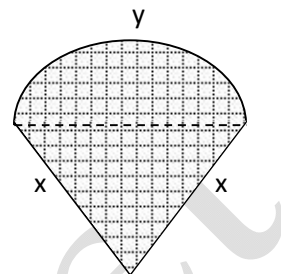


của hàng rào. Vậy làm thế nào để rào khu đất ấy theo hình chữ nhật sao cho có diện tích lớn nhất?

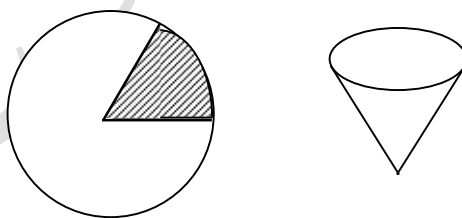
11. Người ta muốn làm một cánh diều hình quạt sao cho với chu vi cho trước thì diện tích của hình quạt là cực đại. Dạng của quạt này phải như thế nào?



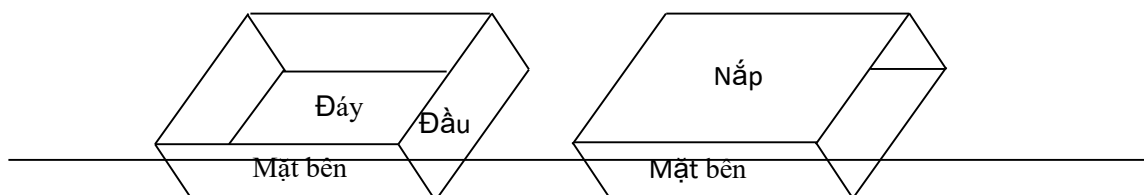
12. a) Một cánh đồng hình chữ nhật với diện tích cho trước phải có dạng nào để chiều dài hàng rào của nó là cực tiểu?

b) Một cánh đồng hình chữ nhật có chiều dài cho trước phải có dạng nào để diện tích là cực đại?

13. Với một đĩa tròn bằng thép tráng phải làm một cái phễu bằng cách cắt đi một hình quạt của đĩa này và gấp phần còn lại thành hình nón. Cung tròn của hình quạt bị cắt đi phải bằng bao nhiêu độ để hình nón có thể tích cực đại?



14. Chúng ta đều biết cấu tạo của một hộp diêm bình thường. Nó bao gồm: 1 nắp, 2 đáy, 4 mặt bên và 2 đầu. Hộp diêm phải có dạng thế nào để với thể tích cố định, khi chế tạo sẽ đỡ tốn vật liệu nhất?



15. Sự chi phí khi tàu chạy một ngày đêm gồm có hai phần. Phần cố định bằng a đồng, và phần biến đổi tăng tỷ lệ với lập phương của vận tốc. Tàu sẽ chạy với tốc độ v nào thì kinh tế nhất?

V - Các bài toán về Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

16. Một công ty cần thuê xe vận chuyển 140 người và 9 tấn hàng hóa. Nơi cho thuê xe chỉ có 10 xe hiệu MITSUBISHI và 9 xe hiệu FORD. Một chiếc xe hiệu MITSUBISHI có thể chở 20 người và 0,6 tấn hàng. Một chiếc xe hiệu FORD có thể chở 10 người và 1,5 tấn hàng. Tiền thuê một xe hiệu MITSUBISHI là 4 triệu đồng, một xe hiệu FORD là 3 triệu đồng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí thấp nhất?

17. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm. Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40000 đồng. Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30000 đồng. Xưởng có 200kg nguyên liệu và 120 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

18. Nhân dịp tết Trung Thu, Xí nghiệp sản xuất bánh Trăng muốn sản xuất hai loại bánh: Đậu xanh, Bánh dẻo nhân đậu xanh. Để sản xuất hai loại bánh này, Xí nghiệp cần: Đường, Đậu, Bột, Trứng, Mứt, ... Giả sử số đường có thể chuẩn bị được là 300kg, đậu là 200kg, các nguyên liệu khác bao nhiêu cũng có. Sản xuất một cái bánh đậu xanh cần 0,06kg đường, 0,08kg đậu và cho lãi 2 ngàn đồng. Sản xuất một cái bánh dẻo cần 0,07kg đường, 0,04kg đậu và cho lãi 1,8 ngàn đồng.

Cần lập kế hoạch để sản xuất mỗi loại bánh bao nhiêu cái để không bị đọng về đường, đậu và tổng số lãi thu được là lớn nhất (nếu sản xuất bao nhiêu cũng bán hết)?

19. Công ty Bao bì Dược cần sản xuất 3 loại hộp giấy: đựng thuốc B₁, đựng cao Sao vàng và đựng "Quy sâm đại bổ hoàn". Để sản xuất các loại hộp này, công ty dùng các tấm bìa có kích thước giống nhau. Mỗi tấm bìa có hai cách cắt khác nhau.

Cách thứ nhất cắt được 3 hộp B₁, một hộp cao Sao vàng và 6 hộp Quy sâm.

Cách thứ hai cắt được 2 hộp B₁, 3 hộp cao Sao vàng và 1 hộp Quy sâm. Theo kế hoạch, số hộp Quy sâm phải có là 900 hộp, số hộp B₁ tối thiểu là 900 hộp, số hộp cao Sao vàng tối thiểu là 1000 hộp. Cần phương án sao cho tổng số tấm bìa phải dùng là ít nhất?

VI - Các bài toán về Phương trình, Bất phương trình, Hệ phương trình, Hệ bất phương trình bậc hai:

20. Một đoàn tàu đánh cá dự định đánh bắt 1800 tấn cá trong một số ngày nhất định. Do bị bão nên trong 3 ngày đầu tiên đoàn đánh bắt được ít hơn kế hoạch mỗi ngày 20 tấn. Trong các ngày còn lại, đoàn đánh bắt vượt hơn kế hoạch 20 tấn mỗi ngày. Vì vậy đoàn đã hoàn thành kế hoạch đánh bắt trước thời hạn 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày đoàn tàu đánh bắt bao nhiêu tấn cá và thời gian đánh bắt theo kế hoạch là bao nhiêu ngày?

21. Một nhóm sinh viên chèo một du thuyền xuôi dòng từ A đến B cách A 20km rồi chèo ngược trở về A mất tổng cộng 7giờ. Khi bắt đầu chuyến đi họ thấy một bè gỗ trôi ngang qua A về hướng B. Trên đường trở về họ gặp lại bè gỗ ở vị

trí cách A 12km. Tính vận tốc của du thuyền khi đi xuôi dòng và vận tốc của dòng nước.

22. Một nhóm bạn hùn nhau tổ chức một chuyến du lịch sinh thái (chi phí chia đều cho mỗi người). Sau khi đã hợp đồng xong, vào giờ chót có hai người bạn việc đột xuất không đi được. Vì vậy mỗi người còn lại phải trả thêm 30000 đồng so với dự kiến ban đầu. Hỏi số người lúc đầu dự định đi du lịch, mỗi người theo dự kiến ban đầu phải trả bao nhiêu tiền và giá của chuyến đi du lịch sinh thái đó, biết rằng Bản hợp đồng giá này trong khoảng từ 700000 đồng đến 750000 đồng.

23. Hai công nhân cùng làm chung một công việc trong 3 giờ 36 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong $\frac{1}{3}$ thời gian mà riêng người thứ hai làm xong công việc và người thứ hai làm trong $\frac{1}{3}$ thời gian mà riêng người thứ nhất làm xong công việc thì cả hai người làm được $\frac{13}{18}$ công việc. Tính thời gian mỗi người làm riêng xong công việc.

24. Một xe ô tô đi từ A đến B, cùng lúc có người đi xe đạp từ B đến A. Ba phút sau khi hai xe gặp nhau ô tô quay ngay lại đuổi xe đạp, khi đuổi kịp lại quay ngay để chạy về B. Nếu lúc đầu sau khi gặp một phút ô tô quay lại còn xe đạp sau khi gặp tăng vận tốc $\frac{15}{7}$ lần thì ô tô cũng chỉ mất từng ấy thời gian. Tìm tỷ số vận tốc của xe đạp và ô tô?

VII - Các bài toán về cấp số:

25. Sinh nhật của An vào ngày 1 tháng 5. Bạn ấy muốn mua một chiếc máy ảnh giá 712000 đồng để làm quà sinh nhật cho chính mình. Bạn ấy quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 1 tháng 1 của năm đó, sau đó cứ liên tục ngày sau cao hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến sinh nhật của mình An có đủ tiền mua quà không?

26. Đầu mùa thu hoạch xoài, một bác nông dân đã bán cho người thứ nhất, nửa số xoài thu hoạch được và nửa quả, bán cho người thứ hai nửa số còn lại và nửa quả, bán cho người thứ ba nửa số xoài còn lại và nửa quả v.v... Đến lượt người thứ bảy bác cũng bán nửa số xoài còn lại và nửa quả thì không còn quả nào nữa.

Hỏi bác nông dân đã thu hoạch được bao nhiêu quả xoài đầu mùa?

VIII - Bài toán về Lôgarit:

27. Với cùng một dây tóc các bóng đèn điện có hơi bên trong cho một độ sáng lớn hơn là các bóng chân không, bởi vì nhiệt độ của dây tóc trong hai trường hợp là khác nhau. Theo một Định luật Vật lý, độ sáng toàn phần phát từ một vật thể bị nung đến trắng tăng tỉ lệ với lũy thừa bậc 12 của nhiệt độ tuyệt đối của nó (độ K).

a) Hãy tính xem một bóng đèn có hơi với nhiệt độ dây tóc là 2500°K sáng hơn một bóng chân không có nhiệt độ dây tóc là 2200°K bao nhiêu lần?

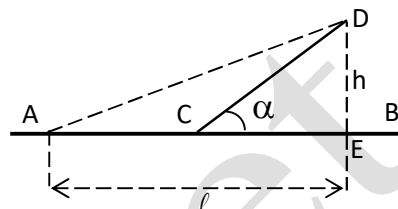
b) Phải tăng nhiệt độ tuyệt đối lên chừng nào (tính theo phần trăm) để gấp đôi độ sáng của một bóng đèn?

c) Độ sáng của một bóng đèn tăng lên bao nhiêu (tính theo phần trăm) nếu ta tăng 1% nhiệt độ tuyệt đối dây tóc của nó?

IX - Các bài toán Cực trị có dùng đến đạo hàm:

28. Một màn ảnh hình chữ nhật cao 1,4m được đặt ở độ cao 1,8m so với tầm mắt (tính đến mép dưới của màn ảnh). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó?

29. Từ cảng A dọc theo đường sắt AB cần phải xác định một trạm trung chuyển hàng hóa C và xây



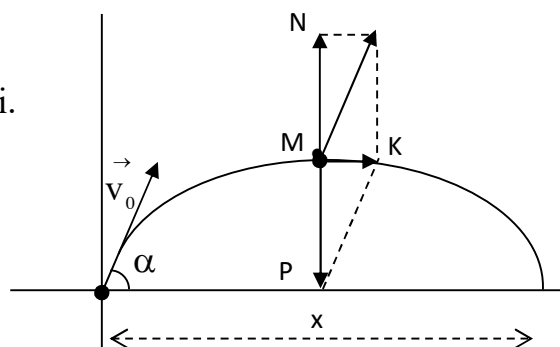
dựng một con đường từ C đến D. Biết rằng vận tốc trên đường sắt là v_1 và trên đường bộ là v_2 ($v_1 < v_2$). Hãy xác định phương án chọn địa điểm C để thời gian vận chuyển hàng từ cảng A đến cảng D là ngắn nhất?

30. Từ một khúc gỗ tròn hình trụ, cần xẻ thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và 4 miếng phụ như hình vẽ. Hãy xác định kích thước của miếng phụ để sử dụng khối gỗ một cách tốt nhất (tức là diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất).

31. Một vật được ném lên trời xuyên góc α so với phương nằm ngang, vận tốc ban đầu $v_0 = 9 \text{ m/s}$.

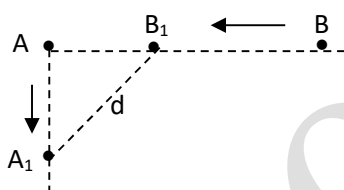
a) Tính độ cao nhất của vật trên quỹ đạo và xác định thời điểm mà nó đạt được độ cao đó ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

b) Xác định góc α để tầm ném cực đại.

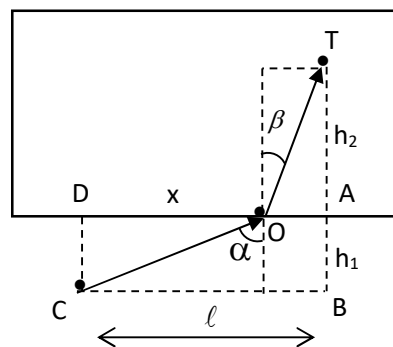
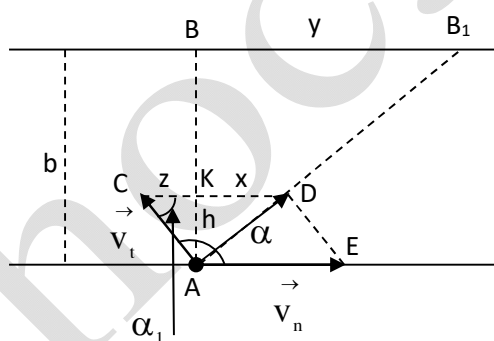


32. Cần phải xây dựng một hố ga, dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $V(m^3)$, hệ số k cho trước (k - tỉ số giữa chiều cao của hố và chiều rộng của đáy. Hãy xác định các kích thước của đáy để khi xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

33. Hai con tàu đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lý. Đồng thời cả hai tàu cùng khởi hành, một chạy về hướng Nam với 6 hải lý/giờ, còn tàu kia chạy về vị trí hiện tại của tàu thứ nhất với vận tốc 7 hải lý/ giờ. Hãy xác định mà thời điểm mà khoảng cách của hai tàu là lớn nhất?



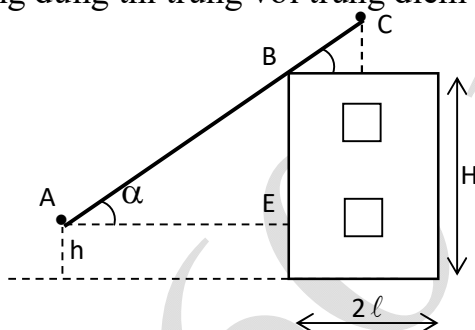
34. Cần phải dùng thuyền để vượt sang bờ đối diện của một dòng sông chảy xiết mà vận tốc của dòng chảy là v_c lớn hơn vận tốc v_t của thuyền. Hướng đi của thuyền phải như thế nào để độ dời theo dòng chảy gây nên là nhỏ nhất? (Hình vẽ ở trang sau)



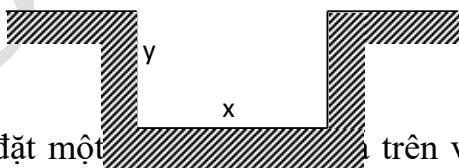
35. Một người làm nhiệm vụ cứu hộ gần bờ hồ, cần phải cứu một người có thể bị chết đuối ở dưới hồ. Nếu biết vận tốc của mình ở trên bờ là v_1 và ở dưới


nước là v_2 , người cứu hộ phải chọn đường để trong thời gian ngắn nhất tới được vị trí. Quỹ đạo của anh ta phải thoả mãn điều kiện gì?

36. Hãy xác định độ dài cánh tay nâng của cần cầu bánh hơi có thể dùng được để xây dựng tòa nhà cao tầng mái bằng có chiều cao H và chiều rộng $2l$? (Biết rằng cần cầu thoả mãn yêu cầu sau đây: Có thể xê xích chiếc cầu cũng như góc nghiêng của cánh tay nâng để sao cho điểm cuối của cánh tay nâng chiếu xuống theo phương thẳng đứng thì trùng với trung điểm của bề rộng.

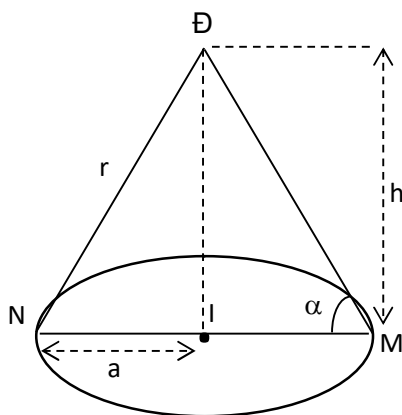


37. Trong lĩnh vực thủy lợi, cần phải xây dựng nhiều mương dẫn nước dạng "Thủy động học" (Ký hiệu diện tích tiết diện ngang của mương là S , l là độ dài đường biên giới hạn của tiết diện này, l - đặc trưng cho khả năng thấm nước của mương; mương được gọi là có dạng thủy động học nếu với S xác định, l là nhỏ nhất). Cần xác định các kích thước của mương dẫn nước như thế nào để có dạng thủy động học? (nếu mương dẫn nước có tiết diện ngang là hình chữ nhật)



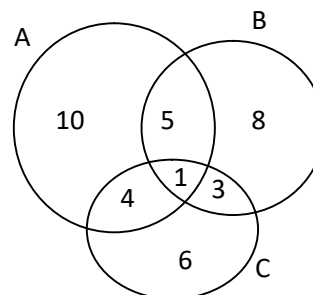
38. Cần phải đặt một  trên và chính giữa một cái bàn hình tròn có bán kính a . Hỏi phải treo ở độ cao bao nhiêu để mép bàn được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng C được biểu thị bởi công thức $C = k \frac{\sin \alpha}{r^2}$

(α là góc nghiêng giữa tia sáng và mép bàn, k - hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng.



LỜI GIẢI HỆ THỐNG BÀI TẬP

1. Ký hiệu những ngày mưa là A, những ngày có gió là B, những ngày lạnh là C. Theo giả thiết ta có: $n(A) = 10$, $n(B) = 8$,
 $n(C) = 6$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A \cap C) = 4$, $n(B \cap C) = 3$,
 $n(A \cap B \cap C) = 1$. Để tìm số ngày thời tiết xấu



ta sử dụng biểu đồ Venn. Ta cần tính $n(A \cup B \cup C)$

Xét tổng $n(A) + n(B) + n(C)$:

Trong tổng này, mỗi phần tử của A giao B, B giao C, C giao A được tính làm hai lần nên trong tổng $n(A) + n(B) + n(C)$ ta phải trừ đi tổng $(n(A \cap B) + (B \cap C) + (C \cap A))$. Xét $n(A \cap B \cap C)$: trong tổng $n(A) + n(B) + n(C)$ được tính 3 lần, trong $n(A \cap B) + (B \cap C) + (C \cap A)$ cũng được tính 3 lần. Vì vậy $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - (n(A \cap B) + (B \cap C) + (C \cap A)) + n(A \cap B \cap C) = 10 + 8 + 6 - (5 + 4 + 3) + 1 = 13$.

Vậy số ngày thời tiết xấu là 13 ngày.

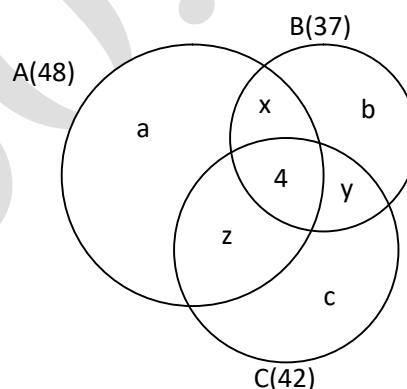
2. Gọi A, B, C lần lượt là tập hợp những học sinh xuất sắc về môn Toán, môn Vật Lý, môn Văn.

Gọi a, b, c lần lượt là số học sinh chỉ đạt danh hiệu xuất sắc một môn về môn Toán, môn Vật Lý, môn Văn.

Gọi x, y, z lần lượt là số học sinh đạt danh hiệu xuất sắc hai môn về môn Toán và môn Vật Lý, môn Vật Lý và môn Văn, môn Văn và môn Toán.

Dùng biểu đồ Venn đưa về hệ 6 phương trình 6 ẩn sau:

$$\begin{cases} a + x + z + 4 = 48 \\ b + x + y + 4 = 37 \\ c + y + z + 4 = 42 \\ a + b + x + y + z = 71 \\ a + c + x + y + z = 72 \\ b + c + x + y + z = 62 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 28 \\ b = 18 \\ c = 19 \\ x = 6 \\ y = 9 \\ z = 10 \end{cases}$$



ĐS: 65 thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc 1 môn

25 thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc 2 môn

94 thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc ít nhất 1 môn.

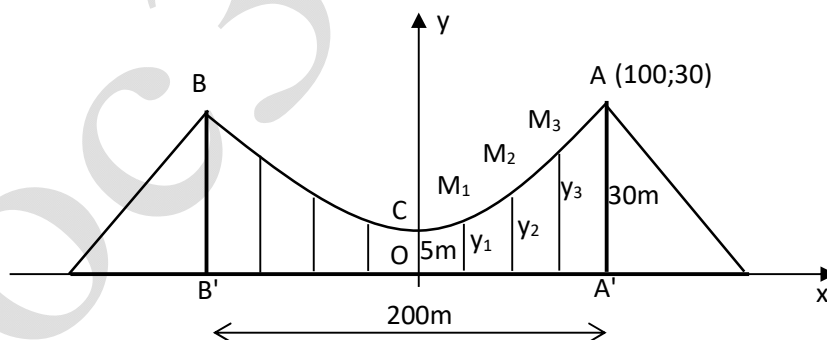
** Để giải quyết hai bài toán này cần hiểu và nắm vững các kiến thức về tập hợp, đặc biệt là các phép toán về tập hợp và suy luận toán học, mang tính chất tổng hợp của Chương Tập hợp. Mệnh đề Đại số 10 THPT. Vì vậy hai bài toán này có thể dùng khi ôn tập chương này.*

3. Chọn trục Oy trùng với trục đối xứng của Parabol, trục Ox nằm trên nền cầu như Hình vẽ. Khi đó ta có A(100; 30), C(0; 5), ta tìm phương trình của Parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$. Parabol có đỉnh là C và đi qua A nên ta

$$\text{có hệ phương trình: } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 0 \\ a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 5 \\ a \cdot 100^2 + b \cdot 100 + c = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{400} \\ b = 0 \\ c = 5 \end{cases}$$

Suy ra Parabol có phương trình $y = \frac{1}{400}x^2 + 5$. Bài toán đưa việc xác định chiều dài các dây cáp cheo sẽ là tính tung độ những điểm M_1, M_2, M_3 của Parabol. Ta dễ dàng tính được tung độ các điểm có các hoành độ $x_1 = 25, x_2 =$

$50, x_3 = 75$ lần lượt là $y_1 = 6,56$ (m), $y_2 = 11,25$ (m), $y_3 = 19,06$ (m). Đó chính là độ dài các dây cáp cheo cần tính.



* Đây là một ví dụ minh họa cho việc ứng dụng Hàm số trong thực tiễn khá cụ thể. Chỉ cần khảo sát Hàm số bậc hai ta có thể tính được độ dài các dây cáp treo và từ đó dự đoán được nguyên liệu cần dùng đến, tiết kiệm được nguyên vật

liệu cũng như kế hoạch thi công. Bài này có thể dùng khi dạy bài **Hàm số bậc hai** trong Chương trình **Đại số 10 THPT**.

4. Gọi x, y lần lượt là số thiết bị điện loại A, loại B đã sản xuất. Theo bài ra ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 2y = 130 \\ 2x + y = 80 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được nghiệm ($x = 30, y = 20$)

Vậy đã sản xuất được 30 máy điện loại A và 20 máy điện loại B.

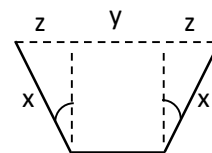
* Bài toán về **Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn** học sinh đã được làm quen ở lớp 9, vì vậy việc đưa vào các bài toán có nội dung thực tiễn, cho dạng toán này là hoàn toàn phù hợp cho học sinh lớp 10. Bài toán trên là một ví dụ có thể dùng khi dạy bài **Phương trình và hệ phương trình bậc nhất trong Đại số 10 THPT**.

5. Gọi x, y là các cạnh của tiết diện. Theo Định lí Pitago ta có:

$x^2 + y^2 = d^2$ (d là đường kính của thân cây). Thể tích của cây xà sẽ cực đại khi diện tích của tiết diện là cực đại, nghĩa là khi $x \cdot y$ cực đại. Do xy lớn nhất khi và chỉ khi $x^2 y^2$ lớn nhất và tổng $x^2 + y^2 = d^2$ không đổi, nên $x^2 y^2$ cực đại khi $x^2 = y^2 \Leftrightarrow x = y$. Vậy cây xà phải có tiết diện là hình vuông.

6. Gọi l là chiều rộng của tấm kim loại, x là chiều rộng của mặt bên và y là chiều rộng của đáy, ta thêm vào ẩn z như hình vẽ sau: Diện tích của tiết diện

$$S = \frac{(z + y + z) + y}{2} \cdot \sqrt{x^2 - z^2} = \sqrt{(y + z)^2 (x^2 - z^2)} \quad (1)$$



Ta cần tìm x, y, z để S cực đại với $2x + y = l$ không đổi.

Từ (1) ta có $3S^2 = (y+z)(y+z)(x+z)(3x-3z)$. Áp dụng Bất đẳng thức Côsi ta

$$\text{có } 3S^2 \leq \left(\frac{y+z+y+z+x+z+3x-3z}{4} \right)^4 = \frac{\ell^4}{16}$$

Do đó S cực đại khi $y+z = x+z = 3x-3z \Leftrightarrow x=y=\frac{\ell}{3}, z=\frac{\ell}{6}$.

Vì cạnh z bằng nửa cạnh huyền nên góc đối diện cạnh z bằng 30° , do đó góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của máng là $90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$.

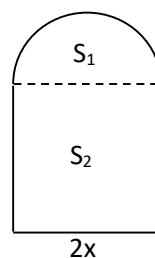
Như vậy, máng sẽ có tiết diện cực đại nếu các cạnh của tiết diện là 3 cạnh liên tiếp của một lục giác đều.

7. Gọi x là bán kính của hình bán nguyệt. Ta có chu vi của hình bán nguyệt là πx , tổng ba cạnh của hình chữ nhật là $a - \pi x$. Diện tích cửa sổ

$$\text{là: } S = S_1 + S_2 = \frac{\pi x^2}{2} + 2x \frac{a - \pi x - 2x}{2} = ax - \left(\frac{\pi}{2} + 2\right)x^2 = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right)x \left(\frac{a}{\frac{\pi}{2} + 2} - x\right).$$

S lớn nhất khi $x \left(\frac{a}{\frac{\pi}{2} + 2} - x\right)$ lớn nhất, điều này xảy ra khi và chỉ khi

$$x = \frac{a}{\frac{\pi}{2} + 2} - x \Leftrightarrow x = \frac{a}{4 + \pi}.$$



Vậy để diện tích cửa sổ lớn nhất thì

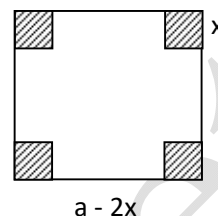
các kích thước của nó là: chiều cao bằng $\frac{a}{4 + \pi}$; chiều rộng bằng $\frac{2a}{4 + \pi}$.

8. Gọi cạnh của hình vuông bị cắt là x ($0 < x < a/2$).

Ta có thể tích hình hộp là: $V = x(a - 2x)^2 = \frac{1}{4} \cdot 4x \cdot (a - 2x)^2$. Áp dụng Bất đẳng

thức Côsi cho 3 số: $4x, a - 2x, a - 2x > 0$,

$$\text{ta có } V \leq \frac{1}{4} \left(\frac{4x + a - 2x + a - 2x}{3} \right)^3 = \frac{1}{4} \cdot \frac{8a^3}{27} = \frac{2a^3}{27}$$



V lớn nhất khi và chỉ khi $4x = a - 2x \Leftrightarrow x = \frac{a}{6}$

Vậy để thể tích hộp lớn nhất, cần cắt bốn góc bốn hình vuông có cạnh $\frac{a}{6}$.

9. Gọi bán kính hình trụ là x (cm) ($x > 0$), khi đó ta có diện tích của hai đáy thùng là $S_1 = 2\pi x^2$.

$$\text{Diện tích xung quanh của thùng là: } S_2 = 2\pi x h = 2\pi x \frac{V}{\pi x^2} = \frac{2V}{x}$$

(trong đó h là chiều cao của thùng và từ $V = \pi x^2 \cdot h$ ta có $h = \frac{V}{\pi x^2}$).

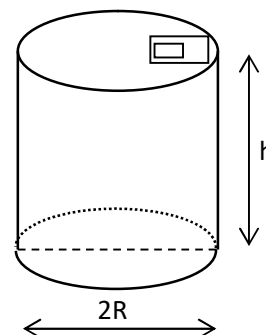
$$\text{Vậy diện tích toàn phần của thùng là: } S = S_1 + S_2 = 2\pi x^2 + \frac{2V}{x}$$

Để tiết kiệm vật liệu nhất thì S phải bé nhất.

Áp dụng Bất đẳng thức Côsi ta có

$$S = 2\left(\pi x^2 + \frac{V}{2x} + \frac{V}{2x}\right) \geq 2 \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{\pi V^2}{4}}$$

Do đó S bé nhất khi $\pi x^2 = \frac{V}{2x} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

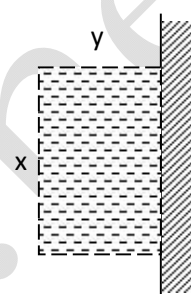


10. Gọi x là chiều dài cạnh song song với bờ giậu và y là chiều dài cạnh vuông góc với bờ giậu, theo bài ra ta có $x + 2y = a$. Diện tích của miếng đất là $S = y(a - 2y)$. S cực đại khi và chỉ khi $2y(a - 2y)$ cực đại. Áp dụng Bất đẳng

thức Côsi ta có $2S = 2y(a - 2y) \leq \left(\frac{2y + a - 2y}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2y = a - 2y \Leftrightarrow y = \frac{a}{4} \Rightarrow x = \frac{a}{2}$.

Vậy rào khu đất có diện tích cực đại khi $x = \frac{a}{2}$, $y = \frac{a}{4}$.

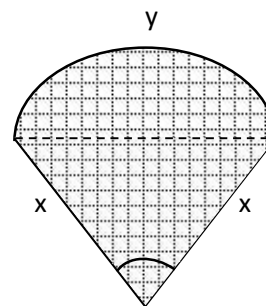


11. Gọi x là bán kính hình quạt, y là độ dài cung tròn. Ta có chu vi cánh điều là $a = 2x + y$. Ta cần tìm mối liên hệ giữa độ dài cung tròn y và bán kính x sao cho diện tích quạt lớn nhất. Dựa vào công thức tính diện tích hình quạt là

$S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$ và độ dài cung tròn $l = \frac{2\pi R \alpha}{360}$, ta có diện tích

hình quạt là: $S = \frac{\ell R}{2}$. Vận dụng trong bài toán này

diện tích cánh điều là: $S = \frac{xy}{2} = \frac{x(a - 2x)}{2} = \frac{1}{4} 2x(a - 2x)$.



Do đó S cực đại khi $2x(a - 2x)$ cực đại, điều này xảy ra khi và chỉ khi

$2x = a - 2x \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} a \Rightarrow y = \frac{a}{2}$.

Như vậy với chu vi cho trước, diện tích của hình quạt cực đại khi bán kính của nó bằng nửa độ dài cung tròn.

12. Sử dụng tổng không đổi thì tích lớn nhất và tích không đổi thì tổng nhỏ nhất khi hai số bằng nhau. Ta có cánh đồng phải có dạng hình vuông thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

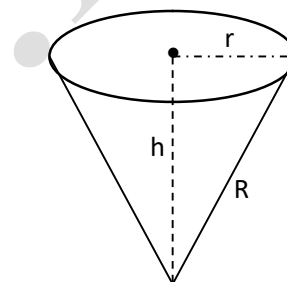
13. Gọi x là chiều dài cung tròn của phần đĩa được xếp làm hình nón. Như vậy, bán kính R của đĩa sẽ là đường sinh của hình nón và vòng tròn đáy của hình nón sẽ có độ dài là x . Bán kính r của đáy được xác định bởi đẳng thức

$$2\pi r = x \Rightarrow r = \frac{x}{2\pi}.$$

Chiều cao của hình nón tính theo Định lý Pitago

là: $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$. Thể tích của khối nón

sẽ là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot H = \frac{\pi}{3} \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$.



Áp dụng Bất đẳng thức Côsi ta có:

$$V^2 = \frac{4\pi^2}{9} \cdot \frac{x^2}{8\pi^2} \cdot \frac{x^2}{8\pi^2} \left(R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}\right) \leq \frac{4\pi^2}{9} \left(\frac{\frac{x^2}{8\pi^2} + \frac{x^2}{8\pi^2} + R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}{3}\right)^3 = \frac{4\pi^2}{9} \cdot \frac{R^6}{27}$$

Do đó V cực đại khi và chỉ khi $\frac{x^2}{8\pi^2} = R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3}R\sqrt{6} \approx 5,15R$

Số đo của cung x tính bằng độ xấp xỉ bằng 295° và do đó cung của hình quạt đã cắt đi là 65° .

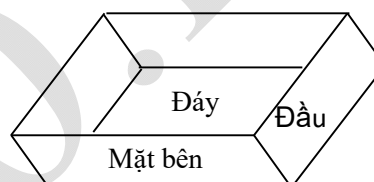
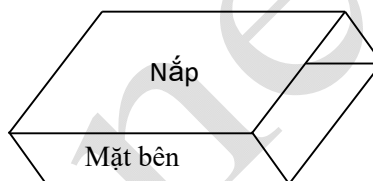
14. Nếu ta đặt x, y, z lần lượt là chiều cao, chiều rộng và chiều dài của hộp diêm. Với thể tích cố định là V, thì tổng diện tích tất cả các mặt hộp diêm là: $S = 2xy + 3yz + 4xz$. Để tốn ít vật liệu nhất thì S bé nhất.

Áp dụng Bất đẳng thức Côsi ta có

$$S \geq 3\sqrt{2xy \cdot 3yz \cdot 4xz} = 6\sqrt{3x^2y^2z^2} = 6\sqrt{3V^2}$$

Do đó ít tốn vật liệu nhất khi và chỉ khi

$$2xy = 3yz = 4xz \Leftrightarrow x : y : z = 3 : 4 : 2.$$



15. Giả sử Tàu chạy S km mất T ngày đêm. Khi đó chi phí R sẽ bằng

$$R = Ta + kTv^3 \text{ ở đây } k \text{ là hệ số tỉ lệ và vì } T = \frac{S}{v}, \text{ nên } R = \frac{Sa}{v} + kSv^2.$$

$$\text{Áp dụng Bất đẳng thức Côsi ta có } R = S \left(\frac{a}{2v} + \frac{a}{2v} + kv^2 \right) \geq 3S\sqrt[3]{\frac{a^2k}{4}}$$

$$\text{Suy ra tốc độ để tàu chạy với các chi phí ít nhất khi } \frac{a}{2v} = kv^2 \Leftrightarrow v = \sqrt[3]{\frac{a}{2k}}.$$

* Qua lời giải những bài toán thực tiễn ứng dụng Bất đẳng thức Côsi (từ bài 5 đến bài 15) có một số bài vận dụng Bất đẳng thức Côsi trực tiếp hoặc không