

Câu 38. Cặp góc lượng giác a và b ở trên cùng một đường tròn đơn vị, cùng tia đầu và tia cuối. Khi đó

$$a = b + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ hay } k = \frac{a-b}{2\pi}.$$

Để thấy, ở **đáp án B** vì $k = \frac{\pi - 152\pi}{2\pi} = -\frac{303}{20} \notin \mathbb{Z}$. **Chọn B.**

Câu 39. Tam giác đều có góc ở đỉnh là 60° nên góc ở tâm là 120° tương ứng $\frac{k2\pi}{3}$.

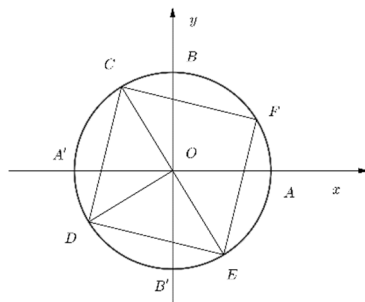
Chọn A.

Câu 40. Hình vẽ tham khảo (hình vẽ bên).

Hình vuông $CDEF$ có góc \widehat{DCE} là 45°

nên góc ở tâm là 90° tương ứng $\frac{k\pi}{2}$.

Chọn A.



**BÀI
2.**

GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT CUNG

Câu 1. α thuộc góc phần tư thứ nhất $\rightarrow \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha > 0 \\ \tan \alpha > 0 \\ \cot \alpha > 0 \end{cases} \rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 2. α thuộc góc phần tư thứ hai $\rightarrow \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{cases} \rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 3. α thuộc góc phần tư thứ hai $\rightarrow \begin{cases} \sin \alpha < 0 \\ \cos \alpha < 0 \\ \tan \alpha > 0 \\ \cot \alpha > 0 \end{cases} \rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 4. α thuộc góc phần tư thứ hai $\rightarrow \begin{cases} \sin \alpha < 0 \\ \cos \alpha > 0 \\ \tan \alpha < 0 \\ \cot \alpha < 0 \end{cases} \rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 5. **Chọn D.**

Câu 6. **Chọn C.**

Câu 7. Ta có $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos \alpha = \sqrt{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos \alpha = |\cos \alpha| \Leftrightarrow \cos \alpha$.

Đẳng thức $|\cos \alpha| \Leftrightarrow \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha \geq 0 \rightarrow$ điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ I hoặc IV. **Chọn D.**

Câu 8. Ta có $\sqrt{\sin^2 \alpha} \Leftrightarrow \sin \alpha \Leftrightarrow |\sin \alpha| = \sin \alpha$.

Đẳng thức $|\sin \alpha| = \sin \alpha \rightarrow \sin \alpha \geq 0 \rightarrow$ điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ I hoặc II. **Chọn C.**

Câu 9. Ta có $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2} \rightarrow$ điểm cuối cung $\alpha - \pi$ thuộc góc phần tư thứ I

$$\rightarrow \begin{cases} \tan \alpha > 0 \\ \cot \alpha > 0 \end{cases} \text{ Chọn A.}$$

Câu 10. Ta có $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow -\pi < \alpha - \pi < -\frac{\pi}{2} \rightarrow$ điểm cuối cung $\alpha - \pi$ thuộc góc phần tư thứ III $\rightarrow \sin(\alpha - \pi) < 0$. **Chọn D.**

Câu 11. Ta có $\begin{cases} 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} < \alpha + \frac{\pi}{2} < \pi \rightarrow \cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \pi < \alpha + \pi < \frac{3\pi}{2} \rightarrow \tan(\alpha + \pi) > 0 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 12. Ta có

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha; \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha; \cos(-\alpha) = \cos \alpha; \tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha.$$

$$\text{Do } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \rightarrow \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \\ \tan \alpha < 0 \end{cases} \rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 13. Ta có $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \rightarrow 0 < \frac{3\pi}{2} - \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0 \\ \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0 \end{cases} \rightarrow \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0.$

Chọn B.

Câu 14. Ta có $\begin{cases} \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \rightarrow 0 < -\frac{\pi}{2} + \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) > 0 \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \rightarrow 0 < \pi - \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \tan(\pi - \alpha) > 0 \end{cases}$

$\rightarrow M > 0$. **Chọn B.**

Câu 15. Ta có $\begin{cases} \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \rightarrow -\frac{3\pi}{2} < -\alpha < -\pi \rightarrow -\pi < \frac{\pi}{2} - \alpha < -\frac{\pi}{2} \rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) < 0 \\ \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \rightarrow 2\pi < \pi + \alpha < \frac{5\pi}{2} \rightarrow \cot(\pi + \alpha) > 0 \end{cases}$

$\rightarrow M < 0$. **Chọn D.**

Câu 16. Ta có $\sin \frac{47\pi}{6} = \sin\left(8\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$. **Chọn D.**

Câu 17. Cách 1. Ta có $\cot \frac{89\pi}{6} = \cot\left(\frac{5\pi}{6} + 14\pi\right) = \cot \frac{5\pi}{6} = -\sqrt{3}$.

Cách 2. Hướng dẫn bấm máy tính.

Bấm lên màn hình $\frac{1}{\tan\left(\frac{89\pi}{6}\right)}$ và bấm dấu =. Màn hình hiện ra kết quả.

Câu 18. Ta có $\cos\left[\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi\right] = \cos\left(\frac{5\pi}{4} + 2k\pi\right) = \cos \frac{5\pi}{4}$

$$= \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 19. Ta có $\cos\left[\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi\right] = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \pi + k2\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \pi\right) = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$.

Chọn C.

Câu 20. Sử dụng mối quan hệ của các cung có liên quan đặc biệt, ta có

$$P = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 46^\circ) \cos 46^\circ}{\cos 44^\circ} - 1 = \frac{2 \tan 46^\circ \cos 46^\circ}{\sin 46^\circ} - 1 = 2 - 1 = 1. \text{ Chọn B.}$$

Câu 21. Ta có $P = \sin\left(-4\pi - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{\sin^2\left(6\pi + \pi + \frac{\pi}{4}\right)} - \tan^2\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right)$

$$= \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{\sin^2\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)} - \tan^2\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} - (-1)^2 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 22. Ta có $\begin{cases} \frac{\pi}{8} + \frac{7\pi}{8} = \pi \longrightarrow \cos\frac{\pi}{8} = -\cos\frac{7\pi}{8} \longrightarrow \cos^2\frac{\pi}{8} = \cos^2\frac{7\pi}{8} \\ \frac{3\pi}{8} + \frac{5\pi}{8} = \pi \longrightarrow \cos\frac{3\pi}{8} = -\cos\frac{5\pi}{8} \longrightarrow \cos^2\frac{3\pi}{8} = \cos^2\frac{5\pi}{8} \end{cases}$

$$\longrightarrow P = 2\left(\cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8}\right).$$

Vì $\frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2} \longrightarrow \cos\frac{\pi}{8} = \sin\frac{3\pi}{8} \longrightarrow \cos^2\frac{\pi}{8} = \sin^2\frac{3\pi}{8}$.

Do đó $\longrightarrow P = 2\left(\sin^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8}\right) = 2.1 = 2. \text{ Chọn D.}$

Câu 23. Do $10^\circ + 80^\circ = 20^\circ + 70^\circ = 30^\circ + 60^\circ = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$ nên các cung lượng giác tương ứng đôi một phụ nhau. Áp dụng công thức $\sin(90^\circ - x) = \cos x$, ta được

$$P = (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ)$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 = 4. \text{ Chọn C.}$$

Câu 24. Áp dụng công thức $\tan x \cdot \tan(90^\circ - x) = \tan x \cdot \cot x = 1$.

Do đó $P = 1. \text{ Chọn B.}$

Câu 25. Áp dụng công thức $\tan x \cdot \tan(90^\circ - x) = \tan x \cdot \cot x = 1$.

Do đó $P = 1. \text{ Chọn B.}$

Câu 26. Chọn B.

Câu 27. Ta có $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha \longrightarrow \cos^2(180^\circ - \alpha) = \cos^2\alpha$.

Do đó $\sin^2\alpha + \cos^2(180^\circ - \alpha) = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1. \text{ Chọn C.}$

Câu 28. Chọn D. Vì $\sin^2(2018\alpha) + \cos^2(2018\alpha) = 1$.

Câu 29. Chọn C.

Câu 30. Chọn C.

Câu 31. $\cot\left(x - \frac{\pi}{2018}\right)$ có nghĩa khi $x - \frac{\pi}{2018} \neq k\pi \longleftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2018} + k\pi. \text{ Chọn D.}$

Câu 32. Ta có $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Leftrightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1$.

Đẳng thức xác định khi $\begin{cases} \cos \alpha \neq 0 \\ \sin \alpha \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \alpha \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \alpha \neq k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$. **Chọn A.**

Câu 33. Biểu thức xác định khi $\begin{cases} \alpha + \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \alpha - \frac{\pi}{6} \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \alpha \neq \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **Chọn C.**

Câu 34. Dùng MTCT kiểm tra từng đáp án. **Chọn C.**

Câu 35. Chọn B. Trong khoảng giá trị từ 90° đến 180° , khi giá trị góc tăng thì giá trị cos của góc tương ứng giảm.

Câu 36. Chọn A.

Câu 37. Ta có $\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$. **Chọn B.**

Câu 38. Ta có $\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2} - 2\pi\right) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha = \frac{1}{3}$. **Chọn C.**

Câu 39. Ta có $\tan(2017\pi + \alpha) = \tan \alpha$. **Chọn C.**

Câu 40. Ta có $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha - \sin \alpha = 0$.

Chọn D.

Câu 41. Ta có $S = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \sin(\pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \cos(\pi - x)$
 $= \sin x \cdot \sin x - \cos x \cdot (-\cos x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$. **Chọn D.**

Câu 42. Ta có $P = \sin(\pi + \alpha) \cdot \cos(\pi - \alpha) = -\sin \alpha \cdot (-\cos \alpha) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Và $Q = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha \cdot (-\sin \alpha) = -\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Khi đó $P + Q = \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0$. **Chọn A.**

Câu 43. Ta có $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$; $\sin(10\pi + x) = \sin x$.

Và $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$; $\cos(8\pi - x) = \cos x$.

Khi đó $\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(10\pi + x)\right]^2 + \left[\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(8\pi - x)\right]^2$
 $= (\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$
 $= \cos^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x = 2$. **Chọn B.**

Câu 44. Ta có $\tan \frac{17\pi}{4} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + 4\pi\right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1$ và $\tan\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) = \cot x$.

Và $\cot \frac{13\pi}{4} = \cot\left(\frac{\pi}{4} + 3\pi\right) = \cot \frac{\pi}{4} = 1$; $\cot(7\pi - x) = -\cot x$.

Suy ra $P = (1 + \cot x)^2 + (1 - \cot x)^2 = 2 + 2 \cot^2 x = \frac{2}{\sin^2 x}$. **Chọn C.**

Câu 45. Ta có $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x$ và $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$.

Kết hợp với giá trị $\sin\frac{13\pi}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 6\pi\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$.

Suy ra $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\frac{13\pi}{2} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow -\cos x + 1 = \cos x \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2}$. **Chọn C.**

Câu 46. Ta có $\tan(4\pi + 1,25) = \tan 1,25$ suy ra $\cot 1,25 \cdot \tan 1,25 = 1$

Và $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$; $\cos(6\pi - x) = \cos(x - 6\pi) = \cos x$.

Khi đó $\cot 1,25 \cdot \tan(4\pi + 1,25) - \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos(6\pi - x) = 1 - \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0$.

Mặt khác $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \longrightarrow \tan x = 0$. **Chọn C.**

Câu 47. Vì A, B, C là ba góc của một tam giác suy ra $A + C = \pi - B$.

Khi đó $\sin(A + C) = \sin(\pi - B) = \sin B$; $\cos(A + C) = \cos(\pi - B) = -\cos B$.

$\tan(A + C) = \tan(\pi - B) = -\tan B$; $\cot(A + C) = \cot(\pi - B) = -\cot B$. **Chọn B.**

Câu 48. Vì A, B, C là các góc của tam giác ABC nên $C = 180^\circ - (A + B)$.

Do đó C và $A + B$ là 2 góc bù nhau $\Rightarrow \sin C = \sin(A + B)$; $\cos C = -\cos(A + B)$.

Và $\tan C = -\tan(A + B)$; $\cot C = \cot(A + B)$.

Câu 49. Ta có $A + B + C = \pi \Leftrightarrow A + B = \pi - C$

Do đó $\cos(A + B) = \cos(\pi - C) = -\cos C$. **Chọn D.**

Câu 50. A, B, C là ba góc của một tam giác $\Rightarrow A + B + C = 180^\circ \Leftrightarrow A + B = 180^\circ - C$.

Ta có $\sin(A + B + 2C) = \sin(180^\circ - C + 2C) = \sin(180^\circ + C) = -\sin C$. **Chọn D.**

Câu 51. Ta có $\begin{cases} \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{5}{13} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \end{cases} \longrightarrow \cos \alpha = -\frac{5}{13}$. **Chọn D.**

Câu 52. Ta có $\begin{cases} \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \frac{2}{3} \\ \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \end{cases} \longrightarrow \sin \alpha = -\frac{2}{3} \longrightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Chọn B.

Câu 53. Ta có $\begin{cases} 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \longleftrightarrow \left\{ \begin{aligned} 1 + \left(-\frac{4}{3}\right)^2 &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\ \frac{\pi}{2} + 504 \cdot 2\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} + 504 \cdot 2\pi \end{aligned} \right.$

$\longrightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$. Mà $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \longleftrightarrow -\frac{4}{3} = \frac{\sin \alpha}{-\frac{3}{5}} \longrightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$. **Chọn D.**

Câu 54. Ta có
$$\begin{cases} \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \frac{5}{13} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi. \end{cases} \longrightarrow \sin \alpha = \frac{5}{13} \longrightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{5}{12}.$$

Chọn C.

Câu 55. Ta có
$$\begin{cases} \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{5} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} \\ 180^\circ < \alpha < 270^\circ \end{cases} \longrightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\longrightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}. \text{ Do đó, } \sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{3}{\sqrt{5}} = -\frac{3\sqrt{5}}{5}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 56. Ta có
$$\begin{cases} \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{4}{5} \\ 90^\circ < \alpha < 180^\circ \end{cases} \longrightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 57. Ta có
$$\begin{cases} \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} \\ 0^\circ < \alpha < 90^\circ \end{cases} \longrightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 58. Ta có
$$\begin{cases} \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{4}{5} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \end{cases} \longrightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5} \longrightarrow \tan \alpha = -\frac{3}{4}.$$

Thay $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ vào P , ta được $P = -\frac{12}{25}$. **Chọn D.**

Câu 59. Ta có
$$\begin{cases} \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ 90^\circ < \alpha < 180^\circ \end{cases} \longrightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \longrightarrow \begin{cases} \tan \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{4} \\ \cot \alpha = -2\sqrt{2} \end{cases}.$$

Thay $\begin{cases} \tan \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{4} \\ \cot \alpha = -2\sqrt{2} \end{cases}$ vào P , ta được $P = \frac{26 - 2\sqrt{2}}{9}$. **Chọn C.**

Câu 60. Ta có
$$P = \tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left(3\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

Theo giả thiết: $\sin(\pi + \alpha) = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow -\sin \alpha = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{1}{3}.$

Ta có
$$\begin{cases} \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \end{cases} \longrightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \longrightarrow P = -2\sqrt{2}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 61. Ta có
$$\begin{cases} \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \frac{4}{5} \\ -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \end{cases} \longrightarrow \sin \alpha = -\frac{4}{5} \longrightarrow \begin{cases} \tan \alpha = -\frac{4}{3} \\ \cot \alpha = -\frac{3}{4} \end{cases}.$$

Thay $\begin{cases} \tan \alpha = -\frac{4}{3} \\ \cot \alpha = -\frac{3}{4} \end{cases}$ vào P , ta được $P = 4$. **Chọn A.**

Câu 62. Ta có
$$P = \sqrt{(\tan \alpha - 1)^2} = |\tan \alpha - 1|.$$

Vì $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \tan \alpha > 1 \rightarrow P = \tan \alpha - 1$.

Theo giả thiết:
$$\begin{cases} \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \frac{4}{5} \\ \frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{cases} \rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5} \rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{3} \rightarrow P = \frac{1}{3}$$

Chọn B.

Câu 63. Ta có
$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi \leftrightarrow \frac{3\pi}{4} < \alpha + \frac{\pi}{4} < \frac{9\pi}{4} \\ \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \end{cases} \rightarrow \alpha + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \rightarrow \alpha = \pi$$

Thay $\alpha = \pi$ vào P , ta được $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Chọn C.**

Câu 64. Ta có
$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi \leftrightarrow \frac{5\pi}{6} < \alpha + \frac{\pi}{3} < \frac{7\pi}{3} \\ \cot\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3} \end{cases} \rightarrow \alpha + \frac{\pi}{3} = \frac{11\pi}{6} \rightarrow \alpha = \frac{3\pi}{2}$$

Thay $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ vào P , ta được $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Chọn D.**

Câu 65. Ta có
$$\begin{cases} \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{9}{25} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \end{cases} \rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$\rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

Thay $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ và $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ vào P , ta được $P = \frac{31}{11}$. **Chọn B.**

Câu 66. Chia cả tử và mẫu của P cho $\cos \alpha$ ta được $P = \frac{3 \tan \alpha - 2}{5 + 7 \tan \alpha} = \frac{3 \cdot 2 - 2}{5 + 7 \cdot 2} = \frac{4}{19}$.

Chọn D.

Câu 67. Chia cả tử và mẫu của P cho $\sin \alpha$ ta được $P = \frac{3 + 4 \cot \alpha}{2 - 5 \cot \alpha} = \frac{3 + 4 \cdot \frac{1}{3}}{2 - 5 \cdot \frac{1}{3}} = 13$.

Chọn D.

Câu 68. Chia cả tử và mẫu của P cho $\cos^2 \alpha$ ta được

$$P = \frac{2 \tan^2 \alpha + 3 \tan \alpha + 4}{5 \tan^2 \alpha + 6} = \frac{2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 4}{5 \cdot 2^2 + 6} = \frac{9}{13} \quad \text{Chọn A.}$$

Câu 69. Chia cả tử và mẫu của P cho $\cos^2 \alpha$ ta được

$$P = \frac{2 \tan^2 \alpha + 3 \tan \alpha - 4}{5 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{2} - 4}{5 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = -\frac{8}{19} \quad \text{Chọn D.}$$

Câu 70. Ta có $P = (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$. (*)

Chia hai vế của (*) cho $\cos^2 \alpha$ ta được $\frac{P}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 1$

$$\Leftrightarrow P(1 + \tan^2 \alpha) = \tan^2 \alpha - 1 \Leftrightarrow P = \frac{\tan^2 \alpha - 1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{5^2 - 1}{1 + 5^2} = \frac{12}{13}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 71. Từ giả thiết, ta có $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{25}{16} \Leftrightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{25}{16}$

$$\longrightarrow P = \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{9}{32}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 72. Áp dụng $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$, ta có

$$P = \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^3 - 3 \sin \alpha \cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha).$$

$$\text{Ta có } (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 1 + \frac{24}{25} = \frac{49}{25}.$$

Vì $\sin \alpha + \cos \alpha > 0$ nên ta chọn $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5}$.

$$\text{Thay } \begin{cases} \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5} \\ \sin \alpha \cos \alpha = \frac{12}{25} \end{cases} \text{ vào } P, \text{ ta được } P = \left(\frac{7}{5}\right)^3 - 3 \cdot \frac{12}{25} \cdot \frac{7}{5} = \frac{91}{125}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 73. Ta có $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 2$.

$$\text{Suy ra } (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 2 - (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 2 - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}.$$

Do $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ suy ra $\sin \alpha < \cos \alpha$ nên $\sin \alpha - \cos \alpha < 0$. Vậy $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Chọn D.**

Câu 74. Ta có $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 2$.

$$\text{Suy ra } (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 2 - (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 2 - m^2$$

$$\longrightarrow P = |\sin \alpha - \cos \alpha| = \sqrt{2 - m^2}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 75. Ta có $P = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - 2 \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 2^2 - 2 \cdot 1 = 2$.

Chọn B.

Câu 76. Ta có $P = \tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)^3 - 3 \tan \alpha \cot \alpha (\tan \alpha + \cot \alpha)$

$$= 5^3 - 3 \cdot 5 = 110. \text{ Chọn B.}$$

Câu 77. Ta có $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{4}$.

$$\text{Khi đó } P = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}$$

$$= \frac{(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = \frac{1 - 2(\sin \alpha \cos \alpha)^2}{(\sin \alpha \cos \alpha)^2} = 14. \text{ Chọn B.}$$

Câu 78. Ta có

$$\tan \alpha - \cot \alpha = 1 \Leftrightarrow \tan \alpha - \frac{1}{\tan \alpha} = 1 \Leftrightarrow \tan^2 \alpha - \tan \alpha - 1 = 0 \Leftrightarrow \tan \alpha = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ suy ra $\tan \alpha < 0$ nên $\tan \alpha = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{2}{1 - \sqrt{5}}$.

Thay $\tan \alpha = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ và $\cot \alpha = \frac{2}{1-\sqrt{5}}$ vào P , ta được $P = \frac{1-\sqrt{5}}{2} + \frac{2}{1-\sqrt{5}} = -\sqrt{5}$.

Chọn C.

Câu 79. Ta có $3 \cos \alpha + 2 \sin \alpha = 2 \Leftrightarrow (3 \cos \alpha + 2 \sin \alpha)^2 = 4$

$$\Leftrightarrow 9 \cos^2 \alpha + 12 \cos \alpha \sin \alpha + 4 \sin^2 \alpha = 4 \Leftrightarrow 5 \cos^2 \alpha + 12 \cos \alpha \sin \alpha = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha (5 \cos \alpha + 12 \sin \alpha) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 0 \\ 5 \cos \alpha + 12 \sin \alpha = 0 \end{cases}$$

• $\cos \alpha = 0 \Rightarrow \sin \alpha = 1$: loại (vì $\sin \alpha < 0$).

• $5 \cos \alpha + 12 \sin \alpha = 0$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} 5 \cos \alpha + 12 \sin \alpha = 0 \\ 3 \cos \alpha + 2 \sin \alpha = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = -\frac{5}{13} \\ \cos \alpha = \frac{12}{13} \end{cases}$.

Chọn A.

Câu 80. Với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ suy ra $\begin{cases} \sin \alpha < 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{cases}$.

Ta có $\begin{cases} \sin \alpha - 2 \cos \alpha = 1 \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases} \Rightarrow (1 + 2 \cos \alpha)^2 + \cos^2 \alpha = 1$

$$\Leftrightarrow 5 \cos^2 \alpha + 4 \cos \alpha = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 0 \text{ (loại)} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

Từ hệ thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, suy ra $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ (do $\sin \alpha < 0$)

$$\longrightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{4} \text{ và } \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{4}{3}$$

Thay $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ và $\cot \alpha = \frac{4}{3}$ vào P , ta được $P = \frac{1}{6}$. **Chọn C.**

Câu 81. Ta có $\begin{cases} (\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1 + 2 \sin x \cos x \\ (\sin x - \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = 1 - 2 \sin x \cos x \end{cases}$

Suy ra $M = 2$. **Chọn B.**

Câu 82. Ta có $\sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x)^2 + 2 \sin^2 x \cos^2 x + (\cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$

$$= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - \frac{1}{2} (2 \sin x \cos x)^2 = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x$$

Chọn C.

Câu 83. Ta có $\sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x)^2 - (\cos^2 x)^2 = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x)$

$$= \sin^2 x - \cos^2 x = (1 - \cos^2 x) - \cos^2 x = 1 - 2 \cos^2 x. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 84. Ta có $M = \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3$

$$= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$$

Chọn D.

Câu 85. Ta có

$$\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 x \sin^2 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - \cos^2 x \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \sin^2 x$$

Suy ra $M = 2(1 - \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x)$

$$= 2(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x \cos^4 x) - (\sin^8 x + \cos^8 x)$$

$$= 2 - 4\sin^2 x \cos^2 x + 2\sin^4 x \cos^4 x - (\sin^8 x + \cos^8 x)$$

$$= 2 - 4\sin^2 x \cos^2 x - (\sin^4 x - \cos^4 x)^2 = 2 - 4\sin^2 x \cos^2 x - (\sin^2 x - \cos^2 x)^2$$

$$= 2 - 2\sin^2 x \cos^2 x - \sin^4 x - \cos^4 x$$

$$= 2 - (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 = 2 - 1 = 1. \text{ Chọn A.}$$

Câu 86. Ta có $M = \tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x = \sin^2 x \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = \sin^2 x \cdot \tan^2 x.$

Chọn C.

Câu 87. Ta có $M = \cot^2 x - \cos^2 x = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \cos^2 x = \cos^2 x \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1 \right) = \cos^2 x \cdot \cot^2 x.$

Chọn D.

Câu 88. Ta biến đổi: $M = (\cot^2 x - \cos^2 x) + (1 - \cot^2 x) = 1 - \cos^2 x = \sin^2 x. \text{ Chọn A.}$

Câu 89. Ta có $M = \tan^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1) + 4\sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha$

$$= \tan^2 \alpha (-\cos^2 \alpha) + 4\sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha$$

$$= -\sin^2 \alpha + 4\sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha = 3(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 3. \text{ Chọn D.}$$

Câu 90. Ta có $M = (1 - 2\sin^2 x \cos^2 x - 1) \left(\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + 2 \right)$

$$= (-2\sin^2 x \cos^2 x) \left(\frac{\sin^4 x + \cos^4 x + 2\sin^2 x \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} \right) = (-2) \cdot (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 = -2.$$

Chọn D.

Câu 91. Ta có $P = \sqrt{\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \sqrt{\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)} = \sqrt{\sin^2 \alpha} = |\sin \alpha|.$

Chọn A.

Câu 92. Ta có $P = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \tan^2 \alpha = 1 + 2\tan^2 \alpha. \text{ Chọn A.}$

Câu 93. Ta có $P = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{1}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} - \frac{1}{1 + \cos \alpha}$

$$= \frac{1 - \cos \alpha}{(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)} - \frac{1}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{1 + \cos \alpha} - \frac{1}{1 + \cos \alpha} = 0. \text{ Chọn D.}$$

Câu 94. Ta có $P = \frac{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \cos^4 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1 - \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{\cos^2 \alpha}$

$$= \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha. \text{ Chọn A.}$$

Câu 95. Ta có $P = \frac{2\cos^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x + \cos x} = \cos x - \sin x. \text{ Chọn B.}$

Câu 96. Ta có $P = \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}{\cot \alpha - \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha - 1}{\cos \alpha \left(\frac{1}{\sin \alpha} - \sin \alpha \right)}$