

A. $m \neq 0, m \in R$ C. $-1 \leq \frac{\sqrt{3}}{m} \leq 1$ D. $-1 < \frac{\sqrt{3}}{m} < 1$

Câu 14. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2 \cos^2 x + m - 1 = 0$ có nghiệm?

A. 1 B. 2 C. 3 D. Vô số

Tổng các nghiệm của phương trình $2 \sin(x + 20^\circ) - 1 = 0$ trên khoảng $(0^\circ, 180^\circ)$

Câu 15. A. 210° B. 200° C. 170° D. 140°

Câu 16. Phương trình $\sin x - 3 \cos x = 0$ có nghiệm dạng $x = \arccot m + k\pi, k \in Z$ thì giá trị m là:

A. $m = \frac{1}{3}$ B. $m = 3$ C. $m = -3$ D. $m = -\frac{1}{3}$

Câu 17. Tổng 2 nghiệm dương liên tiếp nhỏ nhất của phương trình: $2 \sin^2 x + 7 \sin x - 4 = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{6}$ B. $\frac{4\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

Câu 18. Nghiệm của phương trình $\frac{\tan x - \sqrt{3}}{2 \cos x + 1} = 0$ là:

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in Z \right\}$ B. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi, k \in Z \right\}$
 C. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in Z \right\}$ D. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, k \in Z \right\}$

Câu 19. Nghiệm của phương trình $2 \tan^2 x + \frac{3}{\cos x} = -3$ là:

A. $x = k\pi, k \in Z.$ B. $x = (2k+1)\pi, k \in Z.$
 C. $x = k3\pi, k \in Z.$ D. $x = k\frac{\pi}{3}, k \in Z.$

Câu 20. Phương trình $\cos^6 x - \sin^6 x = \frac{13}{8} \cos^2 2x$ có bao nhiêu điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác?

A. 3. B. 4. C. 8. D. 6.

Câu 21. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sin^2 x + (m^2 - 3) \sin x + m^2 - 4$ có hai nghiệm thuộc

$\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$?

A. 1. B. 2. C. Vô số. D. Không có m .

Câu 22. Giá trị của m để phương trình $\cos 2x - (2m+1) \cos x + m+1 = 0$ có nghiệm trên $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right)$ là

$m \in [a; b)$ thì $a+b$ là:

A. 0. B. -1. C. 1. D. 2.

Câu 23. Phương trình $\cos^4 x + \sin^4 x + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{3}{2} = 0$ có tổng 2 nghiệm âm lớn nhất liên tiếp

là:

A. $-\frac{3\pi}{2}$. B. $-\pi$. C. $-\frac{\pi}{2}$. D. $-\frac{5\pi}{2}$.

Câu 24: Phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin x \cos x - m + 2 = 0$ có nghiệm khi $m \in [a; b]$ thì tích $a.b$ bằng:

A. $\frac{9}{4}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{75}{16}$. D. $\frac{15}{4}$.

Câu 25: Phương trình $\tan x + 2 \cot x - 3 = 0$ có các nghiệm dạng $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ và $x = \arctan m + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ thì:

A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = -2$.

Câu 26: Cho các phương trình sau.:

(1) $2 \sin x - \sqrt{5} = 0$.

(2) $\sin^2 2x + 5 \cos 2x - 7 = 0$.

(3) $\sin^8 3x + \cos^8 3x = \frac{5}{4}$.

Trong các phương trình trên, phương trình nào vô nghiệm

- A. Chỉ phương trình (1) vô nghiệm. B. Chỉ phương trình (2) vô nghiệm.
C. Chỉ phương trình (3) vô nghiệm. D. Cả 3 phương trình vô nghiệm.

Phương trình bậc nhất đối với $\sin x, \cos x$.

Câu 27: Phương trình $\sin x + m \cos x = \sqrt{10}$ có nghiệm khi:

A. $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \geq 3 \\ m < -3 \end{cases}$. D. $-3 \leq m \leq 3$.

Câu 28: Phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ có các nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi$ và $x = \beta + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ với $-\pi < \alpha, \beta < \pi$ thì α, β là:

A. $-\frac{\pi^2}{6}$. B. $-\frac{\pi^2}{2}$. C. $-\frac{\pi^2}{12}$. D. $\frac{\pi^2}{12}$.

Câu 29: Phương trình $\cos 2x + \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 2x)$ có các nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{3\pi}{2} - k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 30: Phương trình $\sin x + \cos x \cdot \sin x + \sqrt{3} \cos 3x = 2(\cos 4x + \sin^3 x)$ có tổng hai nghiệm dương nhỏ nhất liên tiếp là:

- A. $\frac{\pi}{42}$. B. $\frac{13\pi}{42}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 31: Phương trình $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 2$ có nghiệm dương nhỏ nhất là a và nghiệm âm lớn nhất là b thì $a+b$ là:

- A. π . B. $\frac{\pi}{2}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $-\frac{\pi}{3}$.

Phương trình đẳng cấp bậc hai.

Câu 32: Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sqrt{3} \sin 2x = 1 + \sin^2 x$ trên đường tròn lượng giác là:

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 33: Cho phương trình $2\cos^2 x + 5\sin x \cos x + 6\sin^2 x - m - 1 = 0$ (1) số giá trị $m \in \mathbb{Z}$ để phương trình (1) có nghiệm là:

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 34: Phương trình $\sin x + \cos x - 4\sin^3 x = 0$ tương đương với phương trình:

- A. $\tan x = -1$. B. $\sin x - \cos x = 0$. C. $2\cos^2 x - 1 = 0$. D. $\sqrt{2} \sin x - 1 = 0$.

Câu 35: Phương trình $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}$ có bao nhiêu nghiệm trên $(0; 2\pi)$?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 36: Số giá trị nguyên của m để phương trình $2\sin^2 x - \sin x \cos x - m\cos^2 x = 1$ có nghiệm trên $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Phương trình đối xứng và các phương trình lượng giác không mẫu mực.

Câu 37: Phương trình $\sin x + \cos x + \sqrt{2} \sin 2x = 0$ có số điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sin 2x + \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - m - 1$ có nghiệm?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 39: Cho phương trình $\cot x - \tan x = \sin x + \cos x$. Khi đặt $t = \sin x - \cos x$ thì:

- A. $t = 1 - \sqrt{2}$. B. $t = \sqrt{2} - 1$. C. $t = 0$. D. $t = -1 - \sqrt{2}$.

Câu 40: Phương trình $\tan x + \cot x = t$ có nghiệm khi:

- A. $\begin{cases} t \geq 2 \\ t \leq -2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} t > 2 \\ t < -2 \end{cases}$. C. $\forall t \in \mathbb{R}$. D. $t \in [-2; 2]$.

Câu 41: Cho phương trình $3\tan^2 x + 4\tan x + 4\cot x + 3\cot^2 x + 2 = 0$ (1). Đặt $\tan x + \cot x = t$ với $t \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ thì phương trình (1) tương đương với phương trình:

- A. $3t^2 + 4t + 2 = 0$. B. $-3t^2 + 4t - 4 = 0$. C. $3t^2 + 4t - 4 = 0$. D. $3t^2 - 4t - 4 = 0$.

Một số phương trình lượng giác khác.

Câu 42: Phương trình $\cos x + \cos 3x + 2 \cos 5x = 0$ có các nghiệm là $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ và $x = \pm \frac{1}{2} \arccos m + k\pi$. Giá trị của m là:

- A. $m = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{8}$. B. $m = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{16}$. C. $m = \frac{\pm 1 + \sqrt{17}}{8}$. D. $m = \frac{\pm 1 + \sqrt{17}}{16}$.

Câu 43: Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\sin 3x - \sin x + \sin 2x = 0$ trên đường tròn lượng giác là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 44: Phương trình $\sin^4 x + \cos^4 \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4}$ có bao nhiêu nghiệm trên $(2\pi; 3\pi)$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 45: Phương trình $\cos^3 x \cdot \cos 3x + \sin^3 x \cdot \cos 3x = \sin^3 4x$ có bao nhiêu nghiệm trên $[0; 2\pi]$?

- A. 1. B. 24. C. 12. D. 2.

Câu 46: Phương trình $\cos x \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{3x}{2} - \sin x \cdot \sin \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{3x}{2} = \frac{1}{2}$ có tích các nghiệm trên $(-\pi; 0)$ là:

- A. $-\frac{\pi^2}{8}$. B. $\frac{\pi^2}{8}$. C. $\frac{5\pi^2}{72}$. D. $-\frac{\pi^2}{32}$.

Câu 47: Phương trình $\sin 5x \cdot \cos 3x = \sin 7x \cdot \cos 5x$ có tập nghiệm là:

- A. $\begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{20} + k\frac{\pi}{10} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{20} + k\frac{\pi}{10} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{10} \\ x = \frac{\pi}{20} + k\frac{\pi}{10} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $\begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{20} + k\frac{\pi}{5} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 48: Phương trình $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\sin \left(x - \frac{3\pi}{2}\right)} = 4 \sin \left(\frac{7\pi}{4} - x\right)$ có tổng 3 nghiệm âm liên tiếp lớn nhất là:

- A. $-\frac{\pi}{2}$. B. $-\frac{5\pi}{8}$. C. $-\frac{3\pi}{8}$. D. $-\frac{3\pi}{4}$.

Câu 49: Số nghiệm của phương trình $\sin^8 x - \cos^8 x = \frac{2}{\sqrt{3}}$ trên $[0; 2\pi]$ là:

- A. 0. B. Vô số. C. 2. D. 4.

Câu 50: Phương trình $\tan^2 x + 2 \sin^2 x - 2 \tan x - 2\sqrt{2} \sin x + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên $(0; 2\pi)$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 51: Phương trình $\sin \left(\frac{3\pi}{10} - \frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{10} + \frac{3x}{2}\right)$ có bao nhiêu nghiệm trên $(0; 2\pi)$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 52: Phương trình $\sqrt{2}(\sin x - 2 \cos x) = 2 - \sin 2x$ có tập nghiệm là:

- A. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $S = \left\{ \pm \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{5\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 53: Phương trình $\cot x - 1 = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x} + \sin^2 x - \frac{1}{2} \sin 2x$ có các nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 54: Phương trình $\cot x - \tan x + 4 \sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$ có bao nhiêu nghiệm trên $(0; 2\pi)$?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 55: Phương trình $2 \sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$ đưa về phương trình tích được phương trình tương đương là:

- A. $\cos 4x(1 - \sin 3x) = 0$. B. $2 \cos 4x(1 - \sin 3x) = 0$.
 C. $\cos 4x(1 + \sin 3x) = 0$. D. $\cos 2x(1 + \sin 3x) = 0$.

Câu 56: Phương trình $2 \sin x(1 + \cos 2x) + \sin 2x = 1 + 2 \cos x$ là phương trình hệ quả của phương trình:

- A. $\cos 2x = 0$. B. $2 \cos x - 1 = 0$. C. $\sin 2x + 1 = 0$. D. $\sin 2x - 1 = 0$.

Câu 57: Phương trình $6 \sin x - 2 \cos^3 x = \frac{5 \sin x \cdot \cos x}{2 \cos 2x}$ có số nghiệm trên $(0; 2\pi)$ là:

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 6.

Câu 58: Phương trình $\sin 4x = \tan x$ có nghiệm dạng $x = k\pi$ và $x = \pm m \arccos n + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ thì $m + n$ bằng:

- A. $m + n = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $m + n = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $m + n = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$. D. $m + n = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$.

Câu 59: Phương trình $\cos 2x - \tan^2 x = \frac{\cos^2 x - \cos^3 x - 1}{\cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm trên $[1; 70]$?

- A. 32. B. 33. C. 34. D. 35.

Phương trình lượng giác chứa tham số.

Câu 60: Phương trình $(2 \sin x + 1)(\sin x - m) = 0$ (m là tham số) có nghiệm trên $(0; \pi)$ khi:

- A. $\forall m \in \mathbb{R}$. B. $m \in \emptyset$. C. $m \in (0; 1]$. D. $m \in (0; 1)$.

Câu 61: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm lớn hơn -10 của m để phương trình

$$(2 \cos x - 1)(2 \cos 2x + 2 \cos x - m) = 3 - 4 \sin^2 x \text{ có hai nghiệm thuộc } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] ?$$

- A. 7. B. 6. C. 2. D. 3.

Câu 62: Các giá trị của $m \in [a; b]$ để phương trình $\cos 2x + \sin^2 x + 3 \cos x - m = 5$ có nghiệm thì:

A. $a + b = 2$. B. $a + b = 12$. C. $a.b = -8$. D. $a.b = 8$.

Câu 63: Cho phương trình $m \sin x + (m + 1) \cos x = \frac{m}{\cos x}$. Số các giá trị nguyên dương của m nhỏ hơn 10 để phương trình có nghiệm là:

A. 8. B. 9. C. 10. D. 7.

Câu 64: Phương trình $\cos 2x + (2m + 1) \sin x - m - 1 = 0$ có nghiệm trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ khi tất cả các giá trị thỏa mãn:

A. $m \in \emptyset$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $m \in [-1; 1]$. D. $m \in (-1; 1)$.

Câu 65: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m nhỏ hơn 2018 để phương trình $\frac{3}{\sin^2 x} + 3 \tan^2 x + \tan x + \cot x = m$ có nghiệm ?

A. 2000. B. 2001. C. 2010. D. 2011.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Phương trình lượng giác cơ bản

Câu 1: **Đáp án B.**

$$\sin(x + 10^\circ) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin(x + 10^\circ) = \sin 30^\circ$$

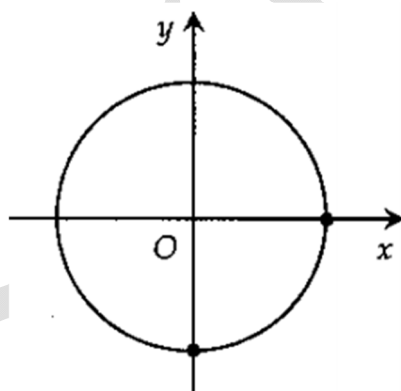
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 10^\circ = 30^\circ + k360^\circ \\ x + 10^\circ = 180^\circ - 30^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20^\circ + k360^\circ \\ x = 140^\circ + k360^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Mà } x \in (0^\circ; 180^\circ) \Rightarrow \begin{cases} x = 20^\circ \\ x = 140^\circ \end{cases}.$$

Câu 2: **Đáp án C.**

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Biểu diễn trên đường trong lượng giác:



Vậy có 2 họ nghiệm thuộc $[0; 2\pi]$.

Câu 3: **Đáp án A.**

$$\text{Phương trình } \sin\left(5x + \frac{\pi}{2}\right) = m - 2 \text{ có nghiệm khi } |m - 2| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq m - 2 \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 3.$$

Câu 4: **Đáp án C.**

$$\text{Phương trình } \tan(x + 60^\circ) = m^2 \text{ có nghiệm khi } m \in \mathbb{R}.$$

Câu 5: **Đáp án B.**

$$\text{Phương trình } \tan(x - 1) = 2 \Leftrightarrow x - 1 = \text{rac tan } 2 + k\pi \Leftrightarrow x = 1 + \text{rac tan } 2 + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 6: **Đáp án A.**

$$\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Mà } x \in (0; 10) \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{4} + k\pi < 10 \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{10}{\pi} - \frac{1}{4}$$

Do $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2\} \Leftrightarrow 3$ nghiệm $\in (0; 10)$ là $x_1 = \frac{\pi}{4}$, $x_2 = \frac{\pi}{4} + \pi$, $x_3 = \frac{\pi}{4} + 2\pi$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = \frac{15\pi}{4}.$$

Câu 7: **Đáp án D.**

Ta có $\cot x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0$

Câu 8: **Đáp án D.**

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = -\frac{2\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{2\pi}{3}.$$

Câu 9: **Đáp án B.**

$$\cos 2x = -\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left[\pi - \left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right] \Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

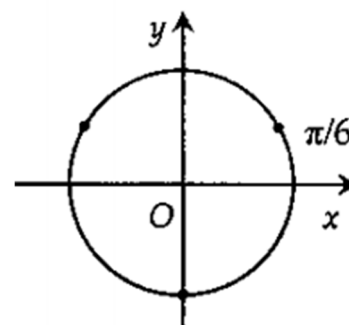
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ 2x = -\frac{\pi}{2} + x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$$

(Chú ý gộp nghiệm trên đường tròn lượng giác)

$$\text{Ta có: } 0 < x < 10\pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} < 10\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{59}{4}$$

$$\text{Mà } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 14\}$$

Vậy có 15 giá trị $k \Rightarrow$ có 15 nghiệm $\in (0; 10\pi)$.



Câu 10: **Đáp án A.**

$$\cot x = \tan\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \cot x = \cot\left(\pi - \frac{x}{2}\right) \Leftrightarrow x = \pi - \frac{x}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = (k+1)\frac{2\pi}{3} \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy nghiệm âm lớn nhất là } x = -\frac{2\pi}{3}.$$

Câu 11: **Đáp án D.**

$$\text{Vì } \frac{2\pi}{3} > 1.$$

Một số phương trình lượng giác thường gặp

Câu 12: **Đáp án B.**

$$2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm thuộc $[0; 2\pi]$ là $x = \frac{\pi}{3}$ và $x = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 13: **Đáp án A.**

+ Với $m = 0$: Phương trình $\Leftrightarrow -\sqrt{3} = 0$ (vô nghiệm) $\Rightarrow m = 0$ không thỏa mãn.

+ Với $m \neq 0$: Phương trình $\Leftrightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3}}{m}$ xác định với mọi giá trị $\frac{\sqrt{3}}{m} \in \mathbb{R}$.

Câu 14: **Đáp án C.**

$2 \cos^2 x + m - 1 = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1-m}{2}$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow 0 \leq \frac{1-m}{2} \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq 1-m \leq 2 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$$

Vậy có 3 giá trị m nguyên thỏa mãn.

Câu 15: **Đáp án D.**

$$2 \sin(x + 20^\circ) - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin(x + 20^\circ) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin(x + 20^\circ) = \sin 30^\circ$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 20^\circ = 30^\circ + k360^\circ \\ x + 20^\circ = 180^\circ - 30^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10^\circ + k360^\circ \\ x = 130^\circ + k360^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy tổng các nghiệm trên $(0^\circ; 180^\circ)$ là: $10^\circ + 130^\circ = 140^\circ$.

Câu 16: **Đáp án B.**

$$\sin x - 3 \cos x = 0 \Leftrightarrow 3 \cos x = \sin x \Leftrightarrow \cot x = 3 \Leftrightarrow x = \arccot 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy $m = 3$.

Câu 17: **Đáp án A.**

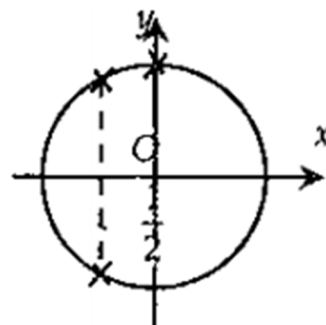
$$2 \sin^2 x + 7 \sin x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -4(VN) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tổng 2 nghiệm dương liên tiếp nhỏ nhất là: $\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \pi$.

Câu 18: **Đáp án C**

$$\frac{\tan x - \sqrt{3}}{2 \cos x + 1} = 0$$

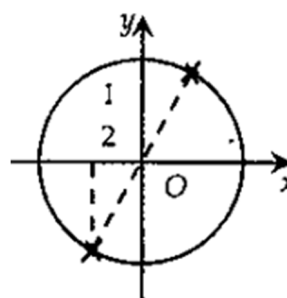
$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \cos x \neq -\frac{1}{2} \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$$



Phương trình $\Leftrightarrow \tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Kết hợp điều kiện suy ra nghiệm của phương trình là

$$x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$$



Câu 19: Đáp án B.

Điều kiện: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Ta có: $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$

Phương trình $\Leftrightarrow 2\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) + \frac{3}{\cos^2 x} = -3 \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{1}{\cos^2 x} + 3 \cdot \frac{1}{\cos^2 x} + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{\cos x} = -1 \\ \frac{1}{\cos x} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \text{ (TM)} \\ \cos x = -2 \text{ (l)} \end{cases} \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 20: Đáp án C.

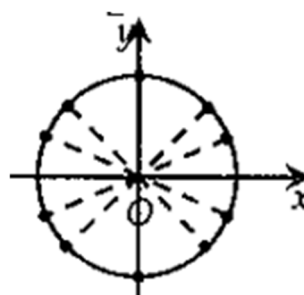
$\cos^6 x - \sin^6 x = \frac{13}{8} \cos^2 2x \Leftrightarrow (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x) = \frac{13}{8} \cos^2 2x$

$\cos 2x \left[(\sin^2 x + \cos^2 x) - \sin^2 x \cos^2 x \right] = \frac{13}{8} \cos^2 2x \Leftrightarrow \cos 2x \left(1 - \frac{1}{4} \sin^2 2x \right) - \frac{13}{8} \cos^2 2x = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ 1 - \frac{1}{4}(1 - \cos^2 2x) - \frac{13}{8} \cos 2x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ 2 \cos^2 2x - 13 \cos 2x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos 2x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

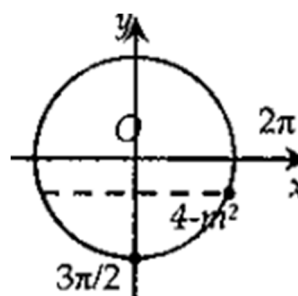
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$$



Câu 21: Đáp án D.

$\sin^2 x + (m^2 - 3)\sin x + m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = 4 - m^2 \end{cases}$

+ Với $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$



có 1 nghiệm $x = \frac{3\pi}{2} \in \left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$

+ Phương trình có 2 nghiệm $\in \left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right) \Leftrightarrow \sin x = m^2 - 4$ có 1 nghiệm $\in \left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$ khác $\frac{3\pi}{2}$.

Câu 22. Đáp án B.

$$\cos 2x - (2m+1)\cos x + m + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - (2m+1)\cos x + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = m \end{cases}$$

$$x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right) \Rightarrow \cos x \in [-1; 0) \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \text{ không có nghiệm thỏa mãn } \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right).$$

Phương trình có nghiệm trên $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right) \Leftrightarrow -1 \leq m < 0 \Rightarrow a + b = 1$.

Câu 23. Đáp án D.

$$\cos^4 x + \sin^4 x + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{3}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x + \frac{1}{2} \left[\sin\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin 2x \right] - \frac{3}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 - \sin^2 2x - \cos 4x + \sin 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 - \sin^2 2x - (1 - 2\sin^2 2x) + \sin 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 2x + \sin 2x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = -2 \text{ (vô nghiệm)} \\ \sin 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}.$$

Vậy tổng hai nghiệm âm lớn nhất là $\frac{3\pi}{4} - \frac{7\pi}{4} = -\frac{5\pi}{2}$.

Câu 24. Đáp án C.

$$\sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin x \cdot \cos x - m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x + \frac{3}{2}\sin 2x - m + 2 = 0 \text{ (*)}$$

$$\Leftrightarrow 4m = -3\sin^2 2x + 6\sin 2x + 12$$

Đặt $t = \sin 2x, t \in [-1; 1]$. Xét $f(t) = -3t^2 + 6t + 12$ trên $[-1; 1]$.

t	-1	1
$f(t)$	3	15

Suy ra (*) có nghiệm $\Leftrightarrow 3 \leq 4m \leq 15 \Leftrightarrow \frac{3}{4} \leq m \leq \frac{15}{4}$.

Vậy $ab = \frac{75}{16}$.

Câu 25. Đáp án B.

Điều kiện $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$.

Phương trình $\Leftrightarrow \tan x + \frac{2}{\tan x} - 3 = 0 \Leftrightarrow \tan^2 x - 3 \tan x + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan 2 + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy $m = 2$.

Câu 26. Đáp án D.

Phương trình bậc nhất đối với $\sin x, \cos x$

Câu 27. Đáp án A.

Phương trình có nghiệm $1^2 + m^2 \geq 10 \Leftrightarrow m^2 \geq 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -3 \end{cases}$.

Câu 28. Đáp án C.

$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$\Rightarrow \alpha \cdot \beta = -\frac{\pi}{6} \cdot \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi^2}{12}$.

Câu 29. Đáp án A.

$\cos 2x + \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 2x)$

$\Leftrightarrow \sin x - \sqrt{3} \cos x = -(\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = -\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x\right)$

$\Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{3} \sin x - \sin \frac{\pi}{3} \cos x = -\left(\cos \frac{\pi}{6} \sin 2x + \sin \frac{\pi}{6} \cos 2x\right)$

$\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-2x - \frac{\pi}{6}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = -2x - \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = \pi + 2x + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{3\pi}{2} - k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 30. Đáp án C.

$\sin x + \cos x \cdot \sin 2x + \sqrt{3} \cos 3x = 2(\cos 4x + \sin^3 x)$

$\Leftrightarrow (1 - 2 \sin^2 x) \sin x + \cos x \cdot \sin 2x + \sqrt{3} \cos 3x = 2 \cos 4x$.

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot \cos 2x + \cos x \cdot \sin 2x + \sqrt{3} \cos 3x = 2 \cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x = 2 \cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 3x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 3x = \cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \sin \frac{\pi}{6} \sin 3x + \cos \frac{\pi}{6} \cos 3x = \cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \cos \left(3x - \frac{\pi}{6} \right) = \cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 3x - \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 4x = -3x + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{42} + k\frac{2\pi}{7} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Hai nghiệm dương liên tiếp nhỏ nhất là $x_1 = \frac{\pi}{42}, x_2 = \frac{13\pi}{42} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{\pi}{3}$.

Câu 31. Đáp án C.

$$\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 2$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} + \sqrt{3} \cos x = 2$$

$$\Leftrightarrow \sin x + \sqrt{3} \cos x = 1 \Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Nghiệm dương nhỏ nhất là $\frac{\pi}{2}$, nghiệm âm lớn nhất là $-\frac{\pi}{6}$.

$$\text{Vậy } a + b = \frac{\pi}{3}.$$

Phương trình đẳng cấp bậc 2.

Câu 32. Đáp án D.

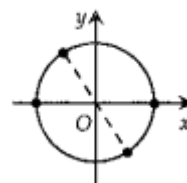
$$\cos^2 x - \sqrt{3} \sin 2x = 1 + \sin^2 x (1) \Leftrightarrow \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x = -1$$

- Với $\cos x = 0 \Rightarrow \sin^2 x = 1 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow 1 = -1$ vô lí.

- Với $\cos x \neq 0$ chia cả hai vế cho $\cos^2 x$ ta được:

$$(1) \Leftrightarrow \tan^2 x + 2\sqrt{3} \tan x - 1 = -(1 + \tan^2 x) \Leftrightarrow 2 \tan^2 x + 2\sqrt{3} t = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 0 \\ \tan x = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$



Vậy số điểm biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác là 4.

Câu 33. Đáp án C.