Câu 56. Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2+2) = 2m-1$.

Để phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$. $(*)$

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+2 \\ x_1.x_2 = m^2+2 \end{cases}$.

Khi đó $P = x_1x_2 - 2(x_1+x_2) - 6 = m^2 + 2 - 2(2m+2) - 6 = (m-2)^2 - 12 \geq -12$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m=2$: thỏa $(*)$. **Chọn C.**

Câu 57. Ta có $\Delta' = m^2 - 2(m^2-2) = -m^2+4$.

Để phương trình có hai nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' = 4 - m^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$. $(*)$

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1x_2 = \dfrac{m^2-2}{2} \end{cases}$.

Khi đó $A = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4| = |m^2 - m - 6| = |(m+2)(m-3)| = -(m+2)(m-3)$

$= -m^2 + m + 6 = -\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \leq \frac{25}{4}$ (do $-2 \leq m \leq 2$).

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m = \frac{1}{2}$: thỏa $(*)$. **Chọn C.**

Câu 58. Ta có $\Delta' = (m-1)^2 - (2m^2 - 3m + 1) = -m^2 + m = m(1-m)$.

Để phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1$. $(*)$

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1.x_2 = 2m^2 - 3m + 1 \end{cases}$.

Khi đó

$$P = |x_1 + x_2 + x_1.x_2| = |2(m-1) + 2m^2 - 3m + 1| = 2\left|m^2 - \frac{m}{2} - \frac{1}{2}\right| = 2\left|\left(m - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}\right|.$$

Vì $0 \leq m \leq 1 \longrightarrow -\frac{1}{4} \leq m - \frac{1}{4} \leq \frac{3}{4} \longrightarrow \left(m - \frac{1}{4}\right)^2 \leq \frac{9}{16} \longrightarrow \left(m - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} \leq 0$.

Do đó $P = 2\left|\left(m - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}\right| = 2\left(\frac{9}{16} - \left(m - \frac{1}{4}\right)^2\right) = \frac{9}{8} - 2\left(m - \frac{1}{4}\right)^2 \leq \frac{9}{8}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m = \frac{1}{4}$: thỏa mãn $(*)$. **Chọn C.**

Câu 59. Ta có $\Delta = m^2 - 4(m-1) = (m-2)^2 \geq 0$, với mọi m.

Do đó phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = m-1 \end{cases}$.

Suy ra $x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = m^2 - 2(m-1) = m^2 - 2m + 2$.

Khi đó $P = \dfrac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)} = \dfrac{2m+1}{m^2+2}$.

Suy ra $P - 1 = \dfrac{2m+1}{m^2+2} - 1 = \dfrac{2m+1-m^2-2}{m^2+2} = -\dfrac{(m-1)^2}{m^2+2} \leq 0,\ \forall m \in \mathbb{R}$.

Suy ra $P \le 1, \forall m \in \mathbb{R}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m=1$. **Chọn B.**

Câu 60. Ta có $\Delta = m^2 - 4(m-1) = (m-2)^2 \ge 0$, với mọi m.

Do đó phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = m-1 \end{cases}$.

Suy ra $x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = m^2 - 2(m-1) = m^2 - 2m + 2$.

Khi đó $P = \dfrac{2x_1x_2+3}{x_1^2+x_2^2+2(x_1x_2+1)} = \dfrac{2m+1}{m^2+2}$.

Suy ra $P + \dfrac{1}{2} = \dfrac{2m+1}{m^2+2} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{2(2m+1)+m^2+2}{2(m^2+2)} = \dfrac{(m+2)^2}{2(m^2+2)} \ge 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Suy ra $P \ge -\dfrac{1}{2}, \forall m \in \mathbb{R}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m=-2$. **Chọn B.**

Câu 61. Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} m+n=-m \\ m.n=n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=-2m \\ m=1 \end{cases} \ (n \ne 0) \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=-2 \end{cases}$

$\longrightarrow m+n=-1$. **Chọn B.**

Câu 62. Giả sử phương trình $x^2+px+q=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $x^2+mx+n=0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4.

Theo bài ra, ta có $\begin{cases} x_1 = x_3^3 \\ x_2 = x_4^3 \end{cases} \Leftrightarrow x_1+x_2 = x_3^3+x_4^3 = (x_3+x_4)\left[(x_3+x_4)^2 - 3x_3x_4\right]$. $\quad (*)$

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-p \\ x_3+x_4=-m \\ x_3x_4=n \end{cases}$, thay vào $(*)$, ta được $-p=-m(m^2-3n)$.

Vậy $p = m(m^2-3n) = m^3 - 3mn$. **Chọn C.**

Câu 63. Gọi x_0 là nghiệm của phương trình $x^2-2mx+1=0$. Điều kiện: $x_0 \ne 0$.

Suy ra $\dfrac{1}{x_0}$ là nghiệm của phương trình $x^2-2x+m=0$.

Khi đó, ta có hệ $\begin{cases} x_0^2 - 2mx_0 + 1 = 0 \\ \left(\dfrac{1}{x_0}\right)^2 - \dfrac{2}{x_0} + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 - 2mx_0 + 1 = 0. & (1) \\ mx_0^2 - 2x_0 + 1 = 0. & (2) \end{cases}$

Lấy $(1)-(2)$, ta được $x_0^2(1-m) - 2x_0(m-1) = 0 \Leftrightarrow (m-1)(x_0^2+2x_0) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ x_0=-2 \end{array}\right.$.

Với $x_0=-2$ thay vào (1), ta được $(-2)^2 - 2m.(-2)+1=0 \Leftrightarrow m = -\dfrac{5}{4}$.

Vậy tổng tất cả giá trị của m cần tìm là $m_1+m_2 = 1 - \dfrac{5}{4} = -\dfrac{1}{4}$. **Chọn C.**

Câu 64. Gọi x_0 là một nghiệm của phương trình $x^2-mx+2=0$.

Suy ra $3-x_0$ là một nghiệm của phương trình $x^2+2x-m=0$.

Khi đó, ta có hệ $\begin{cases} x_0^2 - mx_0 + 2 = 0 \\ (3-x_0)^2 + 2(3-x_0) - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 - mx_0 + 2 = 0. & (1) \\ m = x_0^2 - 8x_0 + 15. & (2) \end{cases}$

Thay (2) vào (1), ta được $x_0^2-\left(x_0^2-8x_0+15\right)x_0+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=2 \\ x_0=\dfrac{7\pm 3\sqrt{5}}{2} \end{array}\right. \xrightarrow{(2)}$ cho ta 3 giá trị của m cần tìm.

Chọn D.

Câu 65. Vì $c,\ d$ là hai nghiệm của phương trình $x^2+ax+b=0$ suy ra $c+d=-a$.

Vì $a,\ b$ là hai nghiệm của phương trình $x^2+cx+d=0$ suy ra $a+b=-c$.

Khi đó, ta có hệ $\begin{cases} c+d=-a \\ a+b=-c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=-d \\ a+c=-b \end{cases} \Leftrightarrow b=d$.

Lại có $\begin{cases} c^2+ac+b=0 \\ a^2+ca+d=0 \end{cases} \longrightarrow c^2-a^2+b-d=0 \Leftrightarrow a^2=c^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=c \\ a=-c \end{array}\right.$.

- Với $a=-c$ thì từ $c+d=-a \longrightarrow d=0$: mâu thuẫn giả thiết.
- Với $a=c$ thì từ $c+d=-a \longrightarrow d=-2c$ và từ $a+b=-c \longrightarrow b=-2c$.

Ta có $c^2+ac+b=0 \xrightarrow[b=-2c]{a=c} 2c^2-2c=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=0 \text{ (loại)} \\ c=1 \text{ (thoả mãn)} \end{array}\right.$.

Khi đó $S=a+b+c+d=c-2c+c-2c=-2c=-2.1=-2$. **Chọn A.**

Câu 66. Điều kiện $x\neq 1$. Khi đó phương trình

$\Leftrightarrow 2x+\dfrac{3}{x-1}=\dfrac{3x}{x-1} \Leftrightarrow 2x=\dfrac{3(x-1)}{x-1} \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$ thỏa mãn điều kiện

$\longrightarrow S=\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$. **Chọn C.**

Câu 67. Điều kiện $x>2$.

Khi đó phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{x^2-5x}{\sqrt{x-2}}=-\dfrac{4}{\sqrt{x-2}} \Leftrightarrow x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \text{ (loại)} \\ x=4 \end{array}\right.$

$\longrightarrow S=\{4\}$. **Chọn D.**

Câu 68. $\dfrac{2x^2-10x}{x^2-5x}=x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5x\neq 0 \\ \dfrac{2x(x-5)}{x(x-5)}=x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5x\neq 0 \\ 2=x-3 \end{cases} \to S=\varnothing$. **Chọn A.**

Câu 69. Điều kiện: $\begin{cases} x\neq 2 \\ x\neq -3 \end{cases}$.

Phương trình tương đương $1-\dfrac{2}{2-x}=\dfrac{10}{x+3}-\dfrac{50}{(2-x)(x+3)}$

$\Leftrightarrow (2-x)(x+3)-2(x+3)=10(2-x)-50 \Leftrightarrow x^2-7x-30=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=10 \text{ (thoả mãn)} \\ x=-3 \text{ (loại)} \end{array}\right.$.

Chọn D.

Câu 70. $\dfrac{(m^2+1)x-1}{x+1}=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -1 \\ (m^2+1)x-1=x+1 \end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{2}{m^2}$. **Chọn D.**

Câu 71. $\dfrac{(2m^2+3)x+6m}{x}=3 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ (2m^2+3)x+6m=3x \end{cases} \Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{m}$. **Chọn B.**

Câu 72. $\frac{x^2+mx+2}{x^2-1}=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 1 \\ mx=-3 \end{cases} \xrightarrow{VN} \left[\begin{array}{l} m=0 \\ \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{3}{m}=\pm 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\pm 3 \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 73. $\frac{2mx-1}{x+1}=3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ (2m-3)x=4 \end{cases} \xrightarrow{\text{nghiệm duy nhất}} \begin{cases} 2m-3 \neq 0 \\ x=\frac{4}{2m-3} \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ m \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Chọn D.

Câu 74. $\frac{x-m}{x+1}=\frac{x-2}{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 1 \\ mx=m+2 \end{cases} \xrightarrow{\text{có nghiệm}} \begin{cases} m \neq 0 \\ x=1+\frac{2}{m} \neq \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$, $m \in [-3;5]$ nên $m \in S=\{-3;-2;1;2;3;4;5\}$. **Chọn D.**

Câu 75. $\frac{x+1}{x-2}+\frac{m}{4-x^2}=\frac{x+3}{x+2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 2 \\ 2x=-m-8 \end{cases} \xrightarrow{\text{có nghiệm}} x=\frac{m}{2}-4 \neq \pm 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 12 \\ m \neq 4 \end{cases}$.

Suy ra có tất cả 18 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu. **Chọn B.**

Câu 76. Phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x \geq 0 \\ |3x-2|^2=(3-2x)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ 9x^2-12x+4=4x^2-12x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ 5x^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow x=\pm 1 \longrightarrow S=\{-1;1\}$. **Chọn A.**

Câu 77. Phương trình $\Leftrightarrow |2x-4|=2x-4 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4 \geq 0 \\ 2x-4=2x-4 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 2$.

Do đó, phương trình có vô số nghiệm. **Chọn D.**

Câu 78. Phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ (2x-1)^2=(x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 3x^2+2x-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \left[\begin{array}{l} x=\frac{4}{3} \\ x=-2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x \in \varnothing$

$\longrightarrow S=\varnothing$. **Chọn B.**

Câu 79. Phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} x+4 \geq 0 \\ (x^2+5x+4)^2=(x+4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ (x^2+5x+4)^2-(x+4)^2=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ (x^2+6x+8)(x^2+4x)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ \left[\begin{array}{l} x^2+6x+8=0 \\ x^2+4x=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ \left[\begin{array}{l} x=-2, x=-4 \\ x=0, x=-4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ x=-4 \end{array}\right.$

$\longrightarrow 0+(-2)+(-4)=-6$. **Chọn B.**

Câu 80. Phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-17 \geq 0 \\ |x^2-4x-5|^2=(4x-17)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{17}{4} \\ (x^2-4x-5)^2=(4x-17)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{17}{4} \\ (x^2-8x+12)(x^2-22)=0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \dfrac{17}{4} \\ \left[\begin{array}{l} x^2 - 8x + 12 = 0 \\ x^2 - 22 = 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \dfrac{17}{4} \\ \left[\begin{array}{l} x = 2 \vee x = 6 \\ x = \pm\sqrt{22} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 6 \\ x = \sqrt{22} \end{array}\right. \longrightarrow P = \left(\sqrt{22}\right)^2 + 6 = 28.$$ **Chọn C.**

Câu 81. Phương trình $\Leftrightarrow |x-2|^2 = |3x-5|^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 9x^2 - 30x + 25$

$$\Leftrightarrow 8x^2 - 26x + 21 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{3}{2} \\ x = \dfrac{7}{4} \end{array}\right. \longrightarrow S = \left\{\dfrac{3}{2}; \dfrac{7}{4}\right\}.$$ **Chọn A.**

Câu 82. Phương trình $\Leftrightarrow (x+2)^2 = 4(x-2)^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 20x + 12 = 0$.

Do đó, tổng các nghiệm của phương trình bằng $-\dfrac{b}{a} = \dfrac{20}{3}$. **Chọn D.**

Câu 83. Phương trình $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+1 = x^2 - 3x - 4 \\ 2x + 1 = -\left(x^2 - 3x - 4\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 5x - 5 = 0 \\ x^2 - x - 3 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{5 \pm \sqrt{45}}{2} \\ x = \dfrac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$.

Chọn D.

Câu 84. Ta có $\begin{cases} |2x-4| \geq 0 \\ |x-1| \geq 0 \end{cases} \Rightarrow |2x-4| + |x-1| \geq 0$.

Dấu $"="$ xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} |2x-4| = 0 \\ |x-1| = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \varnothing$.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm. **Chọn A.**

Câu 85. Ta có $\begin{cases} |2x-5| \geq 0 \\ |2x^2 - 7x + 5| \geq 0 \end{cases} \longrightarrow |2x-5| + |2x^2 - 7x + 5| \geq 0.$

Dấu $"="$ xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} 2x - 5 = 0 \\ 2x^2 - 7x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{5}{2} \\ x = 1 \vee x = \dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{2}$. **Chọn B.**

Câu 86. Đặt $t = |x+1|$, $t \geq 0$.

Phương trình trở thành $t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = 2$.

- Với $t = 1$ ta có $|x+1| = 1 \Leftrightarrow x + 1 = \pm 1 \Leftrightarrow x = -2$ hoặc $x = 0$.
- Với $t = 2$ ta có $|x+1| = 2 \Leftrightarrow x + 1 = \pm 2 \Leftrightarrow x = -3$ hoặc $x = 1$.

Vậy phương trình có bốn nghiệm là $x = -3,\ x = -2,\ x = 0,\ x = 1.$ **Chọn D.**

Câu 87. Phương trình tương đương với $4x^2 - 4x - |2x-1| - 1 = 0$.

Đặt $t = |2x-1|$, $t \geq 0$. Suy ra $t^2 = 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 4x^2 - 4x = t^2 - 1$.

Phương trình trở thành $t^2 - 1 - t - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t = -1 & (\text{loại}) \\ t = 2 & (\text{thỏa}) \end{array}\right.$.

Với $t = 2$, ta có $|2x-1| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - 1 = 2 \\ 2x - 1 = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{3}{2} \\ x = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \longrightarrow \dfrac{3}{2} + \left(-\dfrac{1}{2}\right) = 1.$ **Chọn B.**

Câu 88. Dễ thấy, $x=0$ không là nghiệm của phương trình đã cho.

• Xét $x\in(-\infty;0)$:

Phương trình trở thành $-3x+2ax=-1\Leftrightarrow(2a-3)x=-1\quad(1)$

Phương trình (1) có nghiệm duy nhất khi $2a-3\neq0\Leftrightarrow a\neq\frac{3}{2}$. Khi đó, nghiệm của phương trình là $x=\frac{-1}{2a-3}$. Mà $x<0\Rightarrow\frac{-1}{2a-3}<0\Leftrightarrow2a-3>0\Leftrightarrow a>\frac{3}{2}$.

• Xét $x\in(0;+\infty)$:

Phương trình trở thành $3x+2ax=-1\Leftrightarrow(2a+3)x=-1\quad(2)$

Phương trình (2) có nghiệm duy nhất khi $2a+3\neq0\Leftrightarrow a\neq-\frac{3}{2}$. Khi đó, nghiệm của phương trình là $x=\frac{-1}{2a+3}$. Mà $x>0\Rightarrow\frac{-1}{2a+3}>0\Leftrightarrow2a+3<0\Leftrightarrow a<-\frac{3}{2}$.

Chọn D.

Câu 89. Phương trình $\Leftrightarrow|x|^2-|x|+(m-1)=0$

Đặt $t=|x|, t\geq0$, phương trình trở thành $t^2-t+m-1=0\quad(*)$

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ $(*)$ có nghiệm duy nhất $t=0$.

Với $t=0$ là nghiệm của phương trình $(*)\Rightarrow0^2-0+m-1=0\Leftrightarrow m=1$.

Thử lại, thay $m=1$ vào phương trình $(*)$, thấy phương trình có 2 nghiệm $t=0$ và $t=1$: Không thỏa mãn. **Chọn D.**

Câu 90. Ta có $|mx+2x-1|=|x-1|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}mx+2x-1=x-1\\mx+2x-1=-(x-1)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}(m+1)x=0&(1)\\(m+3)x=2&(2)\end{array}\right.$.

Xét (1), ta có:

• $m=-1$ thì phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

• $m\neq-1$ thì phương trình có nghiệm $x=0$.

Xét (2), ta có:

• $m=-3$ thì phương trình vô nghiệm.

• $m\neq-3$ thì phương trình có nghiệm $x=\frac{2}{m+3}$.

Vì $\frac{2}{m+3}\neq0,\ \forall m\neq-3$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt là

$x=0$, $x=\frac{2}{m+3}$ khi $m\neq-1$ và $m\neq-3$.

Mà $m\in[-5;5]$ và $m\in\mathbb{Z}\longrightarrow m\in\{-5;-4;-2;0;1;2;3;4;5\}\rightarrow$ có 9 giá trị m. **Chọn B.**

Câu 91. Cách 1: $\sqrt{2x-3}=x-3\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq3\\2x-3=x^2-6x+9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq3\\\left[\begin{array}{l}x=2\\x=6\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=6$. **Chọn C.**

Cách 2: Thử đáp án.

Thay $x=2$ vào phương trình ta được $\sqrt{2.2-3}=2-3$ (sai).

Thay $x=6$ vào phương trình ta được $\sqrt{2.6-3}=6-3$ (đúng).

Vậy $x=6$ là nghiệm của phương trình.

Câu 92. Cách 1: $\sqrt{x^2-4}=x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 2 \\ x^2-4=x^2-4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 2 \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=2.$ **Chọn B.**

Cách 2: Thử đáp án.

Thay $x=0$ vào phương trình ta được $\sqrt{0^2-4}=0-2$ (sai).

Thay $x=2$ vào phương trình ta được $\sqrt{2^2-4}=2-2$ (đúng).

Vậy $x=2$ là nghiệm của phương trình.

Câu 93. Điều kiện xác định của phương trình $2x+7\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -\frac{7}{2}$.

Ta có $(x-2)\sqrt{2x+7}=x^2-4 \Leftrightarrow (x-2)\sqrt{2x+7}=(x-2)(x+2)$

$\Leftrightarrow (x-2)\left[\sqrt{2x+7}-(x+2)\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ \sqrt{2x+7}-(x+2)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ \sqrt{2x+7}=x+2\ (1) \end{array}\right.$.

Giải phương trình

$(1): \sqrt{2x+7}=x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -2 \\ 2x+7=(x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -2 \\ x^2+2x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -2 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x=1, x=2$ nên tổng hai nghiệm của phương trình là $1+2=3$.
Chọn D.

Câu 94. Điều kiện xác định của phương trình $x-2>0 \Leftrightarrow x>2$.

Từ phương trình đã cho ta được: $x^2-4x-2=x-2 \Leftrightarrow x^2-5x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=5 \end{array}\right.$.

So với điều kiện $x>2$ thì $x=5$ là nghiệm duy nhất của phương trình. **Chọn A.**

Câu 95. Điều kiện xác định của phương trình $2-x\geq 0 \Leftrightarrow x\leq 2$.

Từ phương trình đã cho ta được

$\sqrt{2-x}\left(\sqrt{2-x}+3\right)+4=2\left(\sqrt{2-x}+3\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq 2 \\ \sqrt{2-x}=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$

$\Leftrightarrow x=1$ là nghiệm duy nhất của phương trình. **Chọn B.**

Câu 96. Đặt $\frac{x^2}{x-1}=t \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x^2-tx+t=0\ (*) \end{cases} \to \begin{cases} 1-t+t\neq 0 \\ \Delta_t=t^2-4t \end{cases}$.

Với mỗi t thỏa mãn $\Delta_t>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t<0 \\ t>4 \end{array}\right.$ thì $(*)$ có hai nghiệm x phân biệt.

Mặt khác phương trình đã cho trở thành:

$t^2+2t+m=0 \Leftrightarrow (t+1)^2=1-m \Leftrightarrow \begin{cases} m\leq 1 \\ \left[\begin{array}{l} t=-1-\sqrt{1-m}<0\ (**) \\ t=-1+\sqrt{1-m} \end{array}\right. \end{cases}$.

Phương trình đã cho có đúng 4 nghiệm khi và chỉ khi (**) có hai nghiệm t phân biệt thỏa mãn điều kiện

$\Delta_t>0$ hay $\begin{cases} m<1 \\ \left[\begin{array}{l} -1+\sqrt{1-m}<0 \\ -1+\sqrt{1-m}>4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ \left[\begin{array}{l} 1-m<1 \\ 1-m>25 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<m<1 \\ m<-24 \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 97. Đặt $x+\frac{1}{x}=t\to\begin{cases}|t|\ge 2\\ x^2+\frac{1}{x^2}=t^2-2\end{cases}$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành $f(t)=t^2-2mt-1=0$ $(*)$ (Phương trình này luôn có hai nghiệm phân biệt $t_1<0<t_2$ do $ac<0$). Do đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi (*) có ít nhất một nghiệm t thỏa mãn $|t|\ge 2$, hay ít nhất một trong hai số $2;-2$ phải nằm giữa hai nghiệm t_1,t_2; hay

$$\left[\begin{array}{l}f(2)\le 0\\ f(-2)\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-4m\le 0\\ 3+4m\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge\frac{3}{4}\\ m\le-\frac{3}{4}\end{array}\right..$$ **Chọn D.**

Câu 98. Đặt $x-\frac{2}{x}=t\Rightarrow\begin{cases}g(x)=x^2-tx-2=0\ (*)\\ x^2+\frac{4}{x^2}=t^2+4.\end{cases}$.

Phương trình $(*)$ có $ac<0$ nên có hai nghiệm phân biệt trái dấu với mọi $t\in\mathbb{R}$. Do đó $(*)$ nếu có nghiệm lớn hơn 1 thì có duy nhất một nghiệm như thế

$\Leftrightarrow x_1<1<x_2\Leftrightarrow g(1)<0\Leftrightarrow -t-1<0\Leftrightarrow t>-1.$

Mặt khác phương trình đã cho trở thành $f(t)=t^2-4t+m+3=0\ (**)$. Phương trình đã cho có đúng hai nghiệm x_1,x_2 lớn hơn 1 khi và chỉ khi $(**)$ có hai nghiệm phân biệt t_1,t_2 lớn hơn -1, hay

$$\begin{cases}\Delta'=4-m-3>0\\ (t_1+1)(t_2+1)=t_1t_2+(t_1+t_2)+1>0\\ t_1+t_2=4>-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\ m>-8\end{cases}.$$ **Chọn B.**

Câu 99. Ta có $(x^2+2x+4)^2-2m(x^2+2x+4)+4m-1=0.$ (1)

Đặt $t=x^2+2x+4\Rightarrow x^2+2x+4-t=0.$ (2)

Phương trình (1) trở thành $g(t)=t^2-2mt+4m-1=0.$ (3)

Phương trình (2) có nghiệm khi $\Delta'_{(2)}=t-3\ge 0\Leftrightarrow t\ge 3$. Khi $t=3$ thì phương trình (2) có nghiệm kép $x=-1$.

Phương trình (1) có đúng hai nghiệm khi:

- **TH1:** Phương trình (3) có nghiệm kép lớn hơn 3.

Phương trình (3) có nghiệm kép khi $\Delta'_{(3)}=m^2-4m+1=0\Leftrightarrow m=2\pm\sqrt{3}$.

Với $m=2-\sqrt{3}\longrightarrow$ Phương trình (3) có nghiệm $t=2-\sqrt{3}<3$: Không thỏa mãn.

Với $m=2+\sqrt{3}\longrightarrow$ Phương trình (3) có nghiệm $t=2+\sqrt{3}>3$: Thỏa mãn.

- **TH2:** Phương trình (3) có 2 nghiệm t_1,t_2 thỏa mãn $t_1<3<t_2$

$$\begin{cases}\Delta'=m^2-4m+1>0\\ g(3)=-2m+8<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<2-\sqrt{3}\\ m>2+\sqrt{3}\end{array}\right.\\ m>4\end{cases}\Leftrightarrow m>4.$$

Hợp hai trường hợp ta được $m\in(4;+\infty)\cup\{2+\sqrt{3}\}$. **Chọn C.**

Câu 100. Ta có $x^2+2mx+2m|x+m|+m^2+3-2m=0\Leftrightarrow(|x+m|+m)^2=m^2+2m-3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2+2m-3\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} |x+m| = -\sqrt{m^2+2m-3}-m\ (1) \\ |x+m| = \sqrt{m^2+2m-3}-m\quad (2) \end{array}\right. \end{cases}.$$

Ta có $m^2+2m-3\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le -3 \\ m\ge 1 \end{array}\right.$.

- Nếu $m\le -3$, thì $\sqrt{m^2+2m-3}-m\ge 0$, suy ra (2) có nghiệm, do đó phương trình đã cho có nghiệm.
- Nếu $m\ge 1$ thì (1) vô nghiệm, do đó phương trình đã cho có nghiệm khi và và chỉ khi (2) có nghiệm

$\Leftrightarrow \sqrt{m^2+2m-3}-m\ge 0 \Leftrightarrow m^2+2m-3\ge m^2 \Leftrightarrow m\ge \frac{3}{2}$.

Vậy $m\in(\infty;-3]\cup\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$. **Chọn B.**

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT NHIỀU ẨN

Câu 1. Cách 1. Từ phương trình $x+y+z=11$ suy ra $z=11-x-y$. Thay vào hai phương trình còn lại ta được hệ phương trình, ta được $\begin{cases} 2x-y+11-x-y=5 \\ 3x+2y+11-x-y=24 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-6 \\ 2x+y=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}$. Từ đó ta được $z=11-4-5=2$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y;z)=(4;5;2)$. **Chọn B.**

Cách 2. Bằng cách sử dụng MTCT ta được $(x;y;z)=(4;5;2)$ là nghiệm của hệ phương trình.

Câu 2. Cách 1. Từ phương trình $z+2x=3$ suy ra $z=3-2x$.

Thay vào hai phương trình còn lại ta được hệ phương trình, ta được

$$\begin{cases} x+2y=1 \\ y+2(3-2x)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=1 \\ -4x+y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}.$$

Từ đó ta được $z=3-2.1=1$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y;z)=(1;0;1)$. **Chọn D.**

Cách 2. Bằng cách sử dụng MTCT ta được $(x;y;z)=(1;0;1)$ là nghiệm của hệ phương trình.

Câu 3. Bằng cách sử dụng MTCT ta được $(x;y;z)=(2;-1;1)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+3y-2z=-3 \\ 2x-y+z=6 \\ 5x-2y-3z=9 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 4. Bằng cách sử dụng MTCT ta được $(x;y;z)=(1;0;1)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y-z=1 \\ x+y+z=2 \\ -x+y-z=-2 \end{cases}$.

Chọn C.

Câu 5. Ta có $\begin{cases} 3x+y-3z=1 & (1) \\ x-y+2z=2 & (2) \\ -x+2y+2z=3 & (3) \end{cases}$.

Phương trình $(2)\Leftrightarrow x=y-2z+2$. Thay vào (1), ta được

$3(y-2z+2)+y-3z=1 \Leftrightarrow 4y-9z=-5$. $(*)$

Phương trình $(3) \Leftrightarrow x=2y+2z-3$. Thay vào (1), ta được

$3(2y+2z-3)+y-3z=1 \Leftrightarrow 7y+3z=10$. $(**)$

Từ $(*)$ và $(**)$, ta có $\begin{cases}4y-9z=-5\\7y+3z=10\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=1\\z=1\end{cases}$. Suy ra $x=1$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y;z)=(1;1;1) \longrightarrow P=1^2+1^2+1^2=3$. **Chọn C.**

Câu 6. Ta có $\begin{cases}x+y+z=11 & (1)\\2x-y+z=5 & (2)\\3x+2y+z=24 & (3)\end{cases}$.

Phương trình $(3) \Leftrightarrow z=24-3x-2y$.

Thay vào (1) và (2) ta được hệ phương trình

$\begin{cases}x+y+24-3x-2y=11\\2x-y+24-3x-2y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2x-y=-13\\-x-3y=-19\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=4\\y=5\end{cases}$. Suy ra $z=24-3.4-2.5=2$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y;z)=(4;5;2) \longrightarrow P=4.5.2=40$. **Chọn B.**

Câu 7. Từ hệ phương trình đã cho ta suy ra $\begin{cases}2x+3y+4=0\\3x+y-1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$.

Hệ phương trình $\begin{cases}2x+3y+4=0\\3x+y-1=0\\2mx+5y-m=0\end{cases}$ có nghiệm duy nhất khi $(1;-2)$ là nghiệm của phương trình $2mx+5y-m=0$ tức là $2m.1+5.(-2)-m=0 \Leftrightarrow m=10$. **Chọn B.**

Câu 8. Cách 1. Từ hệ phương trình đã cho suy ra $z=1-my$. Thay vào hai phương trình còn lại, ta được

$\begin{cases}mx+y=1\\x+m(1-my)=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}mx+y=1\\x-m^2y=1-m\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=1-mx\\x-m^2(1-mx)=1-m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=1-mx\\(1+m^3)x=m^2-m+1\end{cases}$.

Hệ phương trình đã cho vô nghiệm khi $\begin{cases}1+m^3=0\\m^2-m+1\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=-1\\m^2-m+1\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow m=-1$.

Chọn A.

Cách 2. Thử trực tiếp

Thay $m=-1$ vào hệ phương trình ta được hệ phương trình $\begin{cases}-x+y=1\\-y+z=1\\x-z=1\end{cases}$.

Sử dụng MTCT ta thấy hệ vô nghiệm.

Câu 9. Gọi x là số xe tải chở 3 tấn, y là số xe tải chở 5 tấn và z là số xe tải chở $7{,}5$ tấn.

Điều kiện: $x,\ y,\ z$ nguyên dương.

Theo giả thiết của bài toán ta có $\begin{cases}x+y+z=57\\3x+5y+7{,}5z=290\\22{,}5z=6x+15y\end{cases}$.

Giải hệ ta được $x=20,\ y=19,\ z=18$. **Chọn B.**

Câu 10. Gọi số học sinh của lớp $10A,\ 10B,\ 10C$ lần lượt là $x,\ y,\ z.$

Điều kiện: $x,\ y,\ z$ nguyên dương.

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=128 \\ 3x+2y+6z=476 \\ 4x+5y=375 \end{cases}.$

Giải hệ ta được $x=40, y=43,\ z=45.$ **Chọn A.**