạnh đáy bằng a, chiều cao $2a$. Biết rằng O′ là tâm của A′B′C′D′ và (C) là đường tròn nội tiếp đáy ABCD**.** Diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh O′ và đáy (C).

A. $S_{xq}=\frac{3\pi a^2}{2}$ **B.** $S_{xq}=\frac{5\pi a^2}{2}$ **C.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2}{2}$ **D.** $S_{xq}=\frac{3\sqrt{2}\pi a^2}{2}$

Hướng dẫn giải

+) ABCD**.**A'B'C'D' là lăng trụ tứ giác đều $\Rightarrow$ đáy ABCD là hình vuông. Khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy là r = $\frac{AC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

+) Đường sinh $l=O'A=\sqrt{AA'^2+A'O^2}=\sqrt{4a^2+\frac{a^2}{2}}=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

+) Vậy $S_{XQ}=\pi rl=\pi.\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{3a\sqrt{2}}{2}=\frac{3\pi a^2}{2}\Rightarrow$ Chọn **A.**

Một hình trụ có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương có cạnh bằng 1. Thể tích của khối trụ đó bằng:

A. $\frac{\pi}{4}$ **B.** $\frac{\pi}{3}$ **C.** $\frac{\pi}{2}$ **D.** π

Hướng dẫn giải

+) Ta có:Đường tròn đáy nội tiếp hình vuông cạnh bằng 1 $\Rightarrow$ bán kính $r=\frac{1}{2}$

+) Độ dài đường sinh = độ dài cạnh của hình lập phương $\Rightarrow l=1$

+) Vậy $V=\pi r^2 l=\pi\left(\frac{1}{2}\right)^2.1=\frac{\pi}{4}\Rightarrow$ Chọn **A.**

Cho tứ diện S.ABC có 3 đường thẳng SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một, SA = 3, SB = 4, SC = 5. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp S.ABC bằng:

A. 25π **B.** 50π **C.** 75π **D.** 100π

Hướng dẫn giải

+) Tam giác SBC vuông tại S nên từ trung điểm I của cạnh BC ta vẽ đường **thẳng** (d) vuông góc với (SBC) (tức là d // SA), khi đó d chính là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SB**C.**

+) Trong mp được xác định bởi 2 đường thẳng song song d và SA ta dựng đường trung trực của SA cắt d tại J. Khi đó J chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp SABC$\Rightarrow SJ$ là bán kính.

+) $SJ=\sqrt{SI^2+\left(\frac{SA}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{BC^2+SA^2}{4}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

+ $S=4\pi R^2=4\pi\frac{50}{4}=50\pi\Rightarrow$ Chọn B

Thể tích khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp trong hình trụ có chiều cao h và bán kính đường tròn đáy R bằng:

A. $2R^2h$ **B.** R^2h **C.** $\sqrt{2}R^2h$ **D.** $\frac{R^2h}{2}$

Hướng dẫn giải

+) Ta có: $V_{LTRU}=S_{ABCD}.AA'=AB^2.OO'=AB^2h$ (*)

+) Tính AB: Ta có tam giác OAB vuông cân tại O nên AB $=OA\sqrt{2}=R\sqrt{2}$

+ Thay vào (*) ta được: $V=2R^2h$.